

Comportements asymptotiques d'un modèle cinétique du vent solaire

par J. LEMAIRE et M. SCHERER (*)

Institut d'Aéronomie Spatiale

3, Avenue Circulaire - 1180 Bruxelles

Abstract. — In this Solar Wind Model, the Coulomb collisions, with impact parameter smaller than the Debye length, have been neglected beyond the baropause located at 6.6 Solar radii. The radial distribution of the electric potential is calculated in order to satisfy the local and global quasi-neutrality conditions in the whole exospheric plasma. The asymptotic behavior for large radial distances as well as in the neighbourhood of the baropause has been calculated and discussed. It has been deduced that the electric field distribution near the baropause does practically not influence the properties at 1AU. A simple relationship between the coronal temperature and Solar Wind velocity at large radial distances has been found; the kinetic plasma pressure is found to decrease asymptotically to zero as $r \rightarrow \infty$: the parallel and perpendicular temperatures of the protons satisfy the „adiabatic approximation” of Chew, Goldberger and Low in the most external regions ($r > 100 R_s$). The use of this approximation between 6 – 7 R_s and 100 R_s , would give a 250% underestimation of the parallel proton temperature compared to the present model calculation.

1. INTRODUCTION

Depuis la publication en 1958 du premier modèle de Vent Solaire (Parker, 1958) un nombre considérable de modèles hydrodynamiques ont été proposés pour décrire cette expansion radiale du milieu interplanétaire. Toutefois, quel que soit le degré de complexité des équations hydrodynamiques utilisées jusqu'à ce jour, il n'a pas été

(*) Présentés par M. NICOLET.

possible de reproduire de façon entièrement satisfaisante les propriétés du Vent Solaire à une unité astronomique (1UA). Pour expliquer ce désaccord les auteurs de ces modèles hydrodynamiques suggèrent soit l'existence d'un chauffage « in situ » du milieu interplanétaire, soit des modifications « ad hoc » des valeurs des coefficients de conductibilité thermiques ou (et) de viscosité. Or, au-delà d'une distance héliocentrique de 6-7 rayons solaires ($\approx 0,03$ UA), le libre parcours moyen des particules (protons, électrons) devient supérieur à la hauteur d'échelle des densités. Dans ces conditions il faut considérer que le plasma du milieu interplanétaire est *non-collisionnel* ⁽¹⁾ et que sa distribution radiale autour du Soleil peut être calculée à partir d'une théorie cinétique (ou exosphérique) plutôt qu'à partir d'une théorie hydrodynamique.

Le premier modèle exosphérique a été proposé en 1960 par Chamberlain (1960). En raison d'une hypothèse inadéquate concernant la valeur du champ électrique de polarisation, ce modèle mieux connu sous le nom de « Brise Solaire », donnait des vitesses d'expansion et des densités à 1 UA très différentes des valeurs observées dans le Vent Solaire. De ce fait, ce type de modèle a été écarté, pendant une dizaine d'années, en faveur des modèles hydrodynamiques.

Ce n'est que récemment que Lemaire et Scherer (1969, 1971) et Jockers (1970) indépendamment ont montré que des modèles du type cinétique peuvent donner des résultats très satisfaisants dans le cas du Vent Solaire à condition de déterminer correctement le champ électrique dans la région exosphérique.

Depuis lors un nombre croissant de modèles cinétiques et semi-cinétiques du Vent Solaire ont été proposés (Hollweg, 1970, 1971; Chew *et al.*, 1972, Schulz et Eviatar, 1972).

Dans les paragraphes qui suivent nous donnons une description du modèle de Vent Solaire proposé par Lemaire et Scherer (1971) et nous en discutons le comportement au voisinage de la baropause et à grande distance radiale.

(¹) Dans un plasma *non-collisionnel* les collisions Coulombiennes dont le paramètre d'impact est inférieur à la longueur de Debye sont négligeables.

2. DESCRIPTION DU MODÈLE CINÉTIQUE

On considère que les particules de masse, m , et de charge, Ze , se déplacent dans l'exosphère en suivant des trajectoires hélicoïdales le long des lignes de force d'un champ magnétique, \vec{B} , à symétrie radiale (monopolaire). Celles-ci sont soumises aux potentiels des forces gravifiques, $\phi_g(r) = -GM/r$, et électrostatique, $\phi_E(r)$; (G est la constante gravitationnelle; M , la masse du Soleil; r la distance héliocentrique).

D'après le théorème de Liouville⁽¹⁾, si les particules ne subissent pas de collisions, la fonction de distribution des vitesses, $f(\vec{v}, r)$, en n'importe quel point de l'exosphère est déterminée lorsque celle-ci est connue à la surface de la baropause.

Par conséquent:

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp}, r) = f(v_{\parallel,0}, v_{\perp,0}, r_0), \quad (1)$$

où les composantes $v_{\parallel,0}$, $v_{\perp,0}$, de la vitesse dans les directions parallèle et perpendiculaire au champ magnétique à la baropause peuvent être exprimées en terme de leurs valeurs v_{\parallel} et v_{\perp} en r . Ces composantes de la vitesse en r_0 — et r sont en effet liées par l'équation de conservation d'énergie

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + m[\phi_g]_{r_0}^r + Ze[\phi_E]_{r_0}^r \quad (2)$$

et par l'équation qui exprime la conservation du moment magnétique (invariant adiabatique)

$$\frac{v_{\perp,0}^2}{B(r_0)} = \frac{v_{\perp}^2}{B(r)}. \quad (3)$$

Immédiatement au-dessous de la baropause, en r_0 —, la fonction de distribution des vitesses peut être représentée par une fonction de Maxwell tronquée de façon à exclure toutes les particules venant de l'infini,

$$f_j(\vec{v}_0, r_0 -) = N_j \left(\frac{m_j}{2\pi k\theta_j} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_j v_0^2}{2k\theta_j} \right) \quad (4a)$$

⁽¹⁾ Dans un plasma non collisionnel l'équation de Liouville s'identifie à l'équation de Vlasov.

pour

$$v_{\parallel,0} > 0 \text{ et } v_0^2 > 2[\phi_g]_{r_0-}^{\infty} + \frac{2Ze}{m} [\phi_E]_{r_0-}^{\infty}$$

et

$$f_j(\tilde{v}_0, r_0 -) = 0 \tag{4b}$$

pour toutes les autres valeurs de la vitesse \tilde{v}_0 ; k est la constante de Boltzmann (Lemaire et Scherer, 1970).

Les constantes N_j et θ_j sont déterminées ci-dessous à partir des densités et températures des particules d'espèce j en $r = r_0 +$, c'est-à-dire immédiatement au-dessus de la baropause.

Connaissant la fonction de distribution des vitesses, $f(\tilde{v}, r)$, en tout point de l'exosphère, on peut calculer les moments de celle-ci et ainsi déterminer le flux, $F_j(r)$, la densité, $n_j(r)$, les composantes du tenseur des pressions $p_j^{\parallel}, p_j^{\perp}, \dots$, et en déduire la vitesse moyenne $w_j(r)$, les températures, $T_j^{\parallel}, T_j^{\perp}, \dots$

Comme toutes ces expressions dépendent explicitement de $\phi_E(r)$, il est possible de déterminer la distribution radiale du potentiel électrostatique à partir des conditions

$$F_e(r) = F_p(r) \tag{5a}$$

et

$$n_e(r) = n_p(r) \tag{5b}$$

qui expriment, d'une part, que le flux d'échappement des charges négatives (électrons) est égal au flux d'échappement des charges positives (protons), et, d'autre part, que le plasma est localement neutre.

De cette manière on trouve que $\phi_E(r)$ décroît plus rapidement en fonction de r que dans le cas d'une distribution de Pannekoek (1922) - Rosseland (1924) utilisée par Chamberlain (1960) dans son modèle exosphérique de *Brise Solaire* (voir fig. 2a). Par conséquent, l'intensité du champ électrique de polarisation, $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi_E$, sera plus élevée et les protons seront de ce fait accélérés jusqu'à des vitesses supersoniques très supérieures à celles du modèle de Brise Solaire.

(a) *Le gaz des électrons*

Comme les électrons issus de la baropause doivent franchir une barrière de potentiel

$$[m_e \phi_g - e \phi_E]_{r_0-}^{\infty} = \frac{1}{2} m_e R_e(\infty) > 0 \quad (6)$$

leur flux total d'échappement est donné par une formule analogue à celle que Jeans (1925) avait calculé pour l'échappement des atomes neutres d'une atmosphère planétaire,

$$F_e(r) = \frac{1}{4} \eta N_e (8k\theta_e / \pi m_e)^{1/2} [1 + Q_e(\infty) - \Delta_3] \exp[-Q_e(\infty)] \quad (7)$$

où

$$Q_e(\infty) = \frac{m_e R_e(\infty)}{2k\theta_e} \quad (8)$$

$$\Delta_3 = \frac{e(\varphi_1 + \varphi_2)}{k\theta_e} \quad (9)$$

où $\eta(r)$ est proportionnel à la section du tube de force magnétique et est égal au rapport entre l'intensité des champs magnétiques $B(r)$ et $B(r_0)$ aux points r et r_0 situés le long d'une même ligne de force magnétique (pour un champ magnétique radial $\eta = r_0^2/r^2$); $\varphi_1 (> 0)$ et $\varphi_2 (> 0)$ sont respectivement des potentiels électriques de simple et de double couche appliqués à la surface de discontinuité séparant la région où les collisions sont importantes (barosphère) et la région exosphérique où les collisions coulombiennes sont négligées. Ces potentiels de simple et de double couche ont ici la même signification que ceux qu'on introduit en théorie électromagnétique classique (Stratton, 1941) à l'interface entre deux milieux conducteurs ou diélectriques. Ils représentent *globalement* les variations réelles du potentiel électrique dans la région de transition entre deux milieux ayant des propriétés électriques différentes. Dans le cas de deux conducteurs juxtaposés, l'épaisseur de cette région ou gaine de transition est de l'ordre de la longueur de Debye et dans le cas d'une atmosphère ionisée elle est de l'ordre de la hauteur d'échelle des densités. Cet artifice souvent utilisé dans la théorie des potentiels (McMillan, 1958) permet de calculer la distribution du potentiel électrique (en résolvant l'équation de Laplace au lieu de l'équation de Poisson) dans des régions contiguës, sans connaître la *structure détaillée* du potentiel électrique dans la région de transition (Longmire, 1963).

Alors que dans le modèle de Brise Solaire de Chamberlain (1960) $R_e(\infty)$ (eq. 6) était lié à la différence de potentiel gravifique entre

la baropause, r_0 , et l'infini [$1/2 m_e R_e(\infty) = (m_p + m_e)GM/(2r_0)$], dans notre modèle cinétique, sa valeur est déterminée de façon à satisfaire la condition (5a).

En considérant que les orbites des *électrons piégés* (Longmire, 1963) par les champs de potentiel gravifique, électrique et magnétique, sont entièrement peuplées, au même titre que les orbites des électrons qui s'échappent le long des lignes de force « ouvertes » du champ magnétique, la densité des électrons est donnée par

$$n_e(r) = N_e \exp[-Q_e(\infty)] \left\{ \exp(V_\infty^2) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} [V_\infty + \sqrt{p}X_\infty] - \frac{1}{2} [\text{Erfex}(V_\infty) + \sqrt{p} \text{Erfex}(X_\infty)] \right\} \quad (10)$$

où V_∞ est la vitesse de libération d'un électron au niveau r [en unité $(2k\theta_e/m_e)^{1/2}$]

$$V_\infty^2 = Q_e(\infty) - Q_e(r) \quad (11)$$

$$X_\infty^2 = V_\infty^2 - \frac{\eta}{p} [Q_e(r) - A_3] \quad (12)$$

$$p = 1 - \eta = 1 - (r_0/r)^2 \quad (13)$$

et

$$\text{Erfex}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(x^2) \int_x^\infty \exp(-t^2) dt. \quad (14)$$

La vitesse moyenne des électrons le long des lignes de force du champ magnétique est définie par

$$w_e(r) = \frac{F_e}{n_e}. \quad (15)$$

La composante perpendiculaire de la pression électronique est donnée par

$$p_e^\perp(r) = N_e k \theta_e \exp[-Q_e(\infty)] \left\{ \exp(V_\infty^2) - \frac{1}{2} \text{Erfex}(V_\infty) - \frac{\sqrt{p}}{2} \left[1 + \frac{\eta}{2} + V_\infty^2 - X_\infty^2 \right] \text{Erfex}(X_\infty) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{2}{3} V_\infty^3 + V_\infty + \sqrt{p} X_\infty \left(V_\infty^2 - X_\infty^2 + 1 + \frac{\eta}{2} \right) + \frac{2}{3} \left(1 + \frac{\eta}{2} \right) X_\infty^3 \right] \right\}. \quad (16)$$

La composante parallèle de la pression électronique est donnée par

$$p_e^{\parallel}(r) = P_e^{\parallel} - m_e w_e F_e \quad (17a)$$

où

$$P_e^{\parallel}(r) = N_e k \theta_e \exp[-Q_e(\infty)] \left\{ \exp(V_{\infty}^2) - \frac{1}{2} [\text{Erfex}(V_{\infty}) + p^{3/2} \text{Erfex}(X_{\infty})] - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{2}{3} V_{\infty}^3 + V_{\infty} + \sqrt{p} X_{\infty} + \frac{2}{3} p^{3/2} X_{\infty}^3 \right] \right\}. \quad (17b)$$

Le flux total d'énergie transporté par les électrons est donné par

$$\varepsilon_e(r) = \frac{1}{4} \eta N_e k \theta_e (8k\theta_e/\pi m_e)^{1/2} \{V_{\infty}^4 + [2 + Q_e(\infty) - \Delta_3](1 + V_{\infty}^2)\}. \quad (18)$$

Le flux de « conduction » est défini par

$$C_e(r) = \varepsilon_e + w_e \left[m_e w_e F_e - \frac{3}{2} P_e^{\parallel} - p_e^{\perp} \right]. \quad (19)$$

(b) *Le gaz des protons*

Si l'énergie potentielle des protons

$$[m_p \phi_p + e \phi_E]_{r_0}^r = k \theta_p Q_p(r) \quad (20)$$

est une fonction négative et décroissante de la distance r , ces particules sont toutes accélérées vers l'extérieur. Il n'existe par conséquent pas d'orbites de piégeage pour ce type de particules. Leur flux d'échappement est alors donné par

$$F_p(r) = \frac{\eta}{4} N_p \left(\frac{8k\theta_p}{\pi m_p} \right)^{1/2} \quad (21)$$

La distribution radiale de la densité des protons est

$$n_p(r) = \frac{1}{2} N_p \{ \text{Erfex} [(-Q_p)^{1/2}] - \sqrt{p} \text{Erfex} [(-Q_p/p)^{1/2}] \}. \quad (22)$$

La vitesse moyenne des protons w_p est donnée par une formule analogue à (15). Les composantes perpendiculaire et parallèle de la pression des protons sont données par

$$p_p^{\perp}(r) = \frac{1}{2} N_p k \theta_p \left\{ \text{Erfex} [(-Q_p)^{1/2}] - \sqrt{p} \left(1 + \frac{\eta}{2} + \eta \frac{Q_p}{p} \right) \text{Erfex} [(-Q_p/p)^{1/2}] - \eta (-Q_p/\pi)^{1/2} \right\} \quad (23)$$

et

$$p_p^{\parallel}(r) = P_p^{\parallel}(r) - m_p w_p F_p, \quad (24a)$$

où

$$P_p^{\parallel}(r) = \frac{1}{2} N_p k \theta_p \{ \text{Erfex} [(-Q_p)^{1/2}] - p^{3/2} \text{Erfex} [(-Q_p/p)^{1/2}] + 2\eta(-Q_p/\pi)^{1/2} \} \quad (24b)$$

Le flux total d'énergie transporté par les protons est donné par

$$\varepsilon_p(r) = \frac{\eta}{4} N_p k \theta_p \left(\frac{8k\theta_p}{\pi m_p} \right)^{1/2} [2 - Q_p] \quad (25)$$

et le flux de « conduction » par une expression analogue à (19).

Il est généralement d'usage d'associer aux pressions cinétiques des températures parallèle et perpendiculaire caractérisant l'énergie moyenne des particules dans un système de référence en mouvement avec la vitesse $w(r)$.

$$T_{p(e)}^{\parallel(\perp)} = \frac{p_{p(e)}^{\parallel(\perp)}}{n_{p(e)} k} \quad (26)$$

Afin de déterminer les valeurs des paramètres $N_{p(e)}$ et $\theta_{p(e)}$ caractérisant les fonctions de distribution des vitesses (4) en terme des valeurs des densités et températures à la baropause, nous étudions dans le paragraphe suivant le comportement des expressions (7) à (26) au voisinage de r_0+ .

3. COMPORTEMENT AU VOISINAGE DE LA BAROPAUSE

Comme certaines classes d'orbites ne sont pas peuplées par des particules (notamment les particules venant de l'extérieur), on vérifie que les valeurs des densités et des températures en r_0+ (c'est-à-dire immédiatement au-dessus de la baropause) ne s'identifient pas avec $N_e, N_p, \theta_e, \theta_p$ qui sont ici des *paramètres* caractérisant la fonction de distribution des vitesses (4) en r_0- (c'est-à-dire immédiatement en-dessous de la baropause). Ces paramètres s'identifieraient aux densités et températures réelles en r_0- si toutes les classes d'orbites étaient peuplées de particules.

Contrairement à un usage fort répandu (Chamberlain, 1960; Jockers, 1970; Hollweg, 1970; Chew *et al.*, 1972) nous ne considérons

pas l'expression (4) comme une représentation exacte de la distribution des vitesses *réelle* en $r_0 -$, mais comme une *condition aux frontières* de l'équation de Liouville, dont un certain nombre de moments (par exemple, la densité, la température, le flux de particules...) s'identifient aux *moments*, correspondants de la distribution des vitesses réelles à la baropause. Dans le cadre de cette interprétation $N_{p(e)}$ et $\theta_{p(e)}$ sont des constantes déterminées de telle sorte que les densités $n_{p(e)}(r_0 +)$ et les températures $T_{p(e)}^\perp(r_0 +)$ s'identifient aux valeurs réelles (ou observées) à la baropause.

De cette façon les expressions (7) à (26) représentent la solution *des équations de transport* dont les moments d'ordres inférieurs tendent vers leur valeur réelle en $r_0 +$.

Les développements en série au voisinage de r_0 sont données par

$$\eta(r_0 + \varepsilon) = 1 - 2\varepsilon + 0(\varepsilon^2) \quad (27)$$

$$\phi_E(r_0 + \varepsilon) = \phi_E(r_0 -) - \varphi_1 + \gamma_1 \varepsilon + 0(\varepsilon^2) \quad (28)$$

$$Q_e(r_0 + \varepsilon) = \Delta_1 + v_1 \varepsilon + 0(\varepsilon^2) \quad (29)$$

$$V_\infty^2(r_0 + \varepsilon) = h - v_1 \varepsilon - 0(\varepsilon^2) \quad (30)$$

$$Q_p(r_0 + \varepsilon) = -\Delta'_1 + \zeta_1 \varepsilon + 0(\varepsilon^2) \quad (31)$$

où

$$\varepsilon = 1 - r_0/r. \quad (32)$$

En tenant compte de (8), (9), (10), (11), (12), (13) et (20) on vérifie que Δ'_1 , Δ_1 , h , v_1 , ζ_1 , et γ_1 sont liées par les équations

$$\Delta'_1 = \frac{\theta_e}{\theta_p} \Delta_1 \quad (33a)$$

$$h = Q_e(\infty) - \Delta_1 \quad (33b)$$

$$v_1 = \frac{GM m_e}{r_0 k \theta_e} - \frac{e \gamma_1}{k \theta_e} \quad (33c)$$

$$\zeta_1 = \frac{\theta_e}{\theta_p} \left[\frac{GM (m_e + m_p)}{r_0 k \theta_e} - v_1 \right] \quad (33d)$$

où

$$\Delta_1 = \frac{e \varphi_1}{k \theta_e} \quad (33e)$$

Notons également que le champ électrique \vec{E} en $r_0 +$ déterminé par le gradient du potentiel ϕ_E , est lié à γ_1 dont la valeur est calculée ci-dessous pour différents modèles.

$$E(r_0+) = -\frac{\gamma_1}{r_0}. \quad (34)$$

En remplaçant (27)-(30) dans (10), (16), (17b), et (26), on trouve en se limitant aux termes du premier ordre en ε ,

$$n_e(r_0 + \varepsilon) = N_e[A_0^e - A_1^e\varepsilon + 0(\varepsilon^2)] \quad (35)$$

$$T_e^\perp(r_0 + \varepsilon) = \theta_e[B_0^e - B_1^e\varepsilon + 0(\varepsilon^2)] \quad (36)$$

$$T_e^\parallel(r_0 + \varepsilon) = \theta_e[C_0^e - C_1^e\varepsilon + 0(\varepsilon^2)] \quad (37)$$

où

$$A_0^e = \exp(-A_1) \left\{ 1 - e^{-h} \left[\frac{1}{2} \text{Erfex}(\sqrt{h}) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} (\sqrt{h} + \sqrt{A_2}) \right] \right\} \quad (38)$$

$$A_1^e = \exp(-A_1) \left\{ v_1 - e^{-h} \left[\frac{v_1}{2} \text{Erfex}(\sqrt{h}) - \frac{1}{\sqrt{\pi A_2}} (1 + h - 0.5 v_1 - A_2) \right] \right\} \quad (39)$$

$$B_0^e = \frac{1}{A_0^e} \exp(-A_1) \left\{ 1 - e^{-h} \left[\frac{1}{2} \text{Erfex}(\sqrt{h}) + \sqrt{\frac{h}{\pi}} \left(1 + \frac{2}{3} h \right) + \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} \left(1 + h - \frac{A_2}{3} \right) \right] \right\} \quad (40)$$

$$C_0^e = \frac{1}{A_0^e} \exp(-A_1) \left\{ 1 - e^{-h} \left[\frac{1}{2} \text{Erfex}(\sqrt{h}) + \sqrt{\frac{h}{\pi}} \left(1 + \frac{2}{3} h \right) + \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} \left(1 + \frac{2}{3} A_2 \right) \right] \right\} - \frac{\exp(-2h - 2A_1)}{2(A_0^e)^2} [1 + h - A_2]^2 \quad (41)$$

où

$$A_2 = A_3 - A_1 = \frac{e\varphi_2}{k\theta_e}.$$

En remplaçant (27) et (31) dans (22), (23), (24) et (26) on obtient de la même façon

$$n_p(r_0 + \varepsilon) = N_p[A_0^p - A_1^p\varepsilon + 0(\varepsilon^2)] \quad (42)$$

$$T_p^\perp(r_0 + \varepsilon) = \theta_p[B_0^p - B_1^p\varepsilon + 0(\varepsilon^2)] \quad (43)$$

$$T_p^\parallel(r_0 + \varepsilon) = \theta_p[C_0^p - C_1^p\varepsilon + 0(\varepsilon^2)] \quad (44)$$

où

$$A_0^p = \frac{1}{2} \text{Erfex}(\sqrt{\Delta'_1}) \quad (45)$$

$$A_1^p = \frac{1}{2} \left[\zeta_1 \text{Erfex}(\sqrt{\Delta'_1}) + \frac{2 - \zeta_1}{\sqrt{\pi \Delta'_1}} \right] \quad (46)$$

$$B_0^p = 1 \quad (47)$$

$$C_0^p = 1 + \frac{2\sqrt{\Delta'_1}}{\sqrt{\pi}} - \frac{2}{\pi \text{Erfex}(\sqrt{\Delta'_1})}. \quad (48)$$

Si l'on connaît les valeurs des densités $n_{p(e)}(r_0 +)$ et des températures, $T_{p(e)}^\perp(r_0 +)$, au niveau $r_0 +$ (valeurs observées par exemple) et si l'on fixe les valeurs des potentiels φ_1 et φ_2 , il est possible de déterminer $N_{p(e)}$ et $\theta_{p(e)}$ à partir de (35), (36), (38) et (40) d'une part et (42), (43), (45) et (47) d'autre part. En effet

$$N_{p(e)} = n_{p(e)}(r_0 +) / A_0^{p(e)} \quad (49)$$

$$\theta_{p(e)} = T_{p(e)}^\perp(r_0 +) / B_0^{p(e)}. \quad (50)$$

La quasi-neutralité locale (5b) impose en outre que

$$n_p(r_0 +) = n_e(r_0 +), \text{ c'est-à-dire } N_p A_0^p = N_e A_0^e, \quad (51)$$

$$N_p A_1^p = N_e A_1^e, \dots \quad (52)$$

La relation (51) permet de déterminer le rapport N_p/N_e , tandis que (52) permet de calculer γ_1 , c'est-à-dire le gradient du potentiel électrique en $r_0 +$ (cf. éq. 34).

La neutralité globale (éq. 5a) exprimant que les flux d'échappement des protons (éq. 21) et des électrons (éq. 7) sont égaux permet de déterminer la hauteur de la barrière de potentiel $Q_e(\infty)$, que les élec-

trons doivent franchir pour s'échapper. En tenant compte de (9b) cette équation s'écrit

$$N_p \left(\frac{\theta_p}{m_p} \right)^{1/2} = N_e \left(\frac{\theta_e}{m_e} \right)^{1/2} \exp[-Q_e(\infty)] [1 + Q_e(\infty) - A_3]. \quad (53)$$

La racine de l'équation algébrique (53) donne la valeur de $Q_e(\infty)$ et, par conséquent, $R_e(\infty)$ d'après (8), $\phi_E(\infty) - \phi_E(r_0-)$ d'après (6) et finalement h d'après (33b).

Une application numérique de ce qui précède est illustrée dans le paragraphe suivant.

Application au Vent Solaire

Lemaire et Scherer (1971) ont montré qu'une représentation satisfaisante des principales propriétés du Vent Solaire calme peut être obtenue à l'aide d'un modèle cinétique semblable à celui qui est décrit ci-dessus, à condition de fixer la baropause à une distance héliocentrique de 6,6 rayons solaires où la densité des électrons et des protons sont égales à $n_p(r_0+) = n_e(r_0+) = 3,1 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

En exprimant que le libre parcours moyen des protons et des électrons à ce niveau est égal à la hauteur d'échelle des densités observées (Pottasch, 1960) on trouve que $T_p(r_0+) = 9,84 \times 10^5 \text{ °K}$ et $T_e(r_0+) = 1,52 \times 10^6 \text{ °K}$.

Considérons ensuite φ_1 et φ_2 comme des paramètres auxquels nous donnerons différentes valeurs reprises dans le tableau 1. On trouve également dans ce tableau les valeurs de $A_0^{p(e)} = n_{p(e)}(r_0+)/N_{p(e)}$, $B_0^{p(e)} = T_{p(e)}(r_0+)/\theta_{p(e)}$, $C_0^{p(e)} = T_{p(e)}(r_0+)/\theta_{p(e)}$, $Q_e(\infty)$ (eq. 9), la différence de potentiel électrique entre la baropause et $r = \infty$, γ_1 (eq. 28), ν_1 (eq. 30) et ζ_1 (eq. 31) caractérisant respectivement les gradients du potentiel électrique ϕ_E , de l'énergie potentielle totale des électrons et des protons au voisinage de la baropause. La dernière ligne donne le rapport entre la vitesse d'effusion des protons à la baropause $w_p(r_0+)$ et la vitesse d'agitation thermique de ceux-ci définie par

$$c_p = \left(\frac{8k\theta_p}{\pi m_p} \right)^{1/2}. \quad (54)$$

Les résultats du Tableau 1 montrent que les potentiels de simple et de double couches φ_1 et φ_2 , influencent principalement les valeurs

TABLEAU 1. — Caractéristiques des modèles cinétiques au voisinage de la baropause.

Modèle	I	II	III
φ_1 , [Volts]	40,00	40,00	60,00
φ_2 , [Volts]	10,00	40,00	10,00
$\frac{n_p(r_{0+})}{N_p}$	0,265	0,265	0,237
$\frac{n_e(r_{0+})}{N_e}$	0,735	0,735	0,636
$\frac{T_p^I(r_{0+})}{\theta_p}$	1,000	1,000	1,000
$\frac{T_e^I(r_{0+})}{\theta_e}$	0,947	0,936	0,948
$\frac{T_p^{II}(r_{0+})}{\theta_p}$	0,202	0,202	0,178
$\frac{T_e^{II}(r_{0+})}{\theta_e}$	0,982	0,980	0,979
$Q_e(\infty)$	4,650	4,319	4,229
$[\phi_E(r)]_{r_{0+}}^{\infty}$ [Volts]	603	604	588
γ_1 [Volts]	-1258	-1367	-510
v_1	+9,099	+9,780	+3,673
ζ_1	-11,31	-12,59	-2,493
$\frac{w_p(r_{0+})}{c_p}$	0,941	0,941	1,052

des gradients de ϕ_E , de Q_e et Q_p du voisinage immédiat de la baropause: c'est-à-dire γ_1 , v_1 et ζ_1 . Remarquons que, pour les trois modèles considérés dans le tableau 1, on a

$$v_1 > 0 \text{ et } \zeta_1 < 0.$$

Toutefois on peut montrer qu'il existe des valeurs de φ_1 et φ_2 pour lesquelles $v_1 < 0$, ou (et) $\zeta_1 > 0$ (voir fig. 1). Or pour des valeurs négatives de v_1 , $Q_e(r)$, c'est-à-dire l'énergie potentielle des électrons, serait une fonction décroissante de r au voisinage de r_{0+} , et les expressions (7), (8), (16) et (17) ne seraient plus valables. En effet,

celles-ci ont été établies en supposant que $Q_e(r)$ est une fonction uniformément croissante de r (éq. 30). D'autre part, des valeurs positives de φ_1 impliquent que $Q_p(r)$, l'énergie potentielle des protons est une fonction croissante de r au voisinage de r_0+ . Si $\zeta_1 < 0$ et si la valeur maximum $Q_p(r_m)$ que cette fonction atteint dans l'intervalle $[r_0+, \infty]$ est négative, les expressions (21)-(25) restent valables. Par contre, si $Q_p(r_m) > 0$ ces mêmes expressions, établies en supposant que $Q_e(r)$ possède partout une valeur négative, ne peuvent plus être utilisées pour décrire la distribution radiale du gaz des protons.

Par conséquent, lorsque $v_1 > 0$ et $\zeta_1 < 0$, c'est-à-dire pour toutes les valeurs de φ_1, φ_2 comprises dans la zone hachurée de la figure 1, les modèles cinétiques précédents possèdent au voisinage de r_0+ le comportement décrit par les équations (28)-(31) et (35)-(48).

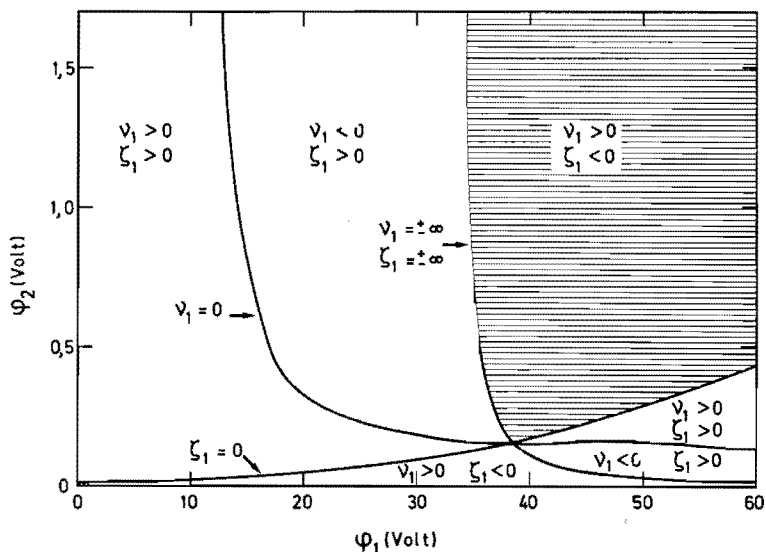


FIG. 1. — Valeurs des potentiels de simple et double couches, φ_1 et φ_2 .

Pour d'autres valeurs de φ_1 et φ_2 non comprises dans cette zone hachurée, les densités $n_{p(e)}(r)$ ne possèderaient plus le comportement décrit par (35) et (42), mais décroîteraient plus lentement avec r ; par exemple,

$$n_{p(e)} = D_0 - D_1 e^{1/2} \dots$$

Toutefois, dans ce cas la hauteur d'échelle des densités définie par

$$H = - \left[\frac{d \ln n_{p(e)}(r)}{dr} \right]^{-1} \quad (55)$$

deviendrait infiniment grande lorsque $r \rightarrow r_0 +$ (c'est-à-dire $\varepsilon \rightarrow 0$).

Comme la hauteur d'échelle d'une atmosphère (et en particulier de la couronne solaire) a toujours une *valeur finie* nous n'avons pas retenu ce dernier type de modèle pour représenter l'exosphère coronale. Remarquons que dans le modèle cinétique proposé dans les paragraphes précédents la hauteur d'échelle à la baropause est une grandeur finie positive déterminée par

$$H = \frac{A_0^p}{A_1^p} r_0 = \frac{A_0^e}{A_1^e} r_0 \quad (56)$$

d'après (55) et (42) ou (35).

Le tableau 2 donne les valeurs de la densité $n_{p(e)}(r_E)$, de la vitesse moyenne $w_{p(e)}(r_E)$, des températures $\langle T_{p(e)}(r_E) \rangle$, des anisotropies de température $T_{p(e)}^{\parallel}(r_E)/T_{p(e)}^{\perp}(r_E)$, des flux d'énergie totale, $\epsilon_{p(e)}(r_E)$ et des flux de « conduction » $C_{p(e)}(r_E)$ à une distance radiale, $r_E = 1 \text{ UA}$, pour les trois modèles considérés dans le tableau 1.

TABLEAU 2. — Caractéristiques des modèles cinétiques à 1 UA; Valeurs correspondantes observées dans le *Vent Solaire Calme*.

Modèle	I	II	III	Observations
$n_p(e)$ [cm ⁻³]	12,90	12,89	14,34	5-10
$w_{p(e)}$ [km sec ⁻¹]	307,1	307,5	308,8	320
$\langle T_p \rangle$ [10 ⁴ °K]	4,49	4,46	4,45	4,8
$\langle T_e \rangle$ [10 ⁴ °K]	11,5	11,4	11,5	10-12
$T_p^{\parallel}/T_p^{\perp}$	160	186	191	3-4
$T_e^{\parallel}/T_e^{\perp}$	3,04	3,10	3,08	1,1-1,2
ϵ_p [erg cm ⁻² sec ⁻¹]	0,322	0,322	0,363	} 0,2
ϵ_e [erg cm ⁻² sec ⁻¹]	0,114	0,116	0,129	
C_p [erg cm ⁻² sec ⁻¹]	$4,5 \times 10^{-4}$	$4,7 \times 10^{-4}$	$5,0 \times 10^{-4}$	} 5×10^{-2}
C_e [erg cm ⁻² sec ⁻¹]	$9,3 \times 10^{-2}$	$9,5 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-1}$	

Ces résultats montrent que ces quantités ne dépendent pratiquement pas des valeurs adoptées pour les potentiels de simple et de double couche φ_1 et φ_2 . En effet, l'influence de ces paramètres se marque essentiellement dans la région située immédiatement au-dessus de la baropause où ils déterminent le comportement de la distribution radiale du potentiel électrique $\phi_E(r)$ et par conséquent des autres grandeurs macroscopiques du plasma exosphérique. Ceci est mis en évidence par les figures 2a, b, c représentant respectivement les

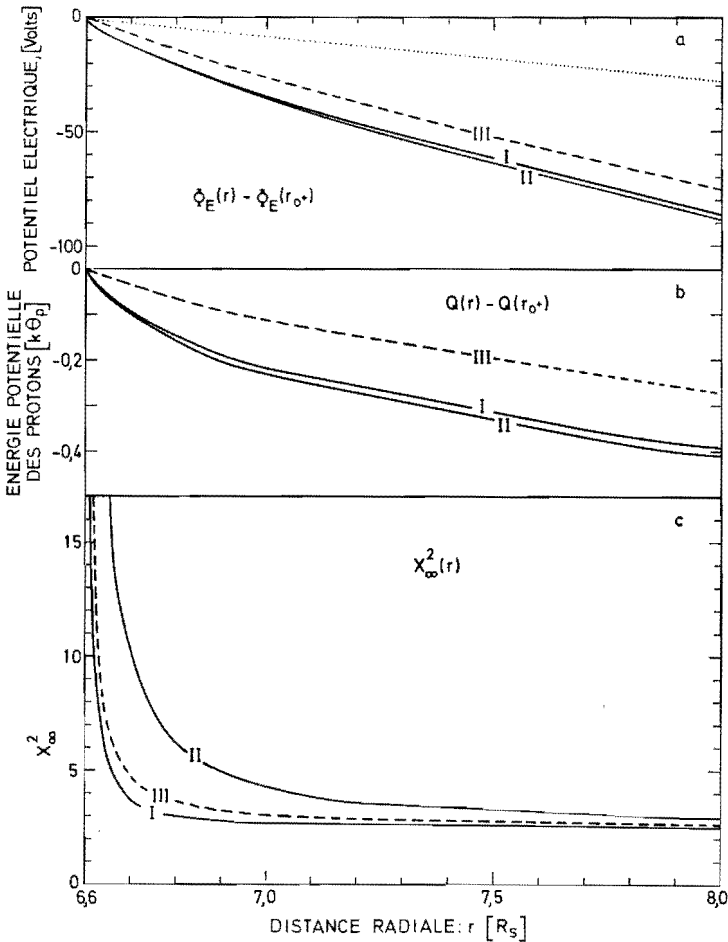


FIG. 2. — Distributions radiales (a) du potentiel électrique, (b) de l'énergie potentielle des protons et (c) de la variables X_∞^2 (définie par éq. 12) pour différentes valeurs de φ_1 et φ_2 .

distributions du potentiel électrique $\phi_E(r) - \phi_E(r_0+)$ [en Volts], de $Q_e(r)$ et de $X_\infty^2(r)$ pour les modèles considérés au tableau 1.

Les figures 3a, b, c, d représentent respectivement les distributions

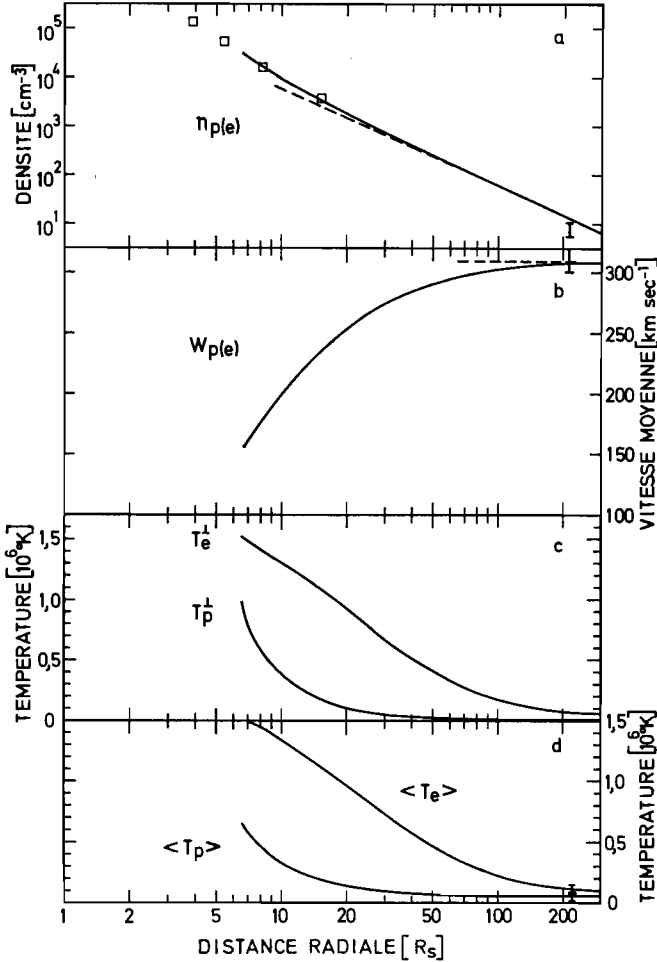


FIG. 3. — Distributions radiales (a) de la densité des électrons et protons, (b) de la vitesse moyenne, (c) des températures perpendiculaires des électrons et protons, (d) des températures moyennes des électrons et des protons dans le cas du modèle I, $\varphi_1 = 40$ V et $\varphi_2 = 10$ V. La densité électronique observée dans la couronne (Pottasch, 1960) est donnée par des carrés dans la Fig. 3a. Les valeurs observées dans le Vent Solaire calme à 1UA (Hundhansen, 1968, 1970) sont données par des traits verticaux.

de concentrations, $n_{p(e)}(r)$, de vitesse moyenne, $w_{p(e)}(r)$, des températures moyennes, $\langle T_{p(e)}(r) \rangle$, et des températures perpendiculaires, $T_{p(e)}^\perp(r)$, dans le cas du modèle I.

Si l'on compare ces valeurs théoriques d'une part avec les concentrations électroniques observées dans la *Couronne Solaire* lors d'un minimum d'activité solaire (Pottasch, 1960) (carrés dans la figure 3a), et d'autre part avec les valeurs observées dans le *Vent Solaire Calme* à 1 UA (Hundhausen, 1968, 1970) (voir également le Tableau 2), on trouve un accord nettement plus satisfaisant qu'avec les modèles hydrodynamiques actuellement connus.

Les anisotropies de températures observées sont cependant beaucoup plus faibles que celles prédites par un modèle cinétiques. Ceci peut s'expliquer par la présence dans le milieu interplanétaire de mécanismes d'interactions (ondes-particules, ou particules-particules) que nous avons négligés ici, mais qui seraient néanmoins capables de modifier la distribution angulaire des particules sans en modifier l'énergie moyenne, c'est-à-dire qui seraient capables de réduire l'anisotropie des températures sans changer la température moyenne des différentes espèces de particules.

Comportement asymptotique à grande distance

D'après la figure (3a), on constate que la densité décroît avec la distance radiale proportionnellement à r^{-2} . On vérifie en effet d'après (22) que le comportement asymptotique de $n_p(r)$ pour $r \rightarrow \infty$ est donné par

$$n_p(r \rightarrow \infty) \sim \frac{N_p}{2} \eta \left\{ \left[\frac{1}{2} + Q \right] \text{Erfex}(\sqrt{-Q}) + \sqrt{\frac{-Q}{\pi}} \right\} \quad (57)$$

en se limitant au premier terme non nul du développement en série; $k\theta_p Q$ est la différence d'énergie potentielle totale des protons entre $r = \infty$ et r_0 — [eq. 20 où $Q = Q_p(\infty)$]. La distribution de densité (10) ou (22) représentée par un trait plein dans la figure (3a), tend asymptotiquement vers celle qui est donnée par (57). Cette dernière est représentée par un trait interrompu dans la figure (3a).

Comme le flux de particules est proportionnel à η (cf. eq. 21), la vitesse moyenne de ces particules définie par (15), tend asymptotiquement vers une constante lorsque $r \rightarrow \infty$:

$$w_p(r \rightarrow \infty) = \left(\frac{2k\theta_p}{\pi m_p} \right)^{1/2} \frac{1}{\left[\frac{1}{2} + Q \right] \operatorname{Erfex}[\sqrt{-Q}] + \sqrt{\frac{-Q}{\pi}}} \quad (58)$$

Cette dernière relation permet de déterminer la vitesse du Vent Solaire à grande distance ($r > 1$ UA) à partir des conditions existant à la baropause [θ_p et θ_e ou $T_p^\perp(r_0+)$ et $T_e^\perp(r_0+)$]. Le trait interrompu dans la figure (3b) correspond à l'asymptote (eq. 58) de la distribution radiale de $w_{p(e)}(r)$ dans le cas du modèle I

Les pressions parallèles et perpendiculaires données par (23) et (24) tendent vers zéro respectivement comme η (ou r^{-2}) et η^2 (ou r^{-4}) lorsque $r \rightarrow \infty$. Ce comportement à l'infini de la pression cinétique, $p = p_{\parallel} + 2p_{\perp}$, est donc semblable à celui de la *solution critique* dans les théories purement hydrodynamiques du Vent Solaire. Rappelons que cette solution critique passe par une singularité mathématique, et qu'elle est l'unique *solution hydrodynamique stationnaire* possédant les comportements requis à la base de la couronne solaire ($: w_{p(e)}[r \rightarrow 0] \rightarrow 0$) et aux confins du milieu interplanétaire ($: p[r \rightarrow \infty] \rightarrow 0$). Ceci implique toutefois que cette solution particulière des équations hydrodynamiques classiques soit prolongée dans la région exosphérique où l'écoulement est caractérisé par un nombre de Knudsen supérieur à l'unité.

Il est difficile d'admettre *a priori* la validité d'une solution hydrodynamique dans l'exosphère au-delà de la surface de la baropause; son caractère mathématique particulier (critique) est tout aussi difficile à accepter. Ces deux difficultés de principes disparaissent néanmoins si l'on remplace la solution critique de la théorie hydrodynamique par une *solution mi-hydrodynamique, mi-cinétique*, comme Lemaire (1972) l'a proposé dans le cadre de la théorie du Vent Polaire.

D'après le comportement asymptotique des pressions p_p^\parallel et p_p^\perp , il est possible de déduire celui des températures T_p^\parallel et T_p^\perp .

$$T_p^\parallel(r \rightarrow \infty) = \theta_p,$$

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{2} + Q \right) \operatorname{Erfex}(\sqrt{-Q}) + \sqrt{\frac{-Q}{\pi}} \right] \left[\left(\frac{3}{2} + Q \right) \operatorname{Erfex}(\sqrt{-Q}) + 3\sqrt{\frac{-Q}{\pi}} \right] - \frac{2}{\pi}}{\left[\left(\frac{1}{2} + Q \right) \operatorname{Erfex}(\sqrt{-Q}) + \sqrt{\frac{-Q}{\pi}} \right]^2}; \quad (59)$$

$$T_p^\perp(r \rightarrow \infty) = \theta_p \eta \frac{\frac{1}{2} \left[\frac{3}{4} + Q + Q^2 \right] \text{Erfex}(\sqrt{-Q}) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-Q}{\pi}} \left(\frac{3}{4} + Q_p \right)}{\left[\frac{1}{2} + Q \right] \text{Erfex}(\sqrt{-Q}) + \sqrt{\frac{-Q}{\pi}}} \quad (60)$$

On constate donc qu'à grande distance radiale, le gaz de protons peut être décrit en *première approximation* par une expansion adiabatique ($C_p = 0$) telle que Chew, Goldberger et Low (1956) l'ont défini dans le cas d'un plasma non-collisionnel

$$\frac{B^2 T_p^\parallel}{n^2} \sim \frac{\eta^2 T_p^\parallel}{n^2} \sim T_p^\parallel \sim c^{te} \quad (61)$$

$$\frac{T_p^\perp}{B} \sim \frac{T_p^\perp}{\eta} \sim c^{te}. \quad (62)$$

Toutefois, si cette approximation de C.G.L. est valable dans les régions très extérieures ($r > 100 R_s \sim 0.5 \text{ UA}$) où le flux de « conduction » d'énergie C_p (eq. 19) est devenu négligeable dans l'équation d'énergie (Whang, 1971), son application (Hollweg, 1971) dans les régions plus proches du Soleil ($r < 100 R_s$) doit être rejetée. Ceci est illustré dans la figure 4 où l'on donne les rapports T_p^\perp/B (échelle de gauche) et $B^2 T_p^\parallel/n^2$ (échelle de droite) normalisés à 1 en $r = r_0 +$. Si l'approximation de C.G.L. utilisée par Hollweg (1971) était valable dans toute la région non-collisionnelle du Vent Solaire, ces rapports seraient partout égaux ou voisins de l'unité. On constate donc que l'utilisation d'une telle approximation à partir de $6 R_s$ conduirait à une sous-estimation de 250 % de la température parallèle à 1 UA par rapport à celle obtenue dans le cadre de la théorie cinétique plus détaillée présentée ici. Pour la température perpendiculaire $T_p^\perp(1 \text{ UA})$, la surestimation donnée par l'approximation de C.G.L. serait seulement de 10 %.

CONCLUSIONS

Dans le modèle cinétique du Vent Solaire décrit dans cet article, on considère qu'au-delà du niveau de la baropause (où le libre parcours moyen des protons et des électrons devient égal à la hauteur d'échelle des densités) ces particules se déplacent librement dans les champs

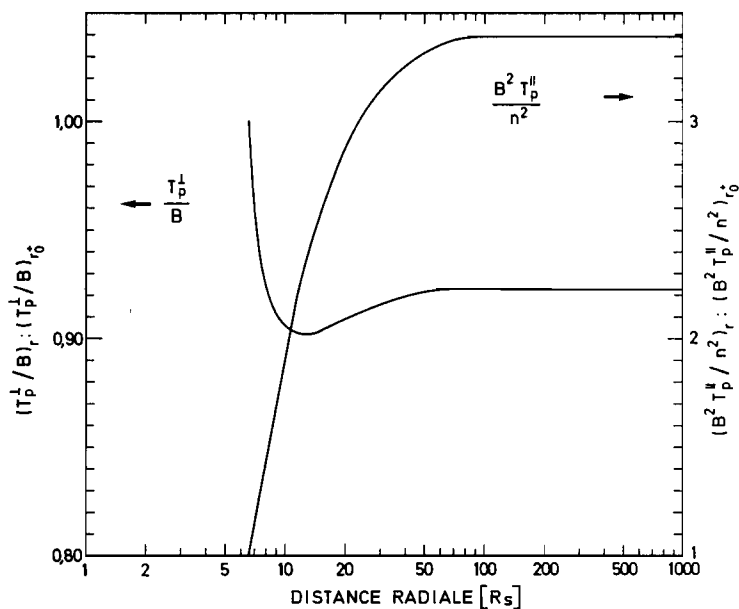


FIG. 4. — Distribution radiale des rapports T_p^\perp/B (échelle de gauche) et $B^2 T_p^\parallel/n^2$ (échelle de droite) dans le cas du modèle I. Ces quantités sont des invariants dans l'approximation adiabatique de Chew, Goldberger et Low (1956).

magnétique et gravifique solaire et qu'ils y sont également soumis à un champ électrique de polarisation calculé de façon à assurer la quasi-neutralité électrique locale et globale du plasma non-collisionnel.

En vue d'assurer la régularité des solutions cinétiques au voisinage de la baropause, nous avons introduit des potentiels électriques de simple et double couches à la surface de base du modèle. L'influence de ces paramètres devient cependant rapidement négligeable lorsqu'on s'éloigne de la baropause.

Le comportement à grande distance de la densité, de la vitesse moyenne, des températures parallèles et perpendiculaires à la direction du champ magnétique a également été discuté. Une relation algébrique entre les températures coronales et la vitesse du Vent Solaire à grande distance a été établie (éq. 58). La pression cinétique du Vent Solaire tend vers zéro lorsque $r \rightarrow \infty$, dans tous nos modèles cinétiques.

Remarquons que l'on retrouve ainsi très simplement la condition

de régularité à l'infini que toute représentation du Vent Solaire doit avoir, mais que seule possède la solution critique dans la théorie purement hydrodynamique.

On a finalement montré que l'approximation de CGL n'est strictement applicable au gaz des protons du Vent Solaire qu'à des distances radiales supérieures à $100 R_s$ ($\approx 0,5$ UA).

REFERENCES

- CHAMBERLAIN, J. W., « Interplanetary gas. II. A model Solar Corona » *Astrophys J.*, **131**, 47, 1960.
- CHEN, W. M., C. S. LAI, H. E. LIU et W. C. LIN, « Collisionless Solar Wind in the Spiral magnetic field », *J. Geophys. Res.*, **77**, 1, 1972.
- CHEW, G. F., M. L. GOLDBERGER et F. E. LOW, « The Boltzmann equation and the one fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions », *Proc. Roy. Soc. London*, **A236**, 112, 1956.
- HOLLWEG, J., « Collisionless Solar Wind, 1. Constant Electron Temperature », *J. Geophys. Res.*, **75**, 2403, 1970.
- HOLLWEG, J., « Collisionless Solar Wind, 2. Variable Electron Temperature », *J. Geophys. Res.*, **76**, 7491, 1971.
- HUNDHAUSEN, A. J., « Direct observation of solar-wind particles », *Space Sci. Rev.*, **8**, 99, 1968.
- HUNDHAUSEN, A. J., « Composition and dynamics of the solar wind plasma », *Rev. Geophys. Space Phys.*, **8**, 729, 1970.
- JEANS, J. H., « The dynamical theory of Gases », Mc Graw Hill Book Co., New York, 1925.
- JOCKERS, K., « Solar Wind models based on exospheric theory », *Astron. Astrophys.*, **6**, 279, 1970.
- LEMAIRE, J., « O^+ , H^+ and He^+ ion distributions in a new polar wind model », *Journ. of Atmosph. and Terrestrial Physics*, **34**, 1647, 1972.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, « Le champ électrique de polarisation dans l'exosphère ionique polaire », *C.R. Acad. Sci. Paris*, t. **269**, 666, 1969.
- LEMAIRE, J., et M. SCHERER, « Model of the polar ion-exosphere », *Planet. Space Science*, **18**, 107, 1970.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, « Kinetic Model of the Solar Wind », *J. Geophys. Res.*, **76**, 7479, 1971.
- LONGMIRE, C. L., « Elementary Plasma Physics », Interscience, New York, p. 296, 1963.
- MCMILLAN, W. D., « The theory of the potential », Dover Publications, New York, 1958.
- PANNEKOEK, A., « Ionization in stellar atmospheres », *Bull. Astr. Insts. Neth.*, **1**, 107, 1922.

- PARKER, E. N., « Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic fields »
Astrophys. J., **128**, 664, 1958.
- POTTASCH, S. R., « Use of the equation of hydrostatic equilibrium in determining
the temperature distribution in the outer solar atmosphere », Astrophys. J.,
131, 68, 1960.
- ROSSELAND, S., « Electrical State of a Star », Mon. Not. R. Astr. Soc., **84**, 720,
1924.
- SCHULZ, M., et A. EVIATAR, « Electron-Temperature asymmetry and the structure
of the Solar Wind », Cosmic Electrodynamics, **2**, 402, 1972.
- STRATTON, J. A., « Electromagnetic Theory », Mc Graw-Hill, Co. Inc., New York,
34, 1941.
- WHANG, Y. C., « Higher Moment Equations and the Distribution Function of
Solar Wind Plasma », J. Geophys. Res., **76**, 7503, 1971.