

Plasmafysika*

dr. E. AERTS,

Belgisch Instituut voor Ruimte-Aëronomie, Brussel



Dr. E. Aerts, geboren te Anwerpen in 1926. Licentiaat in de Wiskundige Wetenschappen, Gent 1950, Licentiaat in de Natuurkundige Wetenschappen, Gent 1957, Doctor in de Natuurkundige Wetenschappen, Gent 1960. Was achtereenvolgens leraar in wis- en natuurkunde aan de Koninklijke Atheneën, assistent bij het I.W.O.N.L.,

assistent bij de Rijksuniversiteit te Gent, Hoofd van het Fysisch Laboratorium van de Société des Mines et Fonderies de Zinc de la Vieille Montagne (fabrieken te Balen-Wezel) en is thans sedert 1.3.1965, assistent bij het Belgisch Instituut voor Ruimte-Aëronomie.

1. INLEIDING

1.1. Wat is een plasma?

Wanneer men een vaste stof opwarmt, zal zij achtereenvolgens smelten en verdampen. Houdt men dit gas in een afgesloten ruimte gevangen en drijft men de temperatuur verder op, dan zullen op een zeker ogenblik de gasmolekulen uiteenvallen in de individuele atomen waaruit ze opgebouwd zijn. Bij verdere verwarming zullen, bij temperaturen van de orde 3000-5000° K, nieuwe processen optreden welke rechtstreeks verband houden met diepergaande veranderingen in de atoomstructuur. Bij hoge temperaturen wordt namelijk de binding der buitenste elektronen losser en kunnen zij tijdens een botsing weggerukt worden, een positief geladen deeltje achterlatend: het ion. Te beginnen met een bepaalde temperatuur gaat het oorspronkelijk elektrisch niet reaktieve gas een aantal ionen en elektronen bevatten, waarvan het aantal sterk gaat toenemen met de temperatuur. Van zodra het gedrag van het gas bepaald wordt door de aanwezigheid van deze geladen deeltjes, spreekt men van een plasma. Sommige auteurs willen echter de term plasma voorbehouden aan een volledig geïoniseerd gas.

De term plasma, thans gebruikt om wat men noemt de 'vierde aggregatietoestand' van de materie te beschrijven, kreeg burgerrecht in de natuurkunde door Langmuir¹. Hij duidt dus op een gasachtige verschijningsvorm, waarin een niet gering aantal deeltjes geïoniseerd zijn, doch welke in zeer veel gevallen met een zeer goede benadering als een vloeistof kan beschreven worden. De plasmatoestand wordt op zichzelf uitermate belangrijk wanneer hij onderworpen wordt aan elektrische en magnetische velden.

1.2. Voorkomen in de natuur

Het merendeel der materie in het heelal veropenbaart zich onder de vorm van plasma. Deze toestand moet dus als normaal beschouwd worden, terwijl de gasvormige, de vloeibare en de vaste toestand als hoogst zelden voorkomende eigenaardigheden der materie op te vatten zijn. Immers, door de heersende temperaturen is de materie van de meeste sterren volkomen geïoniseerd. Het zijn niet enkel deze laatste welke opgebouwd zijn uit plasma, ook de interstellaire ruimte is er mee gevuld. Dit wordt onrechtstreeks aangetoond door de polarizatie van de straling uitgezonden door de sterren. Deze blijkt immers niet afhankelijk te zijn van de aard van de bron, maar wel van de afstand die de straling aflegde vooraleer ons te bereiken. Een rechtstreeks en overtuigend bewijs van de aanwezigheid van plasma's buiten de sterren wordt geleverd door de metingen verricht door de interplanetaire

ruimtecapsules zoals o.a. de Interplanetary Monitoring Platform (I.M.P.). Het interplanetair plasma bestaat hoofdzakelijk uit protonen en elektronen en wordt op ononderbroken wijze door de zon uitgestoten. Het reageert op ieder ogenblik met de aardse dampkring en ligt vermoedelijk aan de basis van talloze atmosferische verschijnselen waartoe ook het noorderlicht behoort. Ook de atmosferen van de planeten blijken hoofdzakelijk uit plasma te bestaan. Dit is o.a. het geval voor Jupiter en is in het bijzonder bevestigd geworden door de waarneming van de synchrotronstraling, uitgezonden door deze planeet. Het is met de bedoeling de verschijnselen te verklaren welke zich in de aardse ionosfeer afspelen, dat de plasmafysika bestudeerd wordt aan het Belgisch Instituut voor Ruimte-Aëronomie.

2. FYSISCH EIGENSCHAPPEN DER PLASMA'S

2.1. Vorming van een plasma

2.1.1. In de praktijk gebeurt de productie van een plasma enigszins anders dan dat het in de inleiding intuïtief voorgesteld werd. Er volgt nu een meer gedetailleerde bespreking van enkele der meest gebruikelijke procédés.

2.1.2. Gasontlading in een elektrostatisch veld

Een plasma kan ontstaan door ionizatie van een gas onder invloed van een elektrostatisch veld, wanneer de gemiddelde vrije weglengte der ionen kleiner is dan de afstand der elektroden. Onder de gemiddelde vrije weglengte verstaat men de gemiddelde afstand tussen twee opeenvolgende botsingen van plasmadeeltjes. Vrije elektronen, waarvan de oorsprong te zoeken is in de exo-elektronen van de metalen elektroden, kunnen versneld worden onder invloed van het elektrische veld. Zij botsen tegen de gasmolekulen, ionizeren deze

* Voordracht gehouden voor het Instituut voor Theoretische Fysika van de Katholieke Universiteit te Nijmegen op 14 december 1965.

en maken hierdoor andere elektronen vrij die het proces gaan herhalen. In het laboratorium vergt deze methode sterke velden wegens het gebrek aan efficiënte ontstekers. De ontstane stroomintensiteiten zijn dan ook meestal laag. Op kosmische schaal kunnen zij echter zeer hoog oplopen. Bij deze processen vervullen geïoniseerde gasaarden van hoge dichtheid de rol van gloeikatode. In een afgesloten ruimte speelt daarenboven de wisselwerking met de wand een zeer belangrijke rol. Aangezien het plasma maar blijft bestaan zolang het elektrische veld aanwezig is, spreekt men ook van een niet onderhouden gasontlading. Een zeer gekend voorbeeld is de bliksem.

2.1.3. Gasontlading in een wisselveld

In plaats van het gas te ionizeren door een elektrostatisch veld kan men het ook onderwerpen aan een wisselveld. In dit geval wordt de wisselwerking met de begrenzendende wanden beperkt en kan het verschijnsel zichzelf onderhouden. Deze wijze om een plasma te vormen vergt minder sterke velden. Nochtans wordt bij geïsoleerde wanden de evenwichtstoestand evenwel beïnvloed door de elektrostatische ladingen die zich langs de wanden vormen. Onder deze categorie kan men de Townsend-ontladingen, gloeiontlading in gasbuizen en dgl. rangschikken.

2.1.4. Schokgolven

Schokgolven zijn eveneens in staat plasma's te veroorzaken. Hiertoe moet men een warm samengedrukt en bij voorkeur licht gas plotseling doen ontspannen in een relatief ijl, koel en bij voorkeur zwaar gas. Door deze ontspanning, bijv. ontploffing, krijgt het aangedreven gas een hoeveelheid van beweging waardoor de snelheid zo hoog kan oplopen dat een schokgolf ontstaat. Hierdoor kan het zware gas een zeer hoge temperatuur bereiken zoals volgende betrekking aangeeft:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\gamma_1(\gamma_2 + 1)^2}{2\gamma_2(\gamma_1 - 1)} \cdot \frac{m_2}{m_1} \quad (2.1.1)$$

waarin: T_1 de temperatuur van het samengeperste gas vóór de ontspanning,

T_2 de temperatuur in de schokgolf,

γ_1 de verhouding der specifieke warmten in het aandrijvende gas,

γ_2 de verhouding der specifieke warmten in het zware gas,

m_1 het moleculair gewicht van het aandrijvende gas,

m_2 het moleculair gewicht van het zware gas.

Voor het geval dat er waterstof en argon gebruikt worden, is de verhouding van de temperaturen zeer groot, nl. $T_2/T_1 = 250^3$.

2.1.5. Termonukleaire fusie

Plasma's kunnen ten slotte nog veroorzaakt worden door kernreacties zoals bij termonukleaire fusie.

2.2. Schokgolven

Gezien de zeer belangrijke rol welke schokgolven ver-

vullen bij plasma's, wordt hierover een weinig meer uitgeweid. Een schokgolf ontstaat wanneer een storing in een gasstroom zich met een supersonische snelheid voortplant. Per definitie⁹ is een schokgolf een gebied met zeer sterke gradiënten (temperatuur, dichtheid, snelheid) welke twee ruimtelijke gebieden scheidt, waarin de materie zich in een verschillende, maar uniforme toestand bevindt. De schokgolf heeft een dikte van slechts enkele vrije weglengten wanneer de voortplantingssnelheid enkele malen deze van het geluid bedraagt. Bij grotere snelheden kunnen chemische reacties optreden, welke de breedte kunnen vergroten. De temperatuur achter de schokgolf stijgt zeer snel met de voortplantingssnelheid. Om het nauwkeuriger uit te drukken: zij is nagenoeg recht evenredig met het kwadraat van het Mach-getal. Is de temperatuur voldoende hoog, dan wordt het gas geïoniseerd achter de schokgolf en ontstaat een plasma. Dit laatste kan bij zeer hoge temperaturen beginnen te stralen en zich relativistisch gedragen bij zeer hoge snelheden der schokgolf. Dit laatste is het geval wanneer zij van de orde van 10^8 m.s.⁻¹ zijn en temperaturen van de orde van 10^{10} K bereikt worden. Hierna volgen enkele gegevens welke betrekking hebben op schokgolven welke opgewekt werden in een waterstofgas van 0,1 Torr:

- begin dissociatie van de molekulen bij $6 \cdot 10^3$ m.s.⁻¹ (Mach-getal 5),
- volledige dissociatie van de molekulen bij $25 \cdot 10^3$ m.s.⁻¹ (Mach-getal 20),
- volledig ionisatie van de atomen bij $70 \cdot 10^3$ m.s.⁻¹ (Mach-getal 56).

In dit laatste geval bedraagt de temperatuur 25 000°K.

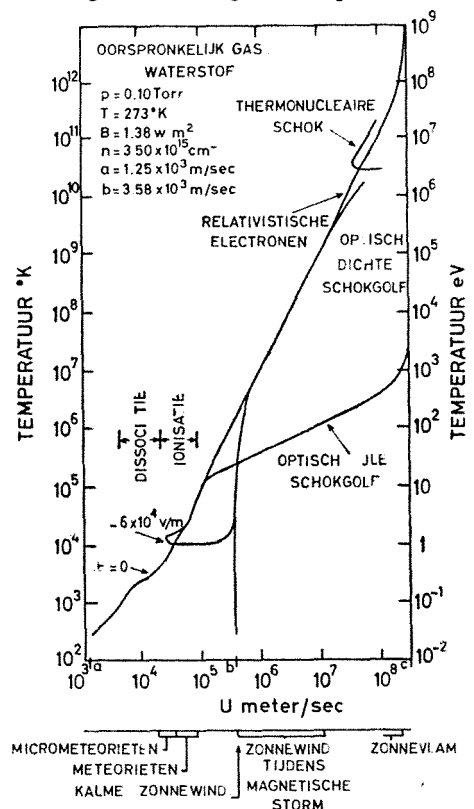


Fig. 1. Grafische voorstelling van het verband tussen de voortplantingssnelheid van een schokgolf en de opgewekte temperatuur. Men bemerkte de vertakkingen welke ontstaan door het optreden van elektrische velden en het onderscheid tussen optisch dichte en ijle schokgolven (naar R.A. Gross)

In fig. 1 heeft men een overzicht van het verband dat er bestaat tussen de temperatuur en de snelheid van de schokgolf. Tevens zijn de kosmische gebieden waar zij optreden aangeduid. Men bemerkt op deze figuur eveneens dat elektrische velden het verband tussen temperatuur en snelheid totaal kunnen wijzigen. De velden waarop de figuur betrekking heeft ontstaan spontaan vooraan de schokgolf wanneer deze zich verplaatst in een moleculair gas. Zoals reeds werd vermeld, kunnen zich in de schokgolf optische verschijnselen voordoen. De uitgezonden straling is meestal 'Bremsstrahlung'. Wanneer de vrije weglengte van het foton klein is vergeleken met de dikte van de schokgolf, spreekt men van een optisch dichte schokgolf. Deze laatste kunnen meestal niet in een laboratorium waargenomen worden, wegens het feit dat de vrije weglengte van het foton groter is dan de afmetingen van de apparatuur. Voor de bestudering van dergelijke feiten is men daarom aangewezen op de waarneming van astrofysische verschijnselen.

2.3. Plasmatrillingen

Een zeer fundamentele eigenschap der plasma's is het feit dat zij elektrisch nagenoeg neutraal zijn (kwasi-neutraliteit). Dit betekent, dat in ieder volume-element de ladingsdichtheid der positieve deeltjes de ladingsdichtheid van de negatieve deeltjes benadert, m.a.w.

$$\sum Z_i n_i \approx n_e + \sum Z_n n_n \tag{2.2.1}$$

- waarin : n_i de concentratie van de positieve ionen,
- n_n de concentratie van de negatieve ionen,
- n_e de concentratie van de elektronen,
- Z_i een geheel getal, dat het aantal elementaire ladingen van het positieve ion aanduidt,
- Z_n een geheel getal, dat het aantal elementaire ladingen van het negatieve ion aangeeft.

De kwasi-neutraliteit is een gevolg van de sterke coulombiaanse aantrekkingskrachten. Een geringe afwijking van deze neutraliteit veroorzaakt onmiddellijk zeer hoge elektrische velden welke de evenwichtstoestand onmiddellijk herstellen. Onderstellen we een neutraal plasma, bestaande uit evenveel protonen als elektronen, waarvan de concentratie n^0_e is. We kunnen het plasma dan voorstellen als bestaande uit twee in-eengestregelde wolken : één bestaande uit protonen en de andere uit elektronen. Onderstellen we nu dat we de elektronenwolk t.o.v. de ionenwolk verwijderen zoals in fig. 2 aangegeven is. Er ontstaat binnen de

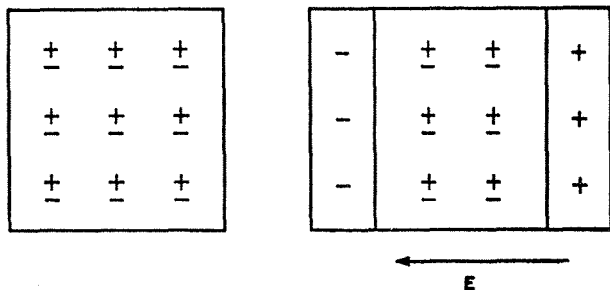


Fig. 2a. Kwasi-neutrale toestand van een plasma

Fig. 2b. Optreden van een elektrisch veld \bar{E} bij verstoring van de kwasi-neutrale toestand

geometrie van de laatste wolk een concentratieverandering van de elektronen. De nieuwe concentratie n_e wordt gedefinieerd als :

$$n_e = n^0_e + n^1_e \tag{2.2.2}$$

Tevens ontstaat een elektrisch veld \bar{E} . De vergelijkingen die het herstel van de oorspronkelijke toestand beschrijven, luiden na linearisatie in het systeem van Gauss :

a) de continuïteitvergelijking

$$\frac{dn^1_e}{dt} + n^0_e \operatorname{div} \bar{v} = 0 \tag{2.2.3}$$

b) de bewegingsvergelijking

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = - \frac{e}{m_e} \bar{E} \tag{2.2.4}$$

c) de vergelijking van Poisson

$$\operatorname{div} \bar{E} = - 4\pi en^1_e \tag{2.2.5}$$

Door eliminatie van \bar{v} en \bar{E} vinden we ten slotte :

$$\frac{d^2 n^1_e}{dt^2} + \frac{4\pi n^0_e e^2}{m_e} n^1_e = 0 \tag{2.2.6}$$

Hieruit blijkt dat de elektronenwolk een periodieke beweging gaat uitvoeren t.o.v. haar rusttoestand met een frekwentie ν_e^{pl} gegeven door :

$$(\nu_e^{pl})^2 = \frac{4\pi n^0_e e^2}{m_e \cdot 4\pi^2} = \frac{e^2 n^0_e}{\pi \cdot m_e} \tag{2.2.7}$$

Deze grootheid noemt men de plasmafrekwentie van de elektronen naar Langmuir. Ze is van fundamentele betekenis voor de plasmafysika. Ten opzichte van een onbeweeglijk referentiesysteem zou blijken, dat ook de protonenwolk een oscillerende beweging uitvoert om haar rusttoestand. Op dezelfde manier als voor de elektronen kan men een plasmafrekwentie voor de protonen definiëren :

$$(\nu_p^{pl})^2 = \frac{e^2 n_p}{m_p \cdot \pi} \tag{2.2.8}$$

Algemeen zal men voor een willekeurig ion kunnen schrijven

$$(\nu_i^{pl})^2 = \frac{Z^2 e^2 n_i}{m_i \cdot \pi} \tag{2.2.9}$$

De hier beschouwde trillingen bezitten de merkwaardige eigenschap dat ze niet dispersief zijn.

2.4. Plasma's in een magnetisch veld

Zoals reeds vroeger werd vermeld, zijn de belangrijkste plasmaverschijnselen waar te nemen in een magnetisch veld. De studie ervan kan beschouwd worden vanuit mikroskopisch standpunt, waarbij men het gedrag der individuele samenstellende elementen van het plasma beschouwt. Wenst men echter een idee te hebben over het totale gedrag van het plasma, zoals het zich bijv. aan een waarnemer voordoet, dan moet men zijn makroskopische eigenschappen bestuderen. Een bijzondere manier om deze laatste te behandelen is het plasma te assimileren aan een geleidende vloeistof. Het succes waarmee men volgens deze methode veel plasmaproblemen heeft opgelost, leidde tot een nieuwe wetenschappelijke discipline : de magneto-hydrodynamika. We zullen in de twee volgende paragrafen een bondig inzicht geven in beide standpunten.

3. GELADEN DEELTJES IN EEN MAGNETISCH VELD

3.1. Ongestoorde beweging

Hieronder verstaan we het geval dat een deeltje alleen onderworpen is aan een homogeen magnetisch veld. De bewegingsvergelijking luidt in geval van niet relativistische bewegingen

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{Ze}{c} \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.1.1)$$

- waarin \vec{p} : $m\vec{v}$ de hoeveelheid van de beweging is,
- m : massa van het deeltje,
- \vec{v} : de snelheid,
- c : de snelheid van het licht in vacuüm,
- Ze : de lading van het deeltje,
- \vec{B} : de magnetisch-veldvektor.

We ontbinden vervolgens \vec{v} in twee componenten :

$$\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp} \quad (3.1.2)$$

Hierbij is $\vec{v}_{//}$ de component van \vec{v} gericht volgens \vec{B} en \vec{v}_{\perp} deze loodrecht op \vec{B} . De bewegingsvergelijking 3.1.1 is de voorstelling van een gekombineerde beweging, nl. een schroeflijn. Deze bestaat uit een lineaire beweging evenwijdig met \vec{B} , en een circulaire in een vlak loodrecht op \vec{B} . Deze laatste is bepaald door de vergelijking :

$$m \omega^2 \vec{\rho} = \frac{Ze}{c} \vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \quad (3.1.3)$$

welke de projekte is van de reële beweging op een vlak π loodrecht op \vec{B} . Het middelpunt van deze beweging is het gyrationcentrum en de straal ρ is de gyrationstraal, zoals afgebeeld in fig. 3. Wegens

$$v_{\perp} = \omega \rho \quad (3.1.4)$$

leiden we uit 3.1.3 af :

$$\omega = \frac{ZeB}{mc} \quad (3.1.5)$$

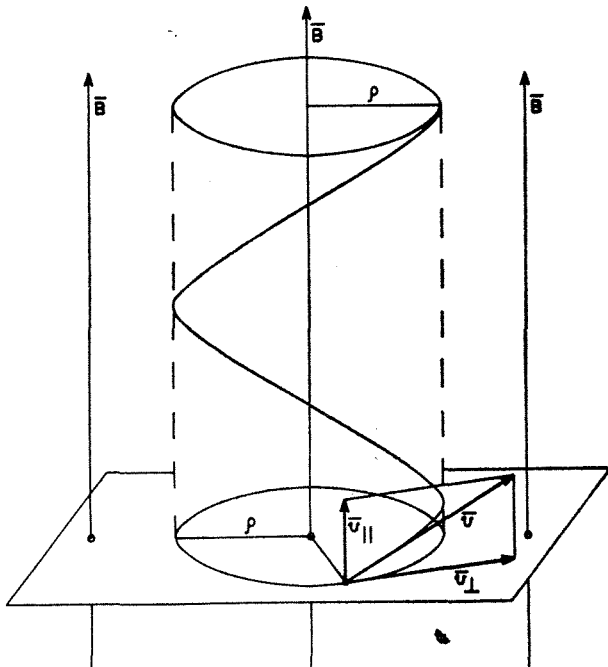


Fig. 3. Beweging van een geladen deeltje in een homogeen magnetisch veld. Ondersveld werd dat de aanvangssnelheid een hoek maakte met de krachtlijnen

$$\rho = \frac{m v_{\perp} c}{|Ze| B} \quad (3.1.6)$$

De uitdrukking

$$v_{\perp} = \frac{|\omega|}{2\pi} \quad (3.1.7)$$

noemt men de cyclotronfrequentie. Voor elektron en proton is deze respectievelijk :

$$v_{\perp e} = \frac{|e| \cdot B}{2\pi m_e \cdot c} \quad (3.1.8)$$

$$v_{\perp p} = \frac{|e| \cdot B}{2\pi m_p \cdot c} \quad (3.1.9)$$

3.2. Gestoorde beweging

Voor het geval dat krachten optreden welke van niet magnetische aard zijn, ofwel dat er zich lokale magnetische storingen voordoen, kan de beweging, naar het voorbeeld van Alfvén⁵, best beschreven worden aan de hand van een zgn. gidscentrum. Dit laatste wordt bepaald door volgende betrekking :

$$\vec{R} = \vec{r} + \vec{\rho} = \vec{r} + \frac{c}{ZeB^2} \vec{p} \times \vec{B} \quad (3.2.1)$$

De beweging van het deeltje wordt nu gedefinieerd door volgende vergelijking :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f} + \frac{Ze}{c} \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.2.2)$$

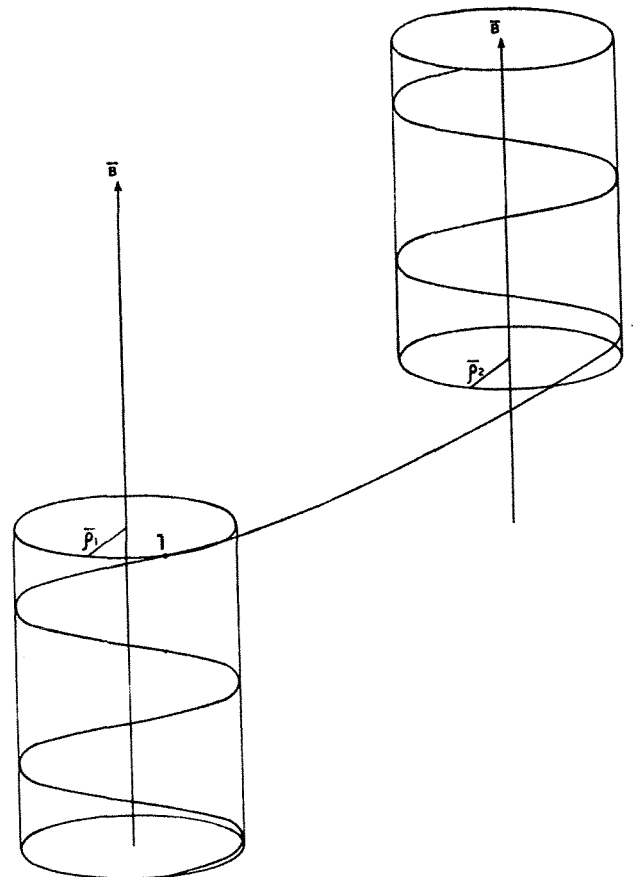


Fig. 4. Verplaatsing van een geladen deeltje in een homogeen magnetisch veld onder invloed van een tijdelijke storende kracht welke niet van magnetische oorsprong is

waarbij onder \vec{f} alle mogelijke niet magnetische krachten moeten verstaan worden en \vec{r} de plaatsvektor van het deeltje. Door differentiatie van vergelijking 3.2.1 vinden we voor het geval dat de storing het gevolg is van niet magnetische krachten in een homogeen konstant magnetisch veld :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} + \frac{c}{ZeB^2} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} \times \vec{B} \quad (3.2.3)$$

Na substitutie van 3.2.2 in 3.2.3 bekomen we uiteindelijk :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_{//} - \frac{c}{ZeB^2} \vec{B} \times \vec{f} \quad (3.2.4)$$

De tweede term in het uiterst rechtse lid van 3.2.4 noemt men de drift : het is de snelheid waarmee het gidscentrum zich verplaatst loodrecht t.o.v. de krachtlijnen. De uiteindelijke beweging van een geladen deeltje kan als volgt beschreven worden : het gidscentrum voert een samengestelde beweging uit, enerzijds een verplaatsing evenwijdig met de krachtlijnen en anderzijds een verplaatsing loodrecht op de krachtlijnen. Het geladen deeltje volgt de beweging van het gidscentrum en tracht op ieder ogenblik, onder invloed van het magnetische veld, een cirkelvormige beweging uit te voeren in een vlak, loodrecht op de krachtlijnen, en waarin het zijn driftbeweging uitvoert. Dit wordt aanschouwelijk voorgesteld in fig. 4. Hierin moeten de kromtestralen ρ en ρ' verschillend ondersteld worden.

3.3. Adiabatische verandering van het magnetisch veld

We beschouwen nu het geval, dat het geladen deeltje zich verplaatst in een langzaam veranderend magne-

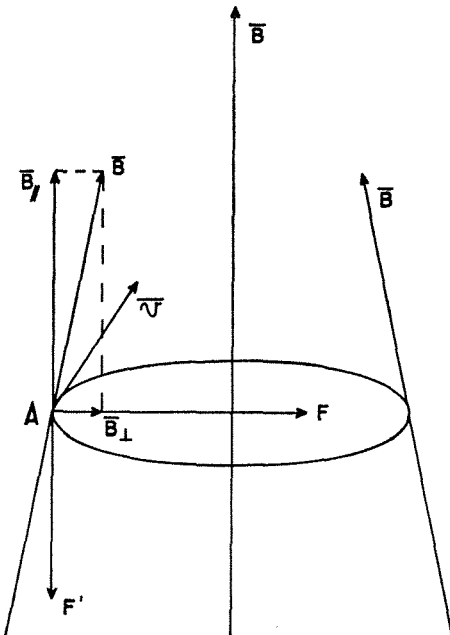


Fig. 5. Voorstelling der vectoren bij de beweging van een positief geladen deeltje in een konvergerend magnetisch veld

$$\vec{F} = \frac{\vec{v} \times \vec{B}_{//}}{c} \text{ is een centripetale kracht.}$$

$$\vec{F}' = \frac{\vec{v} \times \vec{B}_{\perp}}{c} \text{ stuurt het deeltje terug.}$$

tisch veld. Deze verandering kan zowel ruimtelijk als tijdelijk zijn. Een voorbeeld van een adiabatisch veranderend magnetisch veld in de ruimte wordt voorgesteld door fig. 5. Het gaat hier om een konvergerend magnetisch veld. Onderstellen we dat een positief geladen deeltje zich rond een centrale krachtlijn beweegt waarvan de centrale vektor \vec{B} de ogenblikkelijke richting aanduidt. Het veld in A kan ontbonden worden volgens de componenten \vec{B}_{\perp} en $\vec{B}_{//}$. De component $\vec{B}_{//}$ veroorzaakt de centripetale kracht \vec{F} welke het deeltje op zijn circulaire baan houdt.

De component \vec{B}_{\perp} , loodrecht op de centrale veldvektor, geeft daarentegen aanleiding tot de Lorentzkracht \vec{F}' welke het deeltje in zijn rechtlijnige beweging zal afremmen en ten slotte zal doen terugkeren. Men spreekt dan van zgn. magnetische spiegels, doordat het geladen deeltje teruggestuurd wordt naar de ruimte waarin het zich bewoog. Bovenstaande vaststellingen zijn van zeer grote betekenis voor de verklaring van talrijke verschijnselen welke zich afspelen in plasma's. Zij hebben o.a. toegelaten een verklaring te geven voor het bestaan van de Van Allen-stralingsgordels. Geladen deeltjes, mogelijk afkomstig van de zon, kunnen volgens deze manier gevangen worden door het geomagnetische veld. Inderdaad, het dipoolveld van de aarde vertoont aan beide magnetische polen een verhoogde veldsterkte (verhoogde concen-

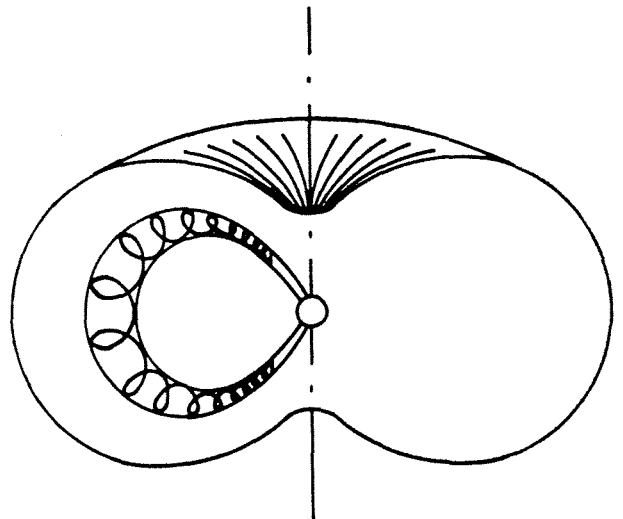


Fig. 6. Voorstelling van de beweging der geladen deeltjes in het geomagnetische veld

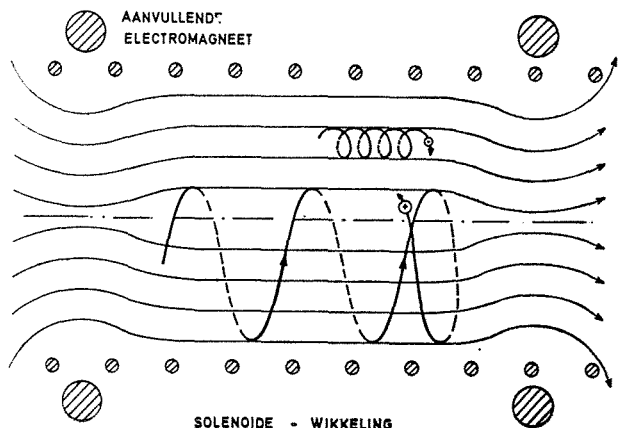


Fig. 7. Magnetische spiegels (naar R. Jancel en T. Kahan)

tratie der veldlijnen). De deeltjes die terecht komen in het geomagnetische veld, worden onder invloed van hun hoeveelheid van beweging naar een der polen gedreven. Door de aldaar heersende toegenomen veldsterkte worden ze teruggekaatst en zetten ze hun baan voort naar de andere pool, terwijl ze almaar door cirkelen om de krachtlijnen. Daarenboven voeren ze een driftbeweging uit om de aarde. Deze beweging wordt voorgesteld in fig. 6. Op analoge overwegingen is het principe van de zgn. 'magnetische fles' van de termonucleaire reacties gesteund. Aangezien bij de fusieverschijnselen zulke hoge temperaturen bereikt worden, is aanraking van het plasma door gelijk welke grondstof uitgesloten. Anderzijds brengt de afkoeling van de wanden zoveel energieverlies met zich mee, dat het plasma instabiel zou worden. Men is aldus gaan uitkijken of er geen mogelijkheid bestaat om het plasma magnetisch te begrenzen door het in een magnetische fles op te sluiten zoals door fig. 7 voorgesteld wordt. Dit probleem is echter verre van opgelost. Een mathematische analyse³ toont aan, dat in het geval van de tekening geen stabiel plasma kan bekomen worden.

4. MAGNETOHYDRODYNAMIKA

4.1. De fundamentele vergelijkingen

De gedachte die aan de basis ligt van de magnetohydrodynamika - gewoonlijk afgekort tot MHD - is de vergelijkingen van Maxwell te koppelen aan de vergelijkingen van de hydrodynamika. Hierdoor ontstaat een zeer ingewikkeld stelsel van differentiaalvergelijkingen welke expliciet luiden in het eenheidsstelsel van Gauss :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0 \tag{4.1.1}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\operatorname{grad} p - \frac{1}{8\pi\mu} \operatorname{grad} B^2 + \frac{1}{4\pi\mu} \vec{B} \cdot \operatorname{grad} \vec{B} + \vec{f} \tag{4.1.2}$$

$$\frac{d\vec{B}}{dt} + \vec{B} \operatorname{div} \vec{v} - \vec{B} \operatorname{grad} \vec{v} = \frac{c^2}{4\pi\mu\sigma} \operatorname{div} \operatorname{grad} \vec{B} \tag{4.1.3}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{4.1.4}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho \tag{4.1.5}$$

Voor het geval van een samendrukbaar plasma moet hierbij nog de warmtevergelijking beschouwd worden⁶ :

$$\rho \frac{dU}{dt} = \frac{p}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} + \varepsilon \tag{4.1.6}$$

hierin betekenen :

- ρ densiteit van het plasma ; het geheel van ionen ; elektronen, niet geïoniseerde atomen en molekulen waaruit het geheel is samengesteld ;
- v makroskopische snelheid van het plasma ;
- p druk ;
- B de magnetisch-veldsterkte ;
- \vec{f} de som der krachten welke niet van magnetische aard zijn ; hierin is eventueel de zwaartekracht begrepen ;
- μ magnetische permeabiliteit ;
- σ elektrische geleidbaarheid, welke eenvoudigheds halve in deze uiteenzetting isotroop ondersteld wordt ;
- U termische energie ;
- ε globaal warmte-effekt per volume-eenheid, te wijten aan warmtegeleiding, viskositeit en joule-effekt.

In vele gevallen drijft men de vereenvoudiging nog verder door te onderstellen dat het plasma een perfecte geleider is. In dit geval valt het tweede lid van vergelijking 4.1.3 weg. Uit vergelijking 4.1.2 blijkt de aanwezigheid van de term

$$-\frac{1}{8\pi\mu} \operatorname{grad} B^2 \tag{4.1.7}$$

welke de dimensies heeft van een kracht. Naar analogie met de hydrostatische krachten

$$\vec{f} = -\operatorname{grad} p \tag{4.1.8}$$

noemt men de grootheid

$$\frac{B^2}{8\pi\mu} \tag{4.1.9}$$

de magnetische druk. Deze betekent, dat wanneer men een hydrostatische druk op het plasma uitoefent, waardoor de krachtlijnen samengedrukt worden, het plasma reageert met een tegendruk gegeven door 4.1.9. Voor een veld van 5000 gauss is de magnetische druk nagenoeg gelijk aan één atmosfeer. De term $\vec{B} \operatorname{grad} \vec{B}$ daarentegen heeft de dimensies van een spanning met orde van grootte

$$\frac{B^2}{4\pi\mu} \tag{4.1.10}$$

en gericht volgens de krachtlijnen.

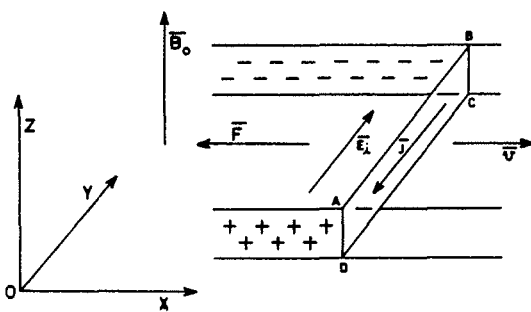


Fig. 8a. Ontstaan Alfvén-golven

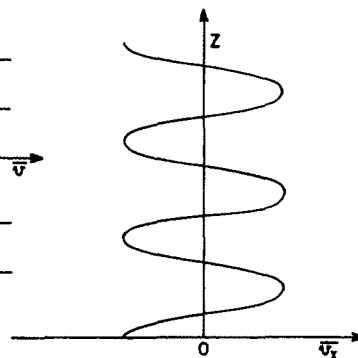


Fig. 8c. Diagram der Alfvén-snelheid

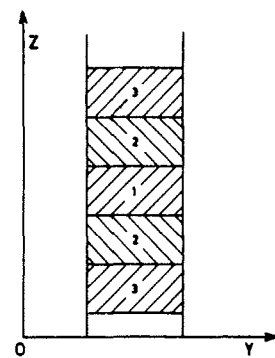


Fig. 8b. Doorsnede in het plasma volgens het yOz-vlak, met de voorstelling der verschillende bewegende gedeelten

4.2. Hydromagnetische golven

Ter illustratie van de fundamentele eigenschappen van de MHD zullen wij de voortplanting beschouwen van golven in een onsamendrukbaar plasma ⁷ met dichtheid ρ en dat zich in een homogeen magnetisch veld met sterkte \bar{B}_0 bevindt. We voeren een rechtshandig orthogonaal assenkruis in waarvan de z-as evenwijdig is met de veldvektor B (zie fig. 8). Onderstellen we nu dat in het plasma een onbegrensd prisma met doorsnede ABCD zich verplaatst met een snelheid v , evenwijdig met de x-as. Ten gevolge hiervan ontstaat een elektrisch veld \bar{E}_1 , gericht volgens de y-as, dat aanleiding geeft tot een stroom \bar{j} . Deze verwekt op zijn beurt een storing \bar{B} van het magnetisch veld en zal wegens het bestaan van de elektrische stroom een Lorentz-kracht veroorzaken,

$$\bar{F} = \frac{\bar{j}}{c} \times \bar{v} \quad (4.2.1)$$

welke zich tegen de beweging van het prisma gaat verzetten, maar tevens ook de aanpalende massa's in beweging tracht te brengen, waardoor de storing aan het ganse plasma meegedeeld wordt. Er ontstaan op die manier transversale golven, die zich gaan voortplanten evenwijdig aan \bar{B}_0 , met de snelheid

$$v_a = \sqrt{\frac{\bar{B}_0^2}{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot l}} \quad (4.2.2)$$

Deze golven worden betiteld als Alfvén-golven.

4.3. Ingevroren veldlijnen

De eenvoudigste vorm van Alfvén-golven bekomt men in de onderstelling van een homogeen, isotroop, dicht plasma zonder botsingen. We bekommen dan als resultaat

$$E_x = \frac{v_a}{c} \sin \omega \left(t - \frac{z}{v_a} \right) \quad (4.3.1)$$

$$b_y = \sin \omega \left(t - \frac{z}{v_a} \right) \quad (4.3.2)$$

$$v_x = - \frac{v_a}{B_0} \sin \omega \left(t - \frac{z}{v_a} \right) \quad (4.3.3)$$

$$i_x = \frac{c \omega v_a \rho}{B_0 z} \cos \omega \left(t - \frac{z}{v_a} \right) \quad (4.3.4)$$

Merken wij ten slotte op dat ingeval de magnetische krachtlijnen oorspronkelijk rechten waren vooraleer de storing optrad, deze thans sinusoiden worden met als vergelijking :

$$x - x_0 = \frac{v_a}{B_0 \omega} \cos \omega \left(t - \frac{z}{v_a} \right) \quad (4.3.5)$$

Differentiatie van x naar t levert de betrekking :

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{v_a}{B_0} \sin \omega \left(t - \frac{z}{v_a} \right) \equiv v_x \quad (4.3.6)$$

Dit betekent, dat de configuratie van de krachtlijnen t.o.v. een bewegend plasma onveranderd blijft ; m.a.w. het lijkt alsof de krachtlijnen solidair met het plasma geworden zijn. Vandaar de benaming : ingevroren krachtlijnen.

5. TECHNOLOGISCHE TOEPASSINGEN

5.1. De toegepaste wetenschappen zijn reeds voldoende gevorderd om belangrijke technologische verwezenlijkingen te verrichten. Wij citeren enkel de voornaamste ⁸.

5.2. Voortstuwing

Door gebruik te maken van het feit dat in een magnetisch veld een geladen deeltje onderworpen is aan een Lorentz-kracht kan men de stuwkracht van een raket vergroten. In fig. 9 is het principe, waarop een plasma-accelerator berust, aanschouwelijk voorgesteld. In een verbrandingskamer wordt een plasma opgewekt hetzij door chemische reactie, hetzij fysisch, hetzij elektrisch. Tijdens de uitlaat wordt dit plasma onderworpen aan elkaar diametraal kruisende elektrische en magnetische velden. De ontstane Lorentz-kracht veroorzaakt een versnelling van het plasma waardoor een verhoogde stuwkracht bekomen wordt.

5.3. Elektrische drijfkracht

In klassieke of nukleaire energiecentrales wordt de potentiële energie omgezet in elektrische door tussen-

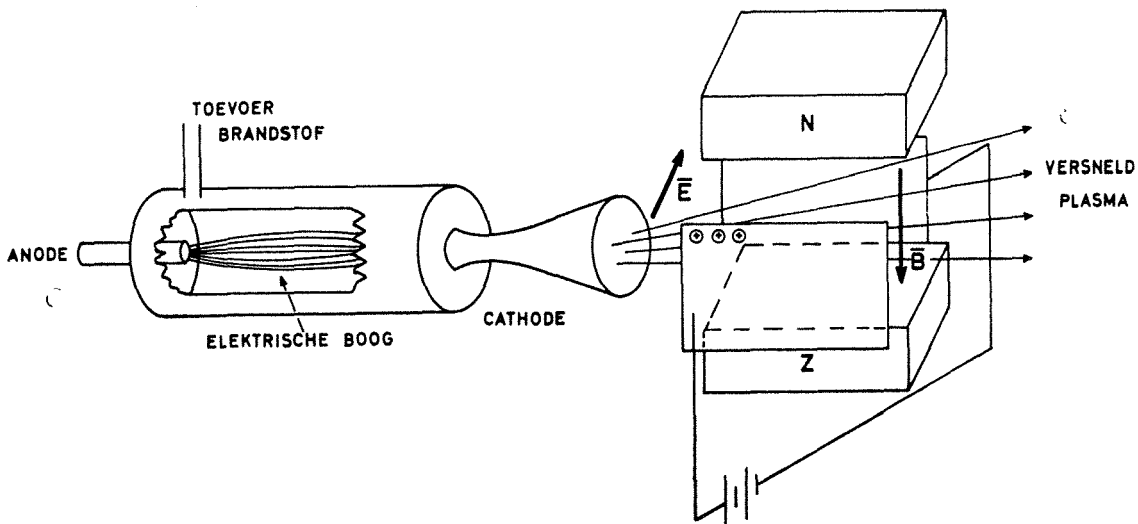


Fig. 9. Schematische voorstelling van een plasma-accelerator

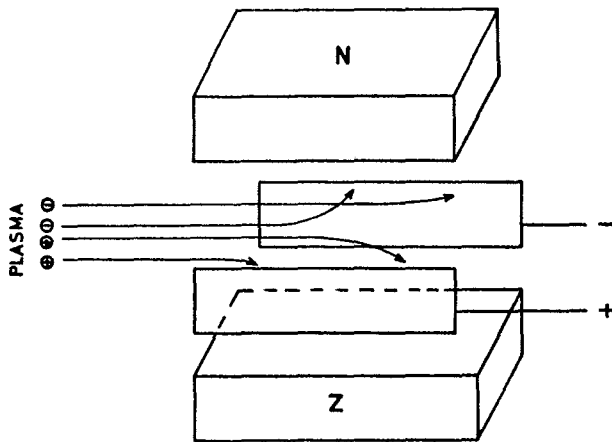


Fig. 10. Schematische voorstelling van een plasmagenerator

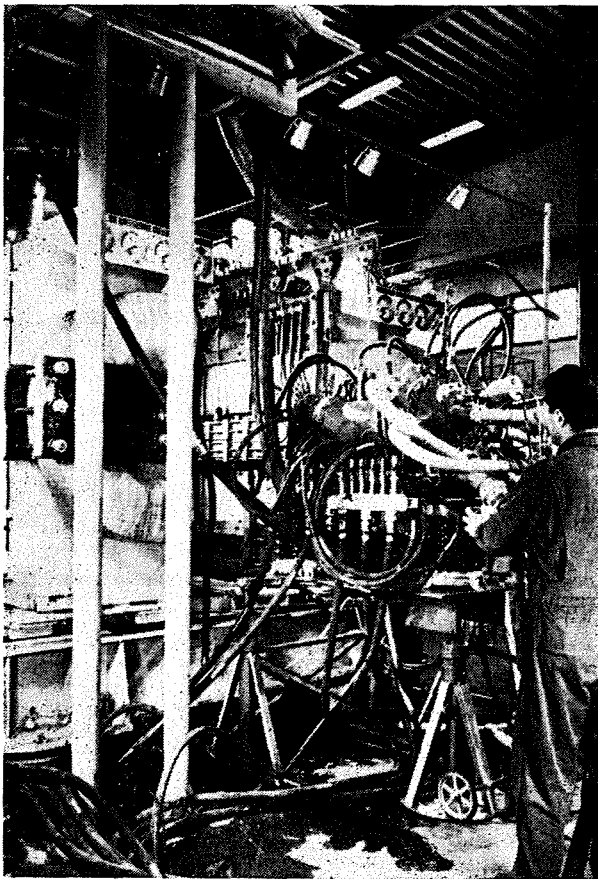


Fig. 11. Plasmagenerator in de proefcentrale te Les Renardières. De twee helften van de elektromagneet werden van elkaar verwijderd om de ligging van de reactiebuis te verduidelijken. De verbrandingskamer bevindt zich bij de man. De dikke buizen zorgen voor de brandstoftoevoer, de dunnere zijn buigzame slangen voor de afkoeling

komst van mechanische hulpmiddelen. Bij een plasmagenerator gebeurt de omzetting rechtstreeks. In fig. 10 is zo'n generator schematisch voorgesteld. Wanneer een plasmastrøm tussen de platen van een condensator wordt gedreven, zullen de elektrisch geladen deeltjes door een transversaal aangelegd magnetisch veld afgebogen worden onder invloed van de optredende Lorentz-kracht (Hall-effekt). Hierdoor worden de condensatorplaten tegengesteld opgeladen, waardoor in een uitwendige keten een stroom kan onder-

houden worden. Men kan op die manier een hogere werkingsgraad bereiken dan met de totnogtoe in zwang zijnde principes. In sommige landen, zoals bijv. in Frankrijk, heeft men al ver doorgedreven proeven gedaan steunende op dit principe. De figuren 11 en 12 geven enkele beelden weer van de proefcentrale te Les Renardières (Seine-et-Marne) verwezenlijkt door L'Electricité de France. Zij werkt met vloeibare brandstof en heeft een vermogen van 8 Mwatt. Het rendement is voorlopig nog maar beperkt tot 12 à 20 %, maar men hoopt dit te kunnen opdrijven tot 50 %.

5.4. Metaalbewerking

De bewerking van hoogsmeltende metalen wordt in hoge mate vergemakkelijkt door gebruik te maken van een plasmatoorts. Men kan van deze laatste ook gebruik maken om oppervlakken te metalliseren of te ontgassen.

5.5. Scheikunde

De chemische syntese van talrijke produkten in een boogoven is voldoende bekend om er niet verder over uit te weiden. Een ander merkwaardig voorbeeld van de toepassing der plasma's in de scheikunde is

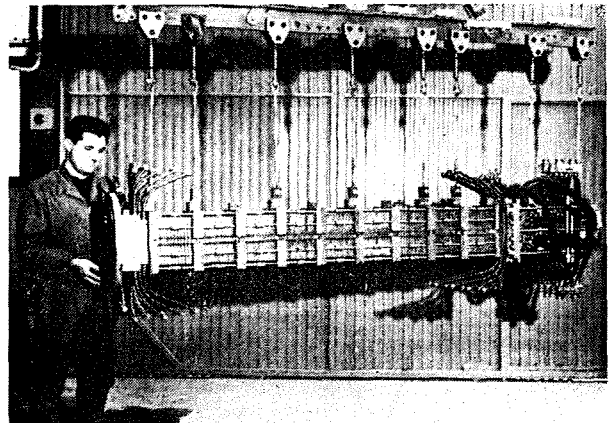


Fig. 12. Reactiebuis uit de proefcentrale te Les Renardières

een verassingsapparaat onlangs op de markt gebracht door Tracerlab. Het gaat om een vacuümkamer waarin het preparaat kan geplaatst worden en blootgesteld wordt aan een zuurstofplasma bij een druk van 1 torr en een temperatuur van 100°C gedurende één uur.

5.6. Telekommunikatie

Het belang van de ionosfeer voor de terugkaatsing van radiogolven is evenzeer een overbekend feit. Het is echter minder geweten dat een dergelijk verschijnsel hinderend is voor het onderhoud van de radioverbindingen met een ruimtecapsule wanneer deze terug in de dampkring komt. Door de wrijving ontstaat een plasma dat het tuig omgeeft en iedere kommunikatie met de buitenwereld onmogelijk maakt. Een der proeven met de Gemini-3 capsule was de vorming van dit plasmaschild te verhinderen. De ejection van water tijdens de intrede in de dampkring bleek gunstige resultaten op te leveren.

5.7. Verlichting

De thans veelvuldig gebruikte gasontladingsbuis is eveneens een praktische toepassing van de eigenschappen der plasma's.

5.8. Debietkontrolle

Het principe van drijfkrachtvoortbrenging kan met goed gevolg toegepast worden om het debiet van een vloeistofstroom te controleren wanneer deze laatste geleidend is, bijv. bij het transport van vloeibare metalen. Een elektrische stroom wordt in een uitwendige keten opgewekt op identieke manier als onder 1.3.2 werd uiteengezet. De verwekte stroom staat in een eenvoudig verband met het debiet.

5.9. Aërodynamika

Van de fundamentele eigenschappen van de plasma's kan gunstig gebruik gemaakt worden om de temperatuurgradiënten in de begrenzende luchtlagen van een voorwerp te wijzigen, bijv. door het aanbrengen van gepaste magnetische velden. Bovenstaande voorbeelden tonen voldoende aan in hoeverre de plasma's hun intrede in het dagelijkse leven en de techniek gedaan hebben. Dit belet echter niet dat de plasmafysika grotendeels beperkt blijft tot een theoretische studie, aangezien zich grote technologische moeilijkheden

voordoen bij de experimentele studie. Door het feit dat men thans in staat is satellieten in een baan te brengen in het atmosferische plasma, is men blijkbaar een stap dichter gekomen tot bevredigende waarnemingsmethodes.

Dankwoord

We beschouwen het als een aangename plicht het bestuur voor onderzoek en studie van 'L'Electricité de France' van harte te danken voor de dokumentatie betreffende de proefcentrale te Les Renardières (Seine-et-Marne).

Bibliografie

1. Langmuir, I. *Phys. Rev.* 33, 195, 1929.
2. Spitzer, L. Jr. *Physics of fully ionized gases*, Interscience Publishers Inc., New York 1956.
3. Thompson, W.B. *An introduction of plasma physics*, Pergamon Press, Oxford 1962.
4. Jancel, R., Kahan, T. *Electrodynamique des plasmas*, Dunod, Paris 1963.
5. Alfvén, H., Fälthamar, C.G. *Cosmical electrodynamics*, 2nd. edit., Clarendon Press, Oxford 1963.
6. Cowling, T.G. *Magneto-hydrodynamics*, Interscience Publishers, New York 1957.
7. Denisse, J.F., Delcroix, J.L. *Théorie des ondes dans les plasmas*. Dunod, Paris 1961.
8. Cambel, A.D. *Plasma physics and magneto-fluidmechanics*, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York 1963.
9. Gross, R.A. *Strong shock waves in Phys. Today*, 18, nr. 10, pp. 20-24, 1965.

BOEKBEOORDELINGEN

Die Erforschung des Weltraums mit Satelliten und Raumsonden

V.D.I.-Verlag, Düsseldorf 1966, 19 cm × 13 cm, 270 blz., talr. fig. Prijs geb. 18,80 DM.

Het boek is een samenbundeling van de verschillende artikelen verschenen in het VDI-Zeitschrift van 1964 tot einde 1965 en mag, niettegenstaande de snelle ontwikkeling op dit gebied, nog als up to date beschouwd worden.

Het begint met de fysische en astronomische beginselen van satellieten- en ruimtevluchten. Hierbij wordt niet enkel ons zonnestelsel behandeld, maar ook het drielichamenprobleem, in de achttiende eeuw als wiskundig onoplosbaar verklaard, maar tegenwoordig dank zij progressieve benadering door computers op te lossen. Dan volgen de studies van raketten, drijfwerken en brandstoffen (of beter gezegd, properegols, vaste en vloeibare), van de reaktietheorie, om over te gaan tot de volledige beschrijving van de menigvuldige Amerikaanse types overeenkomstig het beoogde doel. Het grote nut van het 'rendez-vous'-systeem wordt verklaard. Alle beschreven types zijn die van de U.S.A. Zoals ieder weet geven de Russen geen details over hun producties. Het waardevolle pionierswerk van de V-2 uit Peenemünde wordt vermeld, wat ook door een niet-Duitser eerlijk moet erkend worden.

Hoewel het boek vatbaar is voor een

universitair ingenieur, mag deze nochtans zijn analytische en toegepaste mechanica in de loop der jaren niet gedeeltelijk vergeten hebben!

ir. C. de Bièvre

Traffic estimation in urban transportation planning

K. Rask Overgaard. *The Danish Academy of Technical Sciences, Copenhagen 1966, 25 cm × 17 cm, 182 blz., talr. afb. Prijs ing. 20,— Zweedse Kroon.*

Dit boek is verschenen als nr. 37 van de deelreeks 'Civil Engineering and Building Construction Series' van de Acta Polytechnica Scandinavica, die gezamenlijk uitgegeven worden door de akademieën van de vier Scandinavische landen. Het is feitelijk een aangepaste vertaling van het proefschrift in het Deens waarop de schrijver in 1964 is gepromoveerd.

Hoofdzak van het proefschrift was waarschijnlijk hoofdstuk 6, waarin een Deense manier van programmeren van de gegevens wordt behandeld, met het oog op het elektronisch berekenen van de toekomstige verkeersbelasting van een wegenstramien. Daaraan gaan echter 140 blz. vooraf waarin de verschillende theorieën over de bronnen van verkeer, de ritproductie, de keuze van het vervoermiddel en de toedeling van de ritten aan het wegennet worden uiteengezet. Dit gedeelte is zeer degelijk compilatiewerk, gelukkig zonder de omslachtigheid die

sommige proefschriften moeilijk genieetbaar maakt.

Voor zover volledigheid bereikbaar is, mag men zeggen dat de literatuurlijst, met zijn 160 nummers, volledig is. Zelfs een Nederlandstalige publikatie van de Verkeerstechnische Dienst te Brussel is vermeld.

Deze uitgave kan dus als studieboek aanbevolen worden aan hem die zich in deze stof wil specialiseren. Ook hij die de stof beheerst kan uit dit boek waardevolle aanvullende gegevens putten.

ir. W.J.A. Rylant

Korrelations- und Regressionsanalyse

E. Hörs'er en F. Egermayer. *Verlag die Wirtschaft, Berlin 1966, 22 cm × 15 cm, 272 blz., 71 fig.*

'Ein Leitfadens für Ökonomen' is de ondertitel van dit werk; inderdaad, in elke wetenschap doet zich de behoefte voelen om de afhankelijkheid van bepaalde gebeurtenissen te beschrijven; in zulk geval doet men een beroep op de analyse van de korrelatie en de regressie.

De auteurs stellen alle problemen op een zeer eenvoudige wijze voor en gaan van eenvoudige problemen stapsgewijze over naar meer ingewikkelde; het boek bevat de basistheorie over de analyse van regressie en korrelatie zowel voor lineaire als voor niet lineaire gevallen.

Ook bespreken de auteurs grafische methodes en het probleem van de vertrouwsgrenzen, en besluiten met tafels van de belangrijkste verdelingswetten.

ir. J. De Fraine

(zie vervolg blz. 30)