

INSTITUT D'AERONOMIE SPATIALE DE BELGIQUE

3 - Avenue Circulaire
B - 1180 BRUXELLES

AERONOMICA ACTA

A - N°98 - 1972

**Formules de base pour la détermination de l'altitude
des nuages artificiels**

par H. DEBEHOGNE et E. VAN HEMELRIJCK

BELGISCH INSTITUUT VOOR RUIMTE-AERONOMIE

3 - Ringlaan
B - 1180 BRUSSEL

AVANT-PROPOS

L'article "Formules de base pour la détermination de l'altitude des nuages artificiels" par H. Debehogne et E. Van Hemelrijck paraîtra dans le Bulletin de l'Académie Royale de Belgique, Classe des Sciences.

FOREWORD

The article entitled "Formules de base pour la détermination de l'altitude des nuages artificiels" by H. Debehogne and E. Van Hemelrijck will be published in the Bulletin de l'Académie Royale de Belgique, Classe des Sciences.

VOORWOORD

Het artikel "Formules de base pour la détermination de l'altitude des nuages artificiels" door H. Debehogne en E. Van Hemelrijck zal verschijnen in de Mededelingen van de Koninklijke Academie van België, Klasse der Wetenschappen.

VORWORT

Dieses Artikel "Formules de base pour la détermination de l'altitude des nuages artificiels" durch H. Debehogne und E. Van Hemelrijck wird in die "Bulletin de l'Académie Royale de Belgique, Classe des Sciences" herausgegeben werden.

FORMULES DE BASE POUR LA DETERMINATION DE L'ALTITUDE DES NUAGES ARTIFICIELS

par

H. DEBEHOGNE et E. VAN HEMELRIJCK

Résumé

Une description de la méthode utilisée pour la détermination de l'altitude des nuages artificiels est présentée. Elle est appliquée aux nuages brillants qui furent observés vers 155 km et 275 km lors de 2 expériences réalisées en Sardaigne en 1969.

Abstract

Glowing clouds formed near 155 km and 275 km following the release of gaseous methane and oxygen were observed on photographs taken during the evening twilight. A detailed analysis of the altitude calculation is presented.

Samenvatting

Een beschrijving van de methode gebruikt voor het bepalen van de hoogte van kunstmatige wolken wordt weergegeven. Zij wordt toegepast op lichtgevende wolken die werden waargenomen op ongeveer 155 km en 275 km hoogte tijdens 2 proefnemingen verricht in Sardinië in 1969.

Zusammenfassung

Eine Beschreibung der Methode betreffs der Bestimmung der Auswufhöhe der Kunstliche Wolken werde behandelt. Diese Methode wurde angewandt auf leuchtende Wolken beobachtet auf ungefähr 155 und 275 km Höhe während 2 Experimenten in Sardinien in 1969.

1. INTRODUCTION

La première formation de nuages artificiels dans la haute atmosphère, grâce aux fusées sondes, fut réalisée par Edwards, Bedinger, Manring et Cooper (1955) à White Sands (New Mexico), à la suite d'une proposition de Bates (1950). Au cours des 10 ans qui suivirent, de nombreuses expériences ont été effectuées (Rosenberg, 1966) et les résultats obtenus intéressent de nombreux domaines : vitesse et direction des vents, coefficients de diffusion et température en fonction de l'altitude, composition chimique de l'atmosphère, constantes de vitesse de réaction, réflexion d'ondes radio-électriques à la suite de l'ionisation des constituants injectés dans l'atmosphère, dissipation de l'énergie des ondes acoustiques. L'observation de tels nuages n'est possible que si les gaz absorbent et réémettent le rayonnement solaire (fluorescence) ou réagissent avec les atomes ou les molécules de l'atmosphère pour créer des constituants rendus visibles par chemiluminescence.

Ainsi, l'altitude à laquelle ces divers phénomènes sont étudiés est un des paramètres fondamentaux de l'observation et est nécessaire pour procéder à une analyse correcte.

L'objet de cette note est de décrire la méthode qui a été utilisée pour déterminer l'altitude des nuages artificiels obtenus lors des expériences de l'Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique (IAS), réalisées dans le cadre de l'Organisation Européenne de Recherches Spatiales en Sardaigne (juillet 1969).

2. L'EXPERIENCE IAS DE SARDAIGNE (JUILLET 1969)

Les 6 et 13 juillet 1969, à partir de la base de lancement de fusées établie en Sardaigne, l'IAS a réalisé deux expériences, S 64-1 et 2, d'éjections de gaz dans la haute atmosphère.

Les fusées Skylark portèrent, à l'altitude voulue, des mélanges bien définis de méthane et d'oxygène pour obtenir leur explosion dans l'atmosphère éclairée par le Soleil, en vue de : détecter la luminescence de certains produits de réaction, de mesurer les températures atmosphériques (150 et 250 km) (Ackerman *et al*, 1971), de déterminer les coefficients de diffusion (Ackerman et Simon, 1971 ; Simon, 1971) et de calculer la direction et la vitesse

des vents à ces deux altitudes (Ackerman et Van Hemelrijck, 1971).

La charge utile comportait, dans sa partie supérieure, quatre cylindres à gaz, deux de méthane (pression 150 barr) et deux d'oxygène (pression 200 barr) et, dans sa partie inférieure, six bouteilles (trois de méthane et trois d'oxygène).

A 100 km d'altitude, on isola la partie supérieure. A 150 km, les bases de ses quatre bonbonnes furent sectionnées à l'aide de charges creuses circulaires étudiées et réalisées en collaboration avec les Poudreries Réunies de Belgique.

La partie inférieure suivait à quelques centaines de mètres de distance afin que l'explosion des quatre premières bouteilles n'affecte pas les six autres, toujours solidaires du moteur de la fusée.

A 250 km d'altitude (apogée), les six derniers cylindres explosaient à leur tour, la dépression solaire étant d'environ 10^0 .

Les figures 1, 2, 3 et 4 (où a et b désignent la première et la seconde explosion) donnent les copies positives de clichés pris au sol et sur lesquels se marquent les explosions, des parties de trajectoires des fusées, les nuages formés à basse altitude et les traînées d'étoiles.

L'obtention de tels clichés relève des techniques de la photographie des nuages artificiels ; leur exploitation exige la connaissance des méthodes de l'astrométrie photographique.

3. LA PHOTOGRAPHIE DES NUAGES ARTIFICIELS

3.1. Stations d'observation

La détermination de l'altitude d'un point par triangulation exige la connaissance de bases terrestres (latitudes, longitudes, altitudes, rayons du géoïde) et de directions (deux au



Fig. 1. - S 64-1 a et b vus de Monte Cardiga



Fig. 2.- S 64-1 a et b vus de Valico Nuraxi



Fig.3.- S 64-2 a et b vus de Monte Cardiga



Fig. 4.- S 64-2 a et b vus de Valico Nuraxi

moins) joignant les bases au point considéré. Le tableau I donne les coordonnées des stations de Sardaigne.

TABLEAU I : Coordonnées des stations d'observation de l'IAS.

Station	φ (lat.géogr.)	φ' (lat.géoc.)	λ (long.)	H(altitude)	ρ (rayon)
Monte Cardiga	39° 34'00''	39° 22'37''	9° 30'04''	676 m	6369,698 km
Valico Nuraxi	38° 56'32''	38° 45'12''	8° 48'31''	348 m	6369,967 km

La condition première d'obtention d'éléments angulaires valables réside dans le choix d'un équipement photographique adéquat.

3.2. Caméras

3.2.1. Choix d'une caméra

Au cours des quinze dernières années, diverses caméras ont été utilisées pour localiser des satellites ou des nuages luminescents créés dans l'atmosphère (Brown, 1962). Compte tenu de la distance focale, il est intéressant de comparer la précision obtenue par les diverses caméras, actuellement en service dans le monde, dont les principales sont énumérées au tableau II avec leurs caractéristiques essentielles.

Les deux caméras, utilisées lors de l'expérience S 64 pour déterminer l'altitude des nuages artificiels et réalisées à l'IAS (tableau II) possèdent une monture azimutale. Elles sont dépourvues de lunette guide et de mouvement d'entraînement.

La précision obtenue dans les conditions particulières de cette expérience est de 5''.

3.2.2. Installation des caméras aux stations d'observation

Des cercles gradués, solidaires du pied et de l'instrument mis en station, assuraient un pointage à 10' près dans la direction de visée prévue à partir des coordonnées des stations et de la trajectoire théorique des fusées.

TABLEAU II : Cameras d'observation.

Pays d'origine ou d'utilisation	Camera	Focale (mm)	Ouverture (mm)	Champ (°)	Précision (")	Remarques
URSS	NAFA-3s/25	250	100	30 x 50	4 à 6	
	NAFA-3c/25					
	UFISZ/3c					
	UFISZ-50	500	100			
	MK-75	750	200			
	AFU	736	210	10 x 14	1	
	FAS	480	250	7 x 10	1,5 à 3,0	
	VAU	700	500	5 x 30		
USA	Baker-Nunn	510	510	5 x 30	1	
	Markovitz	1015	178		5	
	BC-4	450	132	20 x 20	0,3	
	K-50	914	229	6,5 x 8,5		
	K-24	178	71	40 x 40		
	PC-1000	200	40	11 x 11		
FRANCE	K-37	305	122	20 x 20	2	Meudon
	K-37	305	122	20 x 20	1	Strasbourg
	Antares	600	200	16 x 16	1	Meudon
	Antares	900	300	11 x 11	0,6	Nice
	Schmidt	600	300			Télescope
	IGN	300	80	36 x 36	2	
ANGLETERRE	Hewitt	800	800	10(circ.)		Miroir
ALLEMAGNE EST	Zeiss	250	167		15	
	SBG	760	425	11(circ.)		
	Marek	964	200	3,5 x 4,7		Télescope
POLOGNE	Poznan-2	1000	140	6 x 8		
HOLLANDE	Schmidt	85	120	20(circ.)	14	
JAPON	Maksutov	717	420			
SUISSE	Schmidt	1040	390	6,6	1	Télescope.
SUEDE	Schmidt	678	380			Télescope
BELGIQUE	IAS	500	100	22 x 28	2	Obturbateur manuel

Références : Massevitch (1962), Massevitch et Losinsky (1970), Muller (1968), Schürer (1968).
Hewitt (1968), Debehogne (1970).

3.3. Films et plaques photographiques

Au cours d'une même expérience, la brillance du nuage et celle du fond continu varient parfois dans de telles proportions qu'il est nécessaire de prendre un large éventail de temps de pose. Les meilleures conditions de travail sont réunies lorsque le nuage observé est très contrasté par rapport au voile de la plaque et lorsque les images d'étoiles sont bien marquées sur un fond de ciel faible. Ces conditions ont moins de chance d'être réunies lors des tirs du matin puisqu'en même temps la luminosité du nuage diminue et la brillance du fond du ciel augmente (Blamont et Baguette, 1961).

Pour les deux caméras de triangulation de l'IAS, des plaques KODAK G de dimensions 20 cm × 25 cm ont été utilisées.

4. L'ASTROMETRIE PHOTOGRAPHIQUE

4.1. Aspects du problème

Entre les coordonnées équatoriales et les coordonnées mesurées idéales ou coordonnées standard, existe une transformation bien connue. Le problème de la réduction des clichés consiste à déterminer la transformation permettant de passer des coordonnées standard aux coordonnées mesurées réelles. Diverses méthodes s'appliquent à résoudre le problème (Arend, 1962 ; Debehogne, 1970).

4.2. Coordonnées standard

Les coordonnées standard, représentées à la fig. 5, sont définies de la manière suivante : soient

- O et A''OA, le centre et l'axe optique de l'instrument, A'' et A points du cliché et de la sphère céleste (de centre O et de rayon unitaire égal à la distance focale),
- xA''y, le plan focal, perpendiculaire à A''OA, contenant le cliché,
- AM et AN les axes rectangulaires du plan tangent en A à cette sphère,
- A''M' et A''N', les axes du cliché, inversement parallèles à AM et AN,
- X, Y les coordonnées de la projection B' d'un corps céleste dans le plan tangent, égales aux coordonnées x, y de son image B'' ; ce qui permet de considérer M'A''N' au lieu de MAN.

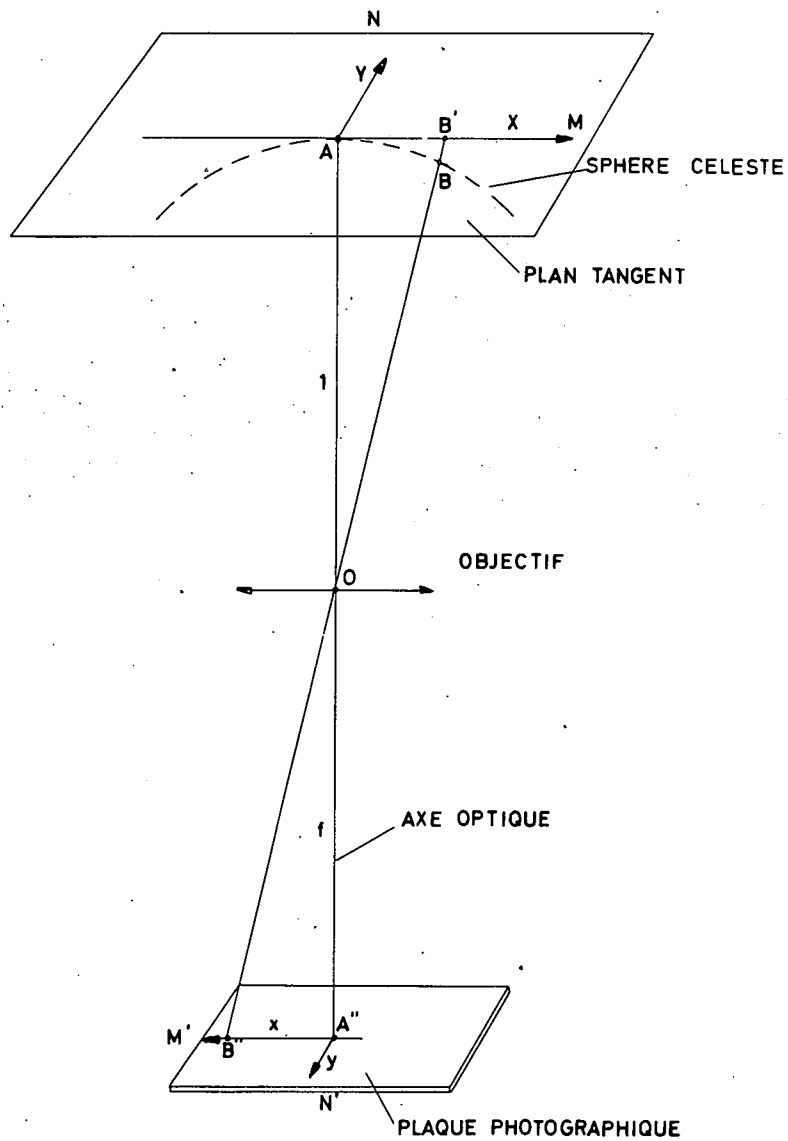


Fig. 5.- Le plan des coordonnées standard X, Y est tangent à la sphère céleste en A (de rayon unitaire et de centre O, centre optique de l'instrument). Cette figure matérialise la correspondance entre les coordonnées mesurées x, y et les coordonnées X, Y.

Dans ces conditions, X et Y sont appelées standards si (Turner, 1893) l'ascension droite et la déclinaison sont rapportées à un équinoxe bien défini (1950,0 actuellement), si l'axe Y est orienté positivement vers la projection P' du pôle céleste P (fig. 6) et si l'axe X est orienté positivement vers l'est.

Les projections centrales E et E' (centre O) d'un astre sur la sphère céleste et dans le plan tangent, ainsi que les coordonnées équatoriales de E et A, a , δ , a_0 et δ_0 , sont représentées à la fig. 6. Les relations connues de transformation des coordonnées équatoriales a , δ , en les coordonnées X, Y, s'écrivent :

$$X = \frac{\sin(a - a_0) \cos \delta}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos(a - a_0)} \quad (1)$$

$$Y = \frac{\sin \delta \cos \delta_0 - \cos \delta \sin \delta_0 \cos(a - a_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos(a - a_0)} \quad (2)$$

Les formules inverses s'expriment par

$$\operatorname{tg}(a - a_0) = \frac{X}{\cos \delta_0 - Y \sin \delta_0} \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\cos(a - a_0) (\sin \delta_0 + Y \cos \delta_0)}{\cos \delta_0 - Y \sin \delta_0} \quad (4)$$

4.3. Les coordonnées mesurées

Par suite des effets de distorsion, d'aberration, de réfraction, de non-coïncidence de l'origine et du pied de l'axe optique dans le plan des mesures, de la non-perpendicularité de cet axe et de ce plan, d'une orientation quelconque des axes de l'instrument de mesure, de modification de la couche sensible, etc..., les coordonnées standard diffèrent des coordonnées mesurées.

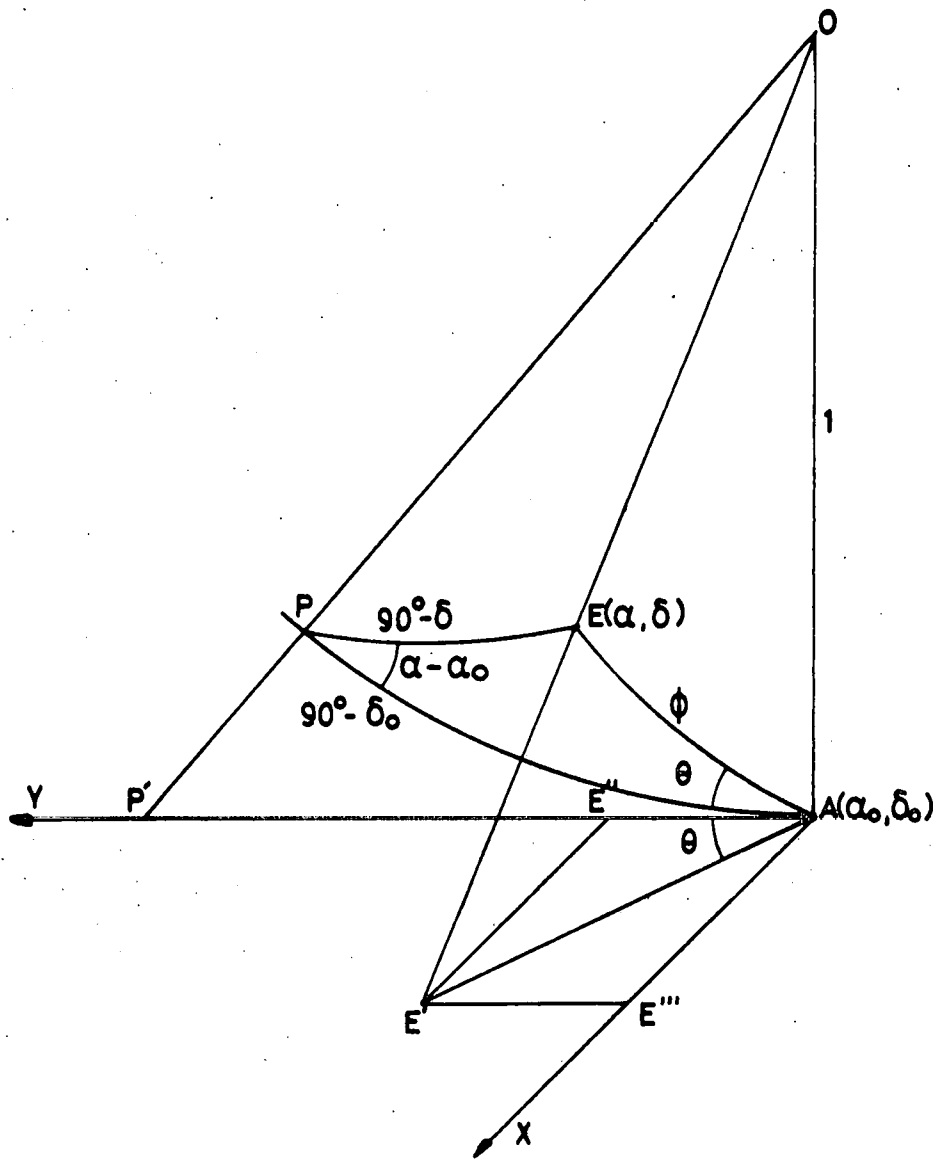


Fig. 6.- Les coordonnées standard $E''E'$ et $E'''E'$. On voit sur la figure qu'elles peuvent s'appeler coordonnées mesurées idéales car le plan YAX peut être considéré comme le plan du cliché, les axes de l'instrument de mesure coïncidant avec AX, AY (ce qui n'a pas lieu dans la réalité, voir théorie des erreurs).

La transformation polynomiale des coordonnées mesurées x, y en les coordonnées standard X, Y s'exprime d'une façon générale par les relations :

$$X = \sum_{i+j=k=0}^n a_{ij} x^i y^j, \quad Y = \sum_{i+j=k=0}^n b_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

n, i et j entiers, i décroissant et j croissant dans $i + j = k$; les a_{ij} et b_{ij} , dont certains peuvent être nuls, sont appelés constantes du cliché bien qu'à priori ils soient inconnus. Les différents effets signalés ci-dessus seront étudiés séparément de façon à déterminer leur contribution respective à ces formules, c'est-à-dire quels sont les a_{ij} et b_{ij} qui ne peuvent être nuls pour résorber ces erreurs et quelles sont les liaisons éventuelles entre certaines de ces constantes du cliché.

Nous présentons un bref aperçu des connaissances actuelles en la matière ainsi que notre contribution en ce qui concerne l'erreur de centrage, l'aberration et la distorsion.

4.3.1. L'erreur d'orientation

Par suite de l'orientation quelconque des axes de l'instrument de mesure, à l'exclusion d'autres erreurs, les formules de transformation s'écrivent :

$$X = a_{10}x + a_{01}y \quad (6)$$

$$Y = b_{10}x + b_{01}y \quad (7)$$

où les a_{ij} et b_{ij} représentent des fonctions trigonométriques de a , angle des deux systèmes de coordonnées. S'il n'y a pas d'erreur d'orientation, $a_{10} = b_{01} = 1$ et $a_{01} = b_{10} = 0$.

4.3.2. La non-perpendicularité des axes

Si les axes x et y ne sont pas perpendiculaires, la transformation prend la même forme qu'en (6) et (7), les coefficients a_{ij} et b_{ij} étant maintenant fonctions de l'angle marquant le

défaut de perpendicularité.

$$X = a_{10}x + a_{01}y \quad (8)$$

$$Y = b_{10}x + b_{01}y \quad (9)$$

Bien que l'expression analytique des coefficients de (6), (7) et (8), (9) diffère, on conserve la même notation. Il en sera de même dans la suite pour alléger le texte.

4.3.3. L'erreur de centrage

L'erreur de centrage comprend l'erreur due à la non-coïncidence de l'axe optique et de la perpendiculaire menée au plan du cliché par le centre optique de l'instrument (tilt error) et l'erreur due à la non-coïncidence du pied de cette perpendiculaire avec l'origine des coordonnées mesurées (erreur de centrage proprement dite).

Pour un champ très petit, les relations tenant compte de ce défaut s'écrivent :

$$X = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y \quad (10)$$

$$Y = b_{00} + b_{10}x + b_{01}y \quad (11)$$

sans tenir compte des termes du second ordre.

Par une méthode de dérivation logarithmique, Debehogne (1968) a exprimé cette erreur sans négliger aucun terme :

$$X = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + a_{11}xy \quad (12)$$

$$Y = b_{00} + b_{10}x + b_{01}y + b_{11}xy + b_{02}y^2 \quad (13)$$

formules qui comprennent l'erreur d'obliquité (Smart, 1960).

4.3.4. La réfraction atmosphérique

La fig. 7 représente l'effet de la réfraction. Pour calculer cet effet, on suppose, dans une première approximation, que (Danjon, 1959) la densité de l'air ne dépend que de l'altitude, que les surfaces d'égale densité (surfaces d'égal indice de réfraction) constituent des plans horizontaux et que l'atmosphère est répartie en couches homogènes minces. Dans ces conditions, la réfraction atmosphérique s'exprime par :

$$R = A_{T,p} \operatorname{tg} z_0 \quad (14)$$

où z_0 représente la distance zénithale apparente et où $A_{T,p}$ vaut $n_{T,p} - 1$, avec $n_{T,p}$ indice de réfraction de l'air au point d'observation O ce qui, pour un rayon lumineux de longueur d'onde égale à $0,575 \mu\text{m}$ (valeur pour laquelle sont généralement achromatisées les lunettes), à la température de $T^\circ\text{K}$ et sous une pression de p mm de mercure, donne :

$$R = 60,343 \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{T} \operatorname{tg} z_0 \quad (\text{voir tableau III}) \quad (15)$$

Au voisinage de l'horizon, on ne peut plus négliger l'influence de la courbure de la Terre, ni celle des surfaces réfringentes. On suppose une Terre sphérique ($r_0 = 6371$ km) égale en volume à la Terre réelle. Ainsi, soient (fig. 8) A un point du rayon lumineux ($r = CA$), Z_A et V , les angles de la tangente en A avec les verticales en O et A. La formule de Laplace, donnant la réfraction calculée d'après ces hypothèses, s'écrit :

$$R = C_{T,p} \operatorname{tg} z_0 + D_{T,p} \operatorname{tg}^3 z_0 \quad (\text{voir tableau III}) \quad (16)$$

où

$$C_{T,p} = A_{T,p} \left(1 - \frac{p}{\delta_{T,p} r_0} \right), \quad D_{T,p} = -A_{T,p} \frac{p}{\delta_{T,p} r_0} + \frac{1}{2} A_{T,p}^2$$

avec $\delta_{T,p}$, poids spécifique de l'air en O, donné par :

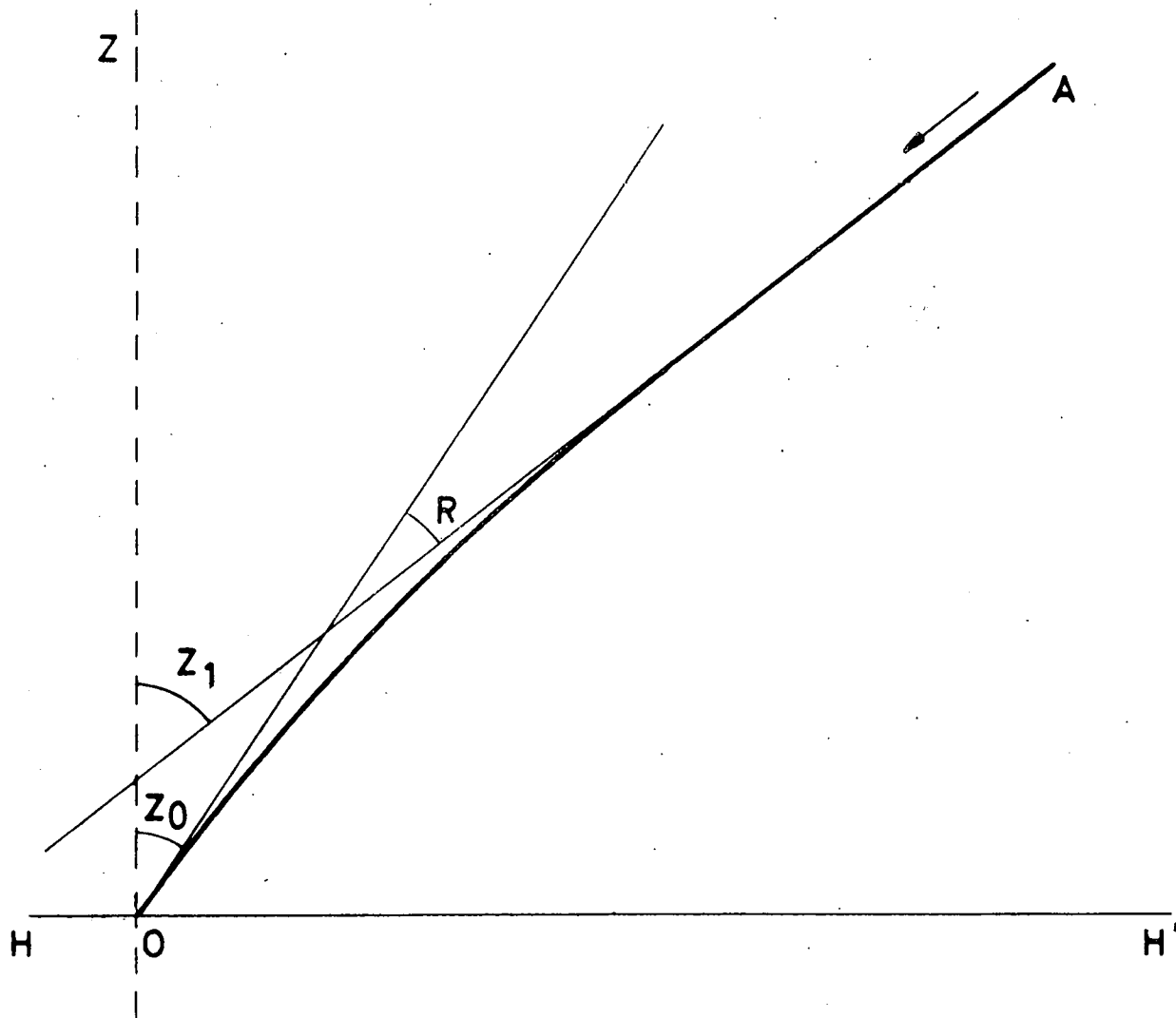


Fig. 7.- L'effet de la réfraction atmosphérique. L'angle de réfraction R , la distance zénithale apparente z_0 et la distance zénithale vraie z_1 vérifient $R = z_1 - z_0$.

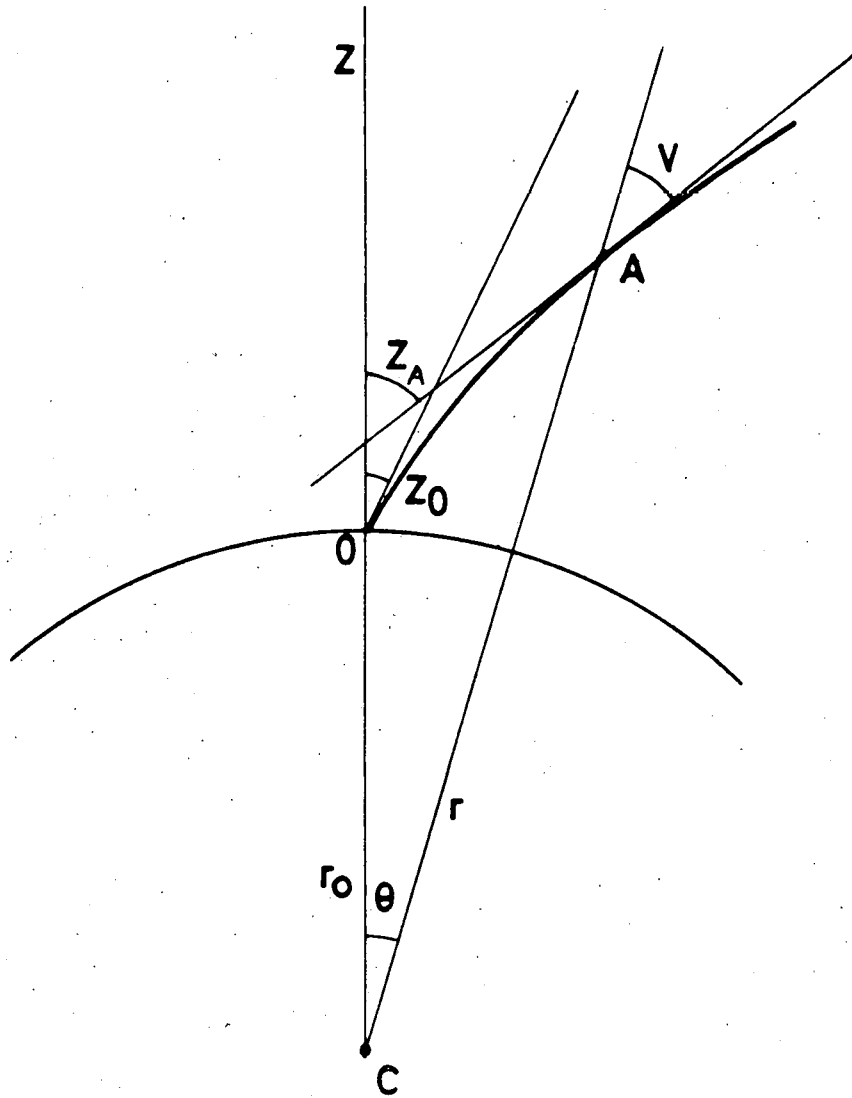


Fig. 8.- L'effet de la réfraction tenant compte de la courbure de la terre.

$$\delta_{T,p} = \delta_{273,760} \frac{p}{760} \frac{273}{T} = 0,0012932 \frac{p}{760} \frac{273}{T}$$

La différence entre les résultats obtenus au moyen des relations (15) et (16) apparait au tableau III.

TABLEAU III : Réfraction normale ($p = 760$ mm Hg, $T = 273^{\circ}$) pour des distances zénithales inférieures à 75° .

Z_0	R d'après (15)	R (16)
0°	0,00	0,00
10	10,64	10,63
20	21,96	21,93
30	34,84	34,78
40	50,63	50,53
50	1'11,92	1'11,69
60	1'44,52	1'44,05
70	2'45,79	2'44,24
75	3'45,20	3'41,61

Dans la pratique, lorsqu'il s'agit de déterminer une ou quelques positions, les calculateurs utilisent des tables de réfraction moyenne comme celles publiées, sous la direction de J. Kovalevsky dans la "Connaissance des Temps (1970) et basées sur les formules de Radau (1889). J. Dommanget et O. Nys (1970) ont donné une représentation mathématique de ces tables :

$$R = a_{T,p} \operatorname{tg} z_0 + b_{T,p} \operatorname{tg}^3 z_0 \quad (17)$$

avec :

$$a_{T,p} = -0,007 - 0,79089 p - 0,08265 p \frac{T-273}{T}$$

et

$$b_{T,p} = -0,0059 - 0,0000760 p - 0,000013 p \frac{T-273}{T}$$

Les nuages artificiels, créés en dehors des couches denses de l'atmosphère, subissant pratiquement la même réfraction que les étoiles (Albritton *et al.*, 1962), on voit aisément que les formules précédentes nous conduisent à choisir $n = 1, 2$ ou 3 dans la transformation (5), suivant la formule imposée par la valeur de la distance zénithale.

4.3.5. L'aberration

Au moyen de formules, établies ci-dessous et apportant une contribution au problème de l'aberration, nous avons déterminé les aberrations différentielles annuelles maximales (entre le centre et le bord du cliché) pour des instruments de focales et de champs différents.

Changement apparent de la direction d'un astre à cause du mouvement relatif de l'observateur, l'aberration dépend de la vitesse de l'objet observé, affectant seulement les calculs d'orbite (aberration planétaire), (Barlier, 1968), de la vitesse de translation de la Terre (aberration annuelle), de la vitesse de rotation terrestre (aberration diurne) et de la vitesse relative de l'observateur par rapport à la Terre.

Les paramètres permettant de définir l'effet maximal de l'aberration annuelle en un point de l'axe x (coordonnée mesurée) et repris à la figure 9 sont :

A_1 , image de l'astre observé si la vitesse de la lumière était infinie, et A_2 , son image effective sur le cliché,

\vec{V} , vitesse de translation de la Terre et \vec{c} , vitesse de la lumière,

θ , angle du cliché avec OA_1 ,

$\alpha = 90^\circ - \theta$ (on suppose le cliché perpendiculaire à l'axe optique),

$\theta_1 = 90^\circ - \alpha + K'$ (K' étant une fonction de x , à déterminer).

On a $A_1 \vec{A}_2 = \vec{V} t$ (t désignant le temps mis par la lumière pour parcourir $d = \theta \vec{A}_1$) et $\theta_1 - \theta = K \sin \theta_1$.

La constante d'aberration annuelle K ou $\left| \frac{\vec{V}}{\vec{c}} \right|$, vaut $20'',496$ (Evans, 1968).

Remarquons que la constante d'aberration diurne à la latitude φ , égale $0'',320 \cos \varphi$.

Nous allons exprimer K' en série de puissances de la coordonnée mesurée x ($|x| < 1$), la distance focale étant prise pour unité. Supposons (effet maximal) $\vec{V} \times \vec{x} = p \vec{V} / |\vec{x}|$, où $p = \pm 1$ suivant le sens des vecteurs \vec{V} et \vec{x} . Dans le triangle $OA_1 A_2$ (fig. 9), α (influence de l'aberration sur x) vérifie :

$$\frac{a}{d} = \frac{\sin K'}{\cos(\alpha - K')} \quad (18)$$

De (18),

a) en développant $\cos(\alpha - K')$ et en éliminant α , en fonction de d , on obtient :

$$\begin{aligned} a &= \operatorname{tg} K' - p x \operatorname{tg}^2 K' + x^2 \operatorname{tg} K' (1 + \operatorname{tg}^2 K') \\ &+ (1 + \operatorname{tg}^2 K') \sum_{i=3}^{n-1} (-p)^i x^i \operatorname{tg}^{i-1} K' \\ &+ (-p)^n \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 K') x^n \operatorname{tg}^{n-1} K'}{1 + p x \operatorname{tg} K'} \end{aligned} \quad (19)$$

b) d'après $a = K \sin \theta \approx K'$, $\theta \approx \theta_1$ on a :

$$K' = K \sin \theta = \frac{K}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

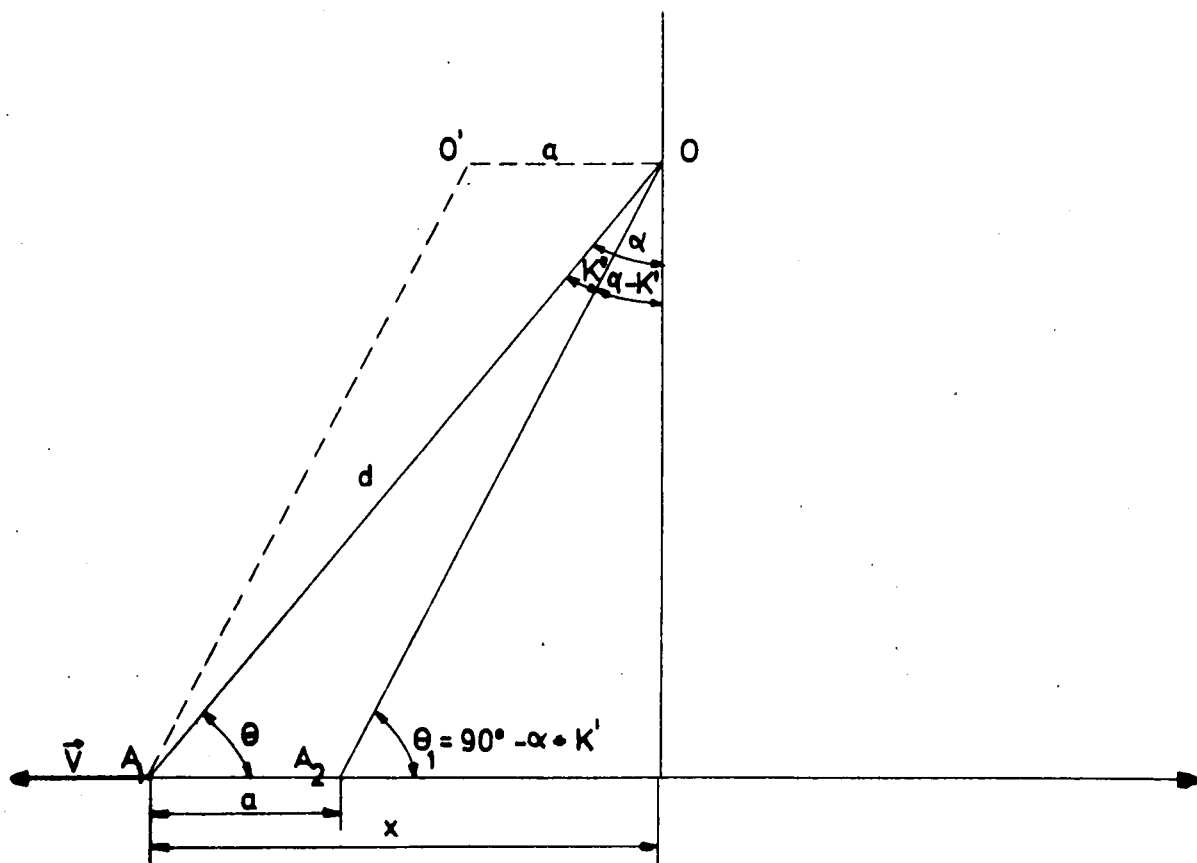


Fig. 9.- L'aberration exprimée directement en fonction des mesures. Le cliché A_1A_2 et le centre optique O se meuvent à la vitesse \vec{V} . Le rayon lumineux OA_1 n'est pas dévié pour un observateur fictif, fixé en A_1 . Or quand ce rayon arrive en A_1 , O s'est déplacé de a , en O' , et l'observateur interprète, pour cette nouvelle position O' du centre optique, le rayon OA_1 comme rayon initialement parallèle à $O'A_1$ et dévié en O . L'angle K' des rayons OA_1 et OA_2 donne l'aberration.

Le développement de $\text{tg } K'$ donne, si l'on néglige les termes à partir du 3e degré en K ,

$$\text{tg } K' = K - \frac{Kx^2}{2} + \frac{3Kx^4}{8} - \frac{5Kx^6}{16} + \dots$$

De (19), en ne gardant que les termes du premier degré en $\text{tg } K'$ et en remplaçant K par $\text{tg } K$ dans le développement de $\text{tg } K'$, on obtient :

$$a - \text{tg}K = \text{tg}K \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + \frac{x^6}{16} \dots \right) \quad (20)$$

Le tableau IV, qui fournit les valeurs des divers termes utilisés dans le raisonnement précédent, permet de faire la constatation que :

$x \text{ tg}^2 K'$ est négligeable devant $\text{tg}K'$ et $x^2 \text{ tg}K' (1 + \text{tg}^2 K')$ et que $a - \text{tg } K$ est proportionnel à x^2 ce qui nous conduit à prendre une formule de transformation en x^2 et non en x .

Pour les caméras IGN (Institut Géographique National, Paris), IAS et pour AD (Astrographe Double de Zeiss) les valeurs de l'aberration annuelle différentielle maximale se traduisent respectivement, en secondes d'arc, par :

$$1'' ; 0''6 ; 0''05.$$

Si $\vec{V} \times \vec{x} = |\vec{V}||\vec{x}|\cos \beta$, il faut tenir compte d'une rotation égale à β .

Avec les termes en x et y de l'aberration différentielle, la formule de transformation doit donc s'écrire :

$$X - x = a_{00} + p_{10}x + p_{22}(x^2 + y^2) + p_{44}(x^2 + y^2)^2 \quad (21)$$

$$Y - y = b_{00} + q_{01}y + q_{22}(x^2 + y^2) + q_{44}(x^2 + y^2)^2$$

où, comme nous venons de l'établir,

$$\begin{aligned}
 a_{00} &= \cos \beta \operatorname{tg} K, \quad b_{00} = \sin \beta \operatorname{tg} K \\
 |p_{10}| &\approx K^2 \cos \beta \ll |p_{44}| \approx \frac{K}{8} \cos \beta < |p_{22}| \approx \frac{K}{2} \cos \beta \\
 |q_{01}| &\approx K^2 \sin \beta \ll |q_{44}| \approx \frac{K}{8} \sin \beta < |q_{22}| \approx \frac{K}{2} \sin \beta
 \end{aligned} \tag{22}$$

Si \vec{V} n'est pas dans le plan du cliché, il faut introduire des cosinus directeurs en facteur. Si \vec{V} représente la composante de toutes les vitesses relatives créant l'aberration, la constante K doit être modifiée dans les raisonnements précédents mais ceci n'affecte pas la forme de la transformation (21).

4.3.6. La distorsion

Le défaut optique, appelé distorsion positive ou négative, augmente ou diminue la grandeur de l'image d'un objet avec son éloignement de l'axe optique, dilate ou contracte une circonférence centrée sur cet axe et déforme les réseaux soit en barillet, soit en croissant (coussinet).

Si la distorsion est symétrique par rapport au centre du cliché (distorsion radiale) on trouve aisément les formules de transformation

$$\begin{aligned}
 X &= (1 + \rho_1) x + \rho_3 x (x^2 + y^2) + \rho_5 x (x^2 + y^2)^2 + \dots \\
 Y &= (1 + \rho_1) y + \rho_3 y (x^2 + y^2) + \rho_5 y (x^2 + y^2)^2 + \dots
 \end{aligned} \tag{23}$$

L'existence de ρ_5 correspond à une très mauvaise optique. Par suite d'erreur de centrage, la distorsion est généralement disymétrique et présente une composante non-radiale dite tangentielle.

TABLEAU IV : Paramètres pour la détermination de l'aberration, a, et de l'aberration différentielle, a - tgK, en fonction de la distance x du point au centre du cliché.

x	a	tg'K	x tg ² K'	x ² tg K'(1+tg ² K')	a - tg K	$\frac{a - tgK}{x}$	$\frac{a - tgK}{x^2}$	$a = K + \frac{Kx^2}{2}$	$a = K + \frac{Kx^2}{2} - \frac{Kx^4}{8}$
0,05	0,994 10 ⁻⁴	0,992 10 ⁻⁴	0,492 10 ⁻⁹	0,248 10 ⁻⁶	0,973 10 ⁻⁷	0,194 10 ⁻⁵	0,389 10 ⁻⁴	0,995 10 ⁻⁴	0,995 10 ⁻⁴
0,07	0,995	0,991	0,687	0,485	0,215 10 ⁻⁶	0,308	0,440	0,996	0,996
0,075(AD)	0,996	0,990	0,736	0,557	0,251	0,335	0,446	0,996	0,996
0,09	0,997	0,989	0,881	0,801	0,372	0,414	0,460	0,997	0,997
0,11	0,999	0,987	0,107 10 ⁻⁸	0,119 10 ⁻⁵	0,568	0,516	0,469	0,999	0,999
0,13	1,001	0,985	0,126	0,166	0,801	0,616	0,474	1,002	1,002
0,15	1,004	0,982	0,144	0,221	0,107 10 ⁻⁵	0,714	0,476	1,004	1,004
0,17	1,007	0,979	0,163	0,283	0,137	0,810	0,476	1,008	1,008
0,19	1,010	0,976	0,181	0,352	0,171	0,904	0,476	1,011	1,011
0,21	1,014	0,972	0,198	0,428	0,209	0,996	0,474	1,015	1,015
0,23	1,018	0,968	0,215	0,512	0,250	1,086	0,472	1,020	1,019
0,25(IAS)	1,023	0,963	0,232	0,602	0,293	1,193	0,470	1,024	1,024
0,27	1,027	0,959	0,248	0,699	0,340	1,261	0,467	1,030	1,029
0,29	1,032	0,954	0,264	0,802	0,390	1,345	0,464	1,035	1,034
0,33(IGN)	1,043	0,943	0,293	0,102 10 ⁻⁴	0,497	1,507	0,456	1,047	1,046

La formule de transformation prendra donc la forme (5) avec $n = 3$ ($\rho_3 \neq 0, \rho_5 = 0$) ou $n = 5$ (ρ_3 et $\rho_5 \neq 0$), certains termes étant nuls. Chaque instrument, chaque champ même, exigera sa formule spécifique.

4.4. Choix de la méthode de réduction

Certains coefficients a_{ij} et b_{ij} dans (5) peuvent être pris nuls, soit par suite de considérations théoriques ou même empiriques, soit dans un but de recherche expérimentale. Dans ce dernier cas, pour déterminer la méthode la mieux adaptée au champ stellaire traité et à l'instrument utilisé, on choisit, sur une série de clichés, N étoiles partagées en deux groupes égaux et réparties au mieux. On retient l'un des groupes comme groupe-test; l'autre (groupe base) sert à calculer les a_{ij} , b_{ij} des formules (5); constitué successivement d'un nombre variable d'étoiles, avec maintien d'une répartition acceptable, il fournit une série de réductions que l'on analyse d'après les résidus sur les étoiles de référence et les étoiles tests (Debehogne, 1970). Ces résidus, en α et en δ , représentent les différences entre les α , δ données par (3), (4) et (5) et par les catalogues. Les moyennes arithmétiques des résidus (écarts ou erreurs) en α et δ , sur les étoiles de référence (base) et sur les étoiles-tests, ainsi que leurs rapports R , sont représentés à la figure 10. Le diagramme correspondant aux étoiles-tests fournit la précision des réductions en tout point de l'axe horizontal (nombre d'étoiles de référence variable). Le diagramme correspondant aux étoiles de référence tend évidemment vers zéro quand le nombre de ces étoiles tend vers le nombre de coefficient a_{ij} et, dans ce cas, il ne peut donner la précision réelle de la réduction. Les calculs ont révélé l'existence d'un point où les diagrammes sur les tests et les bases se rapprochent définitivement (R se stabilise autour de l'unité). Ce point donne le nombre optimum d'étoiles de référence (plus petit nombre d'étoiles au-delà duquel il n'y a plus amélioration de la réduction) et l'origine de la partie du diagramme sur les étoiles de référence valable pour apprécier la précision de la réduction.

Dans le cas des observations de l'IAS en Sardaigne, le souci de résorber une distorsion éventuelle a conduit au choix des formules de la distorsion à 7 constantes (Debehogne, 1970).

Les tableaux V et VI donnent les résultats obtenus.

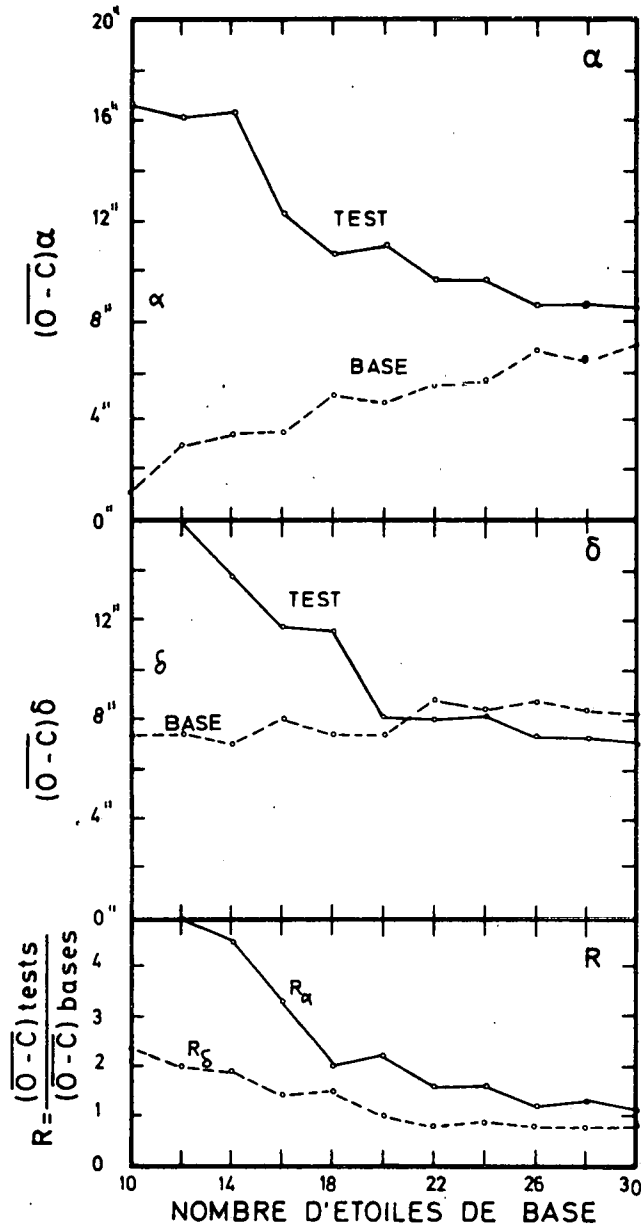


Fig. 10.- Etude cliché caméra I.A S, $f = 500$ mm, $\varnothing = 100$ mm, champ : $22^\circ \times 28^\circ$. En abscisse : nombre d'étoiles de référence. En ordonnée : 1° moyennes arithmétiques des écarts en α , $[(\overline{O-C})_\alpha]$ et δ , $[(\overline{O-C})_\delta]$, sur les étoiles de base (référence) et tests. 2° rapports R

$$\left[R = \frac{(\overline{O-C}) \text{ tests}}{(\overline{O-C}) \text{ bases}} \right], \quad R_\alpha = \frac{(\overline{O-C})_\alpha \text{ des étoiles tests}}{(\overline{O-C})_\alpha \text{ des étoiles de base}} \quad \text{et}$$

$$R_\delta = \frac{(\overline{O-C})_\delta \text{ des étoiles tests}}{(\overline{O-C})_\delta \text{ des étoiles de base}}$$

O représentant la valeur catalogue et C la valeur calculée par la formule à 7 constantes.

TABLEAU V : α , δ , z et A à partir de Monte Cardiga; a et b désignent la première et la seconde explosion, z et A , la distance zénithale et l'azimut.

	α	δ	z	A
S 64-1 a	247° 46' 16"	40° 59' 53"	12° 00' 29"	257° 14' 53"
b	257° 18' 38"	39° 12' 15"	18° 56' 13"	262° 40' 14"
S 64-2 a	250° 26' 20"	37° 57' 15"	10° 48' 02"	273° 13' 21"
b	258° 35' 13"	34° 53' 42"	17° 29' 53"	278° 09' 37"

TABLEAU VI : α , δ , z et A à partir de Valico-Nuraxi.

	α	δ	z	A
S 64-1 a	283° 58' 23"	53° 18' 40"	38° 12' 57"	230° 00' 14"
b	276° 33' 13"	46° 48' 28"	33° 09' 09"	241° 16' 18"
S 62-2 a	286° 13' 27"	51° 46' 57"	36° 48' 45"	232° 29' 31"
b	276° 45' 33"	43° 33' 15"	30° 18' 11"	247° 48' 45"

5. CALCUL DES ALTITUDES DES NUAGES ARTIFICIELS

5.1. Azimut et distance zénithale

On obtient l'azimut A et la distance zénithale z à partir de l'ascension droite α et de la déclinaison δ au moyen des formules suivantes :

$$\cos z = \sin \varphi' \sin \delta + \cos \varphi' \cos \delta \cos H \quad (24)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin H \quad (25)$$

$$\sin z \cos A = -\cos \varphi' \sin \delta + \sin \varphi' \cos \delta \cos H \quad (26)$$

φ' étant la latitude géocentrique de la station d'observation et H l'angle horaire du centre du nuage.

5.2. Altitude

Les formules de la trigonométrie sphérique et la connaissance de la position des stations d'observation (voir tableau I) permettent de calculer les coordonnées géocentriques φ'_N et λ'_N de la projection N du centre du nuage sur une sphère unitaire concentrique au géoïde.

L'altitude H_{NA} (Tableau VII) du nuage se déduit alors de :

$$H_{NA} = (\rho_T + H_T) \left[\cos \widehat{TN} + \sin \widehat{TN} \cotg (z - \widehat{TN}) \right] - \rho_N \quad (27)$$

avec ρ_N , ρ_T , rayons du géoïde pour N et pour la station d'observation T ; H_T , altitude de T au-dessus du niveau de la mer ; \widehat{TN} , angle sous lequel est vue, du centre du géoïde, la distance de T au nuage.

Les positions des nuages artificiels ont été calculées sur l'ordinateur IBM 360/44 de l'IRM par H. Debehogne et sur ordinateur IBM 1620 de l'ORB par G. Roland tandis que les altitudes ont été déterminées sur l'ordinateur IBM 1800 de l'IAS par J. Callewier et E. Van Hemelrijck.

TABLEAU VII : Altitudes des centres des nuages artificiels créés en Sardaigne par l'IAS les 6-7-1969 (S 64-1) et 13-7-1969 (S 64-2).

N ^o de la charge utile	Temps écoulé depuis l'heure H (sec.)	Altitude (km)	
		Optique	Radar
S 64-1 a	110	157,8	157,2
b	251	274,5	275,2
S 64-2 a	109	154,7	155,1
b	252	278,0	277,9

CONCLUSION

La position des nuages artificiels de l'Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique, en juillet 1969, a pu être déterminée avec une précision allant jusqu'à la fraction du km.

Indépendamment de la nature de "l'astre errant" dont on veut la position, la discussion des méthodes de réduction conduit à conclure que la précision des clichés de la caméra IAS ($f = 500$ mm) atteint une valeur voisine de 1,25 (moyenne arithmétique des écarts sur les étoiles de référence ou sur les étoiles-tests) correspondant à une précision de 3 μ m, sur les

mesures, effectuées au moyen de la machine à mesurer Zeiss Ascorecord, de l'Observatoire Royal de Belgique. Cette précision demande actuellement l'utilisation de formules de transformation comportant de nombreux termes (degré ≥ 6).

Dans le but de pouvoir se limiter à des formules de degré moindre, qui nécessitent un système de référence moins développé d'où moins de calculs, l'amélioration de la précision sera réalisée par les perfectionnements techniques que l'IAS a décidé d'apporter à sa caméra et notamment l'adjonction d'un obturateur automatique.

De plus, le couplage avec une horloge augmentera la précision des positions "d'astres-errants" sur la quatrième dimension (temps).

Il faut retenir également la démonstration théorique de l'existence d'un terme du second degré (et l'établissement ainsi que le calcul des paramètres) intervenant dans les formules de transformation qui veulent rendre l'effet de l'aberration ; on notera aussi la détermination de l'erreur de centrage par dérivation logarithmique.

Le prolongement du présent travail comporte l'étude détaillée des méthodes de réduction les mieux appropriées à la caméra IAS. Cette étude est en cours.

REMERCIEMENTS

Nous adressons nos vifs remerciements à M. Nicolet, directeur de l'IAS, pour les conseils qu'il nous a donnés au cours de ce travail, ainsi qu'à M. Ackerman pour les discussions que nous avons eues avec lui au sujet de la présente note.

REFERENCES

- ACKERMAN, M., GLEIZES, F. et SIMON, P., Observation de phénomènes résultant de lachers de méthane et d'oxygène à 160 et 270 kilomètres d'altitude. Détermination de températures thermosphériques, *Ann. Géophys.*, 27, 407, 1971.
- ACKERMAN, M., and SIMON, P., Upper atmospheric densities between 155 and 165 km by observation of AIO clouds, *Planet. Space Sci.*, 19, 1193, 1971.
- ACKERMAN, M. and VAN HEMELRIJCK, E., Measurements of upper atmospheric winds at 160 and 275 kilometers, *J. Geophys. Res.*, 76, 3162, 1971.
- ALBRITTON, D.L., YOUNG, L.C., EDWARDS, H.D. and BROWN, J., Position determination of artificial clouds in the upper atmosphere, *Photogram. Engn.*, 28, 608, 1962.
- AREND, S., Aspects particuliers des méthodes de réduction de position d'astres errants utilisées à l'O.R.B. Application à la détermination de la position astrographique d'un satellite artificiel, *Publ. sci. et tech. du Min. de l'Air*, N.T. 99, Paris, 1960.
- BARLIER, F., Méthodes de réduction photographique utilisées à l'Observatoire de Meudon. Cas d'un cliché à grand champ, *Cospar Transactions*, 7, 217, 1968.
- BATES, D.R., A suggestion regarding the use of rockets to vary the amount of atmospheric sodium, *J. Geophys. Res.*, 55, 347, 1950.
- BLAMONT, J.E. et BAGUETTE, J.M., Mesures déduites des déformations de six nuages de métaux alcalins formés par fusées dans la haute atmosphère, *Ann. Géophys.*, 17, 319, 1961.
- BROWN, D.C., Notes on the reduction of stellar plates for determination of directions of flashing-light beacons, Proc. First Inter. Symposium Use Artificial Satellites for Geodesy, Washington, D.C., 163, 1962.
- CONNAISSANCE DES TEMPS, Editions Gauthier-Villars, Paris, 524, 1970.
- DANJON, A., Astronomie générale, Editions Sennac, Paris, 143, 1959.
- DEBEHOGNE, H., L'influence de l'erreur de centrage sur les mesures des plaques photographiques, *Bull. Acad. Roy. de Belgique*, Cl. Sci. 54, 1434, 1968.
- DEBEHOGNE, H., Discussion de diverses méthodes de réduction des clichés, *Astron. and Astrophys.*, 8, 1970.
- DOMMANGET, J. et NIJS, O., Expressions de la réfraction atmosphérique dans le cas d'une distance zénithale inférieure à 75°, *Bull. Astr. de l'O.R.B.*, 7, 89, 1970.

- EDWARDS, H., BEDINGER, J., MANRING, E. and COOPER, C., *Aurora and Airglow*, E.B. Armstrong and A. Delgarno, Eds. Pergamon, New York, 122, 1955.
- EVANS, D.S., *Observation in Modern Astronomy*, The English Universities Press Ltd., 8, 1968.
- HEWITT, J., The methods used in reducing the plates from the Hewitt F1 Schmidt satellite camera, *Cospar Transactions*, 7, 171, 1968.
- MASSEVITCH, A.G., Optical observation techniques, Proc. First Inter. Symposium on Use Artificial Satellites for Geodesy, Washington, D.C., 123, 1962.
- MASSEVITCH, A.G. and LOSINSKY, A.M., Photographic tracking of artificial satellites, *Space Sci. Rev.*, 11, 308, 1970.
- MULLER, P., Précision théorique et réelle des positions photographiques de satellites, *Cospar Transactions*, 7, 227, 1968.
- RADAU, R., Essai sur les Réfractions Astronomiques, *Ann. de l'Obs. de Paris*, 19, G1, 1889.
- ROSENBERG, N.W., Chemical releases at high altitudes, *Science*, 152, 1017, 1966.
- SCHURER, M., Reduction of Schmidt Photographs, *Cospar Transactions*, 7, 203, 1968.
- SIMON, P., Détermination de la densité de la thermosphère terrestre par l'observation de la fluorescence de nuages artificiels d'oxyde d'aluminium, *Bull. Acad. Sci. Belgique, Cl. Sc.*, 57, 154, 1971.
- SMART, W.M., Text-book on spherical Astronomy, Cambridge University Press, 1960.
- TURNER, H.N., Preliminary note on the reduction of measures of photographic plates, *Mont. Notices Roy. Astron. Soc.*, 54, 11, 1893.