Astron. & Astrophys. 36, 317—319 (1974)

Research Note

Étude par étoiles tests de la réduction des clichés pris au moyen de la caméra de triangulation IAS

H. Debehogne
Observatoire Royal de Belgique

E. Van Hemelrijck
Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique

Reçu le 28 mai, 1974

A Study of Reduction Methods of Photographic Plates Using Test Stars

Summary. In this paper we discuss some plate reduction results obtained with the IAS (Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique) triangulation camera ($f = 50$ cm, $\phi = 10$ cm).
On several occasions (Debehogne, 1972; Van Hemelrijck, 1972) this camera has been used for the position determination of artificial clouds in the upper atmosphere by various polynomial transformation formulae.
The accuracy of the equatorial coordinates obtained by three different transformations (using 6, 7 and 8 plate constants) has been analyzed by the test stars method: this has been discussed in a previous paper (Debehogne, 1970a). Here, this method of reduction is applied to other transformations in order to find which formulae give the highest accuracy and at the same time a reasonably short working-time due to the necessarily low number of references stars and plate constants.
This method could be applied to other cameras having approximately the same characteristics as the IAS one.

Key words: plate reduction — reference stars — test stars — polynomial transformations

1. Introduction

La présente recherche prolonge l'étude des méthodes de réduction dans le cas des clichés pris avec la caméra de triangulation IAS (Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique) de caractéristiques $f = 50$ cm, $\phi = 10$ cm, utilisée notamment pour déterminer les positions des nuages artificiels (clichés IAS 1, 2, 3 et 4) crées par cet Institut en Sardaigne, juillet 1969, dans le cadre de l'Organisation Européenne de la Recherche Spatiale (Charge utile S–64) (Debehogne, 1972) ou par le Max Planck Institut de Garching (Munich) («Barium Ion Cloud Project») en collaboration avec la NASA (Van Hemelrijck, 1972).
Un article précédent (Debehogne, 1970a) donnait la précision atteinte au moyen des trois formules de transformation comportant 6, 7 et 8 constantes du cliché et étudiées par la méthode des étoiles tests.
Dans l'exposé suivant, le même procédé, appliqué à 12 nouvelles formules, servira à déterminer celles qui, à la fois, donneront des résultats acceptables suivant les problèmes traités et ne demanderont qu'un travail minimum par le petit nombre d'étoiles de référence (ou de base) et de constantes du cliché nécessaires. On pourra l'extrapoler avec prudence aux instruments de mêmes caractéristiques.
Les calculs ont été réalisés sur ordinateurs IBM 1800 (IAS) et 360/44 (IRM).

2. Représentation conventionnelle des formules de transformation

a) Les polynomes exprimant les coordonnées standard X, Y en fonction des coordonnées mesurées x, y

$$X = \sum_{i+j=0}^{n} a_{ij} x^i y^i , \tag{1}$$

$$Y = \sum_{i+j=0}^{n} b_{ij} x^i y^j \tag{2}$$

(n entier positif, i et j entiers, positifs ou nuls), peuvent posséder des constantes du cliché a_{ij}, b_{ij} nulles. Pour représenter les formules (1) et (2).

1) Supposons i décroissant et j croissant dans $i+j=k$ ($0 \leqq k \leqq n$); ainsi chaque terme de (1) et (2) possède un numéro d'ordre égale à

$$N_0 = k(k+1)/2 + j + 1 . \tag{3}$$

2) Donnons une suite de nombres comportant:
n (degré des polynomes), p [nombre de termes omis dans (1)], q [nombre de termes omis dans (2)], p numéros croissants, N_0, des p termes supprimés dans (1), q numéros croissants, N_0, des q termes supprimés dans (2).

b) Exemple: la transformation:

$$X = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + \boxed{a_{11}xy} + \boxed{a_{02}y^2}$$

$$+ a_{30}x^3 + a_{21}x^2y + \boxed{a_{12}xy^2} + a_{03}y^3$$

$$Y = b_{00} + \boxed{b_{10}x} + b_{01}y + \boxed{b_{20}x^2} + \boxed{b_{11}xy}$$

$$+ b_{02}y^2 + b_{30}x^3 + \boxed{b_{21}x^2y} + b_{12}xy^2 + b_{03}y^3$$

dans laquelle les termes encadrés disparaissent, s'écrira: (3; 3, 4; 5, 6, 9; 2, 4, 5, 8).

Les polynomes complets du 3e degré (Muller, 1960) se désignent par (3; 0, 0). La valeur maximum de n étudiée vaut 7 (Debehogne, 1974).

3. But de la présente étude

a) En ce qui concerne la caméra de triangulation IAS

1. Trouver la meilleure formule pour réduire les clichés pris au moyen de la caméra IAS et en donner la précision attendue,
2. Déterminer le nombre d'étoiles de base minimum à prendre, donnant des positions à la précision la plus grande possible, compte tenu des erreurs de mesures, de catalogues, de champ, de répartition des étoiles de base,
3. Indiquer les précautions à prendre si on a des inquiétudes quant à la mauvaise répartition des étoiles de base, au champ étendu, aux mesures peu précises, à savoir:
recours à une formule plus compliquée,
utilisation d'un nombre supérieur d'étoiles de référence.
4. Montrer la nécessité d'équiper la caméra IAS d'un obturateur automatique pour augmenter la précision.

b) En général

1. Montrer l'inutilité ou la nécessité de certains termes dans les formules utilisées.
2. Essayer de chiffrer l'influence des mauvaises répartitions d'étoiles de base.
3. Établir la nécessité de l'utilisation d'étoiles tests pour déduire toute conclusion concernant la qualité des réductions.
4. Lier le nombre d'étoiles de base nécessaire au nombre d'inconnues (constantes du cliché).

4. Graphiques

Le procédé des étoiles tests a été détaillé précédemment (Debehogne, 1970). Rappelons que nous portons en ordonnées les moyennes arithmétiques des écarts en α (ascension droite) et en δ (déclinaison) sur les étoiles tests et sur les étoiles de référence, ainsi que les rapports des moyennes précédentes en α et δ en fonction du nombre d'étoiles de référence (base): quand les graphiques se rejoignent, nous obtenons le nombre optimum d'étoiles de référence et la précision que l'on peut espérer.

L'important écart en α sur le cliché IAS 2, s'explique par des erreurs de mesure résultant de la qualité inférieure des images stellaires imprimées en traits interrompus parallèles à l'axe des α.

Pour diminuer la longueur de l'article, nous avons renoncé à publier les nombreux graphiques constituant cette étude. On peut les obtenir en s'addressant à l'Institut d'Aéronomie Spatiale, Avenue Circulaire, 3, Bruxelles 1180.

5. Conclusions

De la considération des graphiques, il résulte que:

a) En ce qui concerne la caméra IAS

1. La formule (1; 0,0) ou formule de Turner, liant les coordonnées standard aux coordonnées mesurées par des équations linéaires et souvent utilisées (Smith, 1963; Lloyd, 1971) pour déterminer l'altitude des nuages artificiels, ne donne pas de bons résultats (écarts en α et δ de l'ordre de la minute d'arc): la caméra IAS ne présentant pas de distorsion (Debehogne, 1970a), ces écarts résultent d'autres phénomènes perturbateurs. On retiendra la formule (2; 0,0) dans la majorité des cas, vu les excellents résultats obtenus pour un petit nombre d'étoiles de référence.

La formule (3; 0,0) donnant également de bons résultats, on l'utilisera quand les résidus de la formule (2; 0,0) paraîtront pouvoir être ainsi améliorés dans le cas où la nécessité d'une plus grande précision se fera sentir pour un problème particulier; on obtient un gain de temps à l'ordinateur de l'ordre de 20% par l'utilisation de la formule (2; 0,0) au lieu de (3; 0,0): c'est la raison, avec le gain sur le nombre d'étoiles, de la préférence accordée à (2; 0,0).

2. Le nombre d'étoiles de référence minimum à prendre vaut 12 ou 14 en utilisant cette dernière formule.

3. En cas de mauvaise répartition des étoiles de base, on prendra la formule (3; 0,0) avec 18 ou 20 étoiles de référence.
4. Cette année, un obturateur automatique complète la caméra de triangulation IAS, augmentant ainsi la qualité des images stellaires et, de là, la précision des mesures. L'étude détaillée de réductions de nouveaux clichés actuellement en cours, prolongera le présent travail et sera présentée ultérieurement.

b) En général

1. Dans les transformations donnant X en fonction des coordonnées mesurées, les termes $a_{02}y^2$, conformément à la théorie (Debehogne, 1968), $a_{20}x^2$ et $a_{11}xy$, par suite de la faible erreur de perpendicularité de la caméra IAS et dans le cas de petites erreurs de centrage (étoile origine voisine de l'axe optique), se revèlent peu utiles [formules (2; 1,1; 6,6), (2; 1,1; 6,5), (2; 1,1; 6,4), (2; 1,1; 5,6), (2; 1,1; 5,5) et (2; 1,1; 5,4)]; par contre, les termes a_{00}, $a_{10}x$ et $a_{01}y$ sont indispensables.
Dans Y en fonction des x et y, les termes $b_{20}x^2$ (théorie). $b_{11}xy$ et $b_{02}y^2$ (cas d'erreurs faibles) sont peu utiles; par contre les termes b_{00}, $b_{10}x$ et $b_{01}y$ restent indispensables.
Cependant, la formule (2; 1,1; 6,4), qui, théoriquement, devrait équivaloir à la formule (2; 0,0) quant à la résorption des erreurs de centrage et de non perpendicularité, donne des résultats moins bons dans 50% des cas. Provisoirement nous attribuons ce fait aux dangers d'une application aveugle de la méthode des moindres carrés. Certains spécialistes de cette théorie en connaissent quelques lacunes mais le problème, d'ailleurs très difficile, n'a jamais été qu'abordé mathématiquement et non complètement résolu. C'est pour résoudre expérimentalement cette difficulté que nous attribuons, à défaut d'une théorie adéquate, une valeur de contrôle à la méthode des étoiles tests que nous avons systématiquement utilisée.
2. L'influence des «mauvaises» répartitions d'étoiles de référence se chiffre: dans le cas des formules (2; 0,0) et (3; 0,0), à environ 4″ en α et 3″ en δ; dans le cas des formules de moins bon rendement, certaines de ces «mauvaises» répartitions donnent paradoxalement de meilleurs résultats, cependant bien moins favorables que ceux de (2; 0,0) et (3; 0,0) ce que nous attribuons aux dangers de la méthode des moindres carrés.
3. Pour un petit nombre d'étoiles de référence, la nécessité de l'utilisation d'étoiles tests, sur lesquelles on calcule la moyenne arithmétique des écarts aux catalogues (erreur externe) plutôt que de s'en tenir à la moyenne arithmétique des écarts sur les étoiles de référence (erreur interne), résulte de la non-coïncidence des lignes représentatives de ces moyennes en fonction du nombre d'étoiles de référence; cette non-coïncidence peut même exister lorsque ce nombre est plus grand.
4. Le nombre d'étoiles de référence sera choisi supérieur à deux fois le nombre de constantes du cliché pour les formules les meilleures; dans le cas de formules moins adéquates, le nombre d'étoiles de référence devra valoir trois fois au moins le nombre de constantes du cliché (rappelons que cette conclusion s'applique seulement à des instruments ayant une distance focale de l'ordre de 50 cm; pour l'astrographe double de Zeiss de l'ORB à Uccle, dont la distance focale vaut 2 m, le nombre d'étoiles de référence pouvait ne pas dépasser 10 dans le cas de la formule à 8 constantes ou de l'homographie linéaire) (Debehogne, 1970b).

Bibliographie

Debehogne, H. 1968, *Bull. Classe Sci. Acad. Roy. Belg.* 5e série, **54**, 1434
Debehogne, H. 1970a, *Astron. & Astrophys.* **8**, 189
Debehogne, H. 1970b, *Trans. Cospar* **7**, 107
Debehogne, H., Van Hemelrijck, E. 1972, *Bull. Classe Sci. Acad. Roy. Belg.* 5e série, **58**, 513
Debehogne, H., Van Hemelrijck, E. 1974, à publier dans *Acta Astron.*
Lloyd, K. H. 1971, WRE — Technical Note — 72 (WRϱD)
Muller, P., Barlier, F. 1960, *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris* **251**, 2886
Smith, F. J. 1963, *Planetary Space Sci.* **11**, 1311
Van Hemelrijck, E., Debehogne, H. 1972, *Ciel Terre* **88**, 292

H. Debehogne
Observatoire Royal de Belgique
Avenue Circulaire 3
B-1180 Bruxelles, Belgique

E. Van Hemelrijck
Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique
Avenue Circulaire 3
B-1180 Bruxelles, Belgique