

I N S T I T U T D ' A E R O N O M I E S P A T I A L E D E B E L G I Q U E

3 - Avenue Circulaire

B - 1180 BRUXELLES

# AERONOMICA ACTA

A - N° 147 - 1975

Contribution à l'étude des ions  
dans l'ionosphère polaire

par

J. LEMAIRE et M. SCHERER

B E L G I S C H I N S T I T U U T V O O R R U I M T E - A E R O N O M I E

3 - Ringlaan

B - 1180 BRUSSEL

## AVANT-PROPOS

'Contribution à l'étude des ions dans l'ionosphère polaire' a été présenté au Concours Annuel 1974 de l'Académie Royale de Belgique. Il a valu à ses auteurs le prix de l'Académie des Sciences pour le Groupe II.

## FOREWORD

'Contribution à l'étude des ions dans l'ionosphère polaire' was presented at the 'Concours Annuel, 1974' of the Royal Academy of Belgium. This manuscript yielded to its authors the prize of the Academy of Sciences, group II.

## VOORWOORD

"Contribution à l'étude des ions dans l'ionosphère polaire" werd aan de Koninklijke Academie van België voorgelegd als antwoord op een prijsvraag van de Jaarlijkse wedstrijd 1974. Dit werk werd met de prijs van de Klasse der Wetenschappen, groep II, bekroond.

## VORWORT

'Contribution à l'étude des ions dans l'ionosphère polaire' wurde zum 'Concours Annuel, 1974' der königlichen belgischen Akademie vorgestellt. Dieser Aufsatz verschaffte seinen Verfassern den Preis der Akademie der Wissenschaft, Gruppe II.

# CONTRIBUTION A L'ETUDE DES IONS DANS L'IONOSPHERE POLAIRE

par

J. LEMAIRE et M. SCHERER

## Résumé

On montre que la température des ions légers  $H^+$  ne peut être supposée uniforme dans le vent polaire comme c'était le cas dans les modèles hydrodynamiques habituels basés sur l'approximation d'Euler des équations de transport. En effet, on montre que cette approximation d'Euler (température isotherme et pression isotrope) n'est elle-même plus valable au-dessus de 700 km où la pression devient progressivement très anisotrope. Une approximation hydrodynamique d'ordre supérieur (par exemple, Navier-Stokes) a donc été utilisée pour décrire l'écoulement des ions légers entre 700 km d'altitude et l'exobase (1000 - 1500 km). Au-delà de l'exobase où l'on admet que les ions ne subissent plus de collisions, les distributions des ions et des électrons sont décrites à l'aide de la théorie cinétique. La condition d'équilibre photochimique et thermique des ions  $H^+$  et  $O^+$  à 500 km, ainsi que les conditions de continuité à l'exobase ont permis de déterminer une solution unique des trois équations de transport dans l'approximation hydrodynamique de Navier-Stokes. Les distributions de densité, des pressions parallèles et perpendiculaires, des flux de particules et d'énergie sont donc continues au travers de l'exobase. Comme dans les modèles antérieurs du Vent Polaire, on retrouve que la vitesse d'écoulement des ions  $H^+$  passe progressivement du *régime infrasonique* dans la région collisionnelle, au *régime supersonique* dans la région exosphérique où les collisions Coulombiennes sont pratiquement négligeables. Cette solution des équations hydrodynamiques n'est pas une solution 'critique' passant par une singularité mathématique comme dans le cas des modèles hydrodynamiques basés sur l'approximation d'Euler. La solution numérique de l'équation d'énergie indique une augmentation de la température des ions légers en fonction de l'altitude. Ce chauffage des ions  $H^+$  est la conséquence de la dissipation d'énergie de mouvement par friction dynamique entre le plasma d'ions d'Oxygène et le plasma des ions d'Hydrogène accélérés vers le haut par le

champ électrique de polarisation. Au-dessus de l'exobase, la température des ions  $H^+$  décroît adiabatiquement avec l'altitude. Au voisinage de l'exobase où la vitesse d'écoulement s'approche de la vitesse d'agitation thermique, et où la température des ions légers atteint sa valeur maximum, il se développe une importante anisotropie du tenseur des pressions ou des températures de  $H^+$ .

## *Abstract*

Above 700 km the temperature anisotropy of the hydrogen ions is no more negligible. Therefore the Euler approximation of the transport equations should be replaced by a higher order hydrodynamic approximation (e.g. Navier-Stokes) to describe the efflux of the ions in the polar ionosphere between 700 km altitude and the exobase located between 1000 and 1500 km altitude. Above the exobase, the number of collisions of the electrons and ions is small, and a kinetic approximation is appropriate to describe the distribution of charged particles in the exosphere.

The photoequilibrium and thermal equilibrium conditions for the  $H^+$  and  $O^+$  ions at 500 km, combined with continuity conditions at the exobase, yield a unique solution for the three transport equations in the hydrodynamic Navier-Stokes approximation. This solution is not a critical solution which is determined by a mathematical singularity as it is the case for the earlier proposed polar wind models based on the Euler approximation. The number density, the parallel and perpendicular pressure tensor components, the particle flux and the energy flux are continuous functions at the exobase.

As in previous polar wind models it is found that the  $H^+$  ion efflux has a subsonic velocity in the collision dominated region, but becomes supersonic above the exobase in the collisionfree exosphere. The numerical solution of the energy equation shows for the light ions a temperature increase. This is a consequence of the dissipation of kinetic energy by dynamical friction between the  $O^+$  plasma and the  $H^+$  plasma which is accelerated outwards by the polarisation electric field. Above the exobase the hydrogen ion temperature decreases adiabatically with increasing height. Near the exobase the flow speed or bulk velocity of the hydrogen ions becomes equal to the thermal velocity and the temperature reaches a maximum. In this region the temperature or pressure anisotropy becomes important.

## *Samenvatting*

De Euler approximatie der transport vergelijkingen is niet overal in de polaire ionosfeer geldig. De temperatuursanisotropie der lichte ionen is immers niet meer verwaarloosbaar klein vanaf een hoogte van ongeveer 700 km. Een hydrodynamische benadering van hogere orde zoals bvb. de Navier- Stokes approximatie moet toegepast worden om de beweging der lichte ionen te beschrijven tussen 700 km hoogte en de exobasis gelegen tussen 1000 en 1500 km hoogte. Boven de exobasis, in de exosfeer, waar de ionen slechts zelden in botsing treden, wordt de verdeling der ionen en elektronen beschreven met behulp van de kinetische theorie. Gebruik makend van enerzijds de voorwaarden voor fotochemisch en thermisch evenwicht der waterstof- en zuurstofionen op 500 km, en anderzijds van welbepaalde continuïteitsvoorwaarden aan de exobasis, werd een unieke oplossing der drie transport vergelijkingen in de benadering van Navier-Stokes gevonden. Deze oplossing is geen "kritische oplossing" die door een singulier punt gaat zoals het wel het geval is voor de hydrodynamische modellen gebaseerd op de Euler approximatie. De deeltjesdichtheid, de druk parallel en perpendiculair aan het magnetisch veld, de deeltjesflux en de energieflex zijn aan de exobasis continue.

Zoals in de vroeger gegeven modellen voor de poolwind vindt men ook hier dat de waterstofionen naar buiten stromen met een steeds toenemende subsonische snelheid in de botsingrijke ionosfeer. Deze  $H^+$  stroom wordt supersonisch in de exosfeer waar de Coulomb-botsingen praktisch verwaarloosbaar zijn. De numerieke oplossing van de energie-vergelijking toont een stijging van de temperatuur der lichte ionen. Deze temperatuurstijging der  $H^+$  ionen is een gevolg van de dissipatie der bewegingsenergie door dynamische vrijving tussen het plasma der  $O^+$  ionen en het plasma der  $H^+$  ionen die naar buiten toe versneld worden door het elektrische veld. Boven de exobasis neemt de temperatuur der waterstofionen adiabatisch af met stijgende hoogte. In de omgeving van de exobasis zelf is de stroomsnelheid der  $H^+$  ionen gelijk aan de thermische snelheid en bereikt de temperatuur een maximum. In dit gebied is de temperatuursanisotropie belangrijk.

### *Zusammenfassung*

Es wird gezeigt dass die Eulerische Approximation der Transport Gleichungen nicht überall im Polaren Wind gültig ist. Die Temperaturenanisotropie der leichten Ionen nimmt an in dem Höhebereich über 700 km. In diesen Höhebereich muss eine besser Approximation (z.B. die Navier-Stokes Approximation) gebraucht werden. In der Exosphäre wo die Ionen nur wenige Stösse ertragen, wird die Verteilung der Ionen und Elektronen mit Hilfe der Kinetischen Theorie beschrieben. Photochemisches und thermisches Equilibrium des  $H^+$  and  $O^+$  Ionen wurde biss zur Höhe von 500 km angenommen Kontinuität der Dichte, temperaturen, der Teichen- und Energieflüsse wurde auch angenommen um die hydrodynamische solution der Navier-Stokes Gleichungen zu bestimmen. Als in die früheren Polar Wind Modelle, wird es gefunden dass die  $H^+$  Ionen sich von dem unterschallgeschwindigkeit Regim zu dem Überschallgeschwindigkeit Regim uberliefern. Die numerische Lösung der Energiegleichung zeigt dass die Temperatur der leichten Ionen mit der Höhe zunimmt. Über die Exobäsen Höhe nimmt die Temperatur adiabatisch ab. In der Nähe der Exobase wo diese Temperatur einen Maximum erreicht, wird die Anisotropie der Temperaturen sehr gross.

## 1. INTRODUCTION

L'échappement des atomes et molécules dans une atmosphère planétaire a été étudié dès le développement de la théorie cinétique des gaz. Depuis lors différentes méthodes ont été proposées pour calculer les flux d'évaporation des particules au sommet de l'atmosphère. Un résumé historique de l'évolution de ces méthodes a été donné par Chamberlain [1963] et plus récemment par Lemaire et Scherer [1974].

L'étude des exosphères ioniques connaît depuis quelques années un développement fort analogue à celui de l'étude des exosphères neutres. Toutefois en raison de la charge électrique des ions et des électrons libres ces particules ne sont pas uniquement influencées par le champ gravifique, comme c'est le cas pour les atomes dans l'exosphère neutre, mais également par le champ magnétique et les champs électriques d'origine magnétosphérique et ionosphérique. La présence de ces champs de force électromagnétiques affecte considérablement les trajectoires de ces particules et complique sensiblement l'étude de la distribution de celles-ci dans l'exosphère ionique.

Dans les régions à basse et moyenne latitude le champ magnétique est très bien représenté par un champ dipolaire et les particules chargées sont liées aux lignes de forces fermées qui participent à la rotation de la terre. Dans les régions polaires par contre les lignes de force du champ magnétique sont "ouvertes" et le plasma ionosphérique a la possibilité de s'échapper vers la queue de la magnétosphère. Par rapport au problème des exosphères neutres, les conditions (i) de quasi-neutralité électrique du plasma (ii) et d'égalité des flux des charges positives et négatives (c-à-d., un courant électrique nul dans la direction du champ magnétique), ne font qu'accroître la difficulté de cette étude.

L'application de la théorie cinétique (ou exosphérique) est particulièrement bien appropriée pour décrire l'évaporation ou l'effusion des ions légers d'hydrogène et d'hélium hors de l'ionosphère polaire où les lignes de forces sont ouvertes et s'étendent à très grande distance dans la queue de la magnétosphère terrestre.

La possibilité d'échappement des ions thermiques par ce canal des lignes de force ouvertes a été entrevue par Nicolet en 1961, et discutée sur la base de considérations

cinétiques élémentaires par Dessler et Michel [1966] et Dessler et Cloutier [1969]. Bien que dans ces premières approches exosphériques les conditions de quasi-neutralité locale et globale soient violées, ces premiers travaux ont jeté les bases d'une théorie cinétique plus rigoureuse développée par Lemaire et Scherer [1969, 1970, 1971a, b, 1972a, b, 1973, 1974] dans le cadre de la description du Vent Polaire et du Vent Solaire.

Fortement influencés par le succès apparent de l'application des équations hydrodynamiques à l'étude de l'écoulement du Vent Solaire, Banks et Holzer [1968] ont proposé une description hydrodynamique semblable pour l'échappement des ions thermiques hors de l'ionosphère polaire. Ils ont ainsi proposé une solution critique (passant par un point singulier) des équations de transport dans l'approximation d'Euler. Or il s'avère que les approximations classiques d'Euler, de Navier-Stokes, ou de Burnett cessent d'être justifiées physiquement en-dessous de l'altitude du point singulier où l'écoulement passe du régime infrasonique au régime supersonique. Par conséquent les différentes versions hydrodynamiques proposées par Banks et Holzer [1961, 1969a, b] et modifiées par Marubashi [1970] et Strobel et Weber [1972] ne peuvent en principe pas être extrapolées vers les régions extérieures où la vitesse d'écoulement devient supersonique et où justement le libre parcours moyen des particules devient supérieur aux dimensions caractéristiques du système.

Dans l'approximation d'Euler des équations hydrodynamiques on suppose que la température des différentes espèces ioniques est indépendante de l'altitude et l'on néglige l'anisotropie du tenseur de pression dans l'équation de mouvement. Nous montrerons au chapitre 3 qu'une telle approximation n'est valable que dans les régions inférieures où le libre parcours moyen reste petit vis-à-vis de la hauteur d'échelle de la concentration des ions majoritaires  $O^+$ , et où la vitesse d'ensemble est beaucoup plus petite que la vitesse d'agitation thermique de ces ions. Par contre au voisinage de l'exobase où ces deux conditions cessent d'être remplies, l'approximation d'Euler (pression isotrope et isothermie de la température) doit être remplacée par une approximation hydrodynamique d'ordre supérieur comme par exemple l'approximation de Navier-Stokes où l'on tient compte de la viscosité et de la conductibilité thermique.

Dans l'approximation cinétique, la zone de transition qui existe entre la région où le libre parcours moyen des ions et des électrons est relativement petit, et la région non-collisionnelle, est habituellement réduite à une surface de discontinuité appelée exobase. Dans les premiers modèles exosphériques l'altitude de l'exobase était fixée à 2000 km. Grâce aux observations en satellite on déduisait des valeurs raisonnables des concentrations ainsi que des températures des ions et des électrons à une telle altitude. Ayant ces conditions aux limites, il est possible de déterminer par le calcul les concentrations, les vitesses d'ensembles, les températures, les anisotropies des températures ou des pressions, les flux de particules, les flux d'énergie totale et de conduction en n'importe quel autre point de l'exosphère, en supposant que les particules chargées se déplacent sur des trajectoires hélicoïdales le long des lignes de force et ne subissent plus de collisions au-dessus de l'exobase  $h_0$ . Diverses conditions à l'exobase et diverses géométries du champ magnétique ont été examinées par les auteurs [Lemaire et Scherer, 1970, 1971a, 1972b] dans le cadre de l'application au Vent Polaire de cette approximation cinétique.

Dans le présent travail nous avons utilisé les deux types d'approximations dans leur domaine de validité respectif : l'approximation cinétique est appliquée au-dessus de l'exobase  $h_0$ , tandis que l'approximation hydrodynamique de Navier-Stokes est réservée à la région collisionnelle située au-dessous de  $h_0$ .

Dans le chapitre 2 nous décrivons brièvement les régions de l'ionosphère supérieure ainsi que les processus physiques et photochimiques dont elles sont le siège. Au chapitre 3 nous discutons les équations de transport dans l'approximation hydrodynamique de Navier-Stokes ainsi que les conditions de leur application à l'ionosphère supérieure. L'approximation cinétique est donnée au chapitre 4, et une méthode de raccordement des deux types de solutions est décrite au chapitre 5. La méthode de raccordement discutée dans ce travail généralise celle qui a été proposée par Lemaire [1972] où les modèles cinétiques sont raccordés à des solutions hydrodynamiques du type d'Euler. Dans ce dernier cas le choix d'une des solutions hydrodynamiques était déterminé par l'égalité entre le flux de diffusion des ions  $H^+$  au sommet de la région collisionnelle et le flux d'effusion de ces mêmes ions à l'exobase. Grâce à cette contrainte physique exprimant la continuité du flux de particules au travers de l'exobase, il est en effet possible de fixer de façon univoque la solution des équations d'Euler, sans devoir imposer à celle-ci (comme dans les modèles hydrodynamiques

de Banks et Holzer) de passer par une singularité mathématique sans signification physique fondamentale. Toutefois dans un tel raccordement de modèles cinétiques (où  $C$  le flux de "conduction" est différent de zéro, et où  $T_{\parallel}/T_{\perp}$ , l'anisotropie des températures ou des pressions partielles des ions  $H^+$  est différente de l'unité) avec des modèles hydrodynamiques calculés dans l'approximation d'Euler (c-à-d. où  $C = 0$ , et  $T_{\parallel}/T_{\perp} = 1$ ), il subsistait à l'exobase une discontinuité dans le flux d'énergie totale transporté par ces ions, ainsi que dans leurs pressions parallèle et perpendiculaire aux lignes de forces magnétiques.

Par contre le raccordement des modèles cinétiques où  $C \neq 0$  et  $T_{\parallel}/T_{\perp} \neq 1$ , avec les modèles hydrodynamiques calculés dans l'approximation de Navier-Stokes permet non seulement d'assurer à l'exobase la continuité du flux d'échappement des particules, de leur densité et de leur température cinétique moyenne, mais aussi celle du flux d'énergie totale et de l'anisotropie des pressions. Grâce à ce raccordement qui constitue l'objet principal de ce mémoire, le passage du régime d'écoulement subsonique vers le régime supersonique se produit au-dessus de l'exobase, et non plus par le passage au travers d'un point singulier associé à la nature particulière des équations différentielles d'Euler utilisées abusivement dans la littérature pour décrire une telle transition vers des régimes d'écoulement non-collisionnel.

La méthode de calcul de ces modèles hybrides (mi-cinétique, mi-hydrodynamique) est exposée au chapitre 6 où nous présentons et discutons également des résultats numériques pour les ions d'hydrogène qui s'échappent de l'ionosphère polaire et alimentent ce qu'Axford [1968] avait appelé le Vent Polaire.

Notons finalement que des mesures directes du flux d'échappement des ions d'hydrogène et d'hélium ont été recueillies par Hoffman [1968, 1970, 1972] à l'aide du satellite Explorer 31. Comme principaux résultats expérimentaux citons : (i) qu'il existe réellement un échappement du plasma ionosphérique dans les régions polaires, et que cet écoulement se fait à des vitesses supersoniques de 10 à 15 km sec<sup>-1</sup> à une altitude de 3000 km; (ii) qu'à cette altitude l'ion d'oxygène  $O^+$  est majoritaire dans les régions polaires tandis que dans les régions à basse et moyenne latitude les ions  $H^+$  sont plus nombreux que les ions  $O^+$ .

## 2. DESCRIPTION DE L'IONOSPHERE

### 2.1. Les régions de l'ionosphère

L'ionosphère formée par la photoionisation des gaz neutres de l'atmosphère est généralement divisée en couches horizontales qui sont le siège de processus physico-chimiques différents. Ces régions sont illustrées dans la figure 2.1 où la courbe en trait plein représente la concentration des électrons libres tandis que la courbe en traits interrompus représente celle des particules neutres pour une température exosphérique de l'ordre de 1500K [Banks et Kockarts, 1973]. On constate que jusqu'aux très hautes altitudes le degré d'ionisation de l'atmosphère reste faible et que dès lors la distribution des ions et des électrons dans l'ionosphère dépendra directement de celle de l'atmosphère neutre. On doit donc s'attendre à retrouver dans la structure de l'ionosphère des variations parallèles à celles observées dans le cas de l'atmosphère neutre. Parmi ces variations il faut noter celles qui résultent de l'activité solaire, de l'activité géomagnétique, les variations journalières liées à la rotation terrestre, les variations semi-annuelles ainsi que les variations en fonction de la latitude géographique liées au cycle saisonnier. Comme au-dessus de la région E le libre parcours moyen des particules chargées est beaucoup plus grand que le rayon de gyration de Larmor, celles-ci sont fortement "liées" aux lignes de force du champ géomagnétique. La distribution d'ionisation dans les régions supérieures de l'ionosphère dépendra par conséquent considérablement de la latitude géomagnétique. Cette importante variation des concentrations ioniques au-dessus de la région F, en fonction de la latitude dipolaire est illustrée dans la figure 2.2. Il apparaît en effet d'après les observations [Hoffman, 1968, 1970, 1971; Taylor, 1971a, b, 1973; Taylor et al., 1968] que les concentrations relatives des ions légers ( $H^+$ ,  $He^+$ ) et des ions lourds ( $O^+$ ) au-dessus de 900 km sont très différentes suivant que l'on se trouve au-dessus de l'équateur ou au-dessus des pôles géomagnétiques. On peut ainsi distinguer l'*ionosphère équatoriale* correspondant à des latitudes dipolaires inférieures à  $50^\circ$ , l'*ionosphère polaire* située au-delà de  $70^\circ$  et l'*ionosphère de latitude moyenne* qui constitue une zone de transition [ cf. Fig. 2.3.].

Dans la plasmasphère qui constitue le prolongement de l'ionosphère équatoriale, la densité ionique reste suffisamment grande pour maintenir la distribution des vitesses quasi-

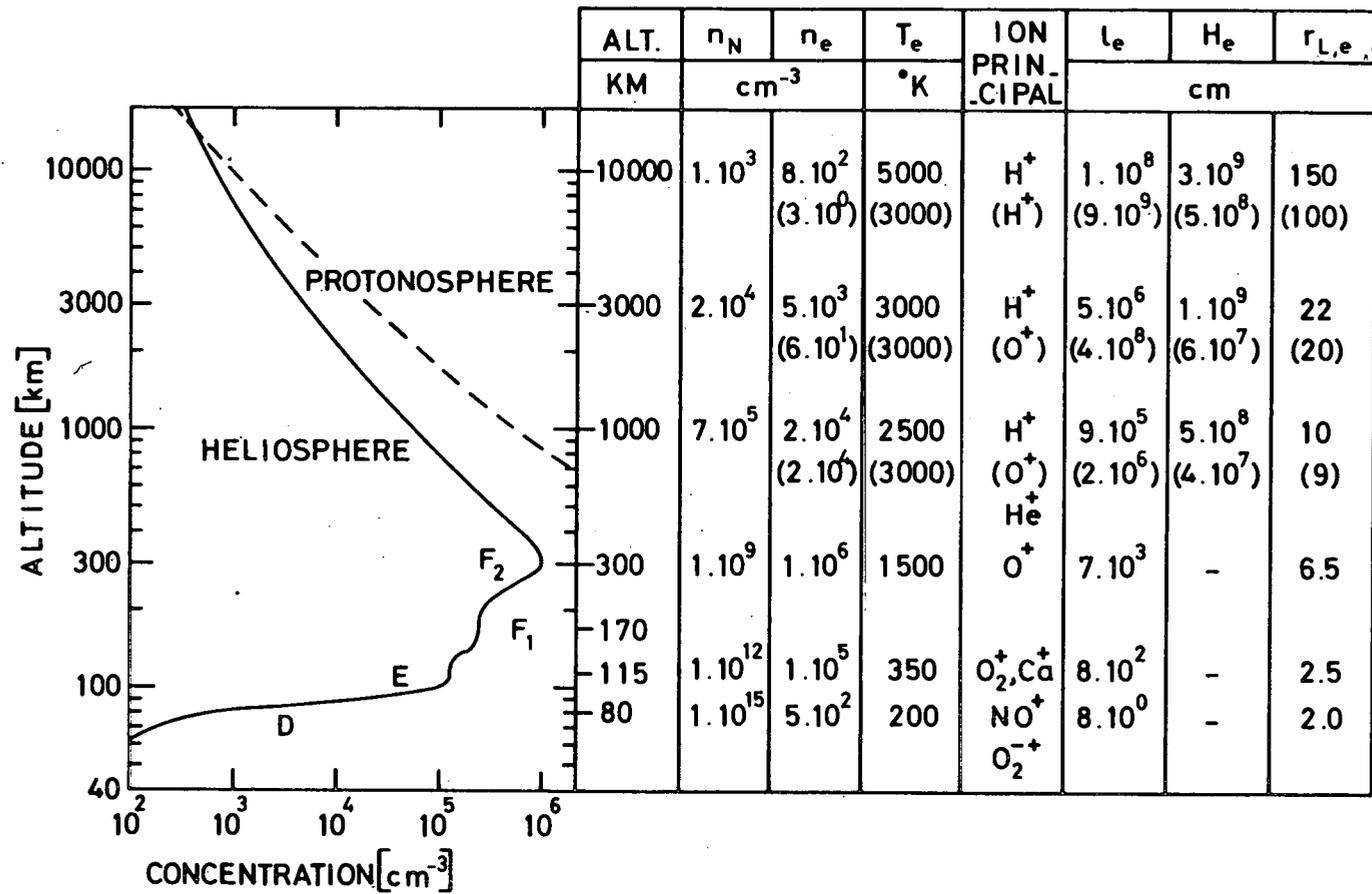


Fig. 2.1.- Les régions de l'ionosphère en fonction de l'altitude. La courbe en trait plein représente la concentration des électrons ( $n_e$ ) à basse latitude. La courbe en traits interrompus représente la densité des constituants neutres ( $n_N$ ) pour une température exosphérique de 1500 K [Banks et Kockarts, 1973]. La température électronique ( $T_e$ ), le libre parcours moyen ( $l_e$ ), la hauteur d'échelle ( $H_e$ ) et le rayon de gyration de Larmor ( $r_{L,e}$ ) sont indiqués dans le tableau à droite pour quelques altitudes typiques dans l'ionosphère à basse latitude (chiffres sans parenthèses) et à haute latitude (chiffres entre parenthèses).

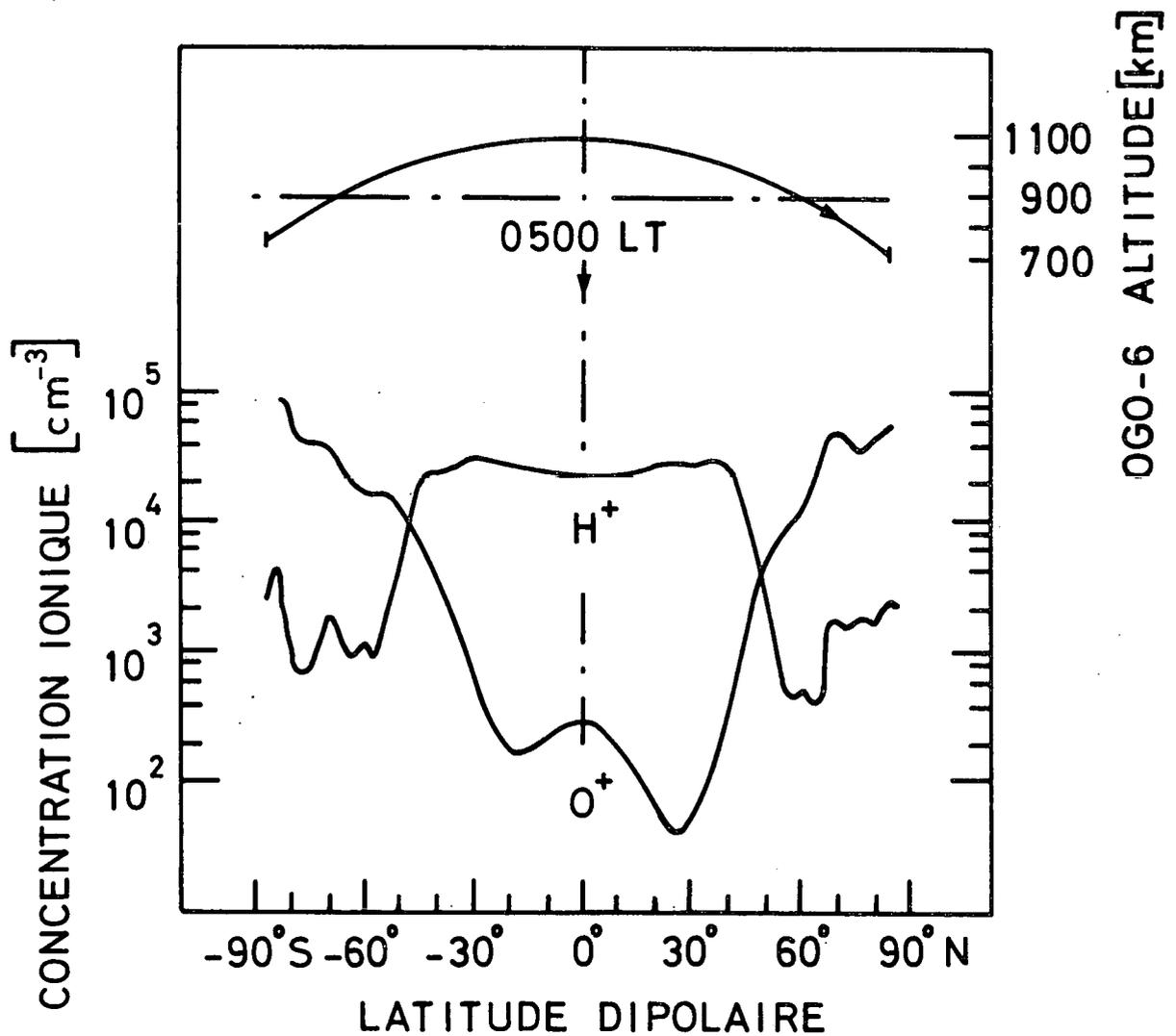


Fig. 2.2.- Variation dans l'ionosphère supérieure des concentrations des ions d'oxygène et d'hydrogène en fonction de la latitude dipolaire. Ces résultats ont été obtenus avec le spectromètre de masse à bord du satellite OGO 6, le 23 septembre 1969, quand l'indice géomagnétique  $K_p$  était inférieur à  $O^+$ . L'altitude du satellite OGO 6 est également indiquée [d'après Taylor, 1971a].

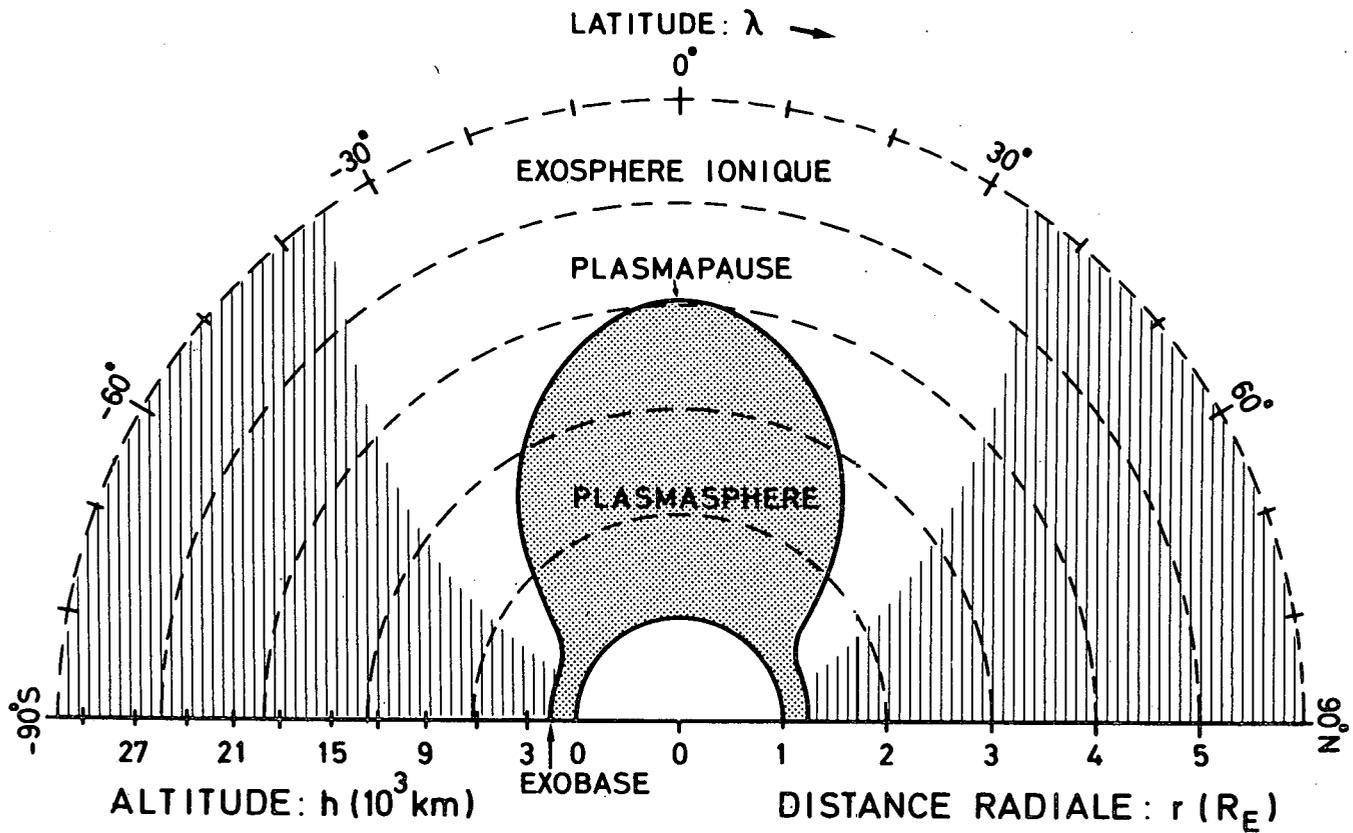


Fig. 2.3.- Les régions de l'ionosphère en fonction de la latitude. L'ionosphère polaire (régions hachurées) située au-delà de  $70^\circ$ , est séparée de l'ionosphère équatoriale (région ombragée) par l'ionosphère de latitude moyenne qui constitue une zone de transition.

Maxwellienne et isotrope. L'équilibre de diffusion est ainsi réalisé le long des lignes de force magnétiques fermées de la plasmasphère. Dans un plasma en équilibre de diffusion les concentrations des ions légers tels que  $H^+$  et  $He^+$ , augmentent rapidement avec l'altitude et à partir de 900-1500 km les ions  $H^+$  et  $He^+$  deviennent prédominant par rapport à l'oxygène ionisée. Par contre aux latitudes polaires on observe que l'ion  $O^+$  reste majoritaire jusqu'à des altitudes de 3000 à 4000 km. Ceci indique que les ions légers ne sont pas en équilibre de diffusion le long des lignes de force dans les zones de latitudes élevées.

Cette différence fondamentale existant entre l'ionosphère polaire et l'ionosphère équatoriale est liée à la différence de la configuration du champ géomagnétique dans les régions de basses et de hautes latitudes dipolaires. En effet, on sait d'après les observations magnétosphériques que les lignes de force qui atteignent la surface de la Terre à des altitudes subaurorales sont fermées et constituent un canal qui relie un point quelconque de l'ionosphère et le point magnétiquement conjugué dans l'hémisphère opposé. C'est en effet le long de ces lignes de force que se propagent les siffleurs créés par les orages atmosphériques [Helliwell, 1965] ainsi que les particules des ceintures de Van Allen [Hess, 1968]. Ces lignes de force fermées constituent également un piège magnétique pour les particules d'énergie thermique qui s'évaporent de l'ionosphère supérieure. Ces ions et électrons d'origine ionosphérique remplissent toute la plasmasphère jusqu'à des distances équatoriales de 4 à 5 rayons terrestres. Par contre, les lignes de force émergeant des régions polaires s'étendent jusque dans les régions éloignées de la queue de la magnétosphère terrestre. Ces lignes de forces "ouvertes" constituent donc un canal reliant l'ionosphère polaire avec les régions extérieures de la magnétosphère vers lesquelles les ions et électrons thermiques peuvent s'échapper en suivant des trajectoires hélicoïdales. Par suite de ce mouvement d'ensemble des particules chargées, l'équilibre de diffusion est continuellement détruit et remplacé par un régime d'écoulement semblable à celui du Vent Solaire. Cet échappement des ions légers hors de l'ionosphère polaire est généralement connu sous le nom de Vent Polaire [Axford, 1968]. C'est de ce problème que nous traiterons dans les chapitres qui suivent.

Une description hydrodynamique de cet écoulement a été proposée en premier lieu [Banks et Holzer, 1968, 1969a, b]. Toutefois celle-ci a été contestée par la suite [Dessler et

Cloutier, 1967]. En effet comme la densité ionique décroît rapidement en fonction de l'altitude, on atteint entre 1000 et 2000 km au-dessus des régions polaires un niveau où le libre parcours moyen des ions et des électrons devient supérieur aux dimensions caractéristiques du système c-à-d. la hauteur d'échelle de la densité d'ionisation. Au-delà de ce niveau appelé l'exobase ionique une description hydrodynamique basée sur les équations d'Euler ou de Navier-Stokes pour décrire l'écoulement d'un fluide cesse d'être justifiée. Dans la région située au-dessus de ce niveau de transition la description hydrodynamique doit être remplacée par une description basée sur l'équation de Boltzmann.

On doit donc considérer que les équations de Navier-Stokes discutées dans le chapitre 3 ne peuvent être utilisées qu'en-dessous de l'exobase ionique où les collisions interparticules et les processus physico-chimiques sont importants. Par contre, dans l'exosphère ionique où la fréquence de collision des particules chargées est négligeable nous utiliserons la théorie cinétique décrite au chapitre 4.

Avant d'aborder ces deux chapitres nous décrirons les mécanismes de production et de perte des ions  $O^+$ ,  $H^+$  et  $He^+$  qui sont les constituants ionisés importants dans l'étude des régions supérieures de l'ionosphère.

## *2.2. Les ions d'oxygène*

L'ion d'oxygène est principalement produit par photoionisation de l'oxygène atomique. Le taux de production de  $O^+$  est donc proportionnel à  $n_O$  la concentration des atomes d'oxygène et à l'intensité du rayonnement solaire entre 910 Å et 150 Å.

Dans les régions au-dessus de la région F où la profondeur optique dans ce domaine de longueur d'ondes reste petit vis-à-vis de l'unité, la production par photoionisation est donnée par [Banks et Kockarts, 1973].

$$(3,1 \pm 1,3) 10^{-7} n_O \text{ [ions } O^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1} \text{]} \quad (2.1)$$

Les limites supérieure et inférieure correspondent respectivement à une forte et une faible activité solaire.

Lorsque l'altitude diminue la production de  $O^+$  augmente proportionnellement à la concentration de l'atome d'oxygène. Toutefois lorsqu'on pénètre dans les couches inférieures à 150 km l'absorption de la radiation ionisante limite la photoionisation de  $O^+$  ce qui donne lieu à un maximum de production vers 150 km d'altitude. A partir de ce niveau les ions  $O^+$  tendent à diffuser vers le haut et vers le bas le long des lignes de force du champ magnétique, en vue d'établir l'équilibre de diffusion dans le champ gravifique terrestre. Au cours de leur diffusion ces ions interagissent avec les molécules d'oxygène et d'azote ainsi qu'avec les atomes d'hydrogène en donnant les réactions chimiques suivantes



En tenant compte du coefficient de ces réactions la perte totale des ions  $O^+$  est donnée par [Banks et Kockarts, 1973]

$$\begin{aligned} & 1,2 \times 10^{-12} \left( \frac{300}{T_{N_2}} \right)^{1/2} n_{N_2} n_{O^+} \\ & + 2 \times 10^{-11} \left( \frac{300}{T_{O_2}} \right)^{1/2} n_{O_2} n_{O^+} \\ & + 2,5 \times 10^{-11} T_H^{1/2} n_H n_{O^+} \quad [\text{ions } O^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}] \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $n_a$  et  $T_a$  sont respectivement la densité numérique et la température des particules d'espèce  $a$ . Les ions  $NO^+$ ,  $O_2^+$  et  $H^+$  ainsi formés interagissent eux-mêmes avec les constituants neutres de l'atmosphère, ou subissent une recombinaison radiative avec un

électron libre dans les couches inférieures de l'ionosphère.

La réaction d'échange de charge (2.4) est accidentellement résonnante c-à-d. qu'elle se produit pratiquement sans libération d'énergie. Ceci entraîne que le coefficient de la réaction inverse



est pratiquement égal à celui de la réaction directe (2.4). Le taux de production d'oxygène ionisé par la réaction (2.6) est donné par [Banks et Kockarts, 1973]

$$2,2 \times 10^{-11} T_{\text{H}} + 1/2 n_{\text{O}} n_{\text{H}} + [\text{ions O}^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}] \quad (2.7)$$

Cette source d'ions  $\text{O}^+$  joue un rôle prépondérant dans une grande partie de l'ionosphère, en effet dès que la concentration des ions  $\text{H}^+$  est supérieure à environ  $300 \text{ cm}^{-3}$ , ce mécanisme de production devient plus important que la photoionisation.

Au-dessus de 500-600 km les pertes de  $\text{O}^+$  par la réaction (2.4) deviennent plus importantes que la production par (2.6). Pour maintenir une distribution voisine de l'équilibre de diffusion stationnaire, un flux d'ions  $\text{O}^+$  doit exister dans l'ionosphère supérieure pour remplacer les ions  $\text{O}^+$  perdus par échange de charges. Les ions  $\text{H}^+$  ainsi formés alimentent le Vent Polaire et s'échappent de l'ionosphère, tandis que les atomes d'oxygène ainsi produits par la réaction (2.4) diffusent vers le bas où ils se recombinaient pour donner de l'oxygène moléculaire, ou bien pour être réionisés. Comme le flux d'hydrogène ionisé dans le Vent Polaire est de l'ordre de  $10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  on peut s'attendre qu'il existe à 500 km un flux d'ions  $\text{O}^+$  vers le haut de  $10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ , ainsi qu'un flux d'atomes d'oxygène vers le bas, qui est du même ordre de grandeur.

### 2.3. Les ions d'hydrogène

La production des ions  $\text{H}^+$  est partiellement due à la photoionisation des atomes

d'hydrogène. Suivant le degré d'activité solaire réglant l'intensité du rayonnement ultraviolet pénétrant dans l'atmosphère, le taux de production par photoionisation est donné par [Banks et Kockarts, 1973].

$$(8,0 \pm 3,3) 10^{-8} n_H \quad [\text{ions } H^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}] \quad (2.8)$$

La réaction d'échange de charge (2.4) constitue une deuxième source d'ions  $H^+$ . Celle-ci joue un rôle prépondérant dans le bilan global de la production de ces ions dans l'ionosphère terrestre. Par ce processus d'échange de charge

$$2,5 \times 10^{-11} T_H^{1/2} n_O^+ \cdot n_H \quad (2.9)$$

ions d'hydrogène sont produits par  $\text{cm}^3$  et par seconde. Cette seconde source dépasse en intensité la production par photoionisation dès que la concentration des ions  $O^+$  est supérieure à  $100 \text{ cm}^{-3}$ .

Les ions  $H^+$  ainsi formés sont soumis au champs de force gravifique et électrique. Comme les ions  $O^+$  sont majoritaires jusqu'à très hautes altitudes ( $\geq 1000 \text{ km}$ ) le champ électrique de polarisation assurant la quasi-neutralité du plasma est approximativement égal à

$$\vec{E} = -\frac{m_O^+ \vec{g}}{2e} \quad (2.10)$$

où  $m_O^+$  est la masse de l'ion  $O^+$ ,  $e$  la charge électronique et  $\vec{g}$  l'accélération gravifique. La résultante des forces gravifique et électrique agissant sur les ions  $H^+$ , sera donc dirigée vers le haut. Ces ions sont ainsi accélérés vers l'extérieur, et tendent à diffuser vers le haut le long des lignes de force magnétiques. Dans les régions équatoriales les tubes de force sont "fermés" et les ions  $H^+$  tendent à s'accumuler dans la plasmasphère jusqu'au moment où l'équilibre de diffusion est établi. Lorsqu'un tel équilibre stationnaire est réalisé, la concentration des ions  $H^+$  augmente en fonction de l'altitude jusqu'à environ  $1000 \text{ km}$  où l'ion  $H^+$  devient prédominant. Par contre le long d'un tube de force "ouvert" reliant l'ionosphère polaire et la queue de la magnétosphère terrestre, les ions  $H^+$  accélérés vers le haut peuvent

s'échapper. Cette fuite continue des ions  $H^+$  empêche la réalisation de l'équilibre de diffusion. Il en résulte qu'aux hautes latitudes dipolaires l'ion  $H^+$  reste un constituant mineur jusqu'à des altitudes beaucoup plus élevées que dans l'ionosphère équatoriale.

En-dessous de 500 km le temps caractéristique de diffusion de l'ion  $H^+$  devient plus long que le temps caractéristique associé à la perte de ces ions par la réaction d'échange de charge (2.6). En effet les collisions deviennent plus nombreuses et la concentration de l'oxygène atomique augmente rapidement lorsque l'altitude diminue. Par conséquent dans la région située en dessous de 500 km où le transport par diffusion de l'ion  $H^+$  devient moins efficace, l'équilibre photochimique doit s'établir. Lorsqu'un tel état stationnaire est réalisé la production est contrebalancée par la perte, dont le taux est donné par [Banks et Kockarts, 1973]

$$2,2 \times 10^{-11} T_H^{+1/2} n_O n_{H^+} \text{ [ions } H^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}] \quad (2.11)$$

La concentration de l'ion  $H^+$  est alors donnée par

$$n_{H^+} = \frac{9}{8} \frac{n_H}{n_O} n_O + \left( \frac{T_H}{T_{H^+}} \right)^{1/2} \quad (2.12)$$

Pour compenser la fuite des  $10^8$  ions  $H^+$  par  $\text{cm}^2$  et par seconde transportés par le Vent Polaire, il faut alimenter constamment les régions supérieures avec un flux correspondant d'atomes d'hydrogène. Comme la valeur maximum du flux de diffusion de l'hydrogène neutre à 100 km est approximativement égal à  $10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  [Kockarts et Nicolet, 1962; Kockarts, 1972], le transport vertical par diffusion suffit en général à alimenter l'échappement de l'hydrogène par le Vent Polaire, sans devoir faire intervenir l'action compensatoire du flux latéral exosphérique.

Par ailleurs, on sait que la vitesse d'effusion des atomes d'hydrogène à 500 km, contrôle la valeur de la concentration de ces atomes dans l'exosphère. En effet lorsque  $w_H$ , la vitesse d'effusion de H, augmente par suite d'une augmentation de la température exo-

sphérique, la concentration de H à l'exobase diminue de telle façon que le flux d'évaporation

$$(n_H w_H)_{500 \text{ km}}$$

reste égal au flux maximum de diffusion à 100 km ( $F_{MAX,H} = 10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ ). Dans les régions polaires où une partie de l'hydrogène s'échappe sous forme ionisée par le Vent Polaire, l'équation de continuité impose que

$$(n_H w_H)_{500 \text{ km}} + (n_H^+ w_H^+)_{500 \text{ km}} = (F_{max,H})_{100 \text{ km}} \quad (2.13)$$

D'après cette relation on voit que la présence du Vent Polaire de  $10^8$  ions  $H^+ \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  conduit à une réduction de  $n_H$  la concentration de l'hydrogène à l'exobase.

L'existence d'une telle dépression de la concentration de l'hydrogène neutre au-dessus des régions polaires a effectivement été observée [Meier, 1970; Meier et Mange, 1970; Mange, 1972]. Il s'avère donc nécessaire de tenir compte de cet effet du Vent Polaire, dans l'élaboration des futurs modèles théoriques de la distribution de l'hydrogène neutre dans la thermosphère et dans l'exosphère de la Terre.

#### 2.4. Les ions d'hélium

La production de l'ion  $He^+$  est principalement due à la photoionisation de l'atome d'hélium par la radiation solaire de longueur d'onde inférieure à 500 Å. Suivant le degré d'activité solaire le taux de production est donné par [Banks et Kockarts, 1973]

$$(8 \pm 4) \times 10^{-8} n_{He} \text{ [ions } He^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}] \quad (2.14)$$

La perte de ces ions est due à une série de réactions chimiques dont les plus importantes sont



Les taux de pertes sont donnés par [Banks et Kockarts, 1973]

$$1,5 \times 10^{-9} n_{\text{O}_2} n_{\text{He}^+} + 1,4 \times 10^{-9} n_{\text{N}_2} n_{\text{He}^+} \text{ [ions He}^+ \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}] \quad (2.19)$$

En dessous de 400 km le temps de diffusion de l'hélium est grand vis-à-vis du temps caractéristique associé aux pertes par les réactions chimiques (2.15 à 2.18). Dans cette région de l'ionosphère l'ion  $\text{He}^+$  est donc pratiquement en équilibre photochimique avec les autres constituants de l'atmosphère et sa concentration est donnée par

$$n_{\text{He}^+} = \frac{(8 \pm 4) 10^{-8} n_{\text{He}}}{1,5 \times 10^{-9} n_{\text{O}_2} + 1,4 \times 10^{-9} n_{\text{N}_2}} \quad (2.20)$$

Toutefois comme les concentrations de  $\text{O}_2$  et  $\text{N}_2$  décroissent plus rapidement que celle de l'hélium neutre, la perte des ions  $\text{He}^+$  par les réactions (2.15 à 2.18) ne compensent plus entièrement la production par photoionisation au-dessus de 400 km. La diffusion joue alors un rôle important dans le transport de ces ions le long des lignes de force du champ magnétique. Dans l'ionosphère équatoriale où les ions thermiques sont piégés le long des lignes de force fermées, l'équilibre de diffusion tend à s'établir au-dessus de 400 km. Par contre dans l'ionosphère polaire où les tubes de force magnétiques constituent un canal vers la queue de la magnétosphère les ions  $\text{He}^+$  produits par photoionisation sont accélérés vers le haut par le champ électrique de polarisation (2.10) et s'échappent de l'ionosphère en participant à l'écoulement du Vent Polaire. Dans un état stationnaire le flux total d'ions  $\text{He}^+$  évacués par le Vent Polaire doit être égal au nombre total de ces ions produits par photo-

ionisation au-dessus de la région d'équilibre photochimique : c-à-d.  $\approx 2 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ . Comme la vitesse moyenne d'échappement des ions  $\text{He}^+$  à l'exobase ionique est donnée par [Lemaire et Scherer, 1970, 1973, 1974]

$$(w_{\text{He}^+})_{\text{exobase}} = \frac{1}{2} \left( \frac{8k T_{\text{He}^+}}{m_{\text{He}^+}} \right)^{1/2} \approx 2,3 \left( \frac{T_{\text{He}^+}}{1000} \right)^{1/2} \text{ [km sec}^{-1}] \quad (2.21)$$

on peut déduire la concentration de  $\text{He}^+$  à l'exobase qui est nécessaire pour maintenir un tel état stationnaire. On trouve cette concentration  $(n_{\text{He}^+})_{\text{exobase}}$  en exprimant que  $(n_{\text{He}^+} w_{\text{He}^+})_{\text{exobase}}$ , le flux de  $\text{He}^+$  dans le Vent Polaire, est égal à la production de  $\text{He}^+$  entre l'exobase et 400 km: soit  $2 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ . On obtient de cette façon

$$(n_{\text{He}^+})_{\text{exobase}} \approx 10 \left( \frac{1000}{T_{\text{He}^+}} \right)^{1/2} \text{ [cm}^{-3}] \quad (2.22)$$

c-à-d.  $(n_{\text{He}^+})_{\text{exobase}} \approx 6 \text{ cm}^{-3}$  pour  $T_{\text{He}^+} = 3000^\circ \text{ K}$ .

Les concentrations de  $\text{He}^+$  observées dans l'ionosphère polaire au-dessus de 1000 km d'altitude sont effectivement de cet ordre de grandeur [Hoffman, 1968, 1971; Taylor, 1971a, b, 1973; Taylor *et al.*, 1968].

D'autre part pour maintenir constante la quantité d'hélium neutre contenue dans une colonne d'atmosphère de  $1 \text{ cm}^2$  de base et située au-dessus de 400 km d'altitude, il faut assurer un transport vertical ou latéral, afin de remplacer la fraction de ces atomes d'hélium perdus par photoionisation. Or le flux vertical d'hélium neutre à la base de l'exosphère (500 km) est limité par la faible vitesse d'effusion de ces atomes, et reste en général petit vis-à-vis de la quantité qui est photoionisée au-dessus de 400 km excepté dans les rares cas où la température exosphérique dépasse  $1700^\circ \text{ K}$ . Il est donc nécessaire de compenser l'insuffisance du flux vertical d'hélium neutre par un transport latéral dans l'exosphère.

Notons finalement que la production totale d'hélium neutre à la surface de la Terre est pratiquement égale à la quantité d'hélium photoionisé au-dessus de 400 km [Nicolet, 1961]. La présence du Vent Polaire permet par conséquent d'évacuer une grande partie sinon la totalité des  $2,6 \times 10^6$  atomes d'hélium produits par  $\text{cm}^2$  et par seconde à la surface de la Terre.

### 3. APPROXIMATION HYDRODYNAMIQUE

#### 3.1. Généralités

Au chapitre précédent nous avons vu qu'au-dessus de 500 km d'altitude les atomes neutres de l'atmosphère terrestre ne subissent pratiquement plus de collisions. Dans cette région qu'on appelle l'exosphère neutre, les distributions de la densité des atomes peuvent être déterminées à partir de modèles exosphériques. Pour évaluer l'effet de l'interaction entre les atomes neutres et les particules chargées de l'ionosphère, il est nécessaire de connaître les concentrations d'atomes neutres d'hydrogène (H), d'hélium (He) et d'oxygène (O) ainsi que celles des molécules d'azote ( $\text{N}_2$ ) et d'oxygène ( $\text{O}_2$ ). A cette fin nous utilisons dans la suite les modèles atmosphériques de Nicolet et Kockarts [Banks et Kockarts, 1973] établis pour différentes températures exosphériques  $T_N$ .

La base de l'exosphère ionique est située à une altitude beaucoup plus élevée que l'exosphère neutre. En effet les interactions Coulombiennes entre particules chargées sont caractérisées par une section efficace de collision beaucoup plus grande que celle associée aux collisions entre particules neutres. En définissant l'exobase comme le niveau critique où  $l_a$  le libre parcours moyen des particules d'espèce  $a$  devient égal à la hauteur d'échelle des ions majoritaires  $\text{O}^+$ , on trouve que l'exobase ionique se situe entre 1000 km et 2000 km d'altitude alors que l'exobase de l'atmosphère neutre se situe aux environs de 500 km. Par conséquent il faut considérer qu'en dessous de 1000 km les ions et électrons thermiques subissent encore des collisions suffisamment fréquentes pour maintenir des distributions de

vitesse quasi-Maxwelliennes et quasi-isotropes. Dans cette partie de l'ionosphère où le libre parcours moyen des particules chargées est inférieur à la hauteur d'échelle de la concentration électronique, les équations hydrodynamiques d'Euler ou celles de Navier-Stokes constituent des approximations satisfaisantes des équations générales de transport.

Dans la suite de ce chapitre nous décrivons ces équations hydrodynamiques. Leur application particulière à l'ionosphère supérieure entre les altitudes 500 km et celle de l'exobase ionique est discutée dans le chapitre 5. Comme seuls les ions d'oxygène ( $O^+$ ), d'hydrogène ( $H^+$ ) et d'hélium ( $He^+$ ) deviennent prédominants dans l'ionosphère supérieure nous ne décrivons les équations de transport que pour ces trois constituants ioniques.

### 3.2. L'équation de continuité

La première équation de transport est l'équation de conservation du nombre de particules d'espèce  $a$ . Dans le cas stationnaire celle-ci s'écrit

$$\nabla_i n_a v_a^i = S_a \quad (3.1)$$

où  $n_a$  et  $v_a$  sont la densité numérique et la vitesse d'ensemble du constituant d'espèce  $a$ ;  $S_a$  est la production (ou la perte si  $S_a < 0$ ) du nombre de particules par  $cm^3$  et par seconde.

En tenant compte des processus physico-chimiques conduisant à la production et à la disparition des différents ions (cf. chapitre 2) on obtient successivement

$$\begin{aligned} S_{O^+} = & 1,7 \times 10^{-7} f_O n_O \\ & + 2,2 \times 10^{-11} T_H^{+1/2} n_O n_{H^+} \\ & - 2,5 \times 10^{-11} T_N^{1/2} n_{O^+} n_H \\ & - 2 \times 10^{-11} \left( \frac{300}{T_N} \right)^{1/2} n_{O_2} n_{O^+} \end{aligned}$$

$$- 1,2 \times 10^{-12} \left( \frac{300}{T_N} \right)^{1/2} n_{N_2} n_{O^+} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} S_{H^+} &= 5,5 \times 10^{-8} f_H n_H \\ &+ 2,5 \times 10^{-11} T_H^{1/2} n_{O^+} n_H \\ &- 2,2 \times 10^{-11} T_H^{+1/2} n_{O^+} n_{H^+} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} S_{He^+} &= 4,2 \times 10^{-8} f_{He} n_{He} \\ &- 1,5 \times 10^{-9} n_{He^+} n_{O_2} \\ &- 1,4 \times 10^{-9} n_{He^+} n_{N_2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Les paramètres  $f_O$ ,  $f_H$  et  $f_{He}$  sont les rapports entre les coefficients de photoionisations réels et la valeur de ces mêmes coefficients en période de faible activité solaire [Banks et Kockarts, 1973]. Ces paramètres varient entre 1 et une limite supérieure lorsque l'activité solaire augmente. Ces limites supérieures correspondant aux périodes très actives sont respectivement égales à 2,65 pour  $f_O$ , 2,18 pour  $f_H$  et 2,86 pour  $f_{He}$ . Dans les applications numériques nous adoptons une valeur moyenne de l'activité solaire telle que  $f_O = 1,88$ ,  $f_H = 1,6$  et  $f_{He} = 1,9$ .

L'équation (3.1) exprime que dans un état stationnaire la production nette de particules dans un élément de volume est égale au flux de particules qui s'échappent au travers de la surface de cet élément de volume. Comme dans l'ionosphère supérieure la fréquence de collision est beaucoup plus faible que la fréquence de gyration de Larmor, la diffusion des particules chargées dans la direction perpendiculaire au champ magnétique  $B$ , est fortement réduite par rapport à la diffusion parallèle aux lignes de force magnétique. Par conséquent l'écoulement du plasma ionosphérique se réalise principalement le long de ces lignes de

force. Désignons par  $w$  la composante de  $v$  parallèle à  $B$ . Soient  $A$  la section du tube de force magnétique et,  $s$  la distance mesurée le long des lignes de force. On vérifie que dans l'ionosphère polaire où les lignes de force dipolaires sont pratiquement verticales on peut identifier  $s$  avec l'altitude  $h$ . Dans ce cas également la section du tube de force est donnée par

$$A(s) = A_0 \left( \frac{R_E + s}{R_E + s_0} \right)^3 \quad (3.5)$$

où  $R_E$  est le rayon de la Terre et  $A_0 = 1 \text{ cm}^2$  est la section du tube de force magnétique au niveau de référence  $s_0 = h_0$ .

En tenant compte de ces remarques l'équation (3.1) pour les ions  $H^+$  peut se mettre sous la forme

$$\frac{dn}{ds} = \frac{S}{w} - \frac{n}{w} \frac{dw}{ds} - n \frac{d \ln A}{ds} \quad (3.6)$$

où  $n$  et  $w$  sont les densité et vitesse d'ensemble des ions  $H^+$ ;  $S$  est donné par la relation (3.3).

Une équation semblable peut être écrite pour les ions  $He^+$  et tous les autres constituants. Elle permet de déterminer la distribution de la densité  $n$  connaissant la distribution de la vitesse  $w$ , ou inversement. Cette dernière est obtenue en résolvant l'équation de mouvement discutée au paragraphe suivant.

### 3.3. L'équation de mouvement

La seconde équation de transport est l'équation de mouvement des particules chargées d'espèce  $a$ . Dans le cas stationnaire cette équation s'écrit

$$\begin{aligned} n_a m_a v_a^j \nabla_j v_a^i + \nabla_i p_a^{i,j} &= n_a m_a g^i + Z_a e n_a E^i + Z_a (e/c) n_a (\vec{v}_a \wedge \vec{B})^i \\ + \mu_a^i - m_a S_a v_a^i & \end{aligned} \quad (3.7)$$

où les différents symboles ont les significations suivantes

$n_a$  densité numérique  
 $m_a$  masse de la particule  
 $\vec{v}_a$  vitesse d'ensemble  
 $p_a$  tenseur des pressions  
 $Z_a e$  charge de la particule  
 $\mu_a$  friction dynamique  
 $S_a$  production nette  
 $\vec{E}$  champ électrique  
 $\vec{B}$  champ magnétique  
 $\vec{g}$  accélération gravifique

Le premier terme est égal à la force d'inertie par  $\text{cm}^3$ . Il est de l'ordre de  $n_a m_a v_a^2 / L$  où  $L$  est une longueur caractéristique comparable à la hauteur d'échelle de la densité. Lorsque la vitesse d'ensemble  $\vec{v}_a$  est beaucoup plus petite que la vitesse d'agitation thermique des particules  $(k T_a / m_a)^{1/2}$  (où  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T_a$  la température) ce premier terme de l'équation (3.7) est négligeable vis-à-vis du second dont l'ordre de grandeur est  $n_a k T_a / L$ . Le terme d'inertie peut toujours être négligé pour les électrons et les ions d'oxygène dont les vitesses d'ensemble restent toujours inférieures aux vitesses d'agitation thermique. Il peut également être négligé pour les ions légers tels que  $\text{H}^+$  et  $\text{He}^+$  dans les régions inférieures de l'ionosphère où  $\vec{v}_a$  est très inférieure à la vitesse d'agitation thermique de ces ions. Néanmoins comme cette étude concerne principalement les régions supérieures où se produit pour ces ions la transition du régime subsonique au régime supersonique il est nécessaire de tenir compte de ce terme d'inertie dans la résolution des équations de mouvement de  $\text{H}^+$ .

Le 3ème terme de l'équation (3.7) est égal à la force gravifique agissant sur l'ensemble des particules d'espèce  $a$  situées dans un volume de  $1 \text{ cm}^3$ . Comme les ions d'oxygène restent majoritaires en dessous de l'exobase et que leur vitesse d'ensemble  $v_{O+y}$  est petite par rapport à la vitesse d'agitation thermique, on peut considérer que la vitesse moyenne de

l'ensemble du plasma ( $\Sigma n_a m_a v_a / \Sigma n_a m_a$ ) reste également beaucoup plus petite que la vitesse thermique  $[k(T_{O^+} + T_e)/m_{O^+}]^{1/2}$ . Par conséquent l'équation de mouvement de l'ensemble du plasma se réduit pratiquement à l'équation hydrostatique où l'on néglige le terme correspondant à la force d'inertie ( $\Sigma n_a m_a v_a^i \nabla_i v_a^j$ ). Dans ce cas le gradient de la pression totale ( $\Sigma \vec{\nabla} n_a kT_a$ ) est pratiquement contrebalancé par la force gravifique ( $\Sigma n_a m_a \vec{g}$ ). De cette égalité on peut tirer l'ordre de grandeur de la longueur caractéristique

$$L = \frac{\Sigma n_a kT_a}{\Sigma n_a m_a g} \quad (3.8)$$

Cette dimension caractéristique est pratiquement égale à la hauteur d'échelle  $\mathcal{H}_{O^+}$  des ions d'oxygène puisque ceux-ci sont prédominants en-dessous de l'exosphère ionique polaire :

$$\mathcal{H}_{O^+} = \frac{k(T_{O^+} + T_e)}{m_{O^+} g} \quad (3.9)$$

La distribution de ces ions  $O^+$  est pratiquement donnée par la loi barométrique

$$n_{O^+}(h) = n_{O^+}(h_0) \exp \left[ - \int_{h_0}^h \frac{ds}{\mathcal{H}_{O^+}} \right] \quad (3.10)$$

La 4ème terme de l'équation (3.7) constitue la force électrique s'exerçant sur les particules d'espèce  $a$  contenues dans un volume de  $1 \text{ cm}^3$ . Dans un système de coordonnées (xyz) fixe par rapport à la Terre. Le champ électrique  $\vec{E}$  possède en général une composante perpendiculaire à  $\vec{B}$  désignée par  $\vec{E}_\perp$ , et une composante parallèle aux lignes de force magnétique que l'on désignera par  $\vec{E}_\parallel$ . Le champ électrique  $\vec{E}_\perp$  engendre une dérive des électrons et des protons perpendiculairement à  $\vec{B}$ . La vitesse de cette dérive est la même pour les charges électriques positives et négatives:

$$\vec{v}_\perp = \vec{E}_\perp \wedge \vec{B} / B^2 \quad (3.11)$$

Dans le système de coordonnées (x'y'z') en mouvement avec cette vitesse de dérive du plasma  $\vec{v}_\perp$ , le champ électrique  $\vec{E}'_\perp$  est donné par la transformation de Lorentz

$$\begin{aligned}\vec{E}'_{\perp} &= \vec{E}_{\perp} + \vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B} \\ \vec{B}' &= \vec{B}\end{aligned}\quad (3.12)$$

En utilisant la relation (3.12), on vérifie que dans le système en mouvement (x'y'z'), le champ électrique perpendiculaire  $\vec{E}'_{\perp}$  est nul ainsi que  $\vec{v}'_{\perp}$ .

Le 5 ème terme de l'équation (3.7) représentant la force de Lorentz est identiquement nul dans ce système de coordonnées en mouvement.

Le champ électrique parallèle  $\vec{E}_{\parallel}$  est généralement supposé nul dans les plasmas en raison de la grande conductibilité électrique des gaz ionisés. Toutefois en présence d'une force gravifique, des charges électriques de polarisation apparaissent au sein du plasma ionosphérique. Ces charges créent un champ électrique  $\vec{E}$  dont la valeur s'ajuste automatiquement pour qu'en tout point de l'ionosphère le gradient de la densité électronique soit égal au gradient de la densité totale des charges positives

$$\text{grad } n_e = \text{grad } \sum_{\text{ions}} Z_a n_a$$

En effet ceci entraîne que si le plasma est électriquement neutre en un seul point de l'ionosphère, il le sera partout, c-à-d. :

$$n_e = \sum_{\text{ions}} Z_a n_a \quad (3.13)$$

Dans un plasma isotherme en équilibre hydrostatique dans le champ gravifique et principalement constitué d'ions  $O^+$ , l'intensité de ce champ électrique parallèle est donné par la relation de Pannekoek-Rosseland [Pannekoek, 1922; Rosseland, 1924]

$$\vec{E}_{\parallel} = - \frac{m_o + \vec{g}_{\parallel}}{e(1 + T_o + /T_e)} \quad (3.14)$$

Bien que l'intensité de ce champ électrique de polarisation dirigé vers l'extérieur ne dépasse pas  $8 \times 10^{-4}$  mV/m dans l'ionosphère terrestre, celui-ci joue un rôle essentiel dans l'accéléra-

tion vers le haut des ions thermiques  $H^+$  et  $He^+$  immergés dans l'ionosphère polaire. En effet si  $T_{O^+} = T_e$ , la somme des forces gravifique et électrique qui s'exercent sur les ions  $H^+$  et  $He^+$  est dirigée vers l'extérieur et égale à 8 fois et 4 fois la force gravifique s'exerçant respectivement sur les ions  $H^+$  et  $He^+$ . Par contre pour les ions  $O^+$  et les électrons la somme des forces gravifique et électrique est dirigée vers le bas et égale à la moitié de la force gravifique s'exerçant sur les ions  $O^+$ .

Le 6ème terme de l'équation (3.7) représente l'impulsion par seconde communiquée aux particules d'espèce  $a$  par suite des collisions avec les autres particules du milieu. En tenant compte des fréquences de collisions élastiques on a d'après Banks et Kockarts [1973]

$$\begin{aligned}
 \mu_{H^+} = & -n_{H^+} m_{H^+} + [10,6 \times 10^{-10} n_{He^+} (w_{H^+} - w_{He^+}) \\
 & + 0,95 \times 10^{-12} (T_{H^+} + T_H)^{1/2} [14,4 - 1,17 \log_{10} (T_{H^+} + T_N)]^2 n_H (w_{H^+} - w_H) \\
 & + 4,4 \times 10^{-11} T_{H^+}^{1/2} n_O (w_{H^+} - w_O) \\
 & + 1,62 T_{H^+}^{-3/2} \left( 1 + \frac{T_{He^+}}{4T_{H^+}} \right)^{-3/2} n_{He^+} (w_{H^+} - w_{He^+}) \\
 & + 1,4 T_{H^+}^{-3/2} \left( 1 + \frac{T_{O^+}}{16T_{H^+}} \right)^{-3/2} n_{O^+} (w_{H^+} - w_{O^+})] \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mu_{He^+} = & -n_{He^+} m_{He^+} + \left[ 10,2 \times 10^{-10} n_O (w_{He^+} - w_O) \right. \\
 & + 4,76 \times 10^{-10} n_H (w_{He^+} - w_H) \\
 & + 1,62 T_{He^+}^{-3/2} \left( 1 + \frac{T_{O^+}}{4T_{He^+}} \right)^{-3/2} n_{O^+} (w_{He^+} - w_{O^+}) \\
 & \left. + 6,5 T_{He^+}^{-3/2} \left( 1 + 4 \frac{T_{H^+}}{T_{He^+}} \right)^{-3/2} n_{H^+} (w_{He^+} - w_{H^+}) \right]
 \end{aligned}$$

$$+ 4,85 \times 10^{-13} (T_{\text{He}^+} + T_{\text{He}})^{1/2} [11,6 - 1,05 \log_{10} (T_{\text{He}} + T_{\text{He}^+})]^2$$

$$\times n_{\text{He}} (w_{\text{He}^+} - w_{\text{He}}) \quad (3.16)$$

Bien qu'au-dessus de 500 km les collisions des ions avec les atomes neutres ne sont plus très importantes, les collisions coulombiennes dont la section efficace est environ 1000 fois supérieure, donnent lieu à une force de friction qui limite la valeur de la vitesse d'ensemble  $w_a$  intervenant dans l'expression de  $\mu_a$ . En-dessous de l'exobase la vitesse maximum d'écoulement des particules d'espèce  $a$ , est obtenue en exprimant que

$$\mu_a \approx n_a m_a \nu_{a\beta} w_a^{\text{max}} = P_a/L \quad (3.17)$$

où  $\nu_{a\beta}$  est la fréquence de collision entre particules d'espèces différentes.

Si l'on définit un libre parcours moyen par la relation

$$l_a = \left( \frac{3 k T_a}{m_a} \right)^{1/2} / \nu_{a\beta} \quad (3.18)$$

on obtient d'après (3.17)

$$w_a^{\text{max}} = \left( \frac{k T_a}{3 m_a} \right)^{1/2} \frac{l_a}{L} \quad (3.19)$$

Au fur et à mesure que l'on s'élève en altitude les collisions deviennent moins fréquentes et la force de friction devient de moins en moins efficace pour freiner l'écoulement des ions légers. D'après la relation (3.19) on peut conclure que  $w_a^{\text{max}}$  est proportionnel au libre parcours moyen des particules, et augmente donc rapidement avec l'altitude. Entre 1000 et 2000 km d'altitude dans l'ionosphère polaire, la fréquence de collision est devenue tellement faible que  $l_a$  le libre parcours moyen des particules, devient égal à  $L$ , la hauteur d'échelle. Nous avons défini ci-dessus ce niveau comme celui de l'exobase. On vérifie qu'à cette altitude la vitesse maximum  $w_a^{\text{max}}$ , déduite de (3.19) est égale à  $\left( \frac{k T_a}{3 m_a} \right)^{1/2}$  et est donc

légèrement inférieure à la vitesse d'agitation thermique. On en déduit qu'à l'exobase et en-dessous de celle-ci, la vitesse d'écoulement  $w_a$  reste nécessairement inférieure à la vitesse critique  $(k T_a/m_a)^{1/2}$ . Par conséquent la transition du régime d'écoulement subsonique vers le régime supersonique a lieu au-dessus de l'exobase et doit être décrite dans le cadre des modèles exosphériques et non à l'aide des équations hydrodynamiques d'Euler souvent utilisées abusivement [Banks et Holzer, 1968, 1969a, b; Marubashi, 1970] dans l'exosphère où la validité de ces équations est non justifiée.

Le dernier terme de l'équation (3.7) représente la perte d'impulsion par seconde et par centimètre cube, due à la disparition des particules par suite des réactions physico-chimiques. Ce terme est généralement petit vis-à-vis du précédent et est souvent négligé dans l'équation de mouvement.

Dans l'équation (3.7) apparaît le tenseur de pression,  $p_a^{ij}$ , que l'on a en général supposé isotrope et diagonal [Banks et Holzer, 1968, 1969a, b; Marubashi, 1970]. Dans ce cas particulier la divergence de ce tenseur se réduit au gradient de la pression hydrostatique  $p_a$  qui est reliée à la température cinétique par l'équation des gaz parfaits

$$p_a = n_a k T_a \quad (3.20)$$

Bien que ces approximations soient très satisfaisantes dans la partie inférieure de l'ionosphère en raison de la faible valeur du coefficient de viscosité  $\eta_a$ , les termes  $p_a^{xx}$ ,  $p_a^{yy}$ , et  $p_a^{zz}$  peuvent devenir fortement inégaux au voisinage de l'exobase où le gradient de la vitesse d'ensemble des ions  $H^+$  ou  $He^+$  peut acquérir une valeur importante. Dans l'approximation de Navier-Stokes les composantes du tenseur des pressions se mettent sous la forme [Braginskii, 1958]

$$p_a^{zz} = p_a^{yy} = p_a - \tau_a \quad (3.21)$$

$$p_a^{xx} = p_a^{yy} = p_a^z = p_a + \frac{\tau_a}{2} \quad (3.22)$$

$$\text{où } \tau_a = \eta_a \left( \frac{2}{3} w_a \frac{d \ln A}{ds} - \frac{4}{3} \frac{d w_a}{ds} \right) \quad (3.23a)$$

$$\eta_a = 0,96 \frac{n_a k T_a}{\nu_a} \quad (3.23b)$$

D'après (3.19), (3.21) à (3.23b) on vérifie que les termes de tension visqueuses sont de l'ordre de

$$p_a (l_a/L) \left[ w_a / \left( \frac{3 k T_a}{m_a} \right)^{1/2} \right]$$

et l'on voit que lorsque la vitesse  $w_a$  devient de l'ordre de grandeur de la vitesse d'agitation thermique, et lorsque le libre parcours moyen  $l_a$  devient égal à la hauteur d'échelle  $L$ , l'anisotropie du tenseur de pression devient importante et ne peut être négligée dans l'équation de mouvement des ions  $H^+$  et  $He^+$ . Toutefois comme les vitesses d'ensemble de l'oxygène ( $O^+$ ) et des électrons ( $e$ ) restent toujours très inférieures aux vitesses d'agitation thermique correspondantes, cette correction d'anisotropie de pression peut être ignorée pour ces deux constituants.

L'approximation de Navier-Stokes des composantes du tenseur de pression est définie par les relations (3.21) à (3.23b). Ces relations sont établies en supposant que la distribution des vitesses s'écarte très peu de la distribution Maxwellienne. En d'autres termes il faut que les tensions  $\tau_a$  dues à la viscosité et définies par (3.23a) soient petites vis-à-vis de la pression  $p$  (1er terme dans le membre de droite des éqs. 3.21 et 3.22). Or au voisinage de l'exobase le rapport  $\tau/p$  devient supérieur à 0.5 c-à-d. que l'approximation de Navier-Stokes devient caduque, et la valeur du coefficient de viscosité lui-même perd la signification qu'il possède dans le cas où les collisions sont suffisamment nombreuses pour maintenir la distribution des vitesses voisine de celle de Maxwell. Pour décrire le comportement de la vitesse moyenne dans la région de transition située au voisinage de l'exobase on peut cependant réduire

artificiellement la valeur du coefficient de viscosité.

Un artifice semblable a été utilisé par von Neumann et Richtyer [1950] en introduisant une viscosité artificielle dans l'étude des ondes de choc. Bien qu'une telle réduction de la viscosité dans la région de transition où le libre parcours moyen devient comparable aux dimensions caractéristiques du système n'ait pas encore été décrite rigoureusement par une théorie cinétique des gaz circonstanciée, on peut lui trouver une justification physique qualitative. En effet dans cette région de transition dont l'épaisseur est probablement de l'ordre de grandeur de la hauteur d'échelle de la densité électronique, le plasma passe progressivement d'un régime collisionnel où la notion de viscosité possède le sens qu'on lui attribue usuellement, à un régime non-collisionnel où la notion même de coefficient de viscosité ne peut être définie. En effet, la valeur du coefficient de viscosité est essentiellement déterminée par le type d'interactions entre les particules. Or, par définition, dans l'exosphère il n'y a plus d'interactions collisionnelles entre les particules. Au chapitre 5 nous discutons l'effet d'une telle réduction de la viscosité.

Si l'on tient compte de la présence des ions  $O^+$ , le coefficient de viscosité classique des ions  $H^+$  est donné par

$$\eta_{H^+} = 1,47 \times 10^{-6} T_{H^+}^{5/2} \frac{1}{1 + 1,25 \frac{n_{O^+}}{n_{H^+}} \left(1 + \frac{T_{O^+}}{16 T_{H^+}}\right)^{3/2}} \text{ [poise]} \quad (3.24)$$

Pour les ions d'hélium il faut

$$\eta_{He^+} = 7,4 \times 10^{-17} T_{He^+}^{5/2} \frac{1}{1 + 0,9 \frac{n_{O^+}}{n_{He^+}} \left(1 + \frac{T_{O^+}}{4 T_{He^+}}\right)^{3/2}} \text{ [poise]} \quad (3.25)$$

Dans la région de transition nous réduisons arbitrairement ces valeurs par le facteur  $\epsilon$  défini de la façon suivante

$$\epsilon(h) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{tgh} \frac{h - h_\eta}{h_0 + 1/2} \quad (3.26)$$

où  $h_\eta$  est un paramètre dont la valeur est voisine de l'altitude de l'exobase  $h_0$ . On vérifie aisément que pour

$$h \ll h_\eta \quad : \quad \epsilon(h) \approx 1$$

$$h = h_\eta \quad : \quad \epsilon(h) = \frac{1}{2}$$

$$h \gg h_\eta \quad : \quad \epsilon(h) \approx 0.$$

En tenant compte de toutes les remarques précédentes, l'équation de mouvement des ions  $H^+$  dans un tube de force magnétique peut s'écrire sous la forme suivante

$$n m w \frac{dw}{ds} + \frac{dp^\parallel}{ds} + (p^\parallel - p^\perp) \frac{d \ln A}{ds} = - n m g^\parallel \left( 1 - \frac{m_{O^+}}{m(1 + T_{O^+}/T_e)} \right) + \mu - m w S \quad (3.27)$$

où  $p^\parallel$ ,  $p^\perp$ ,  $A$ ,  $\mu$  et  $S$  sont respectivement donnés par les relations (3.21), (3.22), (3.5), (3.15) et (3.3).

Une équation semblable peut être écrite pour les ions  $He^+$ . Ces équations différentielles du second ordre en  $dw/dr$  permettent d'obtenir la distribution de la vitesse d'ensemble des ions légers diffusant au sein de l'ionosphère supérieure composée majoritairement d'ions  $O^+$  et d'électrons qui sont pratiquement en équilibre hydrostatique.

### 3.4. L'équation d'énergie

La troisième équation de transport est l'équation d'énergie des particules d'espèce  $a$ . Celle-ci s'écrit dans le cas stationnaire

$$\nabla_i \left[ n_a \left( U_a + \frac{m_a v_a^2}{2} \right) v_a^i + p_a^{ij} v_{aj} + \varphi_a^i \right] = M_a + n_a m_a g_a^i v_{ai} + n_a Z_a e v_a^i E_i \quad (3.28)$$

où  $U_a$  est l'énergie cinétique moyenne des particules d'espèce  $a$ . Cette quantité peut s'exprimer en terme de la température  $T_a$

$$U_a = \frac{3}{2} k T_a \quad (3.29)$$

$\vec{\varphi}_a$  est le flux de conduction thermique, et  $M_a$  est le taux de production d'énergie par  $\text{cm}^3$  et par seconde. En tenant compte des mécanismes de chauffage et d'échange d'énergie dans l'ionosphère supérieure on obtient d'après Banks et Kockarts [1973] :

$$\begin{aligned} M_e &= 2 \times 10^{-12} n_e \frac{\Phi}{\epsilon} \\ &- 7,2 \times 10^{-18} n_e n_{O_2} T_e^{1/2} (T_e - T_{O_2}) \\ &- 6,3 \times 10^{-16} n_e n_H T_e^{1/2} (1 - 1,35 \times 10^{-4} T_e) (T_e - T_H) \\ &- 1,2 \times 10^{-19} n_e n_{N_2} (1 - 1,2 \times 10^{-4} T_e) T_e^{1/2} (T_e - T_{N_2}) \\ &- 7,9 \times 10^{-19} n_e n_{O_2} (1 + 3,6 \times 10^{-2} T_e^{1/2}) T_e^{1/2} (T_e - T_{O_2}) \\ &- 2 \times 10^{-14} n_e n_{N_2} (T_e - T_{N_2}) T_e^{-1/2} \\ &- 7 \times 10^{-14} n_e n_{O_2} (T_e - T_{O_2}) T_e^{-1/2} \\ &- 3,3 \times 10^{-10} n_e n_{N_2} \left\{ 1 - \exp \left[ 3200 \left( \frac{1}{T_e} - \frac{1}{T_{N_2}} \right) \right] \right\} T_e^{1/2} \exp \left( - \frac{17620}{T_e} \right) \\ &- 1,1 \times 10^{-10} n_e n_{O_2} T_e^{1/2} \exp \left( - \frac{22700}{T_e} \right) \left\{ (0,406 + 0,357 \times 10^{-4} T_e) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (0,333 + 0,183 \times 10^{-4} T_e) \exp\left(-\frac{13700}{T_e}\right) - (0,456 + 0,174 \times 10^{-4} T_e) \\
& \exp\left(-\frac{29700}{T_e}\right) \} \\
& - 4,8 \times 10^{-7} n_e n_{O^+} (T_e - T_{O^+}) T_e^{-3/2} \\
& - 7,7 \times 10^{-6} n_e n_{H^+} (T_e - T_{H^+}) T_e^{-3/2} \\
& - 1,93 \times 10^{-6} n_e n_{He^+} (T_e - T_{He^+}) T_e^{-3/2}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

où  $M_e$  est exprimé en  $eV \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$  et où  $\Phi$  est le flux de photoélectrons d'énergie moyenne  $\epsilon = 10 \text{ eV}$ .

$$\begin{aligned}
M_{O^+} = & + 4,8 \times 10^{-6} n_e n_{O^+} (T_e - T_{O^+}) T_e^{-3/2} \\
& - 5,6 \times 10^{-14} n_{O^+} n_O (T_{O^+} \cdot T_O) \\
& - 4,0 \times 10^{-14} n_{O^+} n_{N_2} (T_{O^+} \cdot T_{N_2}) \\
& - 2,1 \times 10^{-15} n_{O^+} n_O (T_{O^+} + T_O)^{1/2} (T_{O^+} \cdot T_O) \\
& - 2 \times 10^{-5} n_{O^+} n_{H^+} (T_{O^+} - T_{H^+}) \left(\frac{T_{O^+}}{16} + T_{H^+}\right)^{-3/2} \\
& - 5,1 \times 10^{-6} n_{O^+} n_{He^+} (T_{O^+} - T_{He^+}) \left(\frac{T_{O^+}}{16} + \frac{T_{He^+}}{4}\right)^{-3/2} \\
& - 1,7 \times 10^{-15} n_{O^+} n_H T_H^{1/2} (T_{O^+} \cdot T_H)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
M_{H^+} = & 7,7 \times 10^{-6} n_e n_{H^+} (T_e - T_{H^+}) T_e^{-3/2} \\
& - 1,5 \times 10^{-15} n_{H^+} n_O T_H^{1/2} (T_{H^+} \cdot T_O)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 2,8 \times 10^{-14} n_{H^+} n_{N_2} (T_{H^+} \cdot T_{N_2}) \\
& - 1,9 \times 10^{-14} n_{H^+} n_H (T_{H^+} \cdot T_H) \\
& - 13 \times 10^{-15} n_{H^+} n_H (T_{H^+} + T_H)^{1/2} (T_{H^+} \cdot T_H) \\
& - 5,53 \times 10^{-14} n_{H^+} n_{He} (T_{H^+} \cdot T_{He}) \\
& - 2 \times 10^{-5} n_{H^+} n_{O^+} (T_{H^+} \cdot T_{O^+}) \left( T_{H^+} + \frac{T_{O^+}}{16} \right)^{-3/2} \\
& - 8,3 \times 10^{-5} n_{H^+} n_{He^+} (T_{H^+} \cdot T_{He^+}) \left( T_{H^+} + \frac{T_{He^+}}{4} \right)^{-3/2}
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
M_{He^+} &= 1,93 \times 10^{-6} n_e n_{He^+} (T_e \cdot T_{He^+}) T_e^{-3/2} \\
& - 4,1 \times 10^{-14} n_{He^+} n_O (T_{He^+} \cdot T_O) \\
& - 4,5 \times 10^{-14} n_{He^+} n_{N_2} (T_{He^+} \cdot T_{N_2}) \\
& - 9,9 \times 10^{-14} n_{He^+} n_H (T_{He^+} \cdot T_H) \\
& - 5,4 \times 10^{-14} n_{He^+} n_{He} (T_{He^+} \cdot T_{He}) \\
& - 3,9 \times 10^{-15} n_{He^+} n_{He} (T_{He^+} + T_{He})^{1/2} (T_{He^+} \cdot T_{He}) \\
& - 5,1 \times 10^{-6} n_{He^+} n_{O^+} (T_{He^+} \cdot T_{O^+}) \left( \frac{T_{He^+}}{4} + \frac{T_{O^+}}{16} \right)^{-3/2} \\
& - 8,25 \times 10^{-5} n_{He^+} n_{H^+} (T_{He^+} \cdot T_{H^+}) \left( \frac{T_{He^+}}{4} + T_{H^+} \right)^{-3/2}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

S'il n'y avait aucun transport d'énergie par conduction et si le flux  $\Phi$  des particules suprathermiques était nul, toutes les températures  $T_a$  seraient égales à  $T_N$ , la température de l'atmosphère neutre. (solutions particulières des équations  $M_a = 0$ ). Dans ce cas l'équilibre thermique est réalisé. Toutefois l'interaction entre les photoélectrons d'une énergie moyenne de 10 eV avec les électrons thermiques (0,1 - 0,5 eV) permet d'élever la température de ces derniers au-dessus de la valeur d'équilibre thermique correspondant à  $\Phi = 0$ .

Cette augmentation de la température électronique  $T_e$  entraîne une augmentation des températures ioniques  $T_{H^+}$ ,  $T_{He^+}$  et  $T_{O^+}$ . En effet l'excès d'énergie thermique des électrons est transféré par collisions élastiques aux différents ions et finalement aux atomes neutres. Cependant comme l'atmosphère neutre constitue un réservoir thermique plus vaste que la fraction ionisée de celle-ci, on peut considérer que l'élévation de température des particules neutres reste faible compte tenu de leurs pertes d'énergie par conduction et par radiation. Par conséquent les températures d'équilibre thermique des particules chargées dépendront de la valeur de  $\Phi$ , le flux de particules suprathermiques, et pourront être calculées en résolvant les équations algébriques  $M_a = 0$ , où l'on a supposé que  $T_N$  est fixé.

La figure 3.1 montre comment varient ces températures d'équilibre à 500 km d'altitude, lorsqu'on fait varier le flux de photoélectrons. On a supposé ici que  $T_N = 790$  K (voir au chapitre 5 la justification de cette valeur particulière) et que les concentrations des atomes et molécules neutres à 500 km sont celles du modèle atmosphérique correspondant de Nicolet et Kockarts (communication personnelle). La concentration de  $O^+$  a été fixée à  $6 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ , et les concentrations de  $H^+$  et  $He^+$  sont tirées des équations (2.11) et (2.19) exprimant que ces ions sont en équilibre photochimique à 500 km.

Le flux de conduction apparaissant dans l'équation (3.28) est proportionnel au gradient de la température,

$$\varphi_a^i = -\kappa_a^{ij} \nabla^j T_a \quad (3.34)$$

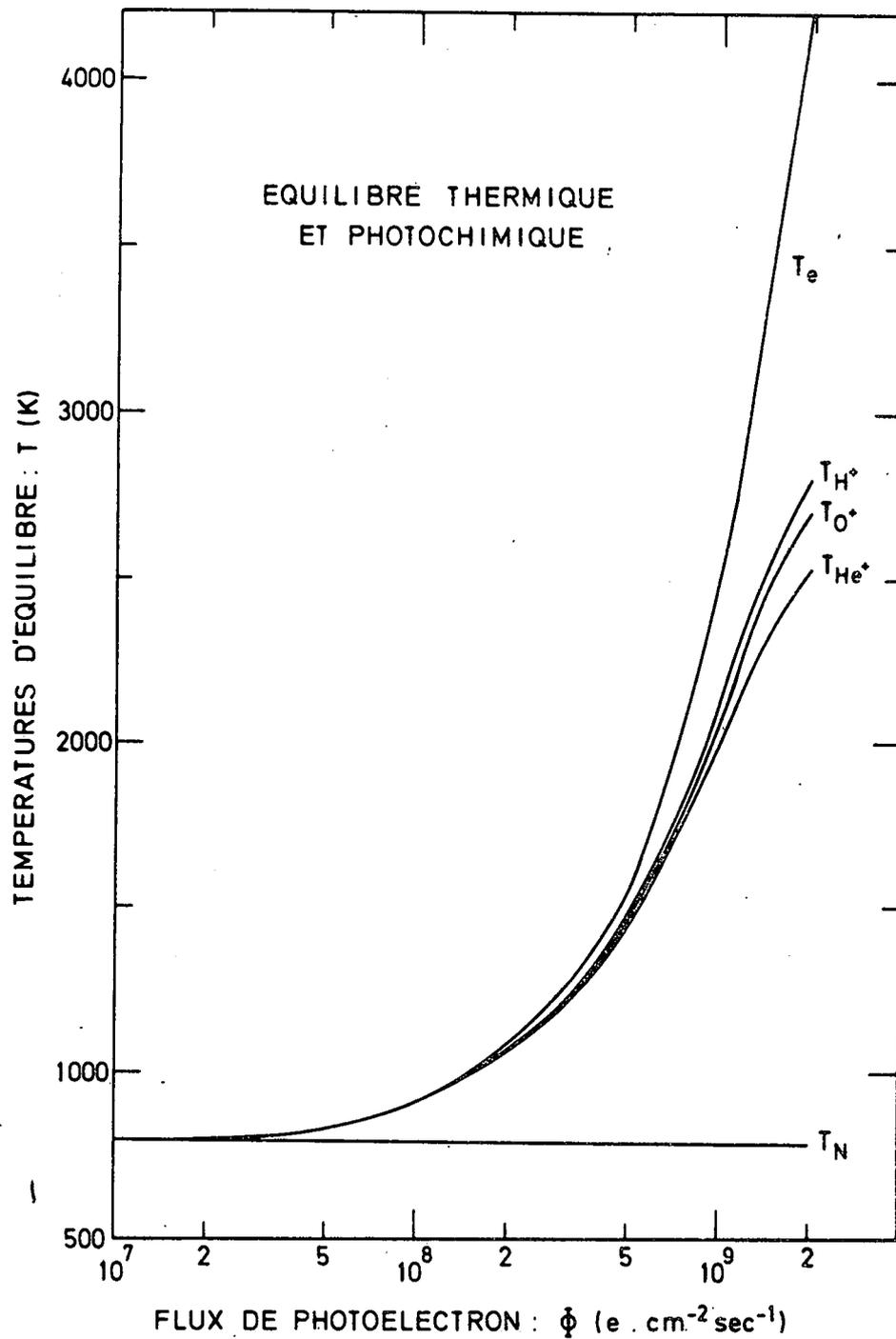


Fig. 3.1.- Variations des températures d'équilibre thermique à 500 km d'altitude en fonction du flux des photoélectrons et pour un température de l'atmosphère neutre de 790 k.

où  $\kappa_a^{ij}$  est le tenseur de conductibilité thermique. Comme la fréquence de gyration de Larmor des particules chargées est beaucoup plus grande que la fréquence de collision, le transport de chaleur perpendiculairement aux lignes de force est pratiquement nul et (3.34) se ramène alors à

$$\varphi_a^{\parallel} = -\kappa_a^{\parallel} \nabla_{\parallel} T_a \quad (3.35)$$

où  $\kappa_a^{\parallel}$  est le coefficient de conductibilité thermique dans la direction parallèle à  $\vec{B}$ . Celui-ci est inversement proportionnel à la fréquence de collision des particules. D'après Braginskii [1958] on a

$$\kappa_a^{\parallel} = 3,9 \frac{n_a k^2 T_a}{m_a \nu_a} \quad (3.36)$$

c'est-à-dire

$$\kappa_e^{\parallel} = 1,23 \times 10^{-6} T_e^{5/2} \quad (\text{erg cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ K}^{-1}) \quad (3.37)$$

$$\kappa_{H^+}^{\parallel} = 4,95 \times 10^{-8} T_{H^+}^{5/2} \left[ \frac{1}{1 + 1,25 \frac{n_{O^+}}{n_{H^+}} \left(1 + \frac{T_{O^+}}{16 T_{H^+}}\right)^{3/2}} \right] \quad (\text{erg cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ K}^{-1}) \quad (3.38)$$

$$\kappa_{He^+}^{\parallel} = 2,47 \times 10^{-8} T_{He^+}^{5/2} \left[ \frac{1}{1 + 0,9 \frac{n_{O^+}}{n_{He^+}} \left(1 + \frac{T_{O^+}}{4 T_{He^+}}\right)^{3/2}} \right] \quad (\text{erg cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ K}^{-1}) \quad (3.39)$$

Comme pour le coefficient de viscosité, on doit s'attendre à une réduction de ces coefficients de conductibilité thermique dans la région de transition voisine de l'exobase. Comme ci-dessus et pour les mêmes raisons, nous réduisons arbitrairement la valeur de  $\kappa_a$  par un facteur  $\epsilon(h)$  défini par la relation (3.26) contenant le paramètre  $h_{\kappa}$  au lieu de  $h_{\eta}$  et dont la valeur est voisine de l'altitude de l'exobase  $h_0$ . Notons que lorsque  $h_{\kappa} \rightarrow +\infty$ ,  $\epsilon(h)$  vaut l'unité (c-à-d. pas de réduction) quel que soit  $h$ .

Les deux derniers termes de l'équation (3.28) représentent respectivement les taux de variation des densités d'énergie dus au travail des forces gravifiques et électriques. En tenant compte que dans le système de coordonnées en mouvement avec le tube de force,  $v_{a\perp}$  et  $E_{\perp}$  sont nuls, et que  $E_{\parallel}$  est donné par (3.15), on peut regrouper ces deux termes sous la forme suivante,

$$n_a m_a g^i v_{ai} \left( 1 - \frac{m_{O^+}}{m_a (1 + T_{O^+}/T_e)} \right) \quad (3.40)$$

Si  $A$  est la section du tube de force magnétique et  $w$  la vitesse de l'ion  $H^+$ ,  $n$  sa densité,  $T$  sa température,  $\varphi$  le flux de conduction thermique (éq. 3.35),  $p''$  sa pression parallèle (éq. 3.21), l'équation de conservation d'énergie totale devient

$$\frac{1}{A} \frac{d}{ds} A \left[ n m w \left( \frac{3 k T}{2m} + \frac{w^2}{2} \right) + p'' w + \varphi \right] = M + n m w g'' \left[ \frac{m_{O^+}}{m(1 + T_{O^+}/T_e)} - 1 \right] \quad (3.41)$$

où  $M$  est donné par l'expression (3.32).

Cette équation exprime que, dans une situation stationnaire, la production nette d'énergie thermique ( $M$ ) à l'intérieur d'un élément de volume est contrebalancée par une perte équivalente sous forme de transport d'énergie par advection et par conduction, déduction faite du travail des forces de pression, ainsi que des forces gravifiques et électriques.

En soustrayant de l'équation (3.41) le transport de l'énergie mécanique tiré de l'équation de mouvement (3.27), on obtient l'équation de conservation de l'énergie thermique des ions  $H^+$ . En tenant également compte de l'équation de continuité (3.1) cette nouvelle équation d'énergie se met sous la forme,

$$n w \frac{d}{ds} \left( \frac{3}{2} k T \right) = - \frac{1}{A} \frac{d}{ds} (A \varphi) - p^{\parallel} \frac{dw}{ds} - w p^{\perp} \frac{d \ln A}{ds} + M - w \mu + \left( \frac{m w^2}{2} - \frac{3 k T}{2} \right) S \quad (3.42)$$

Cette équation différentielle est du second ordre en  $dT/ds$  (en effet  $\varphi$  est proportionnel au gradient de température) et permet de calculer la distribution de la température des ions  $H^+$  si leur densité  $n$ , et leur vitesse d'ensemble  $w$  sont connues par la résolution des équations de continuité et de mouvement.

Une équation d'énergie thermique analogue permet de calculer la distribution de température des ions  $He^+$ . Dans ce cas les coefficients de conductibilité thermique et de viscosité seront donnés par les relations (3.39) et (3.25), tandis que les productions d'ions  $He^+$  et d'énergie seront fournis par les expressions (3.4) et (3.33).

Des équations de conservation d'énergie semblables peuvent être écrites pour les électrons et les ions  $O^+$ . Toutefois en raison de la grande conductibilité thermique des électrons nous admettons dans les applications numériques que la température des électrons est indépendante de l'altitude et qu'elle possède dans toute la région où les équations hydrodynamiques sont appliquées, une valeur égale à celle de l'équilibre thermique réalisé à 500 km d'altitude.

Une hypothèse de travail identique est faite pour la température des ions majoritaires  $O^+$  pour lesquels le transport d'énergie par advection est faible et le coefficient de conductibilité thermique supérieur à celui de l'hydrogène (constituant minoritaire) par un facteur  $0,25 n_{O^+}/n_{H^+}$  ( $\sim 5-10$ ).

Avant de discuter la résolution de ces équations de transport nous donnons au chapitre suivant une description des équations qui sont à la base des modèles exosphériques. Ceci nous permettra en effet de déterminer des conditions aux limites supérieures (à l'exobase) nécessaire pour intégrer vers le bas les équations hydrodynamiques.

## 4. APPROXIMATION CINÉTIQUE

### 4.1. Introduction

Les équations hydrodynamiques classiques utilisées dans le chapitre précédent pour décrire l'ionosphère polaire, ne sont valables que dans les régions denses où les collisions interparticules sont suffisamment importantes pour maintenir une distribution de vitesses proche de celle de Maxwell-Boltzmann. Dans les régions supérieures où le libre parcours moyen des électrons est plus grand que la hauteur d'échelle, et où les collisions entre particules deviennent négligeables, une théorie cinétique est nécessaire pour décrire la distribution des ions et des électrons le long des lignes de force "ouvertes" du champ magnétique.

Dans ce chapitre nous décrirons les approximations et hypothèses de travail habituelles faites dans les théories cinétiques ainsi que leur domaine de validité. On montrera comment à partir de la conservation d'énergie et du premier invariant adiabatique les particules chargées peuvent être réparties en différentes classes. Dans l'hypothèse que la distribution de vitesses des particules de chaque classe est donnée par une pseudo-Maxwellienne ou distribution de Maxwell-Boltzmann tronquée, la densité, le flux des particules, le flux des moments parallèle et perpendiculaire au champ magnétique, et le flux d'énergie sont exprimés sous forme analytique. Finalement, on décrira comment le potentiel électrique, créé par une séparation de charge infime, peut être déterminé à partir de deux conditions de base :

- (i) l'égalité des flux d'échappement des charges positives et négatives, et
- (ii) la quasi-neutralité électrique du milieu.

### 4.2. Hypothèses de travail

Nous supposons que la barosphère, qui est la région où le nombre de collisions est suffisamment grand pour que la distribution des vitesses soit donnée par une Maxwellienne, est séparée de l'exosphère où les collisions sont négligeables, par une surface de discontinuité

appelée baropause ou exobase. L'altitude de cette exobase est choisie de telle façon que le libre parcours moyen  $l$ , devient égal à la hauteur d'échelle  $H = -(d \ln n_e / d r)^{-1}$ , où  $n_e$  dénote la densité électronique et  $r$  la distance radiale. Pour l'ionosphère polaire on accepte en général que la baropause est située entre 1000 et 2000 km. En réalité la barosphère et l'exosphère sont séparées par une région de transition dans laquelle le nombre de collisions décroît assez rapidement. Cette région de transition a une épaisseur de l'ordre de la hauteur d'échelle de la densité des électrons. Négliger la région de transition n'aura cependant pas un effet sur les caractéristiques physiques de l'atmosphère calculées à grande distance.

De plus, nous supposons que le long d'une ligne de force ouverte du champ magnétique, l'intensité du champ magnétique  $B$  décroît et tend vers zéro à l'infini. Lemaire et Scherer [1971] ont considéré le cas où le champ magnétique tend vers une constante non nulle puisque le champ magnétique interplanétaire n'est pas nul mais de l'ordre de  $5\gamma$ . Dans ce cas les classes des particules ainsi que les formules pour la densité, le flux d'échappement et les moments d'ordres supérieurs de la distribution de vitesses, deviennent beaucoup plus compliqués sans que les résultats essentiels ne changent beaucoup. C'est pour cette raison que nous nous limiterons au cas  $B(\infty) = 0$ .

Finalement nous ne tiendrons pas compte de la convection des lignes de force du champ magnétique ce qui revient à considérer comme dans le chapitre précédent que le système de coordonnées est en mouvement avec la vitesse de convection (3.11).

#### **4.3. Mouvement d'une particule chargée**

Le mouvement d'une particule chargée dans la région non-collisionnelle de l'ionosphère polaire est déterminé par le champ gravifique de la terre ainsi que par le potentiel électrique dû à une infime séparation de charge entre les électrons d'une part et les ions positifs d'autre part. Le potentiel électrostatique  $\varphi$ , satisfait à l'équation de Poisson

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi e \sum_a Z_a n_a \quad (4.1)$$

où la sommation se fait sur toutes les sortes de particules avec densité  $n_a$  et charge  $Z_a e$ ;  $e$  étant la charge élémentaire.

Puisque nous supposons un champ magnétique statique, la vitesse  $v(\vec{r})$  d'une particule avec une masse  $m$  et une charge  $Ze$  est donnée par la loi de la conservation d'énergie.

$$\frac{1}{2} m v^2(\vec{r}) + m \Phi(\vec{r}) + Ze \varphi(r) = \text{constante} \quad (4.2)$$

où  $\Phi(\vec{r}) = -GM/r$  est le potentiel gravifique,  $M$  est la masse de la Terre, et  $G$  est la constante gravifique.

Dans l'approximation du "centre guide" la trajectoire d'une particule chargée dans l'exosphère est complètement déterminée par l'équation (4.2) et le premier invariant adiabatique

$$\frac{v^2(\vec{r}) \sin^2 \theta(\vec{r})}{B(\vec{r})} = \text{constante} \quad (4.3)$$

où  $\theta(\vec{r})$  est le "pitch angle" de la particule, c'est-à-dire l'angle entre le champ magnétique  $\vec{B}(\vec{r})$  et le vecteur de vitesse  $\vec{v}(\vec{r})$  de la particule.

#### 4.4. Les classes des particules

Selon leurs trajectoires on peut a priori répartir les particules dans quatre classes différentes: (i) il y a les particules ballistiques qui montent de la barosphère, décrivent une trajectoire dans l'exosphère et retombent dans la barosphère; (ii) il y a les particules qui venant de la barosphère, s'échappent de l'ionosphère polaire; (iii) il y a les particules qui sont piégées entre deux points miroir dans l'exosphère, et finalement (iv) il y a les particules qui venant de "l'infini", rentrent dans l'exosphère et éventuellement se perdent dans la barosphère. Chaque classe de particules correspond à un domaine bien précis dans l'espace des phases. Ces différents domaines peuvent être déterminés à partir des relations (4.2) et

(4.3). En effet, appliquant ces deux lois le long d'une ligne de force au niveau de la barosphère  $r_0$  et dans un point  $r$  dans l'exosphère, nous obtenons respectivement

$$v^2(\vec{r}_0) = v^2(\vec{r}) + [\psi(\vec{r}) - \psi(\vec{r}_0)] \quad (4.4)$$

$$\text{où } \psi(\vec{r}) = 2\left[\Phi(\vec{r}) + \frac{Ze}{m} \varphi(\vec{r})\right] \quad (4.5)$$

$$\text{et } \sin^2 \theta(\vec{r}_0) = G(\vec{r}_0, \vec{r}) \sin^2 \theta(\vec{r}) \quad (4.6)$$

$$\text{où } G(\vec{r}_0, \vec{r}) = \frac{B(\vec{r}_0)}{B(\vec{r})} \cdot \frac{v^2(\vec{r})}{v^2(\vec{r}_0)} \quad (4.7)$$

En supposant que le long d'une ligne de force, l'énergie potentielle est une fonction monotone de la distance radiale, deux cas sont à considérer selon que  $\psi(\vec{r})$  est une fonction croissante ou décroissante.

1)  $\psi(\vec{r})$  est une fonction monotone décroissante:

Dans ce cas  $\psi(\vec{r}_0) > \psi(\vec{r}) \geq 0$ , et de (4.4) on déduit  $v(\vec{r}) > v(\vec{r}_0)$ . Toutes les particules à la baropause qui ont un vecteur de vitesse dirigé vers le haut ont assez d'énergie cinétique pour atteindre n'importe quelle hauteur. En plus, puisque  $G(\vec{r}_0, \vec{r}) > 1$ , ces particules ne seront pas réfléchies magnétiquement. Une particule venant de la barosphère sera donc continuellement accélérée dans l'exosphère et s'échappera. La classe de particules ballistiques est donc vide. Notons encore que pour une particule qui s'échappe la vitesse minimale dans l'exosphère est donnée par

$$v_m(\vec{r}) = [\psi(\vec{r}_0) - \psi(\vec{r})]^{1/2}$$

et que le pitch angle sera compris entre 0 et

$$\theta_m(\vec{r}) = \text{Arc sin } [G(\vec{r}_0, \vec{r})]^{-1/2}.$$

Cette analyse montre encore que la classe des particules piégées est également vide puisqu'il n'existe pas de point miroir pour une particule s'éloignant de l'exobase. Les différentes classes de particules et leurs domaines dans l'espace des vitesses sont illustrées dans la figure 4.1.

2)  $\psi(\vec{r})$  est une fonction monotone croissante :

Dans ce cas  $\psi(\vec{r}_0) < \psi(\vec{r}) \leq 0$ , et la relation (4.4) nous donne l'inégalité  $v(\vec{r}) < v(\vec{r}_0)$ . Les particules venant de la barosphère seront donc décélérées dans l'exosphère et n'atteindront le niveau  $\vec{r}$  que si à l'exobase elles ont une vitesse égale ou supérieure à  $v_a(\vec{r}_0) = [\psi(\vec{r}) - \psi(\vec{r}_0)]^{1/2}$ . Pour qu'une particule s'échappe de la barosphère elle doit donc avoir assez d'énergie cinétique pour pouvoir passer la barrière de potentiel. Sa vitesse à la baropause doit être au moins égale à  $v_\infty(\vec{r}_0) = [-\psi(\vec{r}_0)]^{1/2}$  et doit être supérieure à  $v_\infty(\vec{r}) = [-\psi(\vec{r})]^{1/2}$  à la distance radiale  $r$ . Les points miroirs magnétiques sont déterminés par la relation (4.6). Expriment avec l'aide de la formule (4.4),  $G(\vec{r}_0, \vec{r})$  en fonction de  $v(\vec{r}_0)$ , on obtient une fonction monotone croissante allant de  $-\infty$  à  $B(\vec{r}_0)/B(\vec{r}) > 1$ . Dans l'intervalle  $[v_a(\vec{r}_0), v_b(\vec{r}_0)]$  on a l'inégalité  $0 \leq G(\vec{r}_0, \vec{r}) \leq 1$  où  $v_b(\vec{r}_0) = v_a(\vec{r}_0)(1-\eta)^{1/2}$  avec  $\eta \equiv B(\vec{r})/B(\vec{r}_0) < 1$ , et on peut donc définir un angle réel  $\theta_m(\vec{r}_0) = \text{Arc sin}\{[G(\vec{r}_0, \vec{r})]^{1/2}\}$ .

Une particule qui à la baropause possède une vitesse comprise entre  $v_a(\vec{r}_0)$  et  $v_b(\vec{r}_0)$  n'atteindra le niveau  $r$  que si son pitch angle est inférieur à  $\theta_m(\vec{r}_0)$ ; pour  $\theta_m(\vec{r}_0) < \theta(\vec{r}_0) < \frac{\pi}{2}$  cette particule sera réfléchi magnétiquement dans l'exosphère. Si par contre  $v(\vec{r}_0) < v_b(\vec{r}_0)$  le pitch angle de la particule décroîtra avec la distance radiale et il n'existe pas de point miroir dans ce cas. Le pitch angle d'une telle particule reste inférieur à  $\theta_m(\vec{r}) = \text{arc sin}\{[G(\vec{r}_0, \vec{r})]^{1/2}\}$  et sa vitesse supérieure à  $v_b(\vec{r}) = v_a(\vec{r}_0) \times [\eta/(1-\eta)]^{1/2}$ . Notons cependant qu'une telle particule ne s'échappera de l'ionosphère que si son énergie cinétique est suffisamment grande.

Les domaines dans l'espace des vitesses correspondant avec les différentes classes de particules dans l'exosphère sont illustrés dans la figure 4.2.

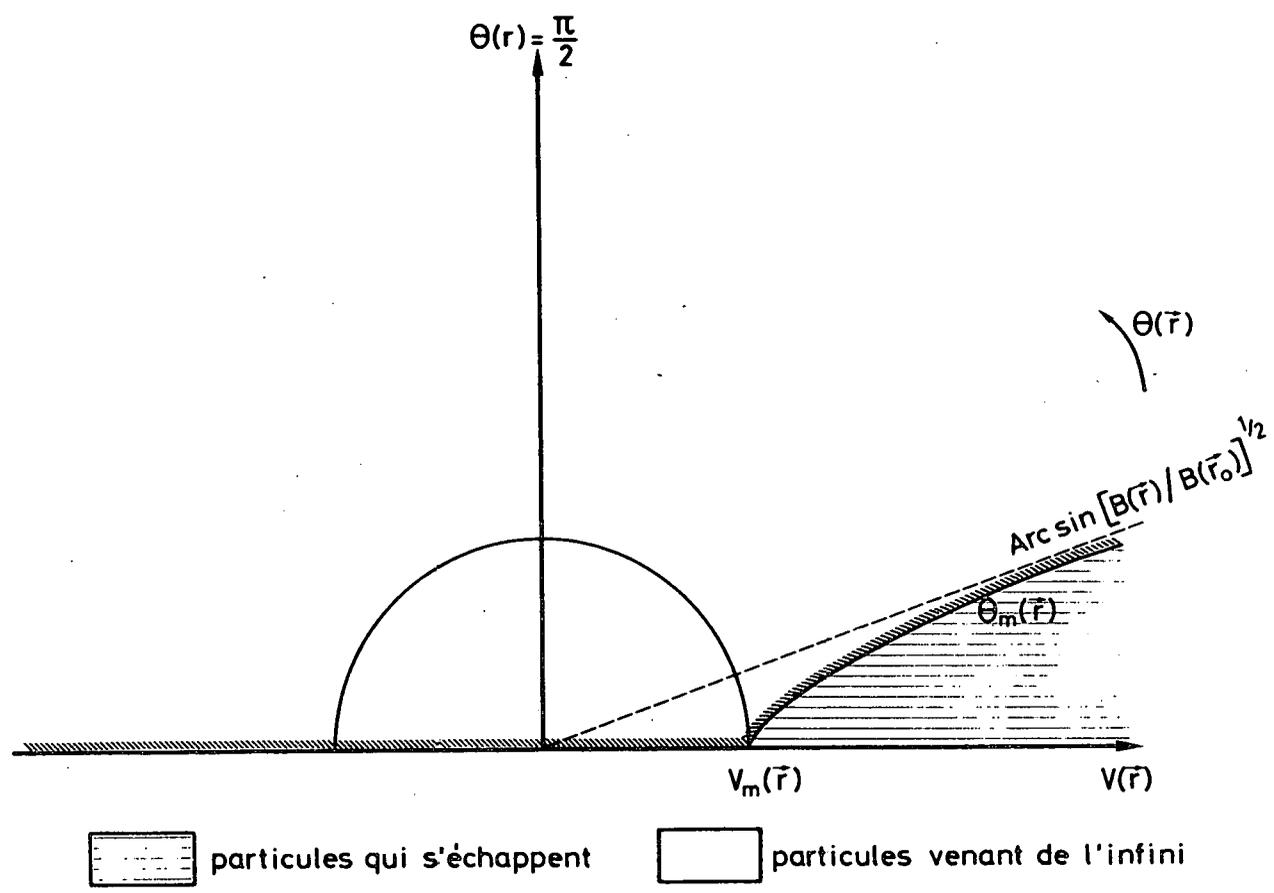


Fig. 4.1.- Classes de particules dans le cas où les ions venant de l'exobase sont tous accélérés vers l'extérieur.

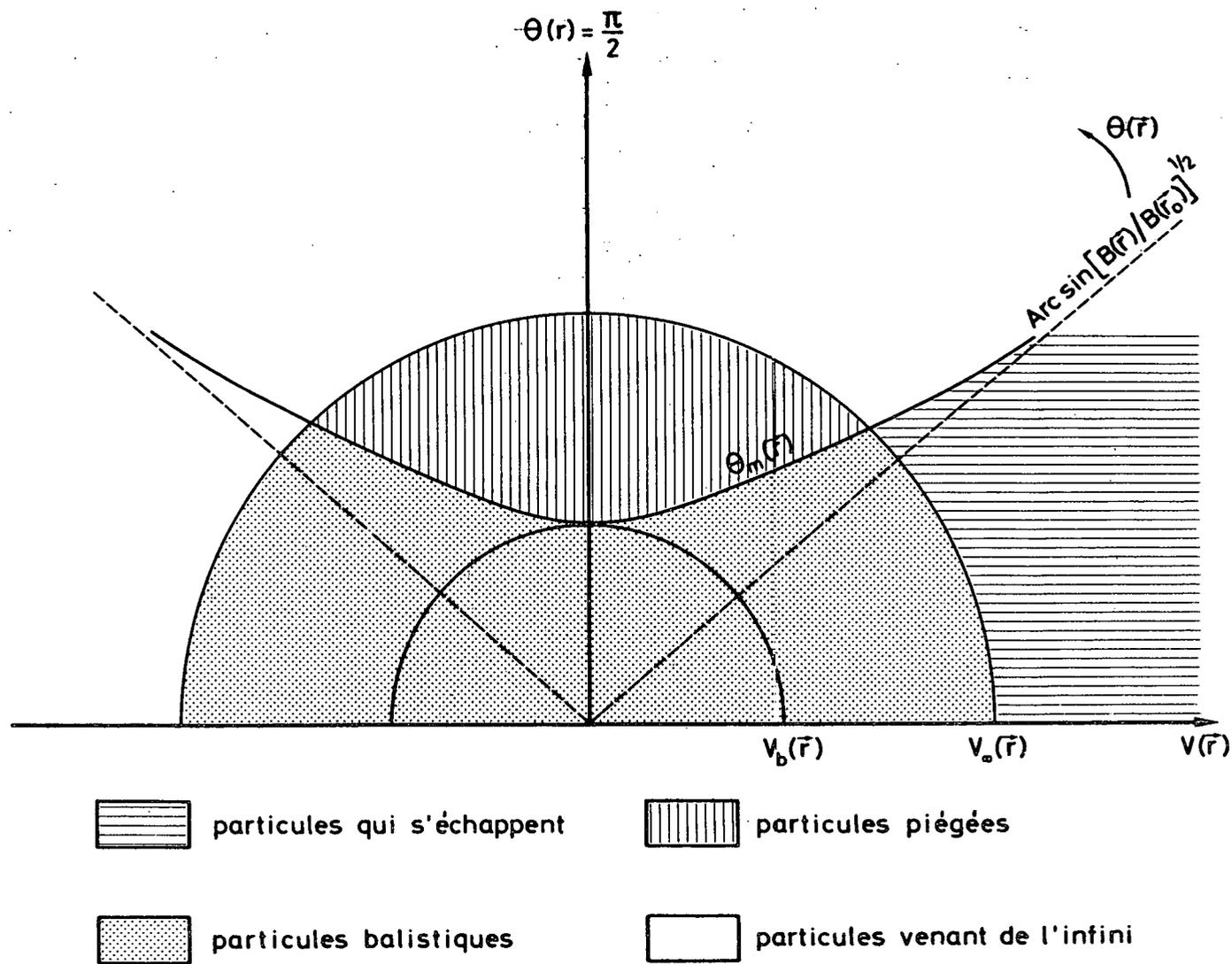


Fig. 4.2.- Classes de particules dans le cas où les ions ou électrons venant de l'exobase rencontrent une barrière de potentiel.

#### 4.5. La distribution des vitesses

Dans un plasma à densité faible où les collisions binaires avec des paramètres de choc plus petit que la longueur de Debye sont négligeables, l'équation de Boltzmann se réduit à l'équation de Vlasov

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \left[ \vec{g} + \frac{Ze}{m} (\vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B}) \right] \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0. \quad (4.8)$$

où  $f(\vec{v}, \vec{r}, t)$  est la distribution de vitesse des particules qui ont une masse  $m$  et une charge  $Ze$ ;  $\vec{g}$  est l'accélération gravifique,  $\vec{B}$  est l'induction magnétique,  $\vec{E}_{\perp} = -\vec{w}_{\perp} \times \vec{B}$  est le champ électrique de convection, et  $\vec{w}_{\perp}$  la composante de la vitesse d'écoulement du plasma perpendiculaire au champ magnétique. Dans le système de coordonnées en mouvement avec le tube de force magnétique,  $\vec{E}_{\perp}$  et  $\vec{w}_{\perp}$  sont nuls.

En l'absence d'un champ électrique extérieur  $\vec{E}_{\parallel}$  se réduit au champ électrique de polarisation qui empêche la séparation de charge dans le plasma. Dans l'équation de Vlasov,  $\vec{E}_{\parallel}$  est considéré comme le résultat des collisions Coulombiennes qui ont un paramètre de choc supérieure à la longueur de Debye. Dans un état stationnaire, l'équation de Vlasov peut être intégrée facilement, la solution étant donnée par n'importe quelle fonction des constantes de mouvement (4.2) et (4.3).

En général, dans les modèles cinétiques on suppose que les particules venant de l'infini sont absentes. Ceci est introduit en tronquant la distribution des vitesses. Si on suppose que les particules piégées sont créées dans l'exosphère par des rares collisions entre les particules venant de la barosphère, on peut s'attendre qu'après un temps suffisamment long la distribution de vitesse des particules piégées soit la même que celle des particules d'origine barosphérique.

Puisqu'on tronque la distribution de vitesse à la baropause pour exclure les particules d'origine extra-atmosphérique, il va de soi que la fonction adoptée n'est pas nécessairement une représentation microscopique de la vraie distribution des vitesses au sommet de la région

collisionnelle. Néanmoins, il est toujours possible de construire une fonction de  $v(\vec{r}_0)$ , de telle façon que les s-premiers moments coïncident avec les s moments correspondants de la vraie distribution des vitesses. Une somme linéaire de fonctions Maxwellienne tronquées

$$f[\vec{v}(\vec{r}_0), \vec{r}_0] = \sum_j c_j \exp[-\beta_j v^2(\vec{r}_0)] \quad (4.9)$$

est très appropriée, bien qu'elle ne soit pas unique.

Les paramètres  $c_j$  et  $\beta_j$  définissant cette fonction de distribution (4.9) sont déterminés en exprimant que la densité  $n(\vec{r}_0)$ , le flux d'échappement  $F(\vec{r}_0)$ , et les moments d'ordres supérieurs coïncident avec les valeurs observées ou imposées à l'exobase. Bien qu'avec cette méthode il n'y aura pas de discontinuité d'ordre zéro à travers l'exobase, on ne peut pas éliminer les discontinuité de gradient. Ces discontinuités du premier ordre sont dues au fait que l'on suppose que la région de transition entre les régions collisionnelle et non-collisionnelle se réduit à une surface. La distribution des vitesses (4.9) est donc considérée comme une condition aux limites de l'équation de Vlasov.

Dans ce qui suit nous nous limiterons à considérer le cas où la série (4.9) se réduit à un seul terme. Les paramètres  $c_1$  et  $\beta_1$  sont alors déterminés de telle façon que  $n(\vec{r}_0)$  et  $T_{\perp}(\vec{r}_0)$ , définis par

$$n(\vec{r}_0) = c_1 \int \exp[-\beta_1 v_o^2] d^3 v_o \quad (4.10)$$

$$T_{\perp}(\vec{r}_0) = \frac{m}{2k} \int \exp(-\beta_1 v_o^2) v_{\perp o}^2 d^3 v_o / \int \exp(-\beta_1 v_o^2) d^3 v_o \quad (4.11)$$

sont respectivement égales à la densité et à la température réelle à l'exobase. Au lieu d'utiliser les paramètres  $c_1$  et  $\beta_1$  on utilise généralement les paramètres  $N$  et  $T$  définis par  $N = c_1 (\pi/\beta_1)^{3/2}$  et  $T = m/2k\beta_1$  où  $m$  représente la masse d'une particule et  $k$  est la constante de Boltzmann. La distribution de vitesse au sommet de la barosphère est donc représenté par la fonction

$$f[\vec{v}(\vec{r}_0), \vec{r}_0] = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp[-mv^2(\vec{r}_0)/2kT] \quad (4.12)$$

En tenant compte de la relation (4.4) on obtient la distribution des vitesses dans l'exosphère

$$f[\vec{v}(\vec{r}), \vec{r}] = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-Q} \exp[-mv^2(\vec{r})/2kT] \quad (4.13)$$

où

$$Q = \frac{m}{2kT} [\psi(\vec{r}) - \psi(\vec{r}_0)] \quad (4.14)$$

#### 4.6. Le flux d'échappement et la densité

Le flux d'échappement et la densité sont respectivement définis par

$$F(\vec{r}) = \int v_{\parallel} f(\vec{v}, \vec{r}) d^3 v \quad (4.15)$$

et

$$n(\vec{r}) = \int f(\vec{v}, \vec{r}) d^3 v \quad (4.16)$$

où les intégrations se font sur les domaines appropriés dans l'espace des vitesses. Nous calculerons sous forme analytique les grandeurs (4.13) et (4.14) pour les différentes classes de particules définies dans la section 4.4.

Les calculs sont facilités par l'utilisation de coordonnées sphériques  $(v, \theta, \phi)$  avec l'axe polaire tangent au champ magnétique. Dans ce système d'axe,  $\theta$  coïncide avec le pitch angle et l'angle azimutal  $\phi$  varie pour chaque classe de particules de 0 à  $2\pi$ . Ainsi, après substitution de (4.13) dans les formules (4.15) et (4.16) on obtient

$$F(\vec{r}) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-Q} \int v^3 \exp[-mv^2/2kT] dv \int \sin\theta \cos\theta d\theta \quad (4.17)$$

$$n(\vec{r}) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-Q} \int v^2 \exp[-mv^2/2kT] dv \int \sin\theta d\theta \quad (4.18)$$

Les domaines d'intégration sont illustrés dans les figures 4.1 et 4.2 pour chaque classe de particules. Le flux d'échappement des particules ballistiques et des particules piégées est zéro puisque les domaines d'intégration correspondants sont symétriques par rapport à la droite  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Pour les particules qui s'échappent vers le milieu interplanétaire il faut distinguer deux cas selon que  $\psi(\vec{r})$  est une fonction croissante ou décroissante de la distance radiale. Dans le premier cas Q est positif et le domaine d'intégration est donné par

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\infty}(\vec{r}) \leq v < \infty \\ 0 \leq \theta \leq \theta_m(\vec{r}) \end{array} \right. \quad (4.19)$$

Après quelques calculs élémentaires, la formule (4.17) se réduit à

$$F(\vec{r}) = N \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} \frac{B(\vec{r})}{B(\vec{r}_0)} [1 + E_{\infty}] e^{-E_{\infty}} \quad (4.20)$$

où

$$E_{\infty} = - \frac{m}{2kT} \psi(r_0) \geq 0 \quad (4.21)$$

Le flux d'échappement dépend donc seulement de la hauteur de la barrière de potentiel mais pas de la forme de cette barrière.

Pour un champ magnétique radial  $B(\vec{r}) \sim r^{-2}$ , la formule (4.20) est analogue à la formule établie par Jeans pour l'évaporation d'une atmosphère neutre. Si par contre  $\psi(\vec{r})$  est une fonction décroissante, le flux d'échappement est déterminé par (4.17) où les intégrations se font sur le domaine

$$\left\{ \begin{array}{l} v_m(\vec{r}) \leq v < \infty \\ 0 < \theta \leq \theta_m(\vec{r}) \end{array} \right. \quad (4.22)$$

d'où

$$F(\vec{r}) = N \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} \frac{B(\vec{r})}{B(\vec{r}_0)} \quad (4.23)$$

Le flux ne dépend donc ni de la forme du puits de potentiel ni de sa profondeur. De la même façon on peut calculer à partir de la formule (4.18) la distribution de densité des particules qui s'échappent de la baropause. Dans le cas où  $\psi(\vec{r})$  est une fonction croissante on obtient

$$n^{(E)}(\vec{r}) = \frac{Ne^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(3/2, V_\infty^2) - A \Gamma(3/2, X^2) \} \quad (4.24)$$

où

$$V_\infty^2 = - \frac{m}{2kT} \psi(\vec{r}) \geq 0 \quad (4.25)$$

$$A = (1 - \eta)^{1/2} \exp[-\eta Q / (1 - \eta)] \quad (4.26)$$

$$\eta = B(\vec{r}) / B(\vec{r}_0) \quad (4.27)$$

$$X^2 = \frac{m}{2kT} [ \psi(\vec{r}) - \eta \psi(\vec{r}_0) ] / (1 - \eta) \geq 0 \quad (4.28)$$

La fonction  $\Gamma(\nu, z)$  étant la fonction gamma incomplète, définie par

$$\Gamma(\nu, z) = \int_z^\infty e^{-t} t^{\nu-1} dt \quad (4.29)$$

Notons que pour un champ magnétique radial la formule (4.24) est analogue à celle déterminée par Chamberlain [1963] pour une atmosphère neutre. Si par contre  $\psi(r)$  est une fonction décroissante la densité des particules qui s'échappent est déterminée par

$$n^{(E)}(\vec{r}) = \frac{Ne^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(3/2, V_m^2) - A \Gamma[3/2, V_m^2 / (1 - \eta)] \} \quad (4.30)$$

$$\text{où } V_m^2 = -Q = \frac{m}{2kT} [ \psi(\vec{r}_0) - \psi(\vec{r}) ] \geq 0 \quad (4.31)$$

et la densité des particules venant de l'infini peut être calculée à partir de la formule

$$n^{(1)}(\vec{r}) = \frac{Ne^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ 1 - \Gamma(3/2, V_m^2) + A \Gamma[3/2, V_m^2 / (1 - \eta)] \} \quad (4.32)$$

qu'on obtient en intégrant (4.18) sur le domaine

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 \leq v \leq v_m(\vec{r}) & , \quad 0 \leq \theta \leq \pi \\ v_m(\vec{r}) \leq v < \infty & , \quad \theta_m(\vec{r}) \leq \theta \leq \pi \end{array} \right. \quad (4.33)$$

D'autre part dans le cas où les particules venant de la barosphère rencontrent une barrière de potentiel, la densité des particules ballistiques et des particules piégées est donnée par

$$n^{(B)}(\vec{r}) = \frac{2Ne^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \gamma(3/2, V_\infty^2) - A\gamma(3/2, X^2) \} \quad (4.34)$$

$$n^{(T)}(\vec{r}) = \frac{2Ne^{-Q}}{\sqrt{\pi}} A \gamma(3/2, X^2) \quad (4.35)$$

où la fonction  $\gamma(\nu, z)$  est définie par

$$\gamma(\nu, z) = \int_0^z e^{-t} t^{\nu-1} dt \quad (4.36)$$

La densité des particules venant de l'infini peut dans ce cas être calculée à l'aide de la formule

$$n^{(I)}(\vec{r}) = \frac{Ne^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(3/2, V_\infty^2) + A \Gamma(3/2, X^2) \} \quad (4.37)$$

#### 4.7. Calcul du potentiel électrique

En supposant que les paramètres N et T qui caractérisent la distribution de vitesses sont déterminés le flux d'échappement et la densité peuvent être calculés en chaque point  $\vec{r}$  de l'exosphère à condition que  $\psi(\vec{r})$  soit connu. Ceci implique la connaissance du potentiel électrostatique  $\varphi(\vec{r})$  dû aux charges de polarisation. En principe  $\varphi$  peut être calculé à partir de l'équation de Poisson. Cependant il n'est pas conseillé d'intégrer l'équation (4.11) puisque le membre droit dépend de  $\varphi$  d'une façon très compliquée. Dans une série d'articles les auteurs [Lemaire et Scherer, 1969, 1970, 1971] ont fait remarquer qu'en pratique on n'était pas obligé

d'utiliser l'équation de Poisson pour déterminer  $\varphi(\vec{r})$ , mais qu'on pouvait déterminer ce potentiel électrostatique à partir de deux conditions physiques fondamentales : (i) l'égalité des flux d'échappement des charges positives et négatives, ce qui est exprimé par la formule

$$F_e(\vec{r}) = \sum_{\text{ions}} Z_i F_i(\vec{r}) \quad (4.38)$$

où  $F_e$  représente le flux des électrons et  $F_i$  le flux des ions avec une charge  $Z_i e$ ; et (ii) la quasi-neutralité du milieu

$$n_e(\vec{r}) = \sum_{\text{ions}} Z_i n_i(\vec{r}) \quad (4.39)$$

où  $n_e(\vec{r})$  représente la densité des électrons et  $n_i(\vec{r})$  la densité des ions de l'espèce  $i$ .

Dans le paragraphe précédent nous avons déjà remarqué que la formule du flux d'échappement ne dépend pas de la fonction  $\psi(\vec{r})$  mais seulement de la valeur  $\psi(\vec{r}_0)$ . La condition (4.38) donne donc une relation qui permet de déterminer  $\varphi(\vec{r}_0)$ . En utilisant cette valeur calculée de  $\varphi(\vec{r}_0)$ ,  $\varphi(\vec{r})$  peut être calculé dans chaque point de l'exosphère à partir de la condition (4.39) qui est une équation transcendante en  $\varphi(\vec{r})$ .

Pour déterminer la densité  $n_j(\vec{r})$  d'une espèce de particules dans l'exosphère différents modèles peuvent être envisagés. Si  $\psi_j(\vec{r}_0)$  est positif il n'existe ni de particules balistiques ni de particules piégées de cette espèce et la densité totale est donnée par

$$n_j(\vec{r}) = n_j^{(E)}(\vec{r}) + \xi n_j^{(I)}(\vec{r}) \quad (4.40)$$

où  $n_j^{(E)}$  et  $n_j^{(I)}$  sont respectivement donnés par les formules (4.30) et (4.32);  $\xi$  est un paramètre de poids qui indique l'importance des particules précipitées. Dans la plupart des modèles exosphériques on suppose  $\xi = 0$ . Si  $\xi = 1$ , la distribution des vitesses pour les particules d'espèce  $j$  est donnée par une Maxwellienne et on parle d'un *modèle barométrique* puisque dans ce cas la densité est donnée par la loi barométrique.

Notons encore que de (4.40), (4.30) et (4.32), on déduit que

$$n_j(\vec{r}_0) = \frac{1}{2} N_j (1 + \xi) \quad (4.41)$$

ce qui permet de déterminer le paramètre  $N_j$ , si la densité des particules de l'espèce  $j$  est connue à l'exobase. C'est seulement dans le modèle barométrique que le paramètre  $N_j$  s'identifie à la densité au sommet de la barosphère.

La densité totale  $n_j(\vec{r})$  des particules  $j$  pour lesquelles  $\psi_j(\vec{r}_0)$  est négative est déterminée par

$$n_j(\vec{r}) = n_j^{(E)}(\vec{r}) + n_j^{(B)}(\vec{r}) + \xi n_j^{(I)}(\vec{r}) + \zeta n_j^{(T)}(\vec{r}) \quad (4.42)$$

où  $n_j^{(E)}$ ,  $n_j^{(B)}$ ,  $n_j^{(I)}$  et  $n_j^{(T)}$  sont respectivement donnés par les formules (4.24), (4.34), (4.37) et (4.35);  $\xi$  et  $\zeta$  étant des paramètres de poids qui donnent une mesure de l'importance des particules précipitées et des particules piégées. Si  $\xi = \zeta = 0$  on parle d'un *modèle "Untrapped"*; si  $\xi = 0$  et  $\zeta = 1$ , on parle d'un *modèle "Trapped"*; et si  $\xi = \zeta = 1$  on retrouve le *modèle barométrique*. Le paramètre  $N_j$  est maintenant déterminé en fonction de la densité à l'exobase  $n_j(\vec{r}_0)$  par la relation

$$n_j(\vec{r}_0) = \frac{1}{2} N_j \left[ 1 + \xi + \frac{2}{\sqrt{\pi}} (1 - \xi) \gamma(3/2, E_\infty) \right] \quad (4.43)$$

#### 4.8. Les moments d'ordres supérieurs

Les flux des moments parallèle et perpendiculaire au champ magnétique définis par

$$P_{\parallel}(\vec{r}) = m \int v_{\parallel}^2 f(\vec{v}, \vec{r}) d^3 v \quad (4.44)$$

$$P_{\perp}(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \int v_{\perp}^2 f(\vec{v}, \vec{r}) d^3 v \quad (4.45)$$

sont des grandeurs importantes puisqu'elles permettent de calculer les éléments diagonaux du tenseur de pression. Les pressions perpendiculaire et parallèle sont respectivement données par

$$p_{\perp}(\vec{r}) = P_{\perp}(\vec{r}) \quad (4.46)$$

et 
$$p_{\parallel}(\vec{r}) = m \int (v_{\parallel} - w)^2 f(\vec{v}, \vec{r}) d^3v \quad (4.47)$$

$$p_{\parallel}(\vec{r}) = P_{\parallel}(\vec{r}) - mw(r) F(\vec{r}) \quad (4.48)$$

où  $w(\vec{r}) = F(r)/n(\vec{r})$  est la vitesse d'écoulement parallèle au champ magnétique. A partir des pressions on peut déduire (i) la température parallèle et perpendiculaire

$$T_{\parallel, \perp}(\vec{r}) = p_{\parallel, \perp}(\vec{r}) / k n(\vec{r}) \quad (4.49)$$

(ii) la température moyenne

$$\langle T(\vec{r}) \rangle = \frac{1}{3} [T_{\parallel}(\vec{r}) + 2 T_{\perp}(\vec{r})] \quad (4.50)$$

et (iii) l'anisotropie de température.

$$a(\vec{r}) = T_{\parallel}(\vec{r}) / T_{\perp}(\vec{r}) \quad (4.51)$$

Pour la distribution des vitesses (4.13), les intégrales (4.44) et (4.45) peuvent être calculées sous forme analytique pour chaque classe de particules. Puisque le calcul des différentes intégrales ne donne aucune difficulté majeure nous nous bornerons dans ce qui suit à ne donner que les résultats finaux sans mentionner les calculs intermédiaires.

Dans le cas où  $\psi(\vec{r}_0) > 0$  il n'y a que deux classes de particules possibles. Pour les particules s'échappant de l'exobase on trouve

$$P_{\parallel}^{(E)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_0 e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(5/2, V_m^2) - (1 - \eta) A \Gamma [5/2, V_m^2 / (1 - \eta)] \} \quad (4.52)$$

$$P_{\perp}^{(E)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_0 e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(5/2, V_m^2) - (1 + \frac{1}{2} \eta) A \Gamma [5/2, V_m^2 / (1 - \eta)] \}$$

$$- \frac{3}{2} \eta \frac{QA}{1-\eta} \Gamma[3/2, V_m^2 / (1-\eta)] \quad (4.53)$$

tandis que pour les particules venant de l'infini on a

$$P_{\parallel}^{(1)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_o e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{3}{2} \Gamma(5/2, V_m^2) + (1-\eta) A\Gamma[5/2, V_m^2 / (1-\eta)] \right\} \quad (4.54)$$

$$P_{\perp}^{(1)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_o e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{3}{2} \Gamma(5/2, V_m^2) + \left(1 + \frac{1}{2}\eta\right) A\Gamma[5/2, V_m^2 / (1-\eta)] \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \eta \frac{QA}{1-\eta} \Gamma[3/2, V_m^2 / (1-\eta)] \right\} \quad (4.55)$$

Dans ces formules la pression scalaire  $p_o$  est définie par

$$p_o = NkT \quad (4.56)$$

Si  $\psi(\vec{r}_o) < 0$ , quatre classes de particules peuvent être peuplées. Dans ce cas on a (i) pour les particules qui s'échappent de l'exobase :

$$P_{\parallel}^{(E)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_o e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \Gamma(5/2, V_{\infty}^2) - (1-\eta) A\Gamma(5/2, X^2) \right\} \quad (4.57)$$

$$P_{\perp}^{(E)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_o e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \Gamma(5/2, V_{\infty}^2) - \left(1 + \frac{1}{2}\eta\right) A\Gamma(5/2, X^2) - \frac{3}{2} \eta \frac{QA}{1-\eta} \Gamma(3/2, X^2) \right\} \quad (4.58)$$

(ii) pour les particules balistiques

$$P_{\parallel}^{(B)}(\vec{r}) = \frac{4}{3} \frac{p_o e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \gamma(5/2, V_{\infty}^2) - (1-\eta) A\gamma(5/2, X^2) \right\} \quad (4.59)$$

$$P_{\perp}^{(B)}(\vec{r}) = \frac{4}{3} \frac{p_o e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \gamma(5/2, V_{\infty}^2) - \left(1 + \frac{1}{2}\eta\right) A\gamma(5/2, X^2) - \frac{3}{2} \eta \frac{QA}{1-\eta} \gamma(3/2, X^2) \right\} \quad (4.60)$$

(iii) pour les particules piégées

$$P_{\parallel}^{(T)}(\vec{r}) = \frac{4}{3} \frac{p_0 e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} (1 - \eta) A \gamma(5/2, X^2) \quad (4.61)$$

$$P_{\perp}^{(T)}(\vec{r}) = \frac{4}{3} \frac{p_0 e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} \eta\right) A \gamma(5/2, X^2) + \frac{3}{2} \eta \frac{QA}{1-\eta} \gamma(3/2, X^2) \right\} \quad (4.62)$$

(iv) pour les particules venant de l'infini

$$P_{\parallel}^{(I)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_0 e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(5/2, V_{\infty}^2) + (1 - \eta) A \Gamma(5/2, X^2) \} \quad (4.63)$$

$$P_{\perp}^{(I)}(\vec{r}) = \frac{2}{3} \frac{p_0 e^{-Q}}{\sqrt{\pi}} \{ \Gamma(5/2, V_{\infty}^2) + \left(1 + \frac{1}{2} \eta\right) A \Gamma(5/2, X^2) + \frac{3}{2} \eta \frac{QA}{1-\eta} \Gamma(3/2, X^2) \} \quad (4.64)$$

Dans les modèles cinétiques de l'exosphère il est parfois utile de connaître le flux d'énergie parallèle au champ magnétique

$$\epsilon(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \int v^2 v_{\parallel} f(\vec{v}, \vec{r}) d^3 v \quad (4.65)$$

Cette grandeur permet de déterminer le flux de conduction

$$C(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \int (\vec{v} - \vec{w})^2 (v_{\parallel} - w) f(\vec{v}, \vec{r}) d^3 v \quad (4.66)$$

$$\text{ou } C(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r}) + w(\vec{r}) [mw(\vec{r}) F(r) - \frac{3}{2} P_{\parallel}(\vec{r}) - P_{\perp}(\vec{r})] \quad (4.67)$$

Si  $\psi(\vec{r}_0) < 0$  le flux d'énergie est donné par

$$\epsilon(\vec{r}) = p_0 \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} \frac{B(\vec{r})}{B(\vec{r}_0)} e^{-E_{\infty}} [V_{\infty}^4 + (V_{\infty}^2 + 1)(2 + Q)] (1 - \xi) \quad (4.68)$$

où  $\xi$  représente le facteur de poids qui est introduit pour tenir compte des particules venant de l'infini. Dans le cas où  $\psi(\vec{r}_0) > 0$  on obtient

$$\epsilon(\vec{r}) = p_0 \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} \frac{B(\vec{r})}{B(\vec{r}_0)} (2 - Q) (1 - \xi) \quad (4.69)$$

#### 4.9. Expressions des moments au voisinage de l'exobase

Nous avons déjà montré au paragraphe 4.7 comment il était possible de déterminer la constante de normalisation  $N_j$  à partir de  $n_j(r_o)$  le moment d'ordre zéro de la fonction de distribution des vitesses [cf. éq. (4.41) et (4.43)]. On peut également montrer que le paramètre  $T$  s'identifie avec  $T(r_o)$  la température perpendiculaire à l'exobase. En utilisant les expressions des paragraphes précédents pour un potentiel décroissant on déduit en outre qu'en l'absence de particules venant de l'infini le flux de particules à l'exobase vaut

$$F(\vec{r}_o) = \frac{1}{2} N \left( \frac{2kT}{\pi m} \right)^{1/2} \quad (4.70)$$

d'où l'on déduit que la vitesse d'effusion est égale à

$$w(\vec{r}_o) = \left( \frac{2kT}{\pi m} \right)^{1/2} \quad (4.71)$$

L'anisotropie de la température à l'exobase est donnée par

$$a(r_o) = T_{\parallel}(r_o)/T_{\perp}(r_o) = 1 - \frac{2}{\pi} \approx 0.363380 \quad (4.72)$$

et la température moyenne à l'exobase vaut

$$\langle T(r_o) \rangle = \frac{T}{3} [2 + a(r_o)] = T \left( 1 - \frac{2}{3\pi} \right) \approx 0.787793 T \quad (4.73)$$

Finalement, le flux de conduction et l'écart à l'isotropie du tenseur de tension sont respectivement donnés par

$$C(\vec{r}_o) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} - a(r_o) \right] \left( \frac{2kT}{\pi m} \right)^{1/2} NkT \approx 6.86139 \times 10^{-14} N T^{3/2} \quad (4.74)$$

où  $N$  est exprimé en  $\text{cm}^{-3}$  et  $T$  en K.

$$\text{et } \frac{\tau(r_o)}{p(r_o)} = \frac{1 - a(r_o)}{1 + \frac{1}{2} a(r_o)} = \frac{4}{3\pi - 2} \approx 0.538736 \quad (4.75)$$

Ces quantités seront utilisées au chapitre suivant pour déterminer les conditions aux limites supérieures lors de l'intégration vers le bas des équations de transport hydrodynamiques.

## 5. CONDITIONS AUX LIMITES

### 5.1. Concentration et température des ions d'oxygène et des électrons

La distribution de la concentration des électrons entre 1000 km et la couche F<sub>2</sub> de l'ionosphère a été observée de façon quasi-continue par les satellites Alouette I et II. Ces observations ont montré que les propriétés de l'ionosphère polaire varient de façon importante avec les saisons, l'activité géomagnétique, l'activité solaire, le temps local et la latitude dipolaire. Pour déterminer les conditions à un niveau de référence nous nous sommes basés sur la distribution de la concentration électronique déduite d'un ionogramme réalisé à partir de Alouette I le 1er juillet 1963 à 17.08 T.U. [Thomas *et al.*, 1966]. La figure 5.1, montre cette distribution de concentration correspondant à une latitude dipolaire de 81° N, à un temps local de 9 heures lors d'une période de faible activité géomagnétique (K<sub>p</sub> = 1). La latitude géographique de l'observation était de 65° N.

A l'altitude du niveau de référence h<sub>1</sub> = 900 km, la concentration électronique était donnée par

$$n_e = 1,77 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \quad (5.1)$$

Comme les observations de spectrométrie de masse effectuées à bord des satellites OGO 2 et 4, Explorer 31, (cf. aussi fig. 2.2) ont montré que dans l'ionosphère polaire O<sup>+</sup> reste l'ion prédominant jusqu'au moins 2000-3000 km d'altitude, on peut considérer qu'à 900 km

$$n_{O^+} = 1,77 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \quad (5.2)$$

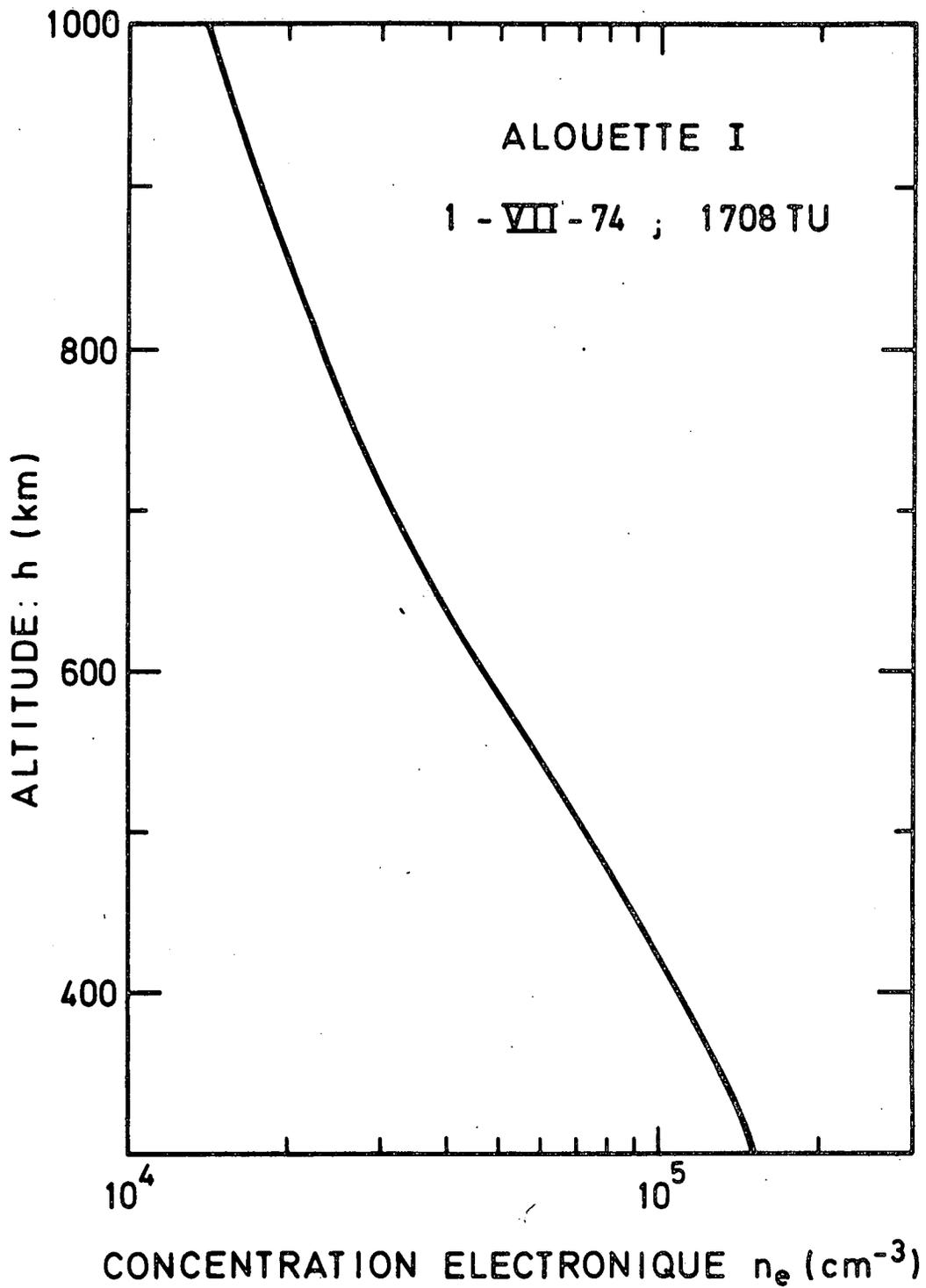


Fig. 5.1.-Distribution de la concentration électronique déduite des observations d'Alouette I le 1 juillet 1963 [Thomas *et al.*, 1966] à une latitude dipolaire de  $81^\circ\text{N}$  et à un temps local de 9 heures lors d'une période de faible activité géomagnétique ( $K_p = 1$ ).

D'après le gradient de  $n_e(h)$  illustré dans la figure 5.1 on peut déterminer la valeur de la hauteur d'échelle  $\mathcal{H}$  des électrons et des ions  $O^+$ . A 900 km on obtient ainsi

$$\mathcal{H}_e = \mathcal{H}_{O^+} = 390 \text{ km} \quad (5.3)$$

Au chapitre 3 nous avons montré que l'ion majoritaire  $O^+$  est pratiquement en équilibre hydrostatique et que la hauteur d'échelle de l'ionosphère est donnée par la formule (3.9). A partir de cette expression et de la valeur expérimentale de  $\mathcal{H}_{O^+}$  (éq. 5.3) on déduit que

$$T_{O^+} + T_e = 4925 \text{ K} \quad (5.4)$$

En admettant comme hypothèse de travail que les températures des électrons et des ions  $O^+$  sont constantes, on peut extrapoler la distribution des ions  $O^+$  et des électrons dans la région située au-dessus de 900 km en utilisant l'équation (3.10). La figure 5.2 montre en trait d'axe la concentration électronique et celle des ions  $O^+$  ainsi obtenue. La courbe en traits interrompus représente la concentration observée par Alouette I en-dessus de 1000 km.

Le rapport entre la température des électrons et des ions  $O^+$  est supposé être égal à celui qui a été calculé au chapitre 3 (fig. 3.1) pour l'altitude de 500 km.

Pour un flux de photoélectrons compris entre  $10^8 \text{ cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$  et  $2 \times 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$   $T_e/T_{O^+}$  varie entre 1.01 et 1.59 à 500 km d'altitude. Dans l'application numérique nous avons adapté les valeurs suivantes pour  $T_e$  et  $T_{O^+}$

$$T_e = 2750 \text{ K} \text{ et } T_{O^+} = 2175 \text{ K} \quad (5.5)$$

ce qui conduit à un rapport intermédiaire de  $T_e/T_{O^+} = 1.26$ , correspondant à un flux de photoélectrons de  $1,15 \times 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ .

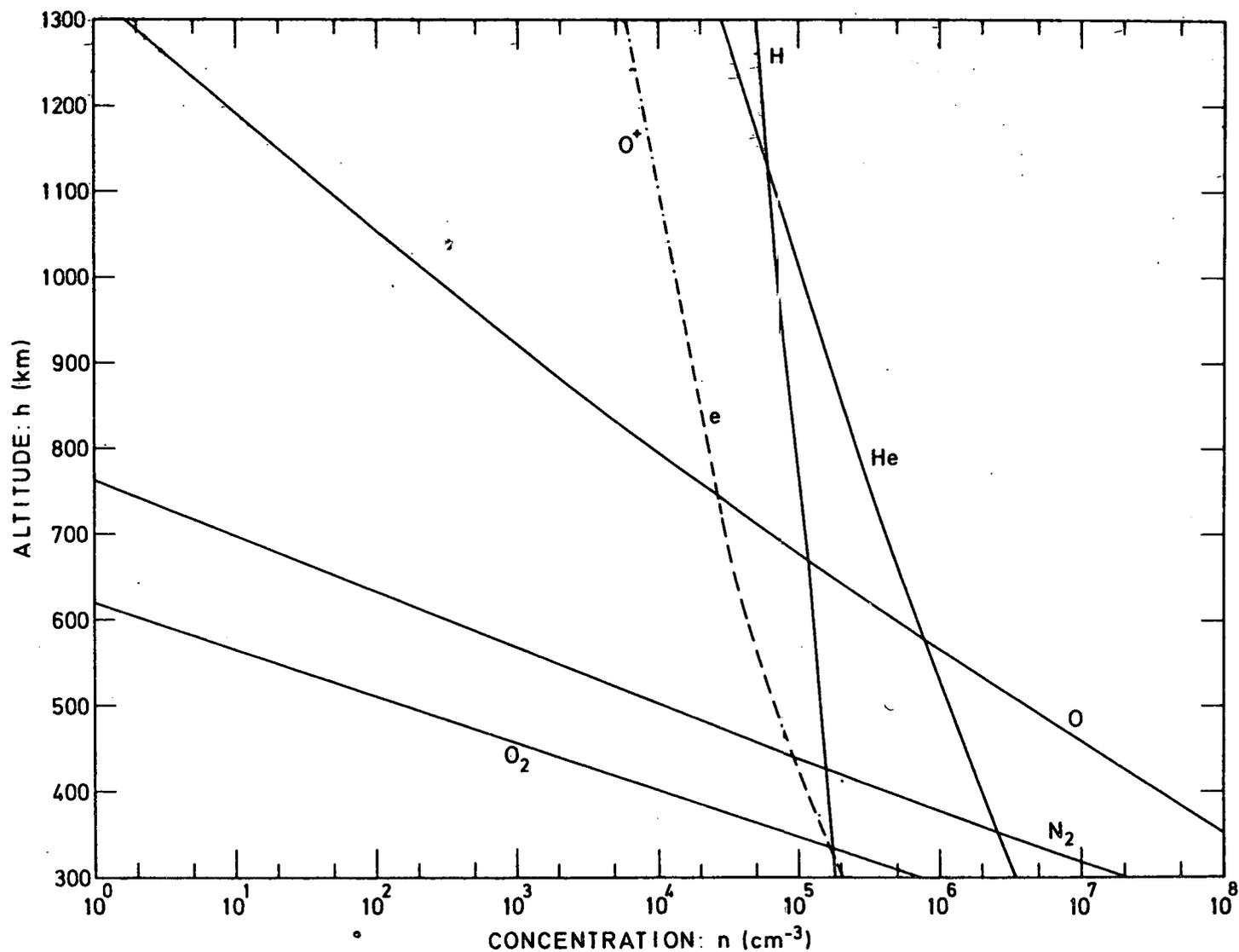


Fig. 5.2.- Distributions des concentrations des atomes O, He, H et des molécules O<sub>2</sub> et N<sub>2</sub> dans un modèle d'atmosphère neutre caractérisé par une température exosphérique de 790 K. Les concentrations des ions O<sup>+</sup> et des électrons sont également illustrées.

### 5.2. Température et concentrations des atomes neutres

Les concentrations des atomes neutres dans les modèles atmosphériques de Nicolet et Kockarts [Banks et Kockarts, 1973] dépendent de la température exosphérique  $T_N$ . Pour déterminer cette température exosphérique à une date, une heure, et à un endroit déterminés on utilise généralement les formules empiriques établies par Jacchia [1971]. C'est ainsi que nous avons calculé que

$$T_N = 791 \text{ K} \quad (5.6)$$

au moment et à l'endroit où les observations de la figure 5.1 ont été réalisées.

Les courbes de la figure 5.2 montrent les concentrations des atomes et molécules O, He, H, O<sub>2</sub> et N<sub>2</sub> correspondant à la température exosphérique  $T_N = 791 \text{ K}$ . Ces distributions peuvent utilement être représentées par des lois barométriques. Elles sont utilisées dans la suite pour évaluer les termes de production et de pertes des ions H<sup>+</sup> et He<sup>+</sup> (éqs. 3.3 et 3.4) ainsi que les termes de production et de perte d'énergie donnés par les éqs. (3.31) et (3.32).

### 5.3. Détermination de l'exobase

L'exobase a été définie comme le niveau où le libre parcours moyen des particules chargées devient égal à la hauteur d'échelle de la densité électronique  $H_e$  ou  $H_o$  donnée par l'équation (3.9)

D'autre part le libre parcours moyen des ions H<sup>+</sup> est défini par

$$l_{H^+} = \left( w_{H^+}^2 + \frac{3 k T_{H^+}}{m_{H^+}} \right)^{1/2} / \nu_{H^+} \quad (5.7)$$

où  $\nu_{H^+}$  est la fréquence de collision des ions H<sup>+</sup>,  $T_{H^+}$  leur température, et  $w_{H^+}$  leur vitesse d'ensemble par rapport au milieu ambiant. Or nous avons montré au chapitre 4 qu'à l'exo-

base  $h_0$  la vitesse d'effusion des ions légers est donnée par l'éq. (4.71),

$$w_{H^+}(h_0) = \left( \frac{2k T_{H^+}}{\pi m_{H^+}} \right)^{1/2} \quad (5.8)$$

La fréquence de collision des ions  $H^+$  à haute altitude se réduit quasiment à la fréquence de collision de ces ions avec les ions majoritaires  $O^+$ . Celle-ci est donnée par Banks et Kockarts [1973] et vaut

$$\nu_{H^+} = \nu_{H^+,O^+} = 1,4 n_{O^+} \left( T_{H^+} + \frac{T_{O^+}}{16} \right)^{-3/2} \quad (5.9)$$

En remplaçant les expressions (5.8) et (5.9) dans (5.7) on trouve que

$$l_{H^+} = 0,124 \frac{T_{H^+}^{1/2} \left( T_{H^+} + \frac{T_{O^+}}{16} \right)^{3/2}}{n_{O^+}} \quad [\text{km}] \quad (5.10)$$

et une formule analogue pour les ions  $He^+$

$$l_{He^+} = 0,0896 \frac{T_{He^+}^{1/2} \left( T_{He^+} + \frac{T_{O^+}}{4} \right)^{3/2}}{n_{O^+}} \quad [\text{km}] \quad (5.11)$$

La figure 5.3 montre comment varie l'altitude de l'exobase pour les ions  $H^+$  et  $He^+$  en fonction de la température de ces ions. On voit que les altitudes d'exobase de ces deux espèces ioniques sont pratiquement les mêmes.

#### 5.4. Conditions à l'exobase

Ayant déterminé l'altitude  $h_0$  de l'exobase, on peut y calculer  $F(h_0)$ , le flux d'échappement des ions  $H^+$ , leur vitesse d'effusion  $w(h_0)$ , le flux de conduction transporté par ions  $C(r_0)$ , l'anisotropie de la température  $T_{\parallel}/T_{\perp}$ , ainsi que le rapport  $\tau/p$  entre le tenseur de tension  $\tau(r_0)$  et la pression  $p(r_0)$ . En effet au chapitre 4 ces quantités ont été évaluées en terme des paramètres  $N$  et  $T$  de la fonction de distribution de Maxwell (4.12) utilisée

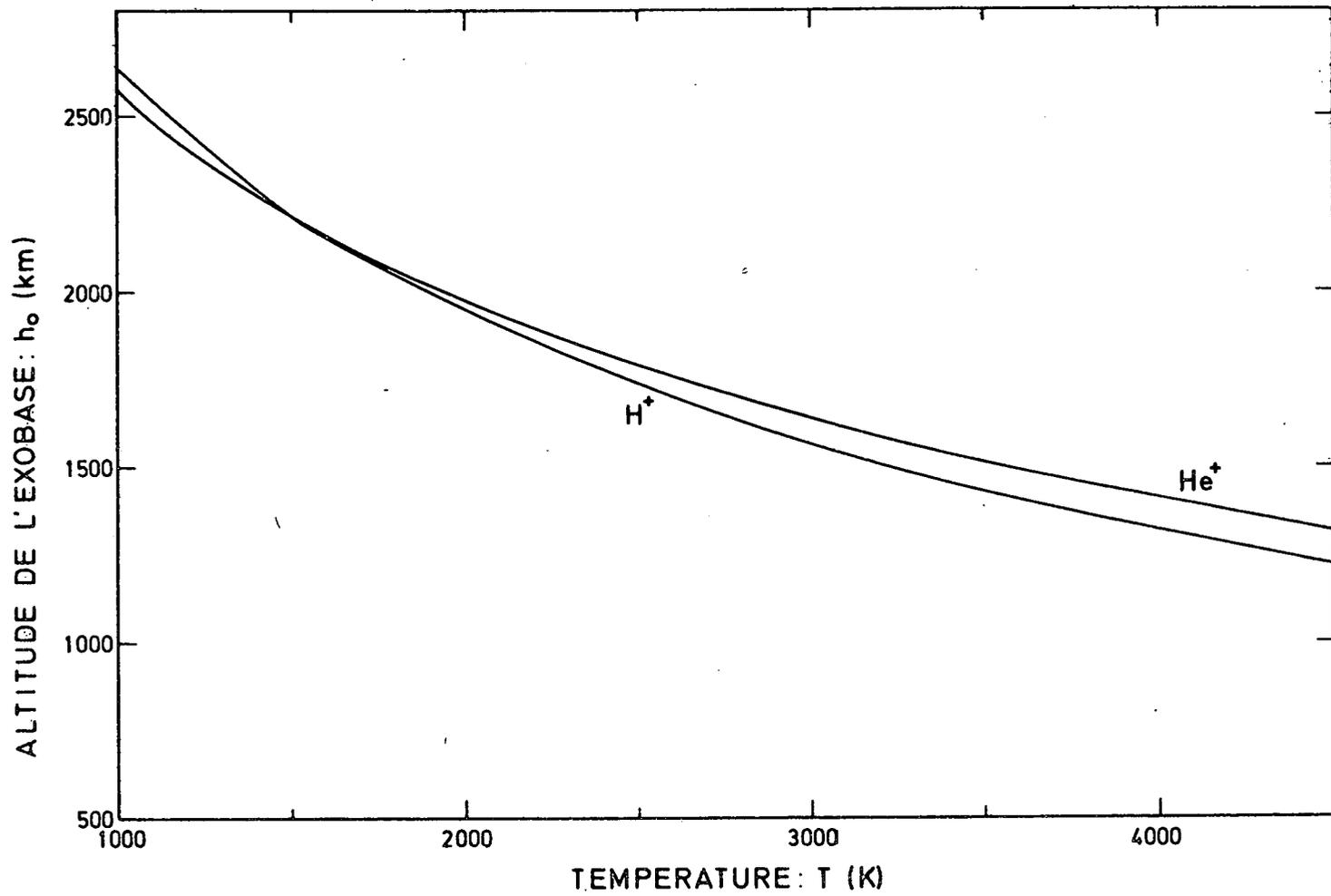


Fig. 5.3.- Variation de l'altitude de l'exobase des ions d'hydrogène et d'hélium en fonction de la température de ces ions.

comme condition aux limites pour l'équation de Vlasov (4.8).

Considérant les densités et températures  $n(r_0)$  et  $\langle T(r_0) \rangle$  comme des paramètres indépendants, on obtient d'après les relations (4.41) et (4.70) à (4.75)

$$T = 1,269 \langle T(r_0) \rangle \quad [ \text{K} ] \quad (5.12)$$

$$N = 2 n(r_0) \quad [ \text{cm}^{-3} ] \quad (5.13)$$

$$w(r_0) = 8,196 \times 10^{+3} \langle T(r_0) \rangle^{1/2} \quad [ \text{cm sec}^{-1} ] \quad (5.14)$$

$$F(r_0) = \eta(r_0) w(r_0) \quad [ \text{cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} ] \quad (5.15)$$

$$C(r_0) = 1,962 \times 10^{-13} n(r_0) \langle T(r_0) \rangle^{3/2} \quad [ \text{erg cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} ] \quad (5.16)$$

$$p(r_0) = 1,38 \times 10^{-16} n(r_0) \langle T(r_0) \rangle \quad [ \text{dyne cm}^{-2} ] \quad (5.17)$$

$$\tau(r_0) = 0,5387 p(r_0) \quad [ \text{dyne cm}^{-2} ] \quad (5.18)$$

Ces quantités peuvent ensuite être utilisées comme conditions aux limites pour les équations hydrodynamiques de transport discutées au chapitre 3. En effet étant donné  $n(r_0)$  et  $\langle T(r_0) \rangle$ , l'équation (5.14) donne la valeur de  $w(r_0)$ , les équations (5.17), (5.18) et (3.21) permettent de déterminer  $(dw/dr)_{r_0}$  que nous désignons dans la suite par  $z(r_0)$

$$z(r_0) = \left( \frac{dw}{dr} \right)_{r_0} = \frac{3}{2} \frac{w(r_0)}{r_0} + \frac{3 \tau(r_0)}{4 \eta(r_0)} \quad (5.19)$$

où  $\eta(r_0)$  est le coefficient de viscosité (3.24) à l'exobase.

L'équation de conservation du flux de conduction au travers de la surface de l'exobase permet de calculer le gradient de température  $(d\langle T \rangle / dr)_{r_0}$  que nous désignons par  $y(r_0)$ .

En tenant compte des équations (5.16) et (3.35) on obtient

$$y(r_0) = \left( \frac{d\langle T \rangle}{dr} \right)_{r_0} = - \frac{C(r_0)}{\kappa(r_0)} \quad (5.20)$$

où  $\kappa(r_0)$  est le coefficient de conductibilité thermique à l'exobase fourni par l'équation (3.38).

Connaissant les valeurs de  $n$ ,  $\langle T \rangle$ ,  $w$ ,  $z$  et  $y$  en  $r = r_0$  il est possible d'intégrer les équations hydrodynamiques (3.6), (3.27) et (3.42) qui peuvent encore se mettre sous la forme

$$\frac{dn}{dr} = \frac{S}{w} - \frac{nz}{w} - \frac{3n}{r} \quad (5.21)$$

$$\frac{dw}{dr} = z \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dr} = \frac{3}{4\eta} \left[ n m g \left( 1 - \frac{m_0 + T_e}{m(T_e + T_0)} \right) - \mu + m w S \right. \\ \left. + n m w z + n k y + kT \left( \frac{S}{w} - \frac{nz}{w} - \frac{3n}{r} \right) \right. \\ \left. - \frac{10}{3} \eta \left( z - \frac{3}{2} \frac{w}{r} \right) \frac{y}{T} - \frac{4\eta z}{r} + \frac{7\eta w}{r^2} \right] \quad (5.23) \end{aligned}$$

$$\frac{dT}{dr} = y \quad (5.24)$$

$$\frac{dy}{dr} = -\frac{1}{\kappa} \left[ \frac{5}{2} \frac{\kappa}{T} y^2 + M + S \left( \frac{m w^2}{2} - \frac{3}{2} kT \right) - \mu w \right. \\ \left. - n k T z - \frac{3 n k T w}{r} - \frac{3 n w k y}{2} \right. \\ \left. + \frac{3 \kappa y}{r} + \frac{4}{3} \eta \left( z - \frac{3}{2} \frac{w}{r} \right)^2 \right] \quad (5.25)$$

Dans le chapitre 6 nous discutons les solutions de ces équations ainsi que l'effet d'une réduction de la viscosité et de la conductibilité thermique au voisinage de l'exobase.

## 6. CALCUL DES MODELES ET DISCUSSION

### 6.1. Les modèles hydrodynamiques

Les équations de transport (5.21) à (5.25) ont été intégrées à l'aide de l'ordinateur IBM 1800 de l'Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique. La méthode de Runge-Kutta a été utilisée en prenant les conditions aux limites à l'exobase données par les relations (5.14), (5.19) et (5.20);  $n(r_0)$  et  $T(r_0)$  sont considérés comme des paramètres caractérisant les modèles. La méthode d'intégration de Hamming [1959] a également été utilisée. Les résultats obtenus à l'aide de ces deux méthodes sont pratiquement les mêmes lorsqu'on choisit au départ un pas d'intégration de 20 km.

#### 6.1.1. La distribution du tenseur des tensions

Les courbes en traits pleins de la figure 6.1 montrent les distributions du rapport  $\tau/p$  où  $\tau$  est la composante parallèle à  $\vec{B}$  du tenseur des tensions et où  $p = \frac{1}{3} (p_{||} + 2 p_{\perp})$  est la pression partielle des ions d'hydrogène  $H^+$ .

Ces différentes courbes correspondent à une même valeur de la température des ions  $H^+$  ( $\langle T(r_0) \rangle = 3000$  K) mais à différentes valeurs de la densité de ces ions à l'exobase

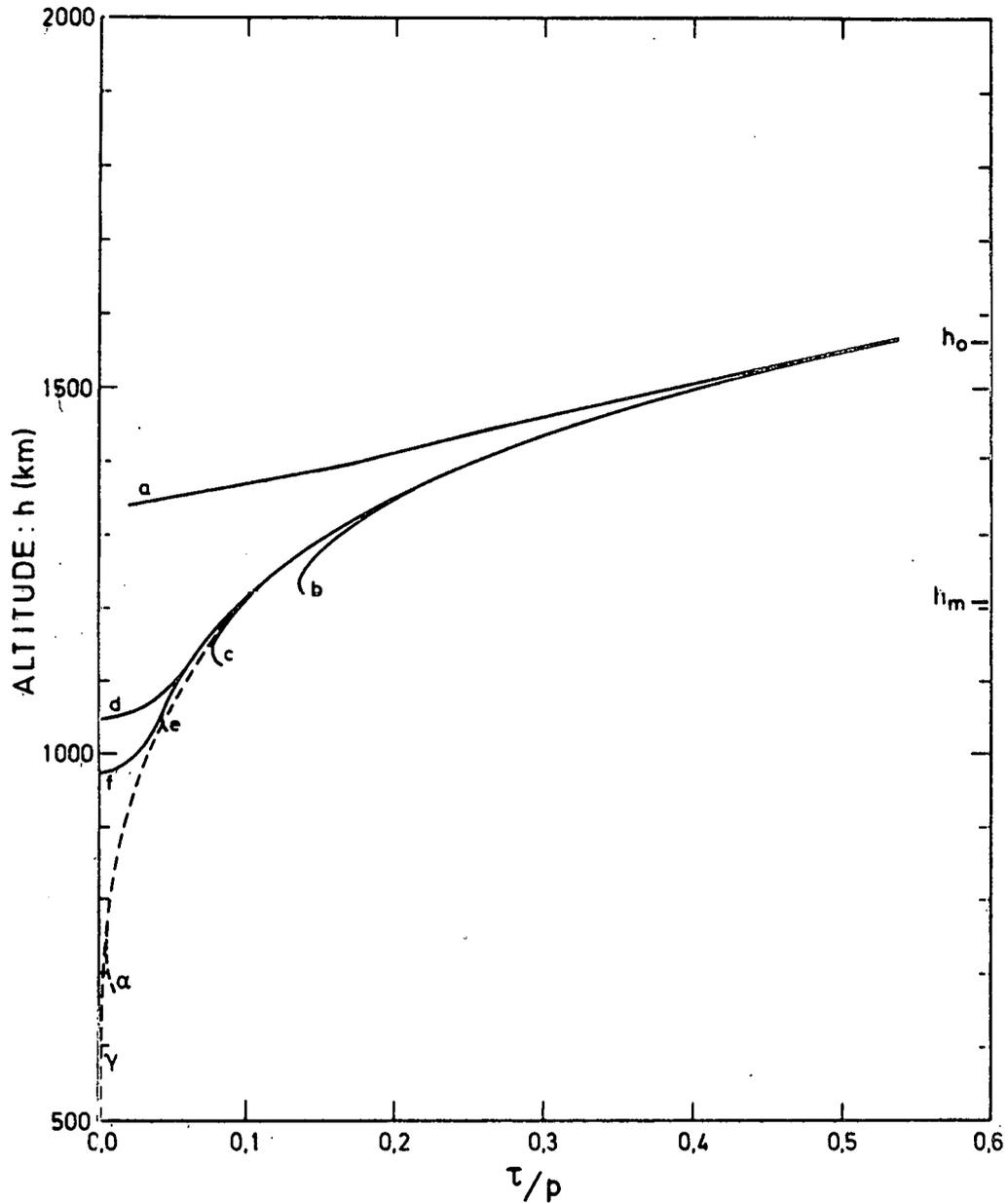


Fig. 6.1. - Rapport entre la composante du tenseur des tensions parallèles au champ magnétique et la pression partielle des ions d'hydrogène. L'exobase ( $h_0$ ) est localisée à 1565 km où la température des ions  $H^+$  est de 3000 K. Les courbes en traits pleins montrent les résultats obtenus en intégrant les équations (5.21) à (5.25) pour différentes valeurs de la densité d'hydrogène ionisé à l'exobase:  $n_H^+(h_0) =$  (a) 100; (b) 250; (c) 246, 484; (d) 246, 417; (e) 246,41990; (f) 246,419733  $cm^{-3}$ . Les courbes en traits pointillés en-dessous de  $h_m = 1209$  km sont les solutions du système d'équations simplifiées (6.1) à (6.4) correspondant aux valeurs  $y_m =$  (a) 0,506; ( $\gamma$ ) 0,519678  $K km^{-1}$ .

(:  $n(r_0) = 100; 250; 246; 48; \text{etc.}$ ). Pour une température de 3000 K l'exobase des ions d'hydrogène est située à environ 1565 km d'altitude.

Lorsque  $n(r_0)$  est inférieur à la valeur critique

$$n_c = 246,419733 \dots \text{ cm}^{-3}$$

le rapport  $\tau/p$  tend rapidement vers zéro et devient négatif en-dessous d'une certaine altitude. Par contre pour  $n(r_0) > n_c$ ,  $\tau/p$  décroît jusqu'à une valeur minimum puis augmente rapidement lorsque l'altitude diminue.

L'une et l'autre de ces distributions sont physiquement inacceptables. En effet dans un modèle réaliste  $\tau/p$  doit tendre asymptotiquement vers zéro lorsqu'on pénètre de plus en plus profondément dans les régions inférieures où les collisions sont assez fréquentes pour assurer l'isotropie de la distribution des vitesses et par conséquent celle du tenseur des pressions.

La solution idéale est donc celle correspondant à  $n(r_0) = n_c$ . En effet celle-ci sépare les deux familles de solutions décrites ci-dessus et possède le comportement asymptotique escompté. Toutefois en raison de difficultés d'ordre numérique liées à la méthode d'intégration et à la nature même des équations différentielles, il n'est pas possible d'atteindre rigoureusement cette valeur critique par le calcul. Ceci est une conséquence directe du fait que les équations (5.22) et (5.23) contiennent des termes nonlinéaires dus à la viscosité  $\eta$ , au coefficient de conductibilité thermique  $\kappa$ , ainsi qu'à la force d'inertie,  $n m w \frac{dw}{ds}$ . Bien que ces termes soient importants au voisinage de l'exobase, ils deviennent rapidement négligeables au fur et à mesure que l'altitude diminue. On peut donc se restreindre à ne faire usage des équations les plus générales (3.21) à (3.25) que dans une région limitée située entre l'exobase  $h_0$  et une altitude  $h_m$ . Nous désignerons cette zone par *région d'anisotropie* et  $h_m$  l'altitude inférieure de celle-ci sera définie comme celle où  $\tau/p$  devient égal à 0,1. En-dessous de cette altitude un système d'équations différentielles simplifiées peut être utilisé à la place des équations générales de transport. Nous désignerons par *région d'isotropie* la partie de

l'ionosphère située en-dessous de  $h_m$ , où  $\tau/p$  est inférieur à 0,1 et où  $0,85 < T_h/T_l < 1$ .

Comme la vitesse  $w$  décroît également avec l'altitude le rapport  $m w^2/2kT$  devient inférieur à 0,1 en-dessous de  $h_m$ . Ceci nous permet aussi de négliger dans la région d'isotropie le terme d'inertie de l'équation de mouvement (3.27) et le transport d'énergie par advection dans l'équation d'énergie thermique (3.42).

Les équations différentielles simplifiées intégrées dans la région d'isotropie sont déduites des équations de continuité (3.6), de mouvement (3.27) et d'énergie (3.42) où l'on a supposé que  $\tau = \tau(h_m)$ ,

$$\frac{d\tau}{ds} = \left( \frac{d\tau}{ds} \right)_{h_m}$$

$$n m w \frac{dw}{ds} = \left( n m w \frac{dw}{ds} \right)_{h_m}$$

$$\frac{3}{2} n m \frac{d(kT)}{ds} = \left( \frac{3}{2} n m \frac{d(kT)}{ds} \right)_{h_m}$$

sont des constantes indépendantes de l'altitude. De cette façon on assure la continuité des variables  $n$ ,  $w$  et  $T$  en  $h = h_m$ . Dans ces conditions les équations de transport se réduisent à

$$\frac{dn}{ds} = \frac{1}{kT} \left[ nmg \left( \frac{m_O + T_e}{m(T_e + T_O)} - 1 \right) + \mu - m S w - n k y + A_m \right] \quad (6.1)$$

$$\frac{dw}{ds} = \frac{S}{n} - \frac{3w}{r} - \frac{w}{n} \frac{dn}{ds} \quad (6.2)$$

$$\frac{dT}{ds} = y \quad (6.3)$$

$$\frac{dy}{ds} = -\frac{1}{\kappa} \left[ \frac{5}{2} \frac{\kappa}{T} y^2 + \frac{3\kappa y}{r} + M + S \left( \frac{1}{2} m w^2 - \frac{3kT}{2} \right) - \mu w + B_M \right] \quad (6.4)$$

où les constantes  $A_m$  et  $B_m$  sont données par

$$A_m = \left[ \frac{4}{3} \eta \frac{dz}{ds} + \frac{4\eta z}{r} - \frac{7\eta w}{r^2} + \frac{10}{3} \eta \left( z - \frac{3w}{2r} \right) y - n m z w \right]_{h=h_m} \quad (6.5)$$

$$B_m = \left[ \frac{4}{3} \eta \left( z - \frac{3w}{2r} \right)^2 - \frac{3}{2} n w h y - \frac{3 n k T w}{r} - n k T z \right]_{h=h_m} \quad (6.6)$$

Les conditions aux limites supérieures de la région d'isotropie sont déterminées par

$$n = n(h_m), \quad w = w(h_m),$$

$$T = T(h_m) \quad \text{et} \quad \frac{dT}{dr} = y_m \quad (6.7)$$

Nous considérons dans la suite  $y_m$  comme un paramètre caractérisant les modèles dans la région d'isotropie. Sa valeur sera déterminée dans la suite.

Les courbes en traits pointillés sur la figure 6.1 montrent les distributions de  $\tau/p$  déduites des solutions de ces équations pour différentes valeurs de  $y_m$  comprises entre  $0.556 \text{ K km}^{-1}$  et  $0.519 \text{ K km}^{-1}$ . Dans la région d'isotropie située en-dessous de  $h_m = 1209 \text{ km}$ , on a calculé les valeurs de  $\tau$  à partir de la relation classique

$$\tau = \frac{4}{3} \eta \left( \frac{dw}{ds} - \frac{3w}{r} \right) \quad (6.8)$$

où  $w(h)$  et  $\eta(h)$  sont tirés des solutions numériques.

On constate que la solution dans la région d'isotropie prolonge bien la solution de la région d'anisotropie.

### 6.1.2. La distribution de la température

Les courbes en traits pleins de la figure 6.2 montrent les distributions de température dans la région d'anisotropie et sont obtenues en intégrant les équations générales (5.21) à (5.35). Comme dans le cas de la figure 6.1, la température de l'exobase est maintenue égale à 3000 K mais la densité des ions  $H^+$  varie de  $100 \text{ cm}^{-3}$  à  $250 \text{ cm}^{-3}$  en passant par la valeur critique  $n_c = 246,419733... \text{ cm}^{-3}$ .

On constate que les profils de température des ions d'hydrogène diffèrent très peu et sont donc pratiquement indépendants de la densité de ces ions à l'exobase. Mais nous verrons ci-dessous que la distribution de la température dépend principalement de la valeur de  $T(r_0)$ .

Les courbes en traits pointillés sont les solutions des équations simplifiées (6.1) à (6.4). Ces distributions dans la région d'isotropie diffèrent par la valeur de  $y_m$  (cf. éq. 6.7).

On peut voir qu'il existe une valeur critique  $y_c$  du gradient de la température en  $h_m$ , pour laquelle la température des ions d'hydrogène tend vers celle de l'équilibre thermique. Au chapitre 3 nous avons discuté comment il est possible de calculer les températures d'équilibre thermique des différents ions. Au paragraphe 5.1 nous avons également montré que pour un flux de photoélectrons de  $1.15 \times 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  et une température de l'atmosphère neutre de 791 K on obtient à 500 km  $T_{O^+} + T_e = 4925 \text{ K}$ . A cette altitude où les ions d'hydrogène sont en équilibre photochimique et en équilibre thermique avec les autres constituants, on trouve en résolvant les équations  $M_{H^+} = 0$  et  $M_{He^+} = 0$  :

$$T_{H^+} = 2250 \text{ K} \text{ et } T_{He^+} = 2740 \text{ K} \quad (6.9)$$

D'après la figure 6.2 on voit que la solution idéale représentée approximativement par la courbe en traits d'axes tend à 500 km vers la température d'équilibre thermique, c-à-d.  $T_{H^+} = 2250 \text{ K}$ .

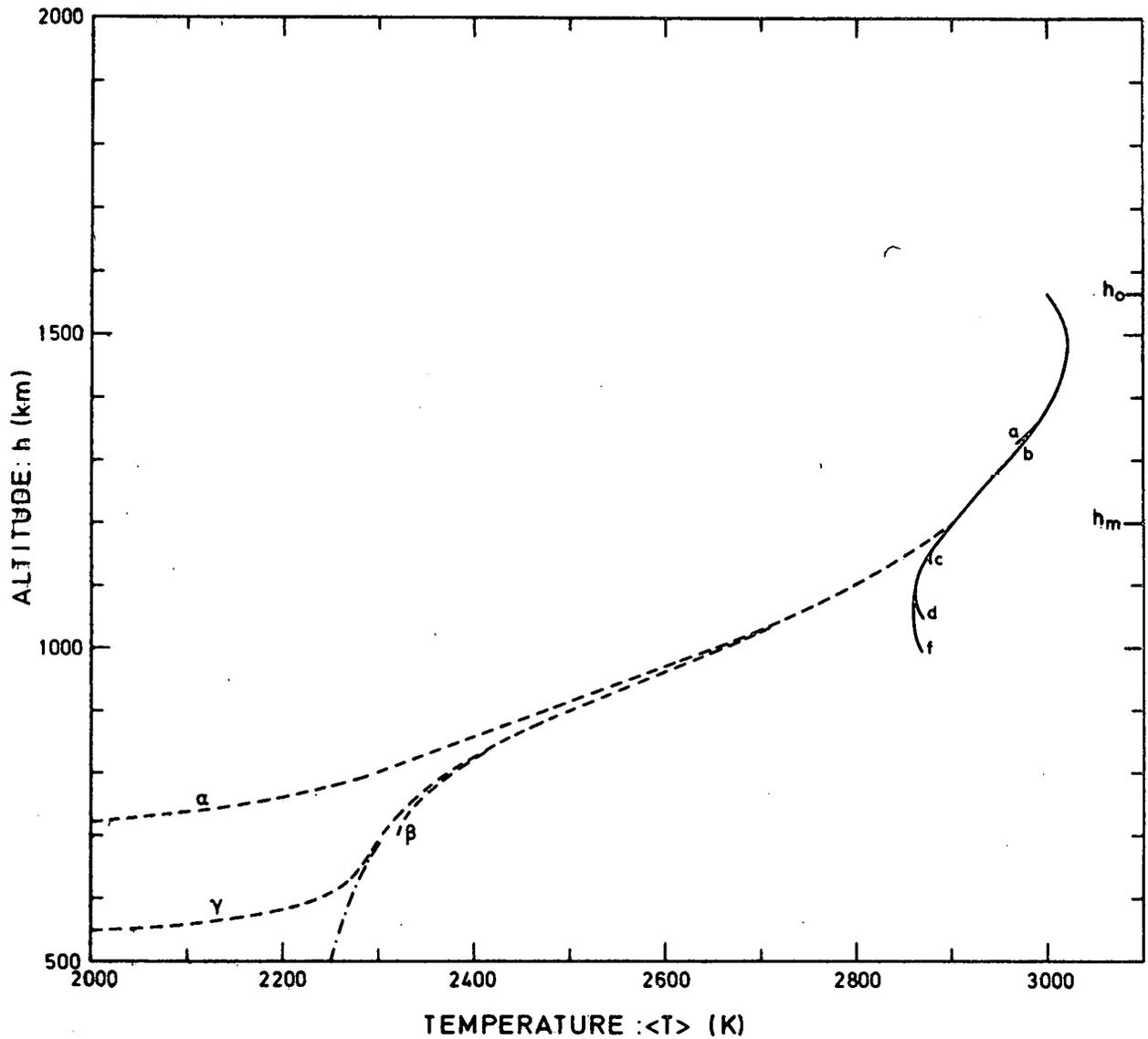


Fig. 6.2.- *Distribution de température des ions d'hydrogène.* L'exobase ( $h_0$ ) est localisée à 1565 km où la température des ions  $H^+$  est de 3000 K. Les courbes en traits pleins montrent les résultats obtenus en intégrant les équations (5.21) à (5.25) pour différentes valeurs de la densité d'hydrogène ionisé à l'exobase:  $n_{H^+}(h_0) =$  (a) 100; (b) 250; (c) 246,484; (d) 246,417; (f) 246,419733  $cm^{-3}$ . Les courbes en traits pointillés en-dessous de  $h_m = 1209$  km sont les solutions du système d'équations simplifiées (6.1) à (6.4) correspondant aux valeurs  $y_m =$  (a) 0,506; (b) 0,518897; (c) 0,519678  $K km^{-1}$ . La courbe en traits d'axes représente la solution qui tend à 500 km d'altitude vers la température d'équilibre thermique.

### 6.1.3. Les distributions de vitesse d'ensemble, de la concentration et de l'anisotropie de la température

Les figures 6.3 et 6.4 donnent les distributions de la vitesse d'ensemble  $w(h)$  et de la concentration  $n(h)$  pour les mêmes conditions aux limites que dans les figures précédentes.

Les courbes en pointillés prolongent dans la région d'isotropie les solutions déterminées au-dessus de  $h_m$  où l'anisotropie de la température devient significative c-à-d.  $T_{||}/T_{\perp} < 0,85$ . La figure 6.5 illustre l'anisotropie de la température dans les cas précités. On voit d'après les figures 6.1 à 6.5 que ces grandeurs sont continues en  $h = h_m$ . En général il subsiste au point de raccordement des discontinuités dans les gradients des variables  $w$ ,  $n$ ,  $T$ ,  $\tau/p$  et  $T_{||}/T_{\perp}$ . Celles-ci sont cependant relativement peu prononcées dans le cas illustré dans les figures pour lesquelles  $\langle T(r_o) \rangle = 3000$  K. En choisissant convenablement (par itération par exemple) la valeur  $\langle T(r_o) \rangle$  il est possible de réduire à zéro ces discontinuités d'ordre 1. En effet il existe une valeur de  $\langle T(r_o) \rangle$  pour laquelle  $y_c = y(h_m)$ . La détermination précise de cette valeur idéale de  $\langle T(r_o) \rangle$  n'a cependant pas été entreprise ici étant donné le temps de calcul prohibitif qu'une telle recherche nécessiterait à l'aide d'un ordinateur IBM 1800. Nous nous limiterons à montrer dans les figures 6.6 à 6.11 les solutions  $(n_c, y_c)$  pour trois valeurs différentes de  $\langle T(r_o) \rangle = 2500$  K; 3000 K et 3500 K.

On constate notamment qu'une augmentation de la température à l'exobase conduit à une diminution de l'altitude de l'exobase (cf. aussi Fig. 5.3) ainsi qu'à des augmentations de la vitesse d'échappement,  $w$  (cf. Fig. 6.8) de la concentration,  $n$ , (cf. Fig. 6.9) et du flux d'ions  $H^+$  (cf. Fig. 6.10).

Le rapport entre l'énergie cinétique  $\frac{1}{2} m w^2$  et l'énergie d'agitation thermique  $(\frac{3}{2} kT)$  diminue rapidement lorsque  $h$  décroît (cf. Fig. 6.11). D'après la figure 6.7 on constate que dans le cas où  $\langle T(r_o) \rangle = 3500$  K, il existe une importante discontinuité du premier ordre entre la région d'anisotropie et la région d'isotropie; dans ce cas on a  $y(h_m) < y_c$ . Par contre pour  $\langle T(r_o) \rangle = 2500$  K et 3000 K cette discontinuité dans le gradient de la température est relativement faible et l'on a  $y(h_m) > y_c$ . On peut donc conclure qu'il existe entre 3000 K et

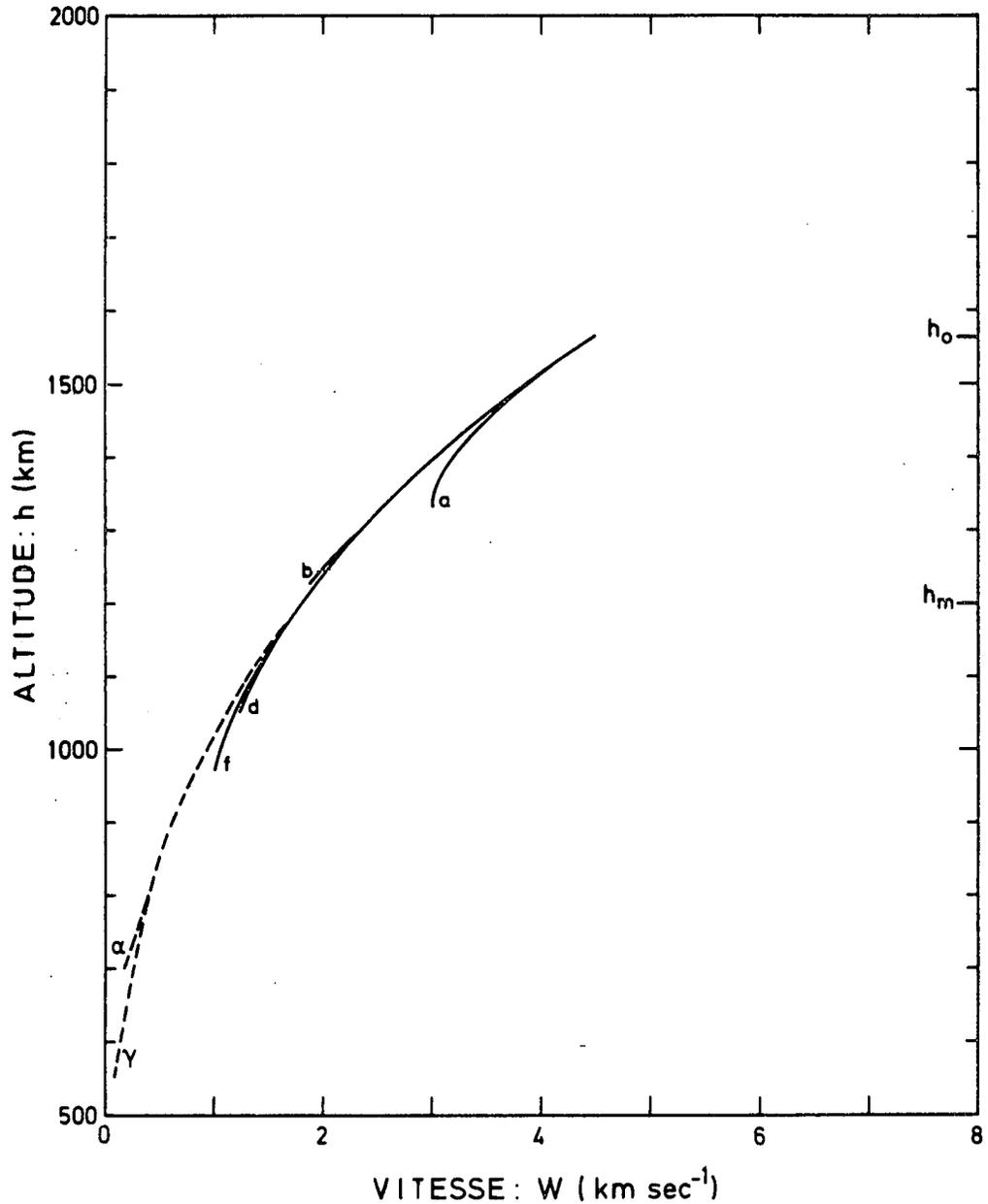


Fig. 6.3.- Distribution de la vitesse d'ensemble des ions d'hydrogène L'exobase ( $h_o$ ) est localisée à 1565 km où la température des ions  $H^+$  est de 3000 K. Les courbes en traits pleins montrent les résultats obtenus en intégrant les équations (5.21) à (5.25) pour différentes valeurs de la densité d'hydrogène ionisé à l'exobase:  $n_H+(h_o) = (a) 100; (b) 250; (d) 246,417; (f) 246,419733 \text{ cm}^{-3}$ . Les courbes en traits pointillés en-dessous de  $h_m = 1209 \text{ km}$  sont les solutions du système d'équations simplifiées (6.1) à (6.4) correspondant aux valeurs  $y_m = (a) 0,506; (\gamma) 0,519678 \text{ K km}^{-1}$ .

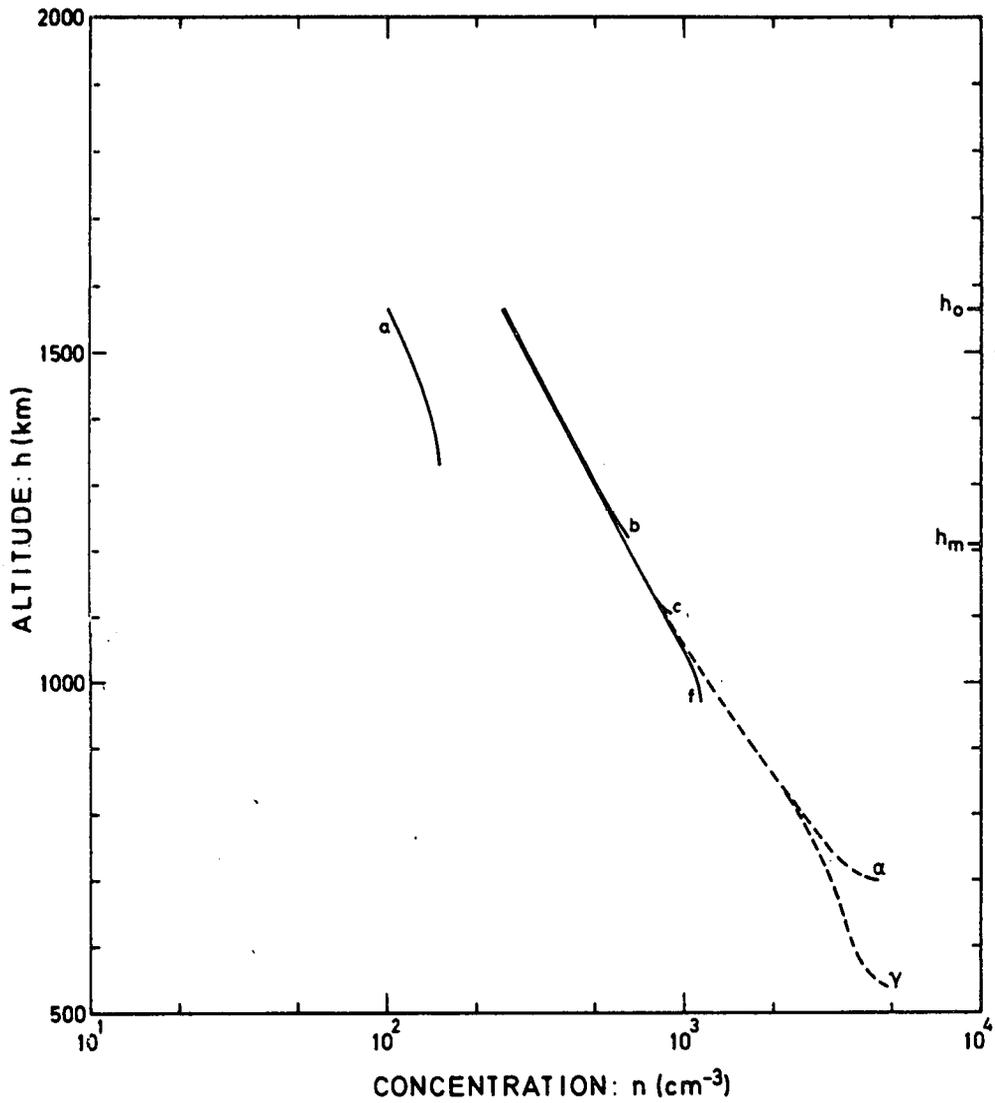


Fig. 6.4.- Distributions de la concentration des ions d'hydrogène. L'exobase ( $h_0$ ) est localisée à 1565 km où la température des ions  $\text{H}^+$  est de 3000 K. Les courbes en traits pleins montrent les résultats obtenus en intégrant les équations (5.21) à (5.25) pour différentes valeurs de la densité d'hydrogène ionisé à l'exobase:  $n_{\text{H}^+}(h_0) =$  (a) 100; (b) 250; (c) 246,484; (f) 246,419733  $\text{cm}^{-3}$ . Les courbes en traits pointillés en-dessous de  $h_m = 1209$  km sont les solutions du système d'équations simplifiées (6.1) à (6.4) correspondant aux valeurs  $y_m =$  (a) 0,506; ( $\gamma$ ) 0,519678  $\text{K km}^{-1}$ .

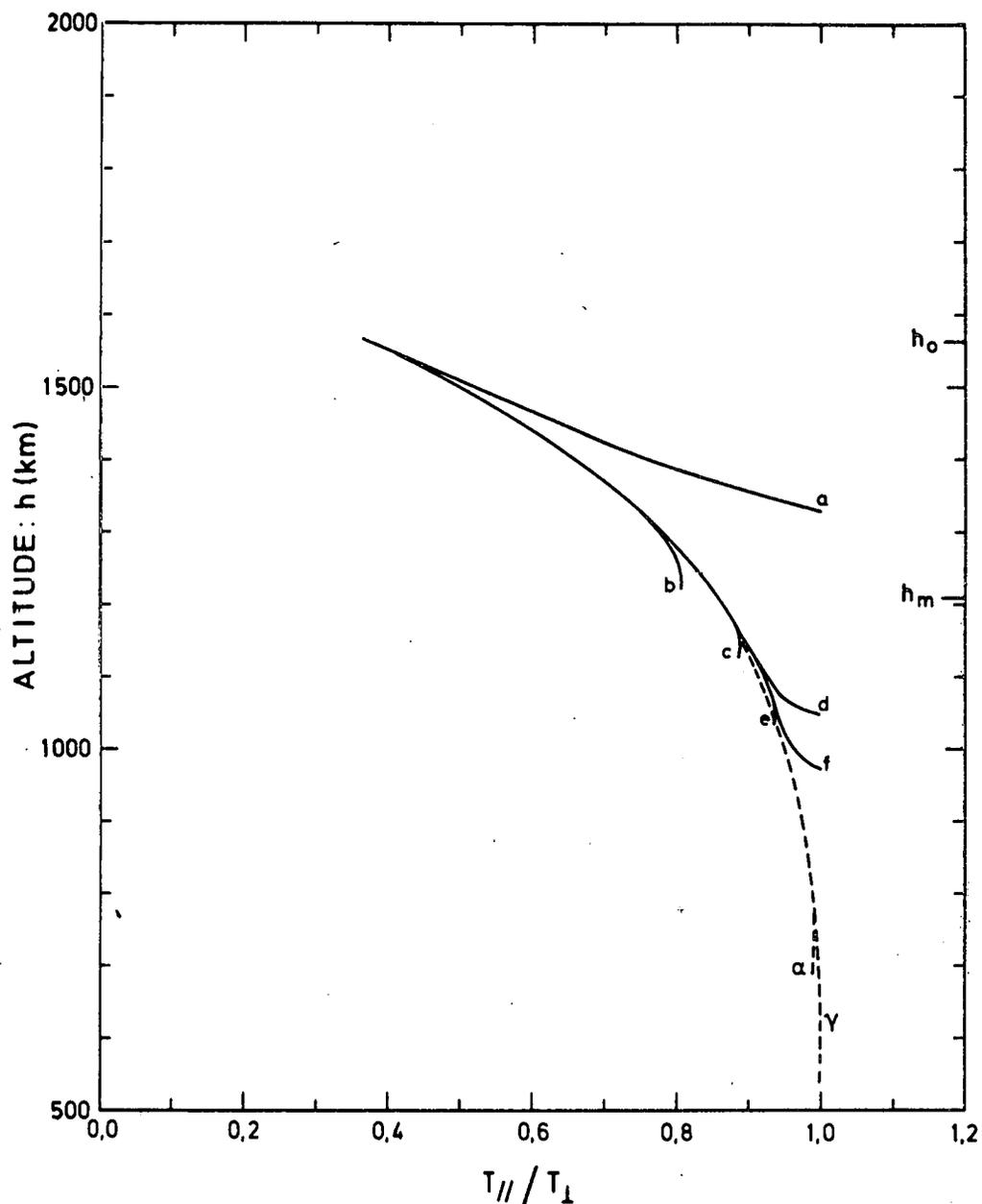


Fig. 6.5.- Anisotropies de la température des ions d'hydrogène. L'exobase ( $h_o$ ) est localisée à 1565 km où la température des ions  $H^+$  est de 3000 K. Les courbes en traits pleins montrent les résultats obtenus en intégrant les équations (5.21) à (5.25) pour différentes valeurs de la densité d'hydrogène ionisé à l'exobase:  $n_{H^+}(h_o) =$  (a) 100; (b) 250; (c) 246,484; (d) 246,417; (e) 246,41990; (f) 246,419733  $cm^{-3}$ . Les courbes en traits pointillés en-dessous de  $h_m = 1209$  km sont les solutions du système d'équations simplifiées (6.1) à (6.4) correspondant aux valeurs  $y_m =$  (a) 0,506; ( $\gamma$ ) 0,519678  $K km^{-1}$ .

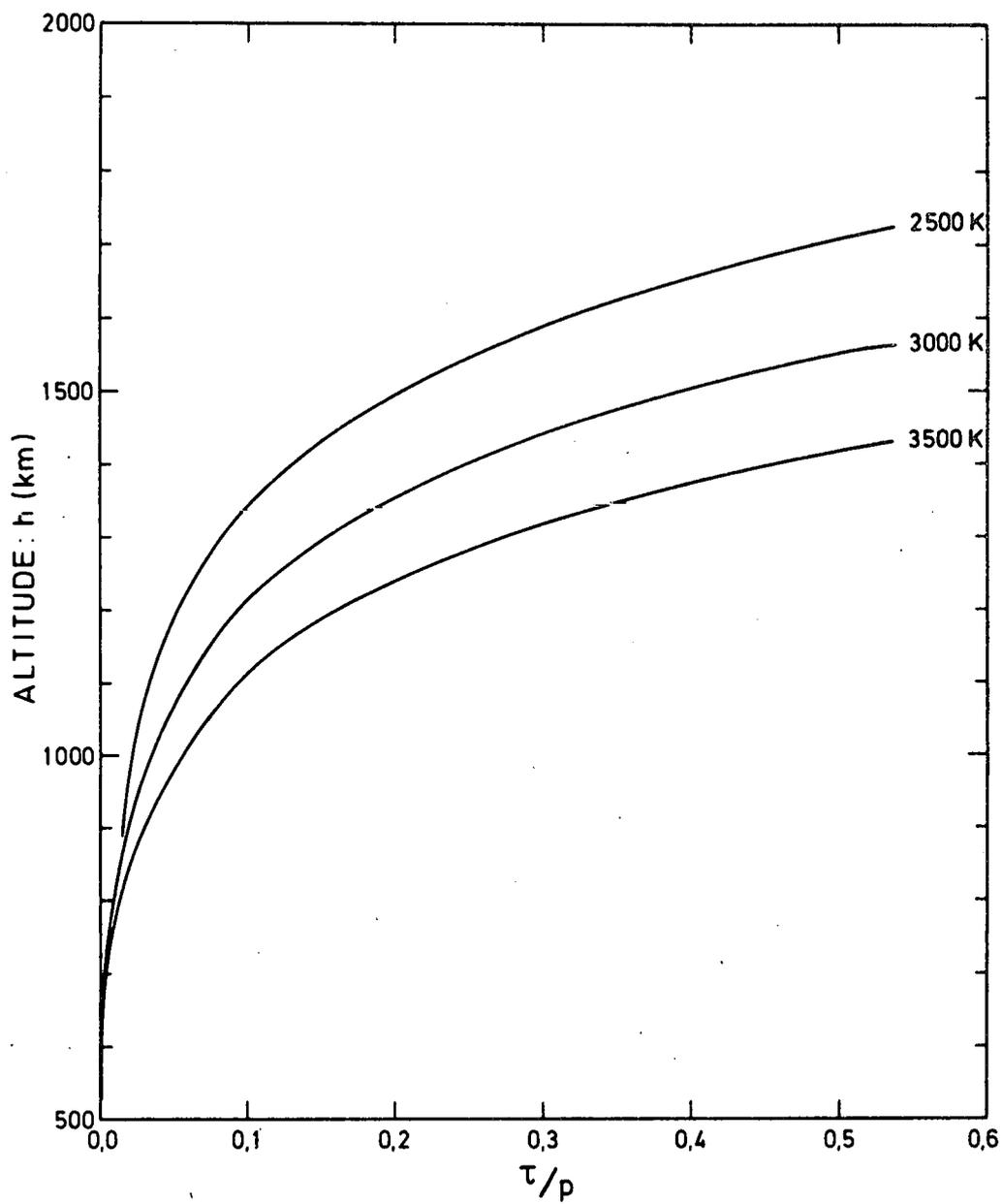


Fig. 6.6.- Rapport entre la composante du tenseur des tensions parallèles au champ magnétique et la pression partielle des ions d'hydrogène pour trois valeurs différentes de la température des ions d'hydrogène à l'exobase.

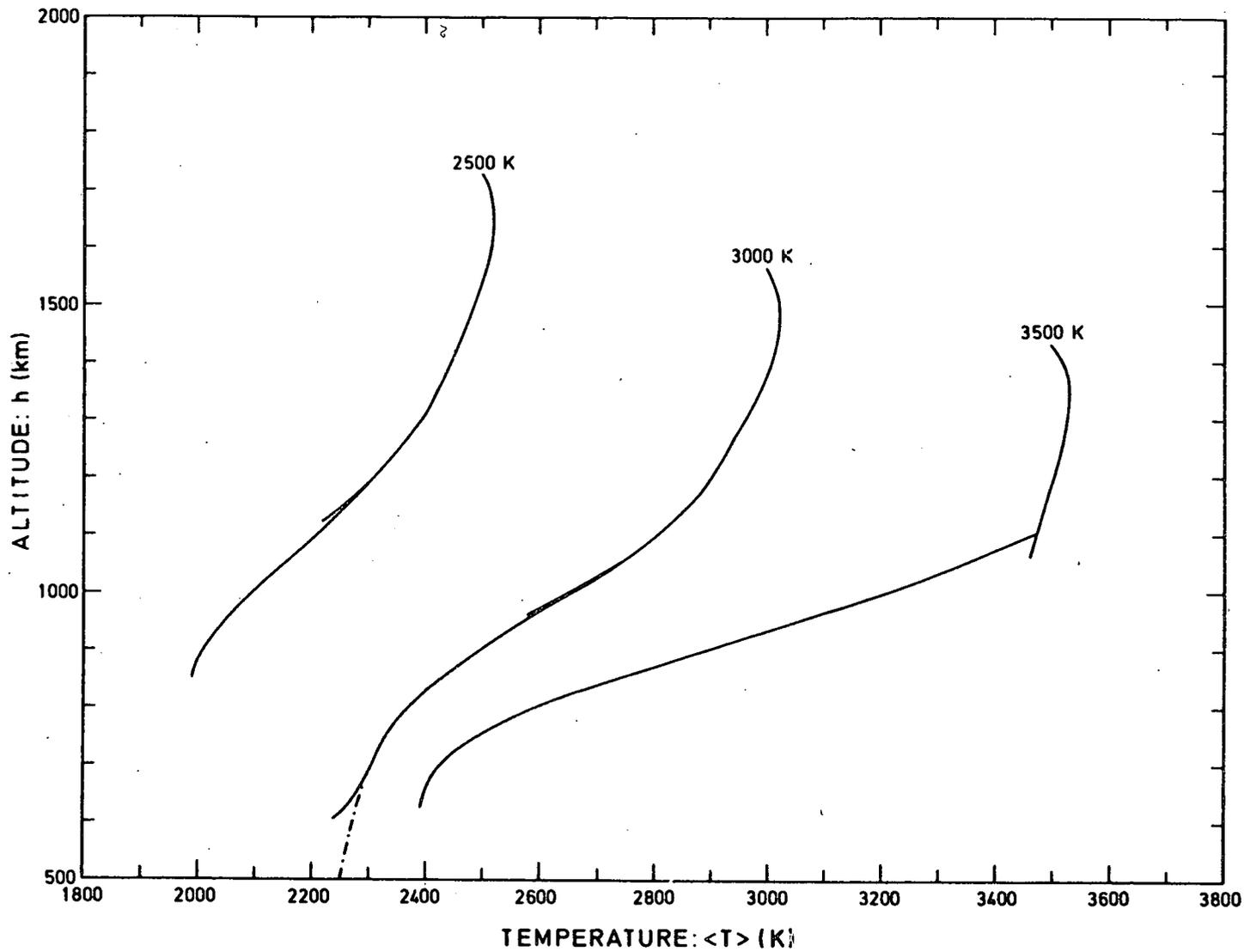


Fig. 6.7.- Distributions de la température des ions d'hydrogène pour trois valeurs différentes de la température des ions d'hydrogène à l'exobase.

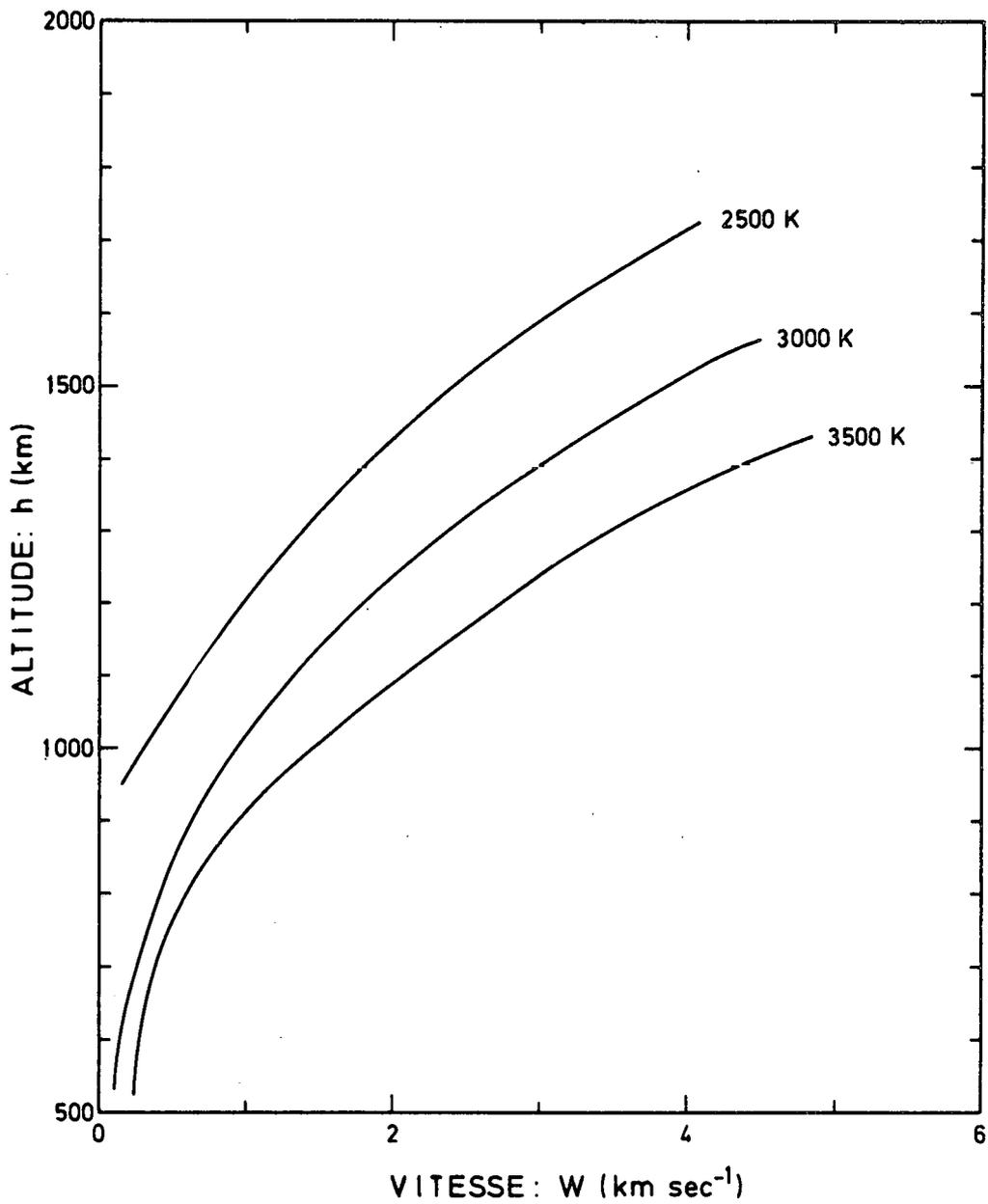


Fig. 6.8.- Distributions de la vitesse d'ensemble des ions d'hydrogène pour trois valeurs différentes de la température des ions d'hydrogène à l'exobase.

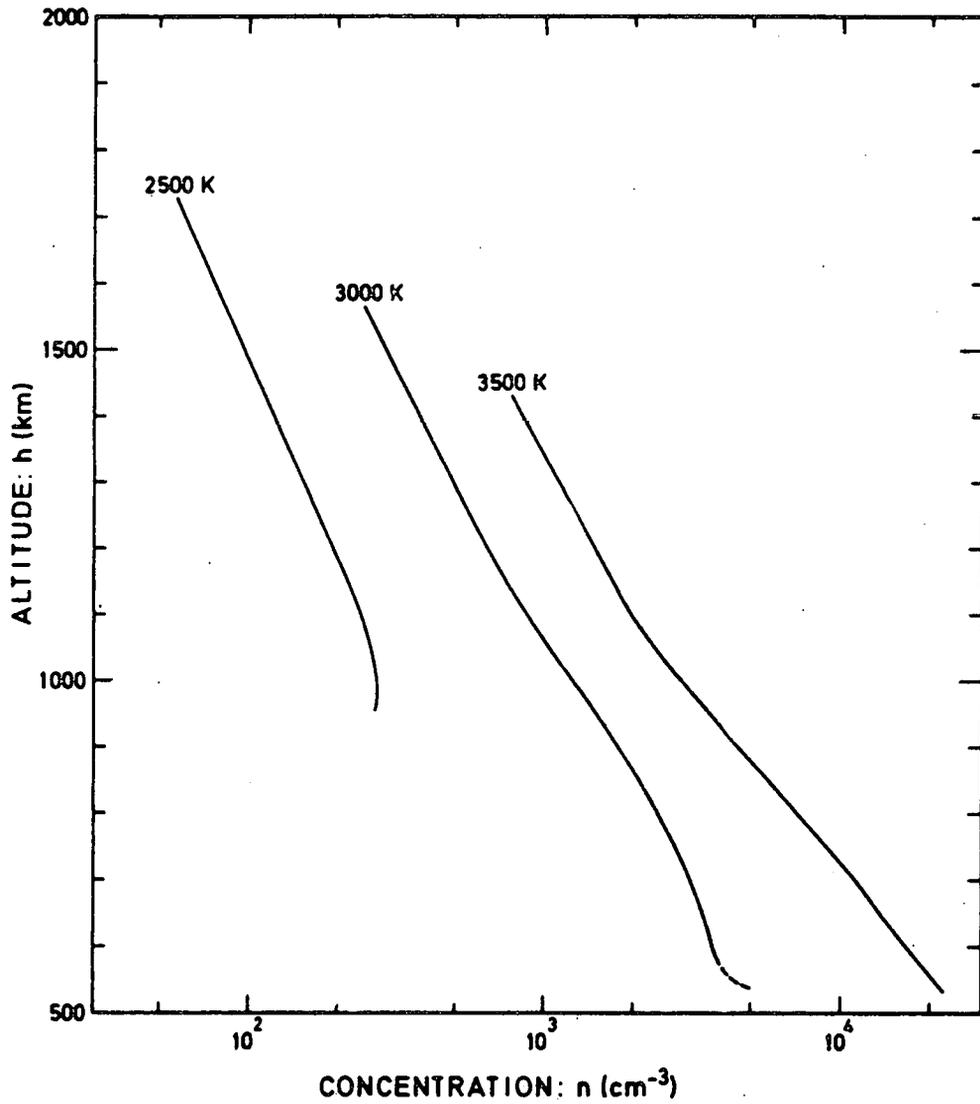


Fig. 6.9.- Distributions de la concentration des ions d'hydrogène pour trois valeurs différentes de la température des ions d'hydrogène à l'exobase.

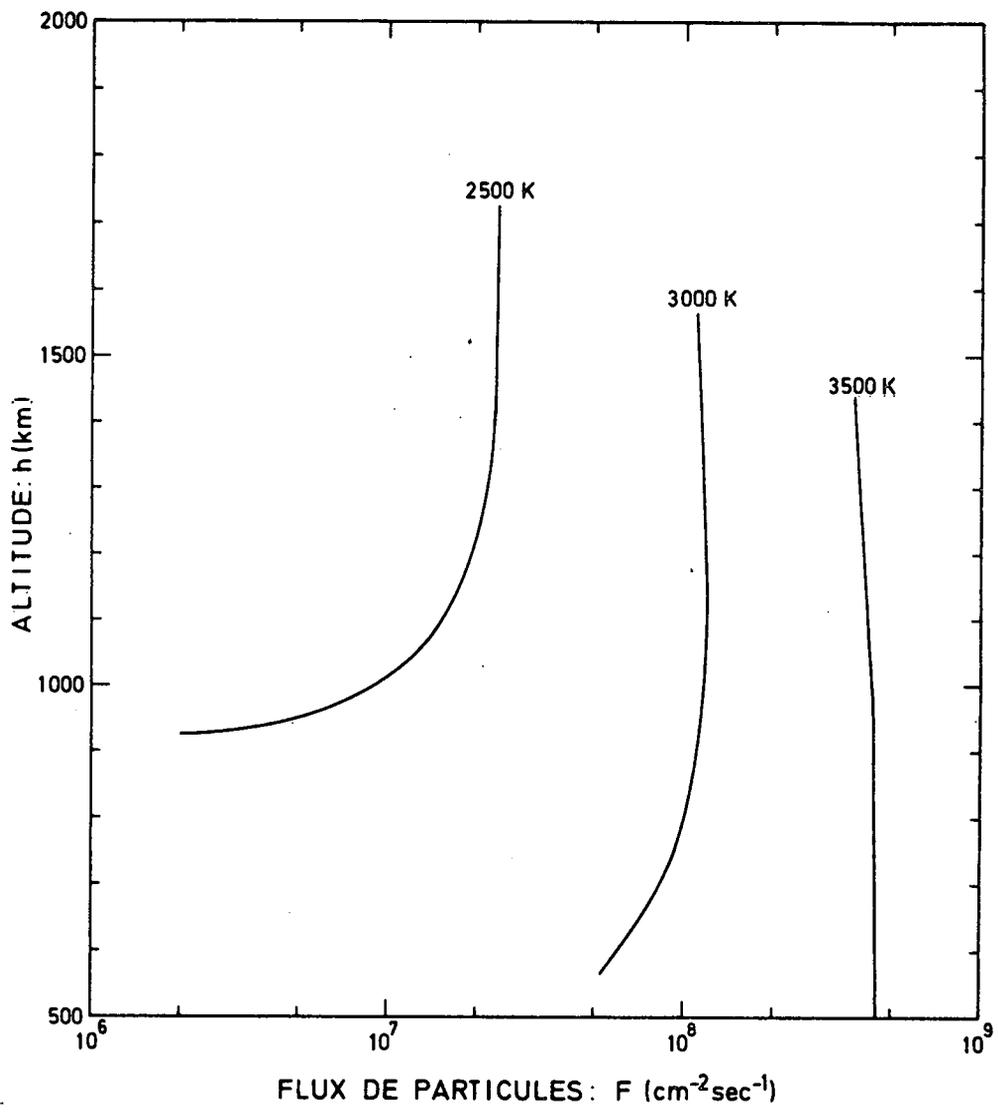


Fig. 6.10.- Distributions du flux de particules des ions d'hydrogène pour trois valeurs différentes de la température des ions d'hydrogène à l'exobase.

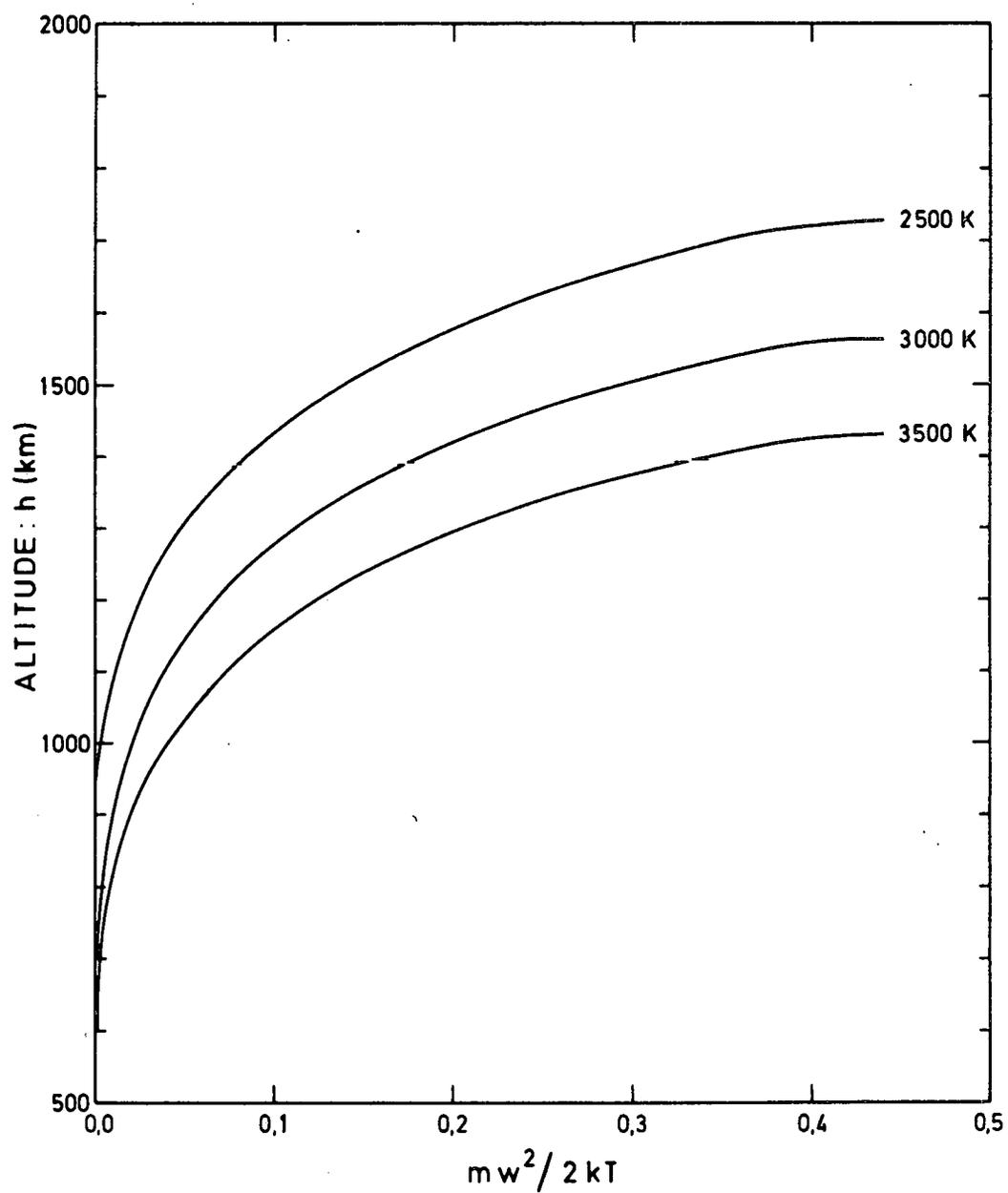


Fig. 6.11.- Rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie d'agitation thermique des ions d'hydrogène pour trois valeurs différentes de la température des ions d'hydrogène à l'exobase.

3500 K une valeur idéale de  $\langle T(r_o) \rangle$  telle que  $y(h_m) = y_c$ .

#### 6.1.4. Effet d'une réduction de la viscosité et de la conductibilité thermique au voisinage de l'exobase

Les résultats présentés dans les figures 6.1 à 6.11 ont été obtenus sans réduire la valeur des coefficients de viscosité et de conductibilité thermique (3.24) et (3.38). Il a été supposé que dans toute la région collisionnelle située en-dessous de l'exobase  $h_o$  le facteur de réduction  $\epsilon(h)$  défini arbitrairement par la relation (3.26) était identique à l'unité, ou encore que

$$x_\eta = \frac{h_\eta - h_o}{\mathcal{H}_o + 1/2} \gg 1 \quad (6.10)$$

En diminuant la valeur  $x_\eta$  on réduit progressivement la valeur du coefficient de viscosité dans une région d'épaisseur égale à  $\mathcal{H}_o + 1/2$  et centrée sur l'altitude  $h_\eta$ . Lorsque  $x_\eta = 0$  ou  $h_\eta = h_o$ ,  $\epsilon(h_o)$  vaut 0,5; c-à-d. que la viscosité à l'exobase est réduite d'un facteur 2. En  $h = h_o - \mathcal{H}_o + 1/2$  la valeur du coefficient de viscosité est pratiquement égale à la valeur classique (3.24).

Une telle réduction de  $\eta$  peut se justifier qualitativement lorsque le libre parcours moyen devient comparable à la hauteur d'échelle (cf. chapitre 3). Elle conduit à une augmentation du gradient de la vitesse d'ensemble en  $h_o$ . En d'autres termes lorsque  $x_\eta$  diminue l'accélération du gaz d'hydrogène ionisé devient plus prononcée au voisinage de l'exobase. Cet effet est illustré dans la figure 6.12 où les différentes courbes correspondent à des valeurs décroissantes de  $x_\eta = \infty; 0,5; 0$  et  $0,5$  et ont été calculées pour  $\langle T(r_o) \rangle = 3000$  K.

En opérant une réduction analogue sur le coefficient de conductibilité thermique on accentue le gradient de la température au voisinage de l'exobase. Les courbes de la figure 6.13 illustrent cet effet pour  $\langle T(r_o) \rangle = 3000$  K et correspondent respectivement à  $x_\kappa = \infty;$

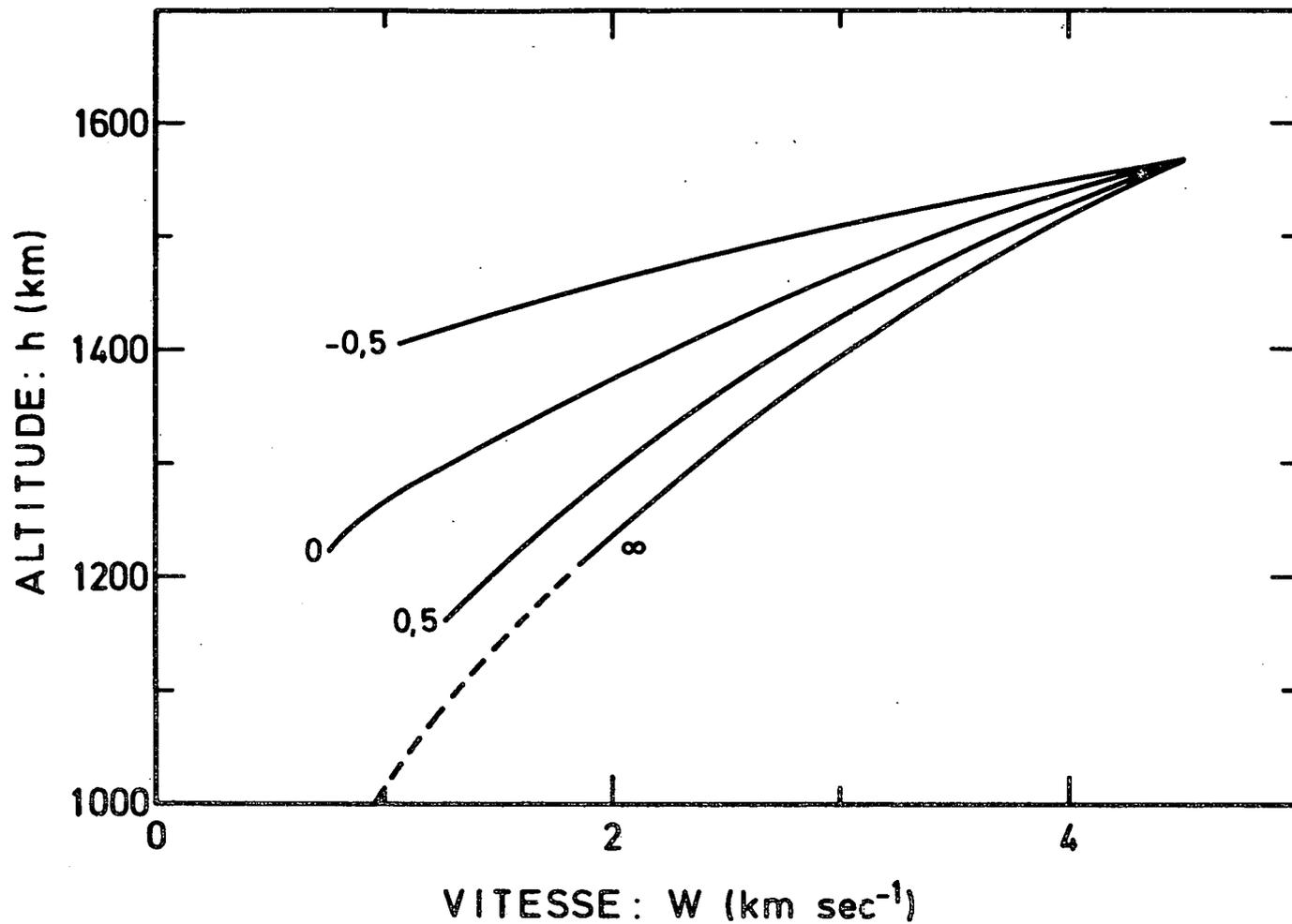


Fig. 6.12.- Effet d'une réduction du coefficient de viscosité sur la vitesse d'ensemble des ions d'hydrogène pour différent facteur de réduction à l'exobase:  $x_\eta = -0,5; 0; 0,5; \infty$ .

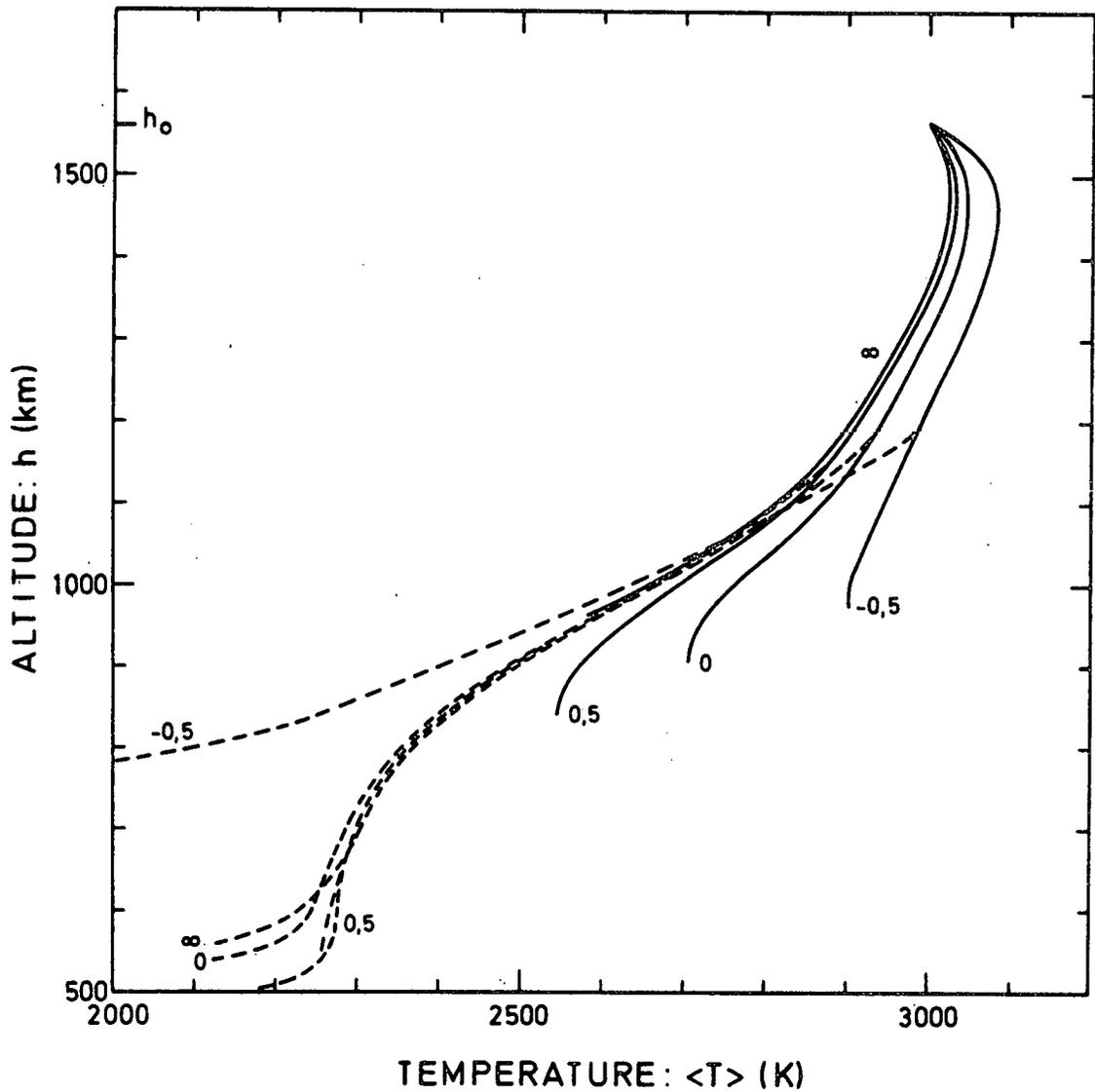


Fig. 6.13.- Effet d'une réduction du coefficient de conductibilité thermique sur la température des ions d'hydrogène pour différents facteurs de réduction à l'exobase:  $x_k = -0,5; 0; 0,5; \infty$ . Les courbes en traits pleins montrent les résultats obtenus en intégrant les équations (5.21) à (5.25); les courbes en traits pointillés sont les solutions du système d'équations simplifiées (6.1) à (6.4).

0,5; 0; - 0,5.

## 6.2. Les modèles cinétiques

Nous avons vu au chapitre 5 que la valeur de la température  $\langle T(r_0) \rangle$  détermine l'altitude  $h_0$  de l'exobase. Au paragraphe 6.1.1. nous avons montré comment il est possible de déterminer la valeur de la concentration des ions d'hydrogène à l'exobase  $n(r_0) = n_0$ . Ces deux quantités permettent de calculer les valeurs des paramètres T et N intervenant dans la distribution des vitesses (4.13). A cet effet on utilise les relations (5.12) et (5.13) déduites de la théorie cinétique. On peut ensuite calculer les concentrations des différentes espèces de particules chargées dans l'exosphère à partir des équations (4.40) et (4.42). Ces concentrations dépendent cependant de la différence de potentiel électrique entre l'altitude considérée et l'exobase. On détermine celle-ci par itérations successives de telle façon à satisfaire à la condition de quasi-neutralité (4.39). De cette façon on peut obtenir la distribution du potentiel électrique dans l'exosphère et en déduire l'intensité du champ électrique  $\vec{E}_{||}$ . Le flux des ions et des électrons peut également être calculé, ainsi que tous les autres moments de la fonction de distribution des vitesses.

Les figures 6.14 à 6.18 illustrent les résultats ainsi obtenus pour les ions d'hydrogène lorsque  $\langle T(r_0) \rangle = 3000 \text{ K}$  et  $n(r_0) = 246,419 \text{ cm}^{-3}$ . Dans la région située en-dessous de l'exobase on a représenté le modèle hydrodynamique sans réduction de la viscosité ni de la conductibilité thermique. La zone hachurée représente la région de transition dont l'épaisseur est égale à la hauteur d'échelle  $\mathcal{H}_0^+ = 402 \text{ km}$ .

Dans cette région de transition ni l'approximation de Navier-Stokes ni celle de la théorie cinétique ne sont absolument justifiées. Par contre en dehors de cette zone hachurée ces deux approximations des équations générales du transport sont valables.

Bien qu'il n'existe pas à l'exobase de discontinuité d'ordre zéro dans les distributions de  $w_{H^+}$ ,  $n_{H^+}$ ,  $\tau_{H^+}$ ,  $(T_{||}/T_{\perp})_{H^+}$ , et  $C_{H^+}$ , il n'est pas possible d'éviter les discontinuités du premier ordre au point de raccordement. Il est cependant possible de réduire artificiellement

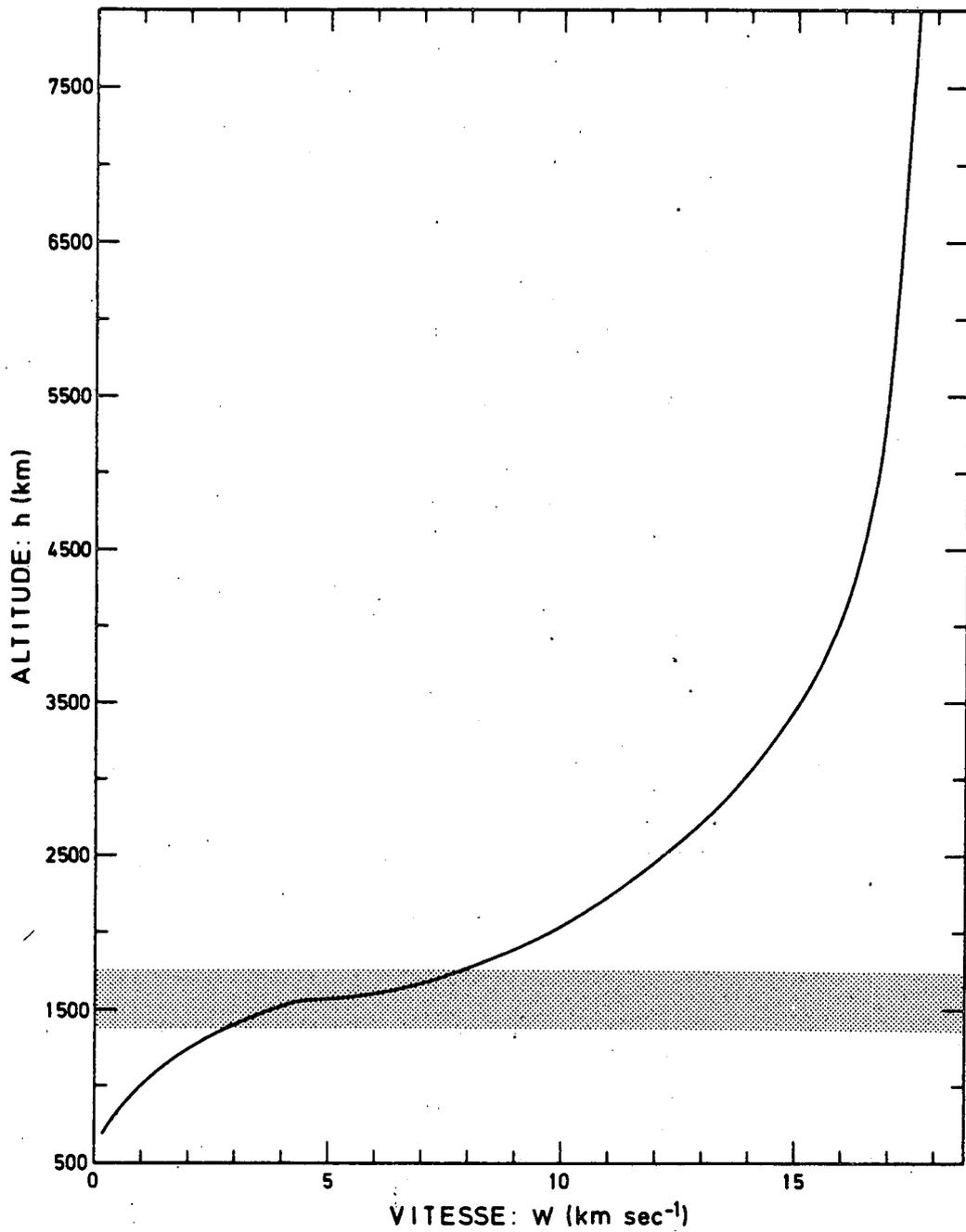


Fig. 6.14.- *Distribution de la vitesse d'ensemble des ions d'hydrogène. Raccordement entre la solution hydrodynamique et l'approximation cinétique; l'exobase se situe à 1565 km où la température est de 3000 K et la densité  $246,419 \text{ cm}^{-3}$ .*

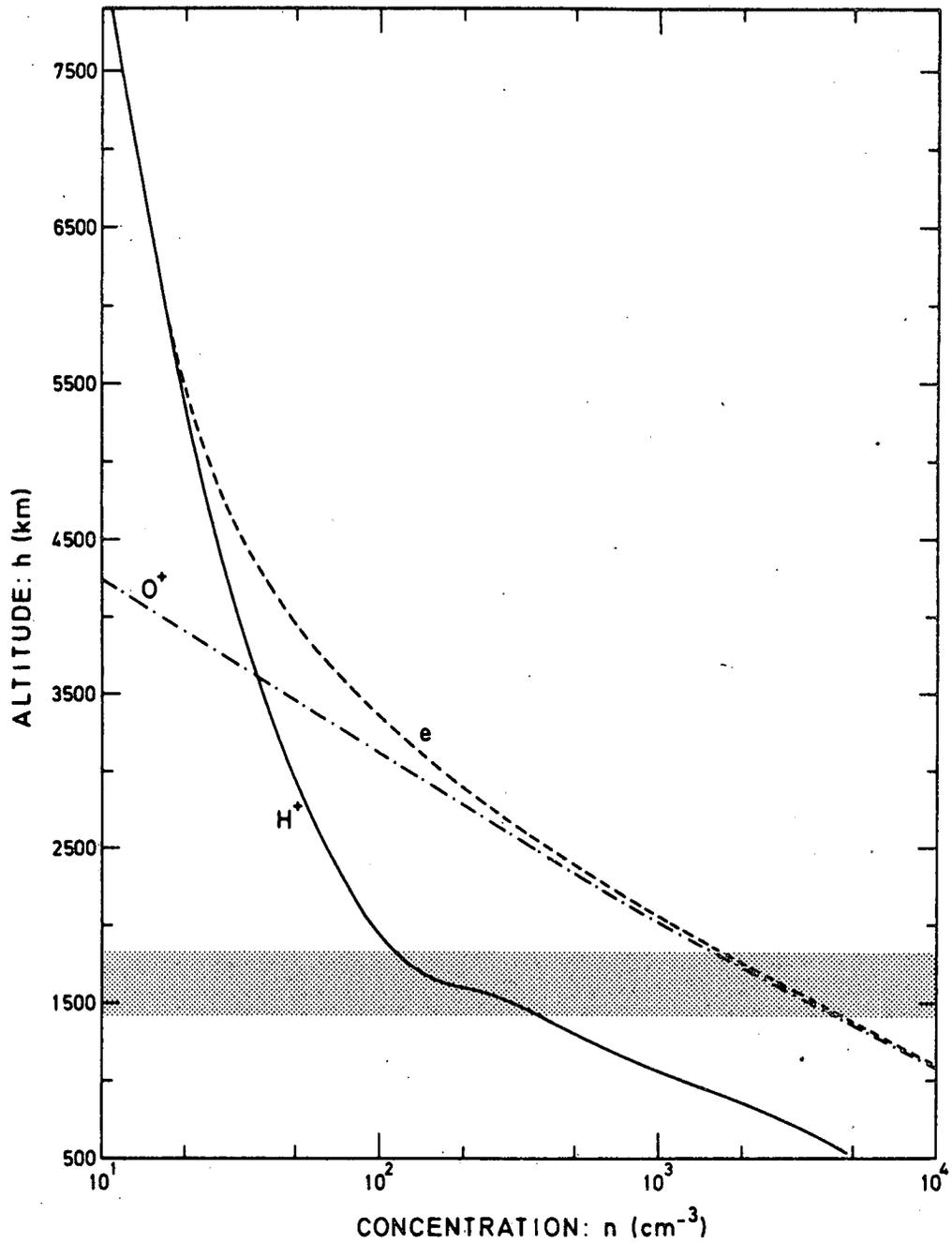


Fig. 6.15.- *Distribution de la concentration des ions d'hydrogène.* Raccordement entre la solution hydrodynamique et l'approximation cinétique; l'exobase se situe à 1565 km où la température est de 3000 K et la densité  $246,419 \text{ cm}^{-3}$ . Les concentrations des ions d'oxygène et des électrons sont aussi données.

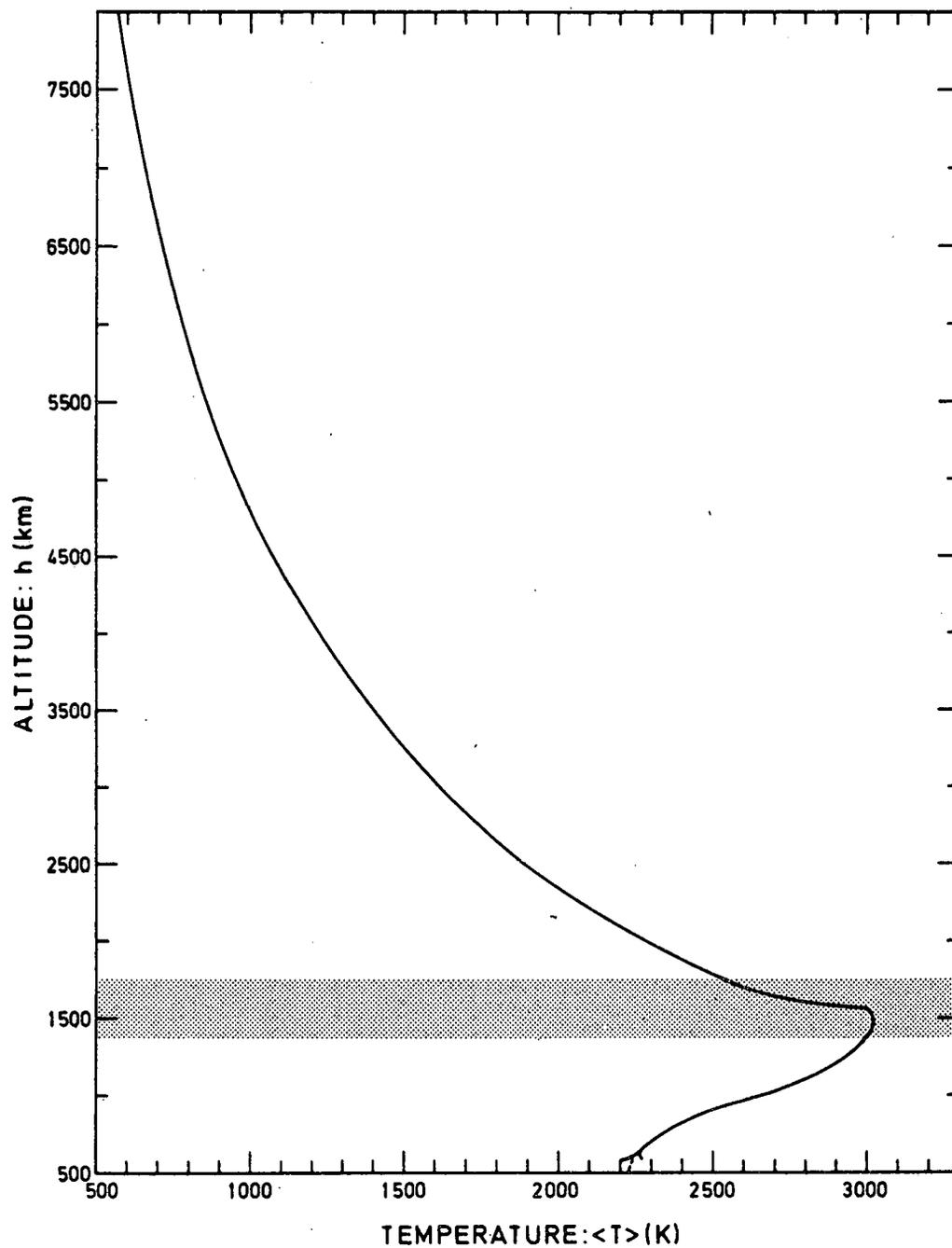


Fig. 6.16.- *Distribution de la température des ions d'hydrogène. Raccordement entre la solution hydrodynamique et l'approximation cinétique; l'exobase se situe à 1565 km où la température est de 3000 K et la densité  $246,419 \text{ cm}^{-3}$ .*

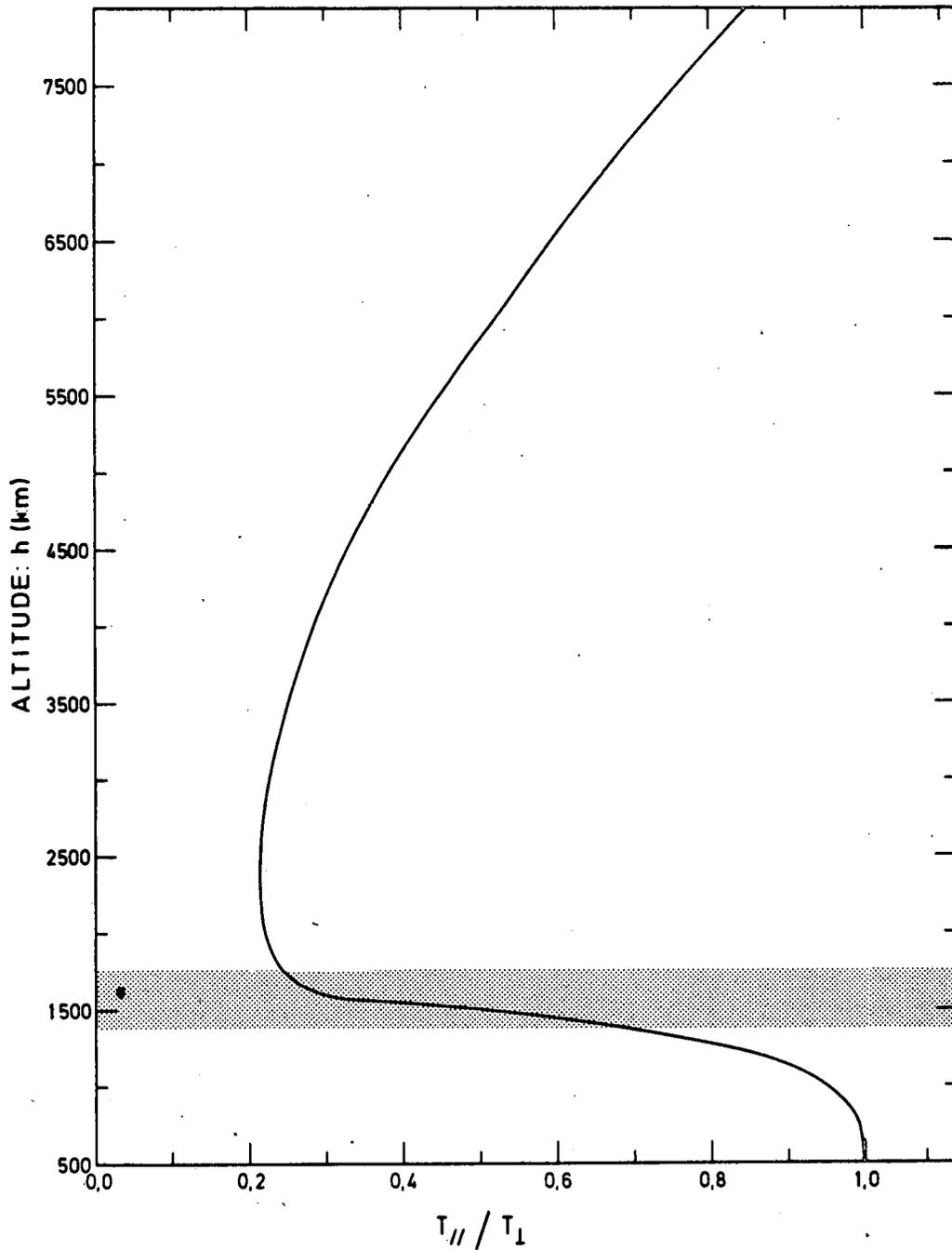


Fig. 6.17.- *Distribution de l'anisotropie des températures ou des pressions des ions d'hydrogène. Raccordement entre la solution hydrodynamique et l'approximation cinétique; l'exobase se situe à 1565 km où la température est de 3000 K et la densité  $246,419 \text{ cm}^{-3}$ .*

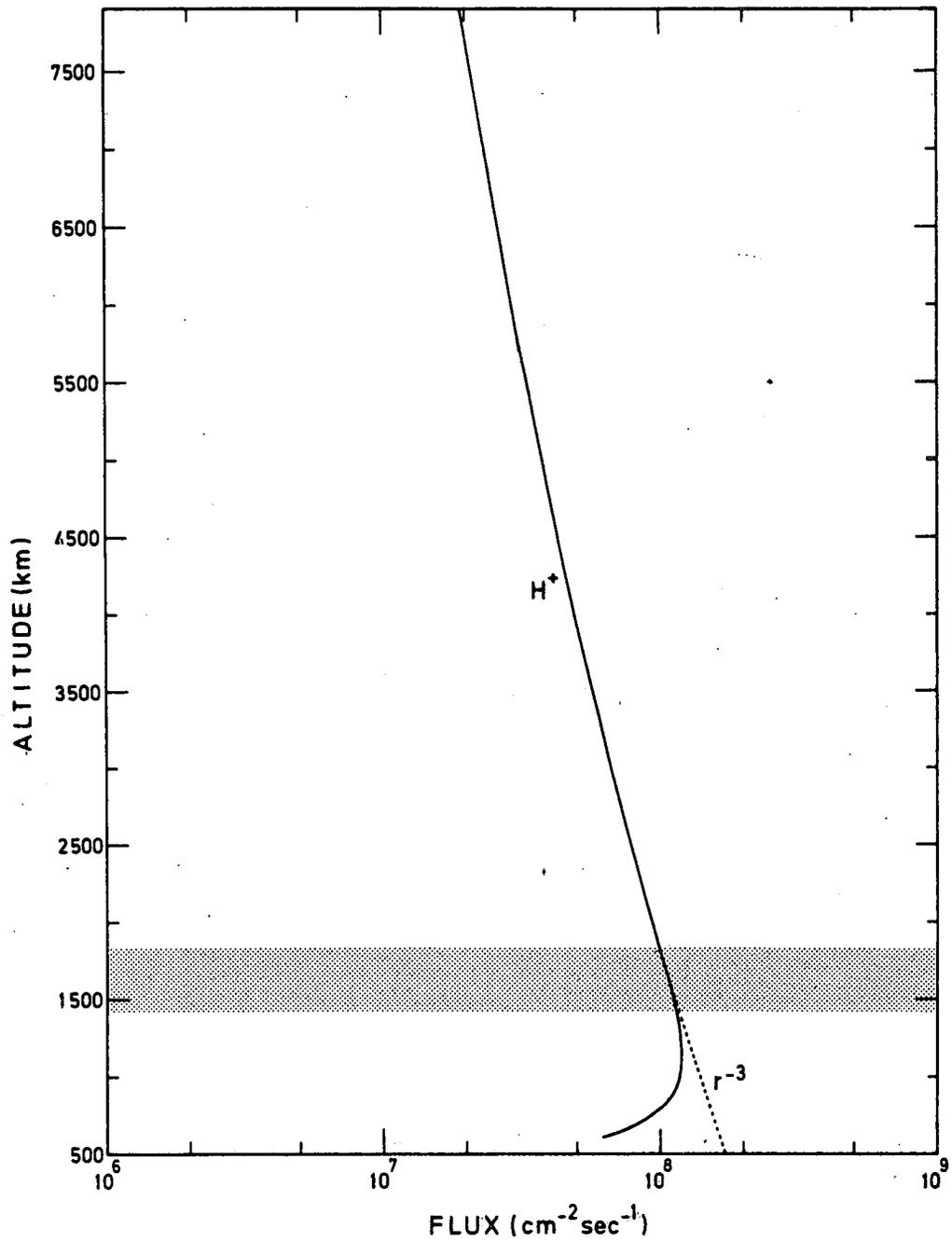


Fig. 6.18.- *Distribution du flux d'échappement des ions d'hydrogène.* Raccordement entre la solution hydrodynamique et l'approximation cinétique; l'exobase se situe à 1565 km où la température est de 3000 K. et la densité  $246,419 \text{ cm}^{-3}$ .

ces dernières en opérant une diminution progressive des coefficients de viscosité et de conductibilité thermique au voisinage de l'exobase. Les différences dans les gradients des variables physiques proviennent de l'hypothèse que le milieu est discontinu à l'exobase. En effet en-dessous de  $h_0$  les collisions sont supposées assez fréquentes pour assurer la validité des équations de Navier-Stokes (3.21), (3.22) et (3.34) par contre au-dessus de  $h_0$  il est supposé que le libre parcours moyen est suffisamment grand vis-à-vis de la hauteur d'échelle  $\mathcal{L}_+$  pour justifier l'application de l'approximation cinétique décrite au chapitre 4. Pour traiter avec plus de rigueur la structure de cette région de transition il serait nécessaire d'élaborer d'abord une nouvelle théorie des phénomènes de transport dans les gaz raréfiés ou le libre parcours moyen est de l'ordre de grandeur des dimensions du système. Une telle rigueur n'est cependant pas nécessaire si l'on s'intéresse aux régions éloignées de l'exobase. Dans ces conditions le type de raccordement décrit dans ce chapitre est amplement suffisant.

## REFERENCES

- AXFORD, W.I., The polar wind and the terrestrial helium budget, *J. Geophys. Res.*, **73**, 6855-6859, 1968.
- BANKS, P.M. et T.E. HOLZER, The polar wind, *J. Geophys. Res.*, **73**, 6846-6854, 1968.
- BANKS, P.M. et T.E. HOLZER, Features of plasma transport in the upper atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **74**, 6304-6316, 1969a.
- BANKS, P.M. et T.E. HOLZER, High-latitude plasma transport : The polar wind, *J. Geophys. Res.*, **74**, 6317-6332, 1969b.
- BANKS, P.M. et G. KOCKARTS, Aeronomy, part A 430 pp., part B 355 pp., Academic Press, New York, 1973.
- BRAGINSKII, S.I., Transport phenomena in a completely ionized two-temperature plasma, *Soviet Physics JETP*, **6**, 358-369, 1958.
- CHAMBERLAIN, J.W., Planetary coronae and atmospheric evaporation, *Planet. Space Sci.*, **11**, 901-960, 1963.
- CHEW, G.F., M.L. GOLDBERGER et F.E. LOW, The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in absence of particle collisions, *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **236**, 112-118, 1956.
- DESSLER, A.J. et P.A. CLOUTIER, Discussion of letter by Peter M. Banks and Thomas E. Holzer, "The Polar Wind", *J. Geophys. Res.*, **74**, 3730-3733, 1969.
- DESSLER, A.J. et F.C. MICHEL, Plasma in the geomagnetic tail, *J. Geophys. Res.*, **71**, 1421-1426, 1966.
- HAMMING, R.W., Stable Predictor-Corrector Methods for ordinary differential equations, *J.A.C.M.*, **6**, 37-47, 1959.
- HELLIWELL, R.A., Whistlers and related ionospheric phenomena, 349 pp. Stanford University Press, Stanford, California, 1965.
- HESS, W.N., The radiation belt and magnetosphere, 919 pp., Blaisdell Publ. Co., Waltham, Mass., 1968.
- HOFFMAN, J.H., Ion composition measurements in the polar region from the Explorer 31 satellite, *EOS Trans. AGU*, **49**, 253, 1968.
- HOFFMAN, J.H., Studies of the composition of the ionosphere with a magnetic deflection mass spectrometer, *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.*, **4**, 315-322, 1970.

- HOFFMAN, J.H., Polar wind measurements, *EOS Trans. AGU*, **52**, 301, 1971.
- JACCHIA, L.G., Revised static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles, *Smithsonian Astrophys. Observatory*, Cambridge, Mass., SR.332, 1971.
- KOCKARTS, G., Distribution of hydrogen and helium in the upper atmosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **34**, 1729-1743, 1972.
- KOCKARTS, G. et M. NICOLET, Le problème aéronomique de l'hélium et de l'hydrogène neutre, *Ann. Géophys.*, **18**, 269-290, 1962.
- LEMAIRE, J.,  $O^+$ ,  $H^+$ , and  $He^+$  ion distributions in a new polar wind model, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **34**, 1647-1658, 1972.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Le champ électrique de polarisation dans l'exosphère ionique polaire, *C.R.H. Acad. Sci., Ser. B*, **269**, 666-669, 1969.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Model of the polar ion-exosphere, *Planet. Space Sci.*, **18**, 103-120, 1970.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Simple model for an ion-exosphere in an open magnetic field, *Phys. Fluids*, **14**, 1683-1694, 1971a.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Kinetic Models of the solar wind, *J. Geophys. Res.*, **76**, 7479-7490, 1971b.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, The effect of photoelectrons on kinetic polar wind models, *Bull. Cl. Sci. Acad. Roy. Belg.*, **58**, 1112-1134, 1972a.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Ion-exosphere with asymmetric velocity distribution, *Phys. Fluids*, **15**, 760-766, 1972b.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Kinetic models of the solar and polar winds, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **11**, 427-468, 1973.
- LEMAIRE, J. et M. SCHERER, Exospheric models of the topside ionosphere, *Space Sci. Rev.*, **15**, 591-640, 1974.
- MANGE, P., The exosphere and geocorona, in *Solar-Terrestrial Physics/1970, Part 4*, edited by E.R. Dyer, pp. 68-86, D. Reidel, Dordrecht, Netherlands, 1972.
- MARUBASHI, K., Escape of the polar-ionospheric plasma into the magnetospheric tail, *Rep. Ionos. Space Res. Jap.*, **24**, 322-346, 1970.

- MEIER, R.R., Depressions in the far-Ultraviolet airglow over the poles, *J. Geophys. Res.*, **75**, 6218-6232, 1970.
- MEIER, R.R. et P. MANGE, Geocoronal hydrogen : an analysis of the Lyman-Alpha airglow observed from OGO 4, *Planet. Space Sci.*, **18**, 803-821, 1970.
- NICOLET, M., Helium, an important constituent in the lower exosphere, *J. Geophys. Res.*, **66**, 2263-2264, 1961.
- PANNEKOEK, A., Ionization in stellar atmospheres, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, **1**, 107-118, 1922.
- ROSSELAND, S., Electrical state of a star, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **84**, 720-728, 1924.
- TAYLOR, H.A., Jr., Observed solar geomagnetic control of the ionosphere: Implication for the Reference Ionospheres, GSFC x 621, 71-232, 1971a.
- TAYLOR, H.A., Jr., Evidence of solar geomagnetic seasonal control of the topside ionosphere, *Planet. Space Sci.*, **19**, 77-93, 1971b.
- TAYLOR, H.A., Jr., Parametric description of thermospheric ion composition results, *J. Geophys. Res.*, **78**, 315-319, 1973.
- TAYLOR, J.A., Jr., H.C. BRINTON, M.W. PHARO III et N.K. RAHMAN, Thermal ions in the exosphere; evidence of solar and geomagnetic control, *J. Geophys. Res.*, **73**, 5521-5533, 1968.
- THOMAS, J.O., M.J. RYCROFT et L. COLIN, Electron densities and scale heights in the topside ionosphere: Alouette I Observations in midlatitudes. NASA SP-3026, 1966.
- STROBEL, D.F. et E.J. WEBER, Mathematical Model of the Polar Wind, *J. Geophys. Res.*, **77**, 6864-6869, 1972.
- VON NEUMANN, J. et R.D. RICHTMYER, A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks, *J. Appl. Phys.*, **21**, 232-237, 1950.