## **APPLICATIONS DE LA TOMOGRAPHIE AUX SCIENCES** SPATIALES

## Hervé Lamy Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique

Le terme tomographie est dérivé des mots grecs « Tomos » et « Graphia » qui signifient respectivement « coupe » et « description ». Etymologiquement, la tomographie se réfère donc à l'image en coupe d'un objet. La définition moderne et plus générale de la tomographie est la reconstruction de la distribution spatiale d'une quantité physique à partir de mesures qui sont des projections au travers de cette Ces projections distribution. sont obtenues en « illuminant » l'objet à partir d'un grand nombre de directions différentes. Un exemple simple avec deux projections est donné à la Figure 1.

Les techniques de la tomographie ont eu un impact révolutionnaire dans le domaine médical car elles ont permis aux médecins de voir les organes internes avec une précision sans précédent et une



Figure 1 : Deux projections d'un objet constitué de deux cylindres. La vue est en coupe (Kak & Slanney 1988).

sécurité accrue pour le patient. Depuis lors, de nombreuses applications non médicales de la tomographie ont vu le jour. La première partie de cet article a pour but de familiariser le lecteur avec les techniques de la tomographie, notamment en présentant quelques applications médicales. Dans la deuxième partie, trois applications de la tomographie aux sciences de l'espace sont décrites :

- la reconstruction de l'émission aurorale en trois dimensions à partir d'images obtenues simultanément par plusieurs stations au sol
- 2) la reconstruction de la distribution en trois dimensions de la densité d'électrons dans la couronne solaire
- la tomographie Doppler utilisée dans l'étude des étoiles binaires en interaction. Ces exemples ont été choisis pour illustrer l'apport important de la tomographie dans ces domaines.

# Un bref aperçu des applications médicales de la tomographie

D'un point de vue purement mathématique, la solution au problème de la reconstruction d'une fonction à partir de ses projections remonte à 1917 et la publication d'un article par Radon. Mais l'excitation à propos de la tomographie n'a vraiment débuté qu'au début des années 70 quand Hounsfield invente le scanner X basé sur la tomographie assistée par ordinateur. Il réalise le premier scanner cranien en 1972. Les algorithmes de reconstruction (appelés ART, voir plus loin) avaient été également développés indépendamment par Mc Cormack. Les deux scientifiques reçoivent le prix Nobel en 1979 pour leurs contributions.

Etant donné le succès énorme de la tomographie X, beaucoup d'efforts ont été entrepris par la suite pour étendre ces techniques de reconstruction à d'autres applications médicales comme la médecine nucléaire, l'imagerie par résonance magnétique ou la tomographie par ultrasons. En médecine nucléaire, on reconstruit une image en coupe de la distribution d'un isotope radioactif injecté dans le corps humain. Avec la résonance magnétique, ce sont les propriétés magnétiques du corps humain que l'on souhaite reconstruire. Ces applications modernes sont similaires d'un point de vue théorique à la tomographie X. Ce n'est pas le cas quand des ultrasons sont utilisés comme source d'énergie. En effet, alors que les rayons X voyagent en ligne droite dans le corps humain, les ultrasons sont diffractés. On parle alors de tomographie par diffraction, un domaine qui ne sera pas abordé dans cet article.

## Tomographie par rayons X

Le problème mathématique fondamental de la tomographie X est illustré à la figure 2. L'objet à reconstruire (une section du corps d'un patient) est représenté par une fonction à deux dimensions f(x,y). Les rayons X sont émis à partir du bas de l'image et traver-



Figure 2 : Exemple d'un objet bidimensionnel f(x,y) et d'une projection  $P_{\theta}(t)$  obtenue suivant un angle  $\theta$  (voir texte pour détails, Kak & Slaney 1988).

sent l'objet en ligne droite. Lors de leur traversée, les rayons X sont atténués de façon différentielle selon qu'ils croisent par exemple un os ou un tissu sanguin. De l'autre côté de l'objet se situe un détecteur de rayons X qui enregistre un signal à une dimension que l'on appelle une projection. Cette projection est un ensemble de valeurs donnant l'atténuation des rayons X dans l'objet, intégrée le long d'un rayon. Chaque rayon est défini par la coordonnée t le long d'un axe perpendiculaire aux rayons et par un angle  $\theta$  qui donne l'inclinaison de l'axe t par rapport à l'axe x. La définition mathématique d'une projection,  $P_{\theta}$  (t), fait appel à la notion d'intégrale et est appelée la transformée de Radon.

Le problème fondamental de la tomographie est le suivant : étant donné les projections  $P_{\theta}$  (t) de l'objet obtenues pour différentes valeurs de  $\theta$  comprises entre 0 et 180 degrés, peut-on reconstruire exactement la fonction f(x,y) ? La Figure 3 illustre deux projections obtenues suivant des angles  $\theta$ 1 et  $\theta$ 2. La première idée proposée pour reconstruire f(x,y) est de sommer pour chaque point (x,y) la contribution provenant de tous les rayons passant par ce point (un rayon par projection). Cette opération est appelée la rétropro-Malheureusement, le jection. résultat obtenu n'est pas la fonction initiale f(x,y) mais un « mélange » de f(x,y) avec une fonction qui décroît avec la distance à l'origine des coordonnées (x,y). Le résultat est une image floue et présentant des artefacts (par exemple des valeurs non nulles en dehors de l'objet). Pour éviter ce problème, les projections doivent être filtrées avant d'effectuer l'opération de rétroprojection. Le filtrage dans le domaine spatial est une opération très coûteuse en termes de temps de calcul. C'est pourquoi on travaille dans le domaine fréquentiel où le filtrage revient à effectuer une multiplication. L'utilisation d'un filtre rampe qui bloque les basses fréquences et laisse passer les hautes fréquences conduit aux meilleurs résultats en l'absence de bruit dans les données. En pratique, du bruit statistique vient toujours s'ajouter aux données brutes. De nombreux filtres existent, chacun avec des caractéristiques différentes. Le choix du filtre dépend des caractéristiques de l'objet que l'on veut reconstruire et du type de bruit qui affecte les données. Une fois les données filtrées dans le domaine fréquentiel, on repasse dans le domaine spatial et on effectue la rétroprojection. Cette technique est appelée rétroprojection des projections filtrées. La figure 4 montre un exemple de reconstruction d'une image avec et sans filtrage.

Pour générer des projections parallèles, une source et un détecteur doivent scanner linéairement sur toute la longueur d'une projection, puis tourner d'un certain angle, scanner linéairement sur

toute la longueur de la projection suivante et ainsi de suite. Il faut parfois jusqu'à plusieurs minutes pour obtenir l'ensemble des données nécessaires à la reconstruction. Pendant ce laps de temps, le risque de voir le patient bouger est grand. Une alternative pour obtenir les projections plus rapidement est d'utiliser un autre type de projection comme la tomographie en éventail : une source, placée dans une position fixe par rapport à une rangée de détecteurs, émet un faisceau en forme d'éventail et les détecteurs obtiennent les mesures simultanément (voir Figure 5). La source et les détecteurs sont ensuite tournés pour produire l'ensemble de projections nécessaires pour la reconstruction. Le prix à payer pour ce gain de temps est un algorithme de reconstruction plus complexe.

Jusqu'à présent, seule la reconstruction d'objets bidimensionnels a été évoquée mais les applications médicales nécessitent bien sûr des reconstructions à trois dimensions. La façon habituelle de procéder est d'illuminer un objet avec un faisceau de rayons X très fin et d'appliquer l'algorithme de reconstruction à deux dimensions pour chaque plan. La reconstruction à trois dimensions



Figure 3 : Exemple de deux projections parallèles obtenues pour des angles  $\theta 1$  et  $\theta 2$ .



Figure 4 : Sur la gauche, l'image simulée à reconstruire. Au milieu, l'image reconstruite en faisant une rétroprojection sans filtrage. L'image est floue, avec peu de contraste et présente de nombreux artefacts. A droite, l'image reconstruite avec la rétroprojection des projections filtrées (filtre de Hanning)

> Figure 5 : Projection en éventail. Chaque projection est la collection de rayons émis à partir d'une source unique (Kak & Slanney 1988).



s'obtient en illuminant des plans successivement et en « empilant » les résultats (voir exemple sur la Figure 6). Des techniques plus efficaces ont été développées mais ne seront pas discutées ici.

nombre de projections distribuées régulièrement entre 0 et 180 degrés. En effet, la précision de la reconstruction augmente considérablement avec le nombre de projections (voir exemple dans l'encadré). Néanmoins, dans les

tions filtrées nécessite un grand

La rétroprojection des projec-



Figure 6 : Reconstruction de différentes sections parallèles d'un crâne humain dans lequel les deux sphères en pointillé représentent des tumeurs. La reconstruction en trois dimensions est obtenue en faisant de multiples reconstructions bidimensionelles et en empilant les résultats obtenus.

applications non médicales (comme les applications spatiales), en général, le nombre de projections et de détecteurs est très limité. Dans ce cas, une approche totalement différente est utilisée : l'image est discrétisée, c'est-à-dire que l'image est décomposée en un certain nombre de petits éléments de volume, les voxels, dans lesquels la fonction à reconstruire est supposée constante. Cette hypothèse est évidemment d'autant meilleure que la taille du *voxel* est Généralement, le voxel petite. est un cube mais il existe d'autres possibilités tenant compte par exemple de la symétrie de l'objet à reconstruire. Cette approche conduit à résoudre un système d'équations algébriques dont les inconnues sont les valeurs de la fonction dans les voxels. Ce sont les techniques de reconstruction algébriques, illustrées à la figure 7. Bien que conceptuellement plus simples, les méthodes algébriques ne sont pas utilisées dans le domaine médical à cause du leur précision moindre et d'un temps de calcul plus long (le système d'équations est énorme).



Figure 7 : Dans les méthodes algébriques, une grille est superposée sur l'image inconnue (en gris). Dans cet exemple à deux dimensions, le voxel est un carré de longueur  $\delta$ . Chaque voxel a une valeur  $f_i$  inconnue et supposée constante dans le voxel. Les projections ne sont plus constituées de droites mais de rayons ayant une certaine épaisseur, comme illustré pour le rayon i hachuré. En pratique, cette épaisseur va dépendre de la taille d'un élément du détecteur utilisé (Kak & Slanney 1988).

Si  $f_i$  représente la valeur inconnue du *voxel* i et si  $p_i$  est la mesure correspondant à une projection, on obtient le système d'équations algébriques suivant :

$$\sum_{j=1}^{N} w_{ij} f_j = p_i \quad i = 1, 2, K, M$$

Le symbole à gauche représente une somme sur toutes les valeurs de j allant de 1 jusque N, le nombre total de *voxels* dans la grille. Chaque valeur de i correspond à un rayon différent portant les numéros de 1 à M. Le facteur  $w_{ij}$ est un facteur de poids qui représente la contribution du *voxel* j au rayon i. Sur la figure 7, ce facteur est la fraction de la surface du *voxel* j intercepté par le rayon i (surface du triangle ABC). La plupart de ces facteurs sont égaux à zéro car seul un petit nombre

12

de *voxels* est intercepté par un rayon donné. Comme chaque projection conduit à un système d'équation algébriques similaire, les équations sont regroupées pour former un seul grand système d'équations. M représente alors le nombre de mesures dans une projection multiplié par le nombre de projections.

Si les valeurs de M et N étaient petites, les méthodes habituelles de résolution (inversion de matrices) pourraient s'appliquer. En pratique, dans les applications qui seront illustrées par la suite, ces valeurs sont de l'ordre de 100000 voire 1 million et d'autres méthodes sont nécessaires : l'algorithme ART (pour « Algebraic Reconstruction Technique ») basé sur les méthodes de projection. L'exemple très simple de la figure 8 illustre le fonctionnement de cet algorithme.

Considérons un système de 2 équations à 2 inconnues (qui correspond donc à 2 projections et 2 *voxels*) :

$$w_{11}f_1 + w_{12}f_2 = p_1$$
  
 $w_{21}f_1 + w_{22}f_2 = p_2$ 

La solution du problème est constituée des 2 valeurs  $f_1$  et  $f_2$ . Cette solution représente 1 point dans le plan  $f_1 - f_2$  (voir figure 8). Chaque équation est une droite dans ce plan et l'intersection des 2 droites est la solution recherchée. La méthode des projections consiste à partir d'une valeur initiale quelconque pour  $f_1$  et  $f_2$  (point H dans la figure 8) et à abaisser la perpendiculaire sur la première droite (point G). A cet instant, le point trouvé est solution exacte de la première équation mais pas de la deuxième (le point n'appartient pas à la droite représentant la deuxième équation). Le point G est alors projeté perpendiculairement sur la deuxième droite

conduisant à un point, solution de la deuxième équation mais plus de la 1ère. Si une solution unique existe, la Figure 8 montre qu'après quelques projections successives, le système converge vers cette solution.

Dans le cas plus général de M équations à N inconnues, la solution est un point dans un espace à N dimensions et chaque équation est un « hyperplan », ce qui est plus difficile à visualiser mais reste identique d'un point de vue mathématique. Une question légitime est de se demander si la méthode converge rapidement vers la solution ? A partir de l'exemple simple précédent, il est clair que si les droites (hyperplans) sont perpendiculaires, la solution est trouvée en 2 (M) étapes. Au contraire, si les droites (hyperplans) sont quasiment parallèles, la convergence sera très lente et dépendra du choix de la valeur initiale (point H). En choisissant des hyperplans représentant des rayons avec une séparation angulaire importante, il est donc possible d'améliorer la convergence de la méthode.

En général, dans les problèmes de reconstruction d'image, le nom-



Figure 8 : Méthode des projections pour résoudre un système d'équations algébriques dans le cas de 2 inconnues (Kak & Slanney 1988).

## Rétroprojection des projections filtrées

L'implémentation pratique de la rétroprojection des projections filtrées dépasse le cadre de cet article. Cependant, la figure ci-dessous illustre la technique en présentant une image-test, formée de différentes ellipses et carrés, ainsi que les reconstructions de cette image obtenues à partir de 1, 4, 8, 15 et 60 projections. Avec une seule projection, très peu d'information à propos de l'image originale est retrouvée. Avec 4 projections, les caractéristiques principales commencent à apparaître comme les deux carrés sur la gauche de la figure, mais l'ellipse principale ressemble à un diamant. Avec 8 projections, l'image commence à prendre forme. On peut voir les carrés ainsi que les deux ellipses plus petites. Par contre, l'ellipse principale est encore peu visible. Avec 15 projections, les limites de l'ellipse principale deviennent visibles et les carrés et autres ellipses sont clairement définis. La ligne passant par le centre de l'ellipse principale apparaît comme un triangle flou. Il y a également un grand nombre de résidus non désirés à l'extérieur de l'ellipse. Avec 60 projections, l'image reconstruite est très proche de l'image originale bien qu'il subsiste des structures à l'extérieur de l'ellipse principale. Il y a aussi des raies partant des extrémités du carré externe et allant jusqu'au bord de l'image. Elles sont dues au fait que les côtés du carré constituent des limites très abruptes et ne peuvent être totalement supprimées.



Image-test à reconstruire (coin supérieur gauche) et image reconstruite à partir de 1 projection (coin supérieur droit), 4 projections (milieu gauche), 8 projections (milieu droit), 15 projections (coin inférieur gauche) et 60 projections (coin inférieur droit).

bre d'équations M est différent du nombre d'inconnues N. Si M > N, le système est dit surdéterminé car on a plus d'information que nécessaire. Dans l'exemple simple décrit auparavant, le système surdéterminé est par exemple constitué de 3 droites passant par 1 point unique dans un plan à 2 dimensions. La présence de bruit dans les données conduit généralement à ce que la solution ne soit pas unique. Ce cas est illustré à la figure 9. La solution ne converge pas vers un point unique mais oscille dans le voisinage des intersections des 3 droites. Un critère d'arrêt du système est donc nécessaire.

Au contraire, si M < N, le système est sous déterminé et un nombre infini de solutions est possible. Dans l'exemple simple, cela correspond à avoir 1 seule droite sur laquelle se trouve la solution mais l'information disponible n'est pas suffisante pour la localiser. De l'information a priori sur la solution devra être utilisée pour régulariser la solution. Quelques exemples simples d'information a priori sont la non-négativité de la solution ou supposer que la solution est nulle en dehors d'un



Figure 9 : Illustration de la méthode des projections dans le cas d'un système surdéterminé et en présence de bruit dans les données (Kak & Slanney 1988).

certain domaine (par exemple à l'extérieur du patient !).

Il y a de nombreuses implémentations différentes de l'algorithme ART. Une variante de l'algorithme ART est illustrée dans la section suivante consacrée à la tomographie aurorale. A ce stade, le lecteur dispose de suffisamment d'informations sur la tomographie pour comprendre les applications spatiales développées par après.

### Tomographie aurorale

Le phénomène lumineux des aurores est dû à la précipitation à haute altitude (au-dessus de 90-100 kilomètres) d'électrons énergétiques provenant de la queue magnétosphérique et accélérés le long des lignes de champ magnétique. Quand ces électrons entrent en collision avec les atomes de la haute atmosphère, ils peuvent leur arracher un électron (ionisation) ou les exciter (les électrons se trouvent alors dans des niveaux d'énergie plus Les fameuses couleurs élevés). rouge et verte des aurores sont la conséquence de la désexcitation des atomes d'oxygène, les électrons retombant dans des niveaux d'énergie plus faibles. Les arcs auroraux sont la forme aurorale la plus spectaculaire. Un exemple d'arc auroral est montré à la figure 10. Les observations des aurores se font généralement en deux dimensions à partir d'images obtenues via des stations au sol. La tomographie aurorale a pour but de reconstituer l'émission aurorale en trois dimensions à partir d'observations simultanées d'une aurore obtenues depuis plusieurs stations au sol.

Le projet ALIS, acronyme for « Auroral Large Imaging System », est un des rares systèmes au monde pouvant réaliser l'imagerie en trois dimensions des aurores.



Figure 10 : Exemple d'arc auroral (photo obtenue par Jan Curtis en janvier 1996).

Il est constitué d'un ensemble de six stations d'observation au sol, localisées dans la région de Kiruna en Suède (voir figure 11). Les stations sont séparées approximativement de 50 kilomètres, une distance suffisamment petite pour permettre d'observer un volume commun à une altitude de 100 kilomètres au-dessus de Kiruna. Chaque station est équipée d'une caméra CCD avec un champ d'environ 57° et de filtres d'interférence correspondant aux émissions aurorales les plus intenses.

Au contraire de la tomographie X dans les applications médicales qui est une tomographie par absorption, la tomographie aurorale est une tomographie par émission. Ce que l'on souhaite reconstruire est la source d'émission elle-même. Le principe est illustré à la figure 12 : une émission aurorale inconnue localisée à une altitude supérieure à 90 kilomètres est à l'origine de trois images différentes observées dans des stations au sol séparées de 50 kilomètres. Chaque pixel de chaque image est le résultat de la contribution de l'émission auro-



Figure 11 : Carte du nord de la Scandinavie qui montre l'emplacement des stations ALIS. Seules 6 d'entre elles sont actives pour le moment. Le centre de contrôle se trouve à Kiruna (Courtesy of Brandström 2000).

rale le long de la ligne de visée du pixel.

La tomographie aurorale est un problème mal posé pour deux raisons : 1) le nombre de projections (c'est-à-dire d'images) est très limité (6 dans le cas d'ALIS); 2) toutes les images sont obtenues du même côté par rapport au volume d'émission. Ces contraintes nous obligent à utiliser les méthodes algébriques et non les méthodes de rétroprojection. La taille du problème de la tomographie aurorale est énorme : typiquement, six stations au sol sont utilisées, chacune avec un détecteur CCD de 1054 x 1054 pixels. Le nombre N de projections est donc de l'ordre de 10 millions! Le volume d'émission aurorale est divisé en petits voxels dans lesquels l'émission est supposée constante. Le système ALIS utilise généralement une grille cubique avec 100 voxels par côté. Le nombre d'inconnues est donc de l'ordre de 1 million. Pour illustrer le fonctionnement d'ALIS, une simulation d'arc auroral utilisant un modèle simplifié à deux

dimensions est montré à la figure 13. Le volume à reconstruire est une « tranche » du volume réel et les données sont des images unidimensionnelles. Pour pouvoir effectuer la reconstruction, un modèle doit donner la fraction des photons émis dans un voxel qui sera effectivement détectée dans un pixel donné. Cette fraction dépend de la ligne de visée du pixel au voxel, de la sensibilité du détecteur à la longueur d'onde observée, de l'optique dans les caméras, de la quantité d'atmosphère traversée, etc.

La technique de reconstruction utilisée par le système ALIS est une variante de ART appelée MART (pour «Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique»). Elle est illustrée sur la figure 14 pour l'arc auroral simulé dans la figure 13. On démarre avec une solution simple, par exemple un taux d'émission aurorale constant partout. Avec l'aide du modèle, cette solution uniforme est projetée sur la première station où une image (en rouge) est obtenue. Cette image est divisée par l'image réel-





Figure 12 : Représentation schématique (et en deux dimensions) de la tomographie aurorale réalisée à partir d'observations au sol. Le volume auroral à reconstruire est symbolisé par le point d'interrogation et localisé aux altitudes supérieures à 90 kilomètres. Les trois stations sont séparées par 50 kilomètres et les images (à 1 dimension) sont représentées en coordonnées polaires (Courtesy of Gustavsson 2002).

Figure 13 : Simulation à deux dimensions d'un volume auroral observé simultanément depuis 2 stations au sol. L'intensité (le nombre de photons émis par centimètre carré) est représentée par un code de couleur donné à droite (Courtesy of Gustvasson 2002).



Figure 14 : Illustration de la méthode de reconstruction MART utilisée par ALIS. Figure a) solution uniforme choisie initialement pour le volume à reconstruire (en vert), projection de ce volume sur la station sud (courbe rouge) et image réellement mesurée par la station (en bleu). Figure b) Pour la station sud, le rapport image mesurée/image projetée est calculé (en vert). Ce rapport est projeté dans la solution uniforme et donne lieu à une première reconstruction de l'arc. Cette reconstruction est projetée sur la station nord (en rouge) et comparée à l'image mesurée (en bleu). Figure c) Le rapport image mesurée/image projetée (en vert) est projeté sur le volume précédent et on obtient une nouvelle reconstruction du volume auroral, plus proche de l'image réelle de la Figure 13 (Courtesy of Gustvasson, 2002). (Voir page 2 de couverture pour une version en couleurs)



Figure 15 : Image à gauche, observations d'un arc auroral obtenues simultanément à partir de 4 stations du système ALIS le 30 octobre 2005. Au milieu, projections sur ces stations de la reconstruction en trois dimensions de l'arc auroral. L'accord entre les deux séries d'images est bon. Image à droite: coupe horizontale de la reconstruction en trois dimensions de l'arc auroral à une altitude de 107,5 kilomètres (Courtesy of Brandström). (Voir page 2 de couverture pour une version en couleurs)

le (en bleue) obtenue à partir de l'image simulée de l'arc. Le rapport des deux images (en vert sur la partie centrale) est alors projeté en sens inverse dans le volume d'émission. Seules les valeurs des voxels situés le long de la ligne de visée d'un pixel sont affectées, ce qui donne lieu à des bandes de couleurs. La valeur d'un voxel augmente ou diminue selon la valeur du rapport des deux images (inférieure ou supérieure à 1) dans le pixel correspondant. Le volume auroral ainsi reconstruit est alors projeté sur la deuxième station et le même processus est répété en passant en revue chaque station une à une et en recommençant le cycle si nécessaire. A chaque itération, le volume auroral se rapproche de l'arc initialement simulé. Un critère d'arrêt est utilisé quand les deux images sont suffisamment identiques.

Ce critère d'arrêt est très important car souvent l'image reconstruite se dégrade après un trop grand nombre d'itérations.

La figure 15 est un exemple d'observations simultanées d'un arc auroral obtenues avec ALIS à partir de 4 stations au sol le 31 octobre 2005.

#### **Tomographie solaire**

La couronne solaire est un plasma essentiellement composé d'électrons et de protons dont la température est de l'ordre du million de degrés, bien plus élevée que la température de la photosphère (environ 6000 Kelvin). A cause de cette température élevée, la couronne est surtout brillante dans la gamme des rayons UV et X. Dans le domaine visible, elle est environ un million de fois moins lumineuse que la photosphère. C'est pourquoi elle n'est visible que lors d'une éclipse totale de Soleil (voir figure 16). Un autre moyen d'observer la



Figure 16 : Exemples d'éclipse totale de Soleil pendant laquelle la couronne solaire devient visible. La figure de gauche a été prise en minimum d'activité solaire alors que celle de droite a été prise pendant un maximum d'activité solaire.

couronne solaire est de créer une « éclipse artificielle » en utilisant un instrument appelé coronographe. L'aspect de la couronne solaire est variable et dépend notamment du cycle de 11 ans de l'activité solaire. En minimum d'activité solaire, la couronne est relativement bien structurée avec des zones plus denses et chaudes localisées dans les régions de basse latitude héliographiques appelées les « streamers ». Au contraire, les régions polaires sont constituées d'un plasma plus froid et moins dense que l'on appelle les trous coronaux (voir zones sombres de la figure 16 à gauche). En maximum d'activité solaire, la structure de la couronne est beaucoup plus complexe et on peut observer des « streamers » et des trous coronaux quasiment à toutes les latitudes.

L'étude de la couronne solaire est importante car son extension dans le milieu interplanétaire, le vent solaire, interagit et façonne en permanence l'environnement magnétique de la Terre (la magnétosphère). Les éjections de masse coronale sont des évènements plus ponctuels mais beaucoup plus énergétiques qui peuvent provoquer des orages géomagnétiques au niveau de l'orbite terrestre avec comme conséquences possibles des dégâts sur les satellites en orbite, des problèmes de communication au sol, etc. Les processus à l'origine du chauffage de la couronne, de l'accélération du vent solaire et de la formation des éjections de masse coronale sont encore des sujets très controversés à l'heure actuelle. La densité des électrons de la couronne (le nombre d'électrons par unité de volume) est un paramètre fondamental pour essayer de comprendre ces phénomènes. Obtenir la distribution en trois dimensions de cette densité est un atout majeur que peut fournir la tomographie solaire.

Pour utiliser les techniques de la tomographie, on doit disposer d'une quantité qui représente une projection de la densité électronique le long de la ligne de visée. La lumière provenant du disque solaire est diffusée par les électrons de la couronne et devient partiellement polarisée. La quantité de lumière polarisée diffusée dans la direction du coronographe dépend de la densité locale d'électrons le long de la ligne de visée et va donc jouer le rôle de notre projection. Si plusieurs vues simultanées de la couronne sont disponibles, le problème de déterminer la distribution en trois dimensions de la densité d'électrons dans la couronne à partir d'un ensemble de mesures de lumière polarisée peut être résolu comme un problème inverse

> Ciel et Terre • vol. 123 17



Figure 17 : Illustration de la grille cylindrique tridimensionnelle utilisée pour la tomographie solaire. Le centre de la grille est placé au centre du Soleil, l'axe z est aligné avec l'axe de rotation solaire tandis que l'axe x est aligné avec la longitude 0° du Soleil (Butala et al. 2005).v

de tomographie.

Le problème majeur est d'obtenir plusieurs vues simultanées de la couronne solaire suivant des angles différents. La première possibilité est d'utiliser la rotation solaire pour obtenir un ensemble de vues différentes de la couronne. Elle a l'avantage de pouvoir être réalisée à partir d'un point unique, un satellite en orbite ou une station au sol, et est donc peu coûteuse. Une vue complète de la couronne est obtenue après une rotation du Soleil de 180 degrés, soit environ une période de deux semaines. Pour que la reconstruction ait un sens, il faut néanmoins supposer que la couronne est statique durant cette période, c'est-à-dire que sa structure n'évolue pas au cours du temps ou au pire évolue lentement et d'une façon prédictible. Evidemment, des changements dramatiques comme les éjections de masse coronale ne répondent pas à ce critère et la seule possibilité offerte par cette technique est de ne pas prendre en compte les images dans lesquelles ces éjections sont présentes. Les angles d'observation sont également limités puisque toutes les vues sont obtenues dans le plan de l'écliptique. Le problème est donc en général mal posé et les techniques d'inversion algébriques sont utilisées.

A cause de sa symétrie de rotation autour de l'axe solaire, la discrétisation de la couronne solaire en *voxels* se fait avec une grille cylindrique au lieu d'un ensemble de cubes (voir figure 17).

Chaque *voxel* sous-tend le même angle azimutal  $\Delta \phi$ , la même distance radiale  $\Delta r$ , et la même hauteur  $\Delta z$ . L'axe z des coordonnées cylindriques est aligné avec l'axe de rotation du Soleil et est donc incliné par rapport au plan de l'écliptique d'une valeur pouvant atteindre 7 degrés. Par conséquent, la reconstruction de la couronne doit se faire directement en trois dimensions et pas par « empilement » de plans reconstruits en deux dimensions.

Un exemple de reconstruction en trois dimensions de la densité électronique dans la couronne solaire est décrit ci-dessous. Treize images de la couronne ont été obtenues pendant la période du 1er au 15 août 1996 avec le coronographe C2 de l'instrument LASCO à bord du satellite SOHO. La reconstruction se fait sur une grille cylindrique avec 64 cellules  $\Delta r$  pour la distance radiale, 30 cellules  $\Delta \phi$  pour la mesure



Figure 18 : Comparaison de l'observation de la couronne solaire obtenue avec LASCO C2 le 7 août 1996 (en haut à droite) avec une image synthétique obtenue à partir de la reconstruction en trois dimensions de la densité électronique de la couronne projetée le long de la ligne de visée de SOHO à cette date (en haut à gauche). Les images du dessous donnent respectivement le rapport et la différence entre les deux images du dessus. La reconstruction a été réalisée de 2,4 à 6 rayons solaires. L'intensité de l'émission est donnée par le code de couleur situé à droite de chaque image (Courtesy of Frazin & Jansen 2002). (Voir page 2 de couverture pour une version en couleurs)

de l'angle azimutal et 130 cellules  $\Delta z$  pour la hauteur. L'axe de rotation solaire était incliné de 6 degrés par rapport à l'écliptique à cette période. Chacune des treize images a été obtenue sur une grille de pixels de 128 x 128. La figure 18 illustre le résultat de la reconstruction de la densité électronique dans la couronne solaire pour un domaine de distance radiale compris entre 2,4 et 6 rayons solaires. Pour mesurer la qualité de cette reconstruction, celle-ci a été projetée le long de la ligne de visée de SOHO au moment d'une observation particulière, en l'occurrence le 7 août 1996. Cette projection est alors comparée à l'image réelle mesurée par LASCO C2 ce jour-là. L'accord est très bon mais pas parfait notamment pour les pixels proches du bord externe et de la région occultée. Ce désaccord provient du fait que le système à résoudre est sous déterminé et que des conditions de régularisation ont dû être utilisées pour trouver une solution unique. En particulier, il a été demandé que la solution varie de façon régulière, ce qui provoque des petites erreurs de reconstruction près des bords de l'image où la variation de l'intensité est abrupte.

La figure 19 montre la variation avec la distance radiale de la densité électronique obtenue en faisant une coupe azimutale de la reconstruction en trois dimensions. Chacune des deux images correspond donc à la moyenne obtenue dans un secteur d'azimut de 12 degrés. L'image de gauche, centrée sur  $\phi$ =150°, montre la forme typique de la couronne en minimum d'activité solaire avec des « streamers » dans les zones équatoriales. Notons la présence d'un artefact de la reconstruction sous la forme d'une grande zone noire indiquant une intensité nulle et dont l'origine n'est évidemment pas physique. L'image de droite,



Figure 19 : Variation radiale de la densité électronique obtenue à partir d'une coupe azimutale de la distribution en trois dimensions. Le schéma de gauche correspond aux longitudes  $144^{\circ} < \phi < 156^{\circ}$  tandis que le schéma de droite correspond aux longitudes  $276^{\circ} < \phi < 288^{\circ}$  (Courtesy of Frazin & Jensen 2002). (Voir page 2 de couverture pour une version en couleurs)

centrée sur  $\phi$ =282°, montre une distorsion des *streamers* due à l'extension inhabituelle (en minimum solaire) d'un trou coronal aux basses latitudes héliographiques. Sur les deux images, les effets de bord près de la région occultée sont visibles.

Une approche complètement différente pour faire de la tomographie solaire est d'utiliser des observations simultanées de la couronne solaire avec un ensemble de satellites (voir figure 20). Bien évidemment, cette approche est nettement plus coûteuse car elle demande la présence d'un plus grand nombre de satellites. Elle permettrait néanmoins l'observation de structures dont la variation temporelle est bien inférieure à deux semaines, comme par exemple les boucles coronales ou les éjections de masse coronale.

Un premier pas dans cette direction a été réalisé en octobre 2006 lors du lancement avec succès de la mission STEREO de la NASA, la troisième mission du programme scientifique international de



Figure 20 : Illustration de la tomographie solaire au moyen d'observations simultanées d'un volume de la couronne solaire au moyen de 4 satellites situés dans le plan de l'écliptique (Davila 1994).

l'étude des relations Soleil-Terre. C'est un ensemble de deux satellites dont les instruments ont été conçus et réalisés par des scientifiques américains et européens. La mission STEREO a pour but de fournir des informations originales sur les éruptions solaires et leurs effets sur l'environnement terrestre. Afin d'obtenir des images stéréoscopiques des éruptions, un satellite précédera la Terre dans sa rotation autour du Soleil, et l'autre la suivra. Les images obtenues par les satellites seront combinées avec les données "in situ", ainsi qu'avec des données d'observatoires au sol, et de satellites en orbite basse pour suivre en trois dimensions l'éjection puis la trajectoire de la matière coronale dans le milieu interplanétaire. Lorsque l'éjection atteindra l'orbite de la Terre, les magnétomètres et les instruments de mesure du plasma installés à bord des satellites STEREO permettront de caractériser la matière éjectée et de relier sans ambiguïté ces mesures à leur source solaire.



*Figure 21 : Vue d'artiste de la mission STEREO de la NASA* 

#### **Tomographie Doppler**

La tomographie a également des applications astrophysiques. Nous décrirons dans cette section la tomographie Doppler qui permet une étude détaillée de la distribution de l'émission dans les étoiles binaires en interaction à partir d'une série d'observations du profil d'une raie spectrale, obtenues à des phases orbitales différentes. Ces systèmes sont beaucoup trop petits pour être résolus même avec les plus grands télescopes au sol, ce qui démontre l'intérêt et la puissance de la tomographie Doppler. La méthode a été développée par Marsh & Horne en 1988 pour les étoiles variables cataclysmiques et a depuis lors été utilisée dans de nombreuses applications.

Les variables cataclysmiques sont des systèmes binaires de courte période formés d'une naine blanche et d'une étoile peu massive de la séquence principale. Les périodes orbitales ont des valeurs comprises entre 1,5 et 10 heures. La naine blanche est généralement entourée d'un disque d'accrétion alimenté en matière par l'étoile secondaire qui a rempli son lobe de Roche. Les composantes stellaires étant généralement faibles, le spectre optique est dominé par la luminosité du disque d'accrétion et se manifeste par la présence de raies en émission (essentiellement les raies de l'hydrogène et de l'hélium) avec un pic double (voir figure 23). Ce profil de raie est le résultat du décalage Doppler de l'émission provenant de la surface du disque. Imaginons le cas simple d'un disque d'accrétion képlérien (la matière orbite de façon circulaire avec une vitesse qui diminue avec la racine carrée de la distance) et vu par la tranche (le disque est situé perpendiculairement au plan du ciel). De part et d'autre de la naine blanche, la matière en rotation s'approche et s'éloigne de



Figure 22 : Illustration schématique d'une variable cataclysmique vue à quatre phases orbitales différentes. Sont représentés la naine blanche, le disque d'accrétion, l'étoile rouge et l'écoulement de gaz vers le disque et le « point chaud » sur le disque. (Courtesy of Marsh 2001)

l'observateur. Par effet Doppler, chaque petit élément de matière produit une émission décalée par rapport à la longueur d'onde au repos d'une quantité qui dépend de sa vitesse radiale (la composante de la vitesse suivant la ligne de visée). Le résultat est un profil avec deux pics symétriques par rapport à la longueur au repos de la raie spectrale. Dans des conditions typiques pour les variables cataclysmiques, la vitesse de rotation de la matière accrétée peut atteindre quelques centaines à quelques milliers de kilomètres par seconde. Au cours du mouvement orbital, l'ensemble des lignes de même vitesse radiale ne change pas pour l'observateur qui observe donc ce double pic en permanence. Cependant, les profils de raies dans les variables cataclysmiques sont plus complexes. Une des raisons est liée à l'écoulement de matière qui heurte le disque en un endroit appelé « point chaud » qui donne lieu à une émission supplémentaire qui se superpose au profil à double pic décrit auparavant. Au cours du mouvement orbital, la position de ce point chaud se



Figure 23 : Le diagramme en bas à droite montre les lignes de vitesse radiale constante dans un disque en rotation képlérienne. L'observateur est situé dans le bas de la page et voit le système dans sa phase orbitale 0,25. Le schéma en haut montre le profil de raie qui résulte de l'émission du disque. Le profil est représenté en fonction de la vitesse radiale due au décalage Doppler et non en fonction de la longueur d'onde. Il est centré sur la longueur d'onde au repos de la raie qui correspond à une vitesse radiale nulle. Les régions de même vitesse radiale sur le disque contribuent à la formation de zones bien spécifiques dans le profil de raie : chaque bande verticale correspond à une région sur le disque entre deux lignes de même vitesse radiale. Le schéma en bas à gauche est l'équivalent de celui en bas à droite mais en coordonnées de vitesse. Les lignes de même vitesse radiale sont maintenant des droites. Les équivalents de l'étoile rouge et de l'écoulement du gaz vers le disque sont également montrés. Les points marqués A et B dans les 2 schémas sont équivalents (Courtesy of Marsh & Horne, 1988).



déplace par rapport à l'observateur de sorte que l'émission supplémentaire se déplace d'un pic à l'autre dans le profil de la raie (voir figure 22). L'émission de ce point chaud peut être très variable à cause de la variation du taux de transfert de la matière vers le disque.

Le diagramme en bas à droite de la figure 23 est une représentation schématique d'une variable cataclysmique dans le plan perpendiculaire au ciel. L'observateur est situé en bas de la page. Le système d'axe utilisé est standard : l'axe x est l'axe de la binaire, centré sur la naine blanche et compté positivement dans la direction de la géante rouge, l'axe y est dirigé dans la direction du mouvement orbital de la géante rouge, et l'axe z (non représenté) est dans la direction de l'axe orbital (perpendiculaire au plan du ciel dans ce cas simple). On suppose que le rapport des masses des deux étoiles est très grand de sorte que le centre de masse du système coïncide approximativement avec le centre de la naine blanche. La phase orbitale est un nombre compris entre 0 et 1 qui indique les positions relatives de la naine blanche et de la géante rouge au cours du mouvement orbital. Par convention, la phase orbitale 0 correspond au moment où les deux étoiles sont alignées pour l'observateur, la naine blanche étant la plus éloignée. Le schéma présente donc la phase orbitale 0,25. Le disque d'accrétion est symbolisé par le trait circulaire hachuré autour de la naine blanche. L'écoulement de matière de l'étoile rouge vers le disque est également représenté.

Les traits en pointillé formant un champ dipolaire (comme les lignes de champ magnétique d'un aimant) sont les lignes ayant une même vitesse radiale dans un disque képlérien. Les raies en émission provenant des régions entre deux de ces lignes forment une bande verticale dans le profil de la raie (voir figure 23). Les régions avec les vitesses radiales les plus élevées sont situées près du centre du disque. La surface couverte par ces régions décroît rapidement quand la vitesse radiale augmente, ce qui explique la décroissance rapide du flux dans les ailes de la raie. Les pics de la raie correspondent à la dernière ligne fermée qui touche le bord externe du disque d'accrétion. Le point B sur la figure en fait partie et correspond à de la matière qui se dirige vers l'observateur. Il contribue donc à l'émission du pic décalé vers le bleu. Pour les vitesses radiales inférieures à la vitesse de rotation du disque externe, les lignes de même vitesse radiale sont coupées par le bord externe du disque d'accrétion. La superficie de ces régions n'est jamais nulle, ce qui explique que le minimum entre les deux pics n'est pas égal à zéro.

En résumé, le profil de la raie résulte des flux intégrés sur des régions (du disque ou autre) ayant la même vitesse radiale. Au cours du mouvement orbital, ces régions changent continuellement d'orientation et ceci peut être utilisé pour inverser les données et obtenir une image. C'est le principe de la tomographie Doppler. L'image reconstruite de la binaire en interaction n'est cependant pas l'image « classique » en coordonnées spatiales mais une image en coordonnées de la vitesse  $(V_x, V_y \text{ et } V_z)$ . Le schéma en bas à gauche de la figure 23 illustre le lien entre coordonnées spatiales et coordonnées de vitesse. Considérons d'abord le disque : les vitesses les plus élevées se produisent près de la naine blanche. En coordonnées de vitesse, ces points sont donc situés à grande distance de l'origine. Le bord externe du disque d'accrétion qui a



Figure 24 : Les raies formées à deux phases orbitales différentes sont les projections de l'image dans l'espace des vitesses. Les contours de l'image sont des courbes de même vitesse. Les droites représentant les vitesses radiales identiques n'ont pas été représentées mais sont parallèles aux flèches du dessin. L'émission due au point chaud se déplace dans le profil de la raie au cours du mouvement orbital. Avec deux projections, sa position sur le disque peut être retrouvée en faisant la rétroprojection des profils. Ceci illustre comment l'information contenue dans les profils de raies peut être utilisée pour reconstruire une image (Courtesy of Marsh 2001).

la vitesse la plus faible devient le bord interne en coordonnées de vitesse. Par conséquent, le disque d'accrétion képlérien devient un anneau symbolisé par la région entre les deux circonférences en trait hachuré. Dans un disque képlérien, puisque la vitesse est perpendiculaire au rayon vecteur, tous les points sont tournés de 90° dans le sens opposé des aiguilles d'une montre (voir par exemple les positions des points A et B dans les coordonnées spatiales et de vitesse). L'étoile rouge se trouve sur l'axe V, puisque, par définition, elle se déplace dans la direction des y positifs. Mais le point crucial est que les lignes de même vitesse radiale deviennent des droites parallèles dans ce système de coordonnées! L'angle que ces lignes font avec les axes varie au cours du mouvement orbital. Le lien avec la tomographie médicale est désormais clair : le profil de la raie est une projection de l'émission de l'image dans l'espace des vitesses et les différents profils sont obtenus à des phases orbitales différentes. Le principe est illustré à la figure 24.

En tomographie Doppler, les données utilisées sont présentées sous une forme légèrement différente. Les profils de raie obtenus pour différentes phases orbitales sont « superposés » et chaque valeur dans un profil individuel est représentée horizontalement par un code de couleur. Un exemple est donné à la figure 25. Un point chaud dans l'image donne lieu à une variation sinusoïdale de l'intensité avec la phase orbitale.

Pour inverser les données, les deux techniques décrites dans la première partie de l'exposé peuvent être utilisées : la rétroprojection des projections filtrées ou la résolution d'un système linéaire. Dans le premier cas, si seulement un petit nombre de profils est disponible, des artefacts peuvent apparaître. Ce sera aussi le cas pour toutes les anomalies présentes dans le spectre comme un rayon cosmique qui apparaîtra dans l'image reconstruite comme une bande alignée avec la direction de projection. Le filtrage amplifie les hautes fréquences et favorise l'apparition de bruit dans l'image reconstruite. Pour éviter cette sensibilité au bruit, on coupe les hautes fréquences, ce qui produit une version plus ou moins floue de l'image. Dans l'autre approche, l'espace des vitesses est recouvert d'une grille de pixels dans lesquels l'intensité de l'image est supposé constante. On obtient un système linéaire dont les inconnues sont les valeurs des pixels. En général, le système est sous déterminé et une infinité de



Figure 25 : Exemple de profils de raie « superposés » correspondant à la raie  $H\alpha$  de l'hydrogène pour le système binaire VW Hyi. Le code de couleur utilisé varie du rouge très foncé pour représenter les intensités faibles jusqu'au blanc qui caractérise les émissions les plus intenses. L'abscisse donne la vitesse radiale entre -1500 et 1500 kilomètres par seconde. L'ordonnée est la phase orbitale variant entre 0 et 2. Le cycle orbital complet a en effet été reproduit 2 fois pour bien visualiser les variations sinusoïdales de deux composantes d'émission isolées. Le double pic du disque est visible également sous la forme des deux bandes rouges approximativement verticales. Les bandes noires horizontales correspondent à des phases orbitales qui n'ont pû être observées (Smith et al 2006). (Voir page 2 de couverture pour une version en couleurs)

solutions sont possibles. L'image d'entropie maximale est choisie parmi l'ensemble des solutions mais ceci dépasse le cadre de cet article.

Un exemple de carte Doppler est donné à la figure 26 pour l'étoile CE315. Le disque d'accrétion est clairement visible sous la forme d'un anneau large. L'émission due à la naine blanche, située à l'intérieur de l'anneau, n'est généralement pas observée. Elle est



Figure 26 : Carte Doppler de l'étoile binaire CE 315. La plupart des structures observées dans les cartes Doppler sont visibles. La figure à droite montre les données (profils de raies) à partir desquelles la carte Doppler a été réalisée (Courtesy of Marsh 2001).

centrée sur l'origine des coordonnées car CE315 est un système binaire avec un rapport de masses élevé. Le donneur de masse (l'étoile rouge) n'apparaît pas dans cette carte Doppler car il est trop peu lumineux à la longueur d'onde considérée mais sa position dans le plan des vitesses est représentée. La trajectoire de l'écoulement du gaz sur le disque est différente de celle dans les coordonnées spatiales (il ne suffit pas de faire une rotation de 90°). Elle démarre au point d'écoulement situé sur la limite de Roche de l'étoile rouge et heurte le disque au niveau du « point chaud » brillant à une distance de 0,7 R, où R est la distance du point d'écoulement. Cette valeur donne donc une estimation du rayon du disque d'accrétion dans ce système.

Un autre exemple est donné à la figure 27 pour la nova naine IP Peg. La raie dont le profil est observé est une raie de l'hélium ionisé correspondant à une longueur d'onde de 4686 Angström. Les modifications du profil de cette raie au cours du mouvement orbital sont très complexes et difficiles à interpréter. C'est la conséquence d'une forte asymétrie de la distribution de luminosité dans le système. La carte Doppler obtenue à partir de ces données révèle en effet que la structure de l'émission (et donc de la matière accrétée par la naine blanche) est spirale et non pas sous la forme d'un disque. De telles structures avaient été prédites par des modèles théoriques dans les années 80 mais la confirmation observationnelle de leur existence n'a pas pu se faire avant l'avènement de la tomographie Doppler.

La tomographie Doppler est désormais un outil fréquemment utilisé par les astronomes pour l'interprétation des spectres des étoiles binaires. Il ne faut cependant pas perdre de vue que cette méthode est basée sur plusieurs approximations qui sont au mieux partiellement rencontrées par les systèmes réels. Mentionnons par exemple le fait que tous les points du système doivent être visibles pour chaque observation, ce qui n'est manifestement pas le cas pour le donneur de masse quand celui-ci est suffisamment brillant pour apparaître sur les cartes Doppler. Il est également supposé que tous les mouvements se font dans le plan orbital. Une violation de ces approximations ne signifie pas que les cartes Doppler résultantes n'ont aucun intérêt mais l'utilisateur doit être conscient des limites au moment de l'interprétation des données.

Signalons que Kak & Slanney, *Principles of Competurized Tomographic Imaging*, IEEE Press, 1988, est disponible à l'adresse web suivante : http://www.slaney. org/pct/pct-toc.html



Figure 27 : Structure spirale de l'accrétion dans le système binaire IP Peg. Les profils de raies « superposés » (à gauche) correspondent à une raie de l'hélium ionisé. La carte Doppler (au centre) révèle la structure spirale de la matière accrétée. La figure de droite montre une simulation obtenue à partir d'un modèle théorique utilisant les paramètres déduits de la carte Doppler (Courtesy of Marsh 2001).