

I N S T I T U T D ' A E R O N O M I E S P A T I A L E D E B E L G I Q U E

3 - Avenue Circulaire

B - 1180 BRUXELLES

## AERONOMICA ACTA

A - N° 148 - 1975

Etude par étoiles-tests de la réduction des clichés  
pris au moyen de la caméra de triangulation IAS

par

H. DEBEHOGNE et E. VAN HEMELRIJCK

B E L G I S C H I N S T I T U U T V O O R R U I M T E - A E R O N O M I E

3 - Ringlaan

B - 1180 BRUSSEL

## AVANT-PROPOS

"Etude par étoiles-tests de la réduction des clichés pris au moyen de la caméra de triangulation IAS" a été publié dans *Astronomy and Astrophysics*, 36, 317-319, 1974.

## FOREWORD

"Etude par étoiles-tests de la réduction des clichés pris au moyen de la caméra de triangulation IAS" was published in *Astronomy and Astrophysics*, 36, 317-319, 1974.

## VOORWOORD

"Etude par étoiles-tests de la réduction des clichés pris au moyen de la caméra de triangulation IAS" werd gepubliceerd in *Astronomy and Astrophysics*, 36, 317-319, 1974.

## VORWORT

"Etude par étoiles-tests de la réduction des clichés pris au moyen de la caméra de triangulation IAS" wurde in *Astronomy and Astrophysics*, 36, 317-319, 1974 herausgegeben werden.

# ETUDE PAR ETOILES-TESTS DE LA REDUCTION DES CLICHES PRIS AU MOYEN DE LA

---

## CAMERA DE TRIANGULATION IAS

---

par

H. DEBEHOGNE\* et E. VAN HEMELRIJCK

\* Observatoire Royal de Belgique, 1180 Bruxelles.

\*\* Belgisch Instituut voor Ruimte-Aeronomie, 1180 Brussel.

### Résumé

Dans ce texte nous discutons quelques résultats de réduction de plaques obtenus avec la caméra de triangulation IAS.

Lors de plusieurs expériences cette caméra a été utilisée pour déterminer la position et l'altitude des nuages artificiels à l'aide de diverses formules de transformation polynomiales. Ici la méthode des étoiles-tests est appliquée à 12 nouvelles formules dans le but de déterminer celles qui à la fois donneront la plus grande précision et ne demanderont qu'un travail minimum par le petit nombre d'étoiles de référence et de constantes du cliché nécessaires.

On pourra l'extrapoler avec prudence aux instruments de mêmes caractéristiques.

### Abstract

In this paper we discuss some plate reduction results obtained with the IAS triangulation camera.

On several occasions this camera has been used for the position and altitude determination of artificial clouds in the upper atmosphere by various polynomial transformation formulae. Here the test stars method is applied to 12 new formulae in order to find which one gives the highest accuracy and at the same time a reasonably short working-time due to the necessarily low number of reference stars and plate constants.

This method could be applied to other cameras having approximately the same characteristics as the IAS one.

## Samenvatting

In deze tekst bespreken we enkele plaatreductie resultaten bekomen met de IAS triangulatiecamera.

Bij verschillende proefnemingen werd deze camera gebruikt voor de richtings- en hoogtebepaling van kunstmatige wolken in de hoge atmosfeer en dit door middel van verschillende polynomiale transformatieformules. De methode van de teststerren wordt hier toegepast op 12 nieuwe formules om na te gaan welke formule de grootste nauwkeurigheid geeft en tegelijkertijd een redelijk korte werktijd dank zij het noodzakelijk laag aantal referentiesternen en plaatconstanten.

Deze methode kan toegepast worden op andere cameras die ongeveer dezelfde karakteristieken hebben als deze van het IAS.

## Zusammenfassung

In diesem Text besprechen wir einigen Resultaten von fotografischen Plattenreduktionen die mit der IAS Triangulationskamera aufgenommen wurden. Während verschiedene Experimenten wurde diese Kamera gebraucht für die Bestimmung der Richtung und der Höhe künstlichen Wolke mittelst mehrere polynomialen Transformationsformeln. Hier wurde die Teststernenmethode angewendet zu 12 neuen Formeln mit dem Zweck dieser diejenige die grösste Genauigkeit gibt festzustellen und gleichzeitig eine minimale Arbeitszeit fragt durch die Anwendung einer kleinen Anzahl Referenzsternen und Konstanten des Klichees.

Es ist auch möglich diese Methode bei Kameras mit etwa demselben Charakteristiken zu brauchen.

## 1. INTRODUCTION

La présente recherche prolonge l'étude des méthodes de réduction dans le cas des clichés pris avec la caméra de triangulation IAS (Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique) de caractéristiques  $f = 50$  cm,  $\emptyset = 10$  cm, utilisée notamment pour déterminer les positions des nuages artificiels (clichés IAS 1, 2, 3 et 4) créés par cet Institut en Sardaigne, juillet 1969, dans le cadre de l'Organisation Européenne de la Recherche Spatiale (Charge utile S-64) (Debehogne, 1972) ou par le Max Planck Institut de Garching (Munich) ("Barium Ion Cloud Project") en collaboration avec la NASA (Van Hemelrijck, 1972).

Un article précédent (Debehogne, 1970a) donnait la précision atteinte au moyen des trois formules de transformation comportant 6, 7 et 8 constantes du cliché et étudiées par la méthode des étoiles-tests.

Dans l'exposé suivant, le même procédé, appliqué à 12 nouvelles formules, servira à déterminer celles qui, à la fois, donneront des résultats acceptables suivant les problèmes traités et ne demanderont qu'un travail minimum par le petit nombre d'étoiles de référence (ou de base) et de constantes du cliché nécessaires. On pourra l'extrapoler avec prudence aux instruments de mêmes caractéristiques.

Les calculs ont été réalisés sur ordinateur IBM 1800 (IAS) et 360/44 (IRM).

## 2. REPRESENTATION CONVENTIONNELLE DES FORMULES DE TRANSFORMATION

a) Les polynomes exprimant les coordonnées standard X, Y en fonction des coordonnées mesurées x, y

$$X = \sum_{i+j=0}^n a_{ij} x^i y^j, \quad (1)$$

$$Y = \sum_{i+j=0}^n b_{ij} x^i y^j, \quad (2)$$

(n entier positif, i et j entiers, positifs ou nuls), peuvent posséder des constantes du cliché  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  nulles. Pour représenter les formules (1) et (2).

1) Supposons i décroissant et j croissant dans  $i + j = k$  ( $0 \leq k \leq n$ ); ainsi chaque terme de (1) et (2) possède un numéro d'ordre égale à

$$N_0 = k(k + 1)/2 + j + 1. \quad (3)$$

2) Donnons une suite de nombre comportant :

n (degré des polynomes), p [nombre de termes omis dans (1)], q [nombre de termes omis dans (2)], p numéros croissants,  $N_0$ , des p termes supprimés dans (1), q numéros croissants,  $N_0$ , des q termes supprimés dans (2).

b) Exemple : la transformation :

$$X = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + \boxed{a_{11}xy} + \boxed{a_{02}y^2} \\ + a_{30}x^3 + a_{21}x^2y + \boxed{a_{12}xy^2} + a_{03}y^3$$

$$Y = b_{00} + \boxed{b_{10}x} + b_{01}y + \boxed{b_{20}x^2} + \boxed{b_{11}xy} \\ + b_{02}y^2 + b_{30}x^3 + \boxed{b_{21}x^2y} + b_{12}xy^2 + b_{03}y^3$$

dans laquelle les termes encadrés disparaissent, s'écrira : (3;3, 4;5, 6, 9; 2, 4, 5, 8).

Les polynomes complets du 3e degré (Muller, 1960) se désignent par (3; 0,0). La valeur maximum de n étudiée vaut 7 (Debehogne, 1974).

### 3. BUT DE LA PRESENTE ETUDE

#### a) En ce qui concerne la caméra de triangulation IAS

1. Trouver la meilleure formule pour réduire les clichés pris au moyen de la caméra IAS et en donner la précision attendue,
2. Déterminer le nombre d'étoiles de base minimum à prendre, donnant des positions à la précision la plus grande possible, compte tenu des erreurs de mesures, de catalogues, de champ, de répartition des étoiles de base,
3. Indiquer les précautions à prendre si on a des inquiétudes quant à la mauvaise répartition des étoiles de base, au champ étendu, aux mesures peu précises, à savoir :  
recours à une formule plus compliquée,  
utilisation d'un nombre supérieur d'étoiles de référence.
4. Montrer la nécessité d'équiper la caméra IAS d'un obturateur automatique pour augmenter la précision.

#### b) En général

1. Montrer l'inutilité ou la nécessité de certains termes dans les formules utilisées,

2. Essayer de chiffrer l'influence des mauvaises répartitions d'étoiles de base,
3. Etablir la nécessité de l'utilisation d'étoiles-tests pour déduire toute conclusion concernant la qualité des réductions,
4. Lier le nombre d'étoiles de base nécessaire au nombre d'inconnues (constantes du cliché).

#### 4. GRAPHIQUES

Le procédé des étoiles-tests a été détaillé précédemment (Debehogne, 1970). Rappelons que nous portons en ordonnées les moyennes arithmétiques des écarts en  $\alpha$  (ascension droite) et en  $\delta$  (déclinaison) sur les étoiles-tests et sur les étoiles de référence, ainsi que les rapports des moyennes précédentes en  $\alpha$  et  $\delta$  en fonction du nombre d'étoiles de référence (base): quand les graphiques se rejoignent, nous obtenons le nombre optimum d'étoiles de référence et la précision que l'on peut espérer.

L'important écart en  $\alpha$  sur le cliché IAS 2, s'explique par des erreurs de mesure résultant de la qualité inférieure des images stellaires imprimées en traits interrompus parallèles à l'axe des  $\alpha$ .

Pour diminuer la longueur de l'article, nous avons renoncé à publier les nombreux graphiques constituant cette étude. On peut les obtenir en s'adressant à l'Institut d'Aéronomie Spatiale, Avenue Circulaire, 3, Bruxelles 1180.

#### 5. CONCLUSIONS

De la considération des graphiques, il résulte que :



a) En ce qui concerne la caméra IAS

1. La formule (1;0,0) ou formule de Turner, liant les coordonnées standard aux coordonnées mesurées par des équations linéaires et souvent utilisées (Smith, 1963; Lloyd, 1971) pour déterminer l'altitude des nuages artificiels, ne donne pas de bons résultats (écarts en  $\alpha$  et  $\delta$  de l'ordre de la minute d'arc): la caméra IAS ne présentant pas de distorsion (Debehogne, 1970a), ces écarts résultent d'autres phénomènes perturbateurs. On retiendra la formule (2;0,0) dans la majorité des cas, vu les excellents résultats obtenus pour un petit nombre d'étoiles de référence.

La formule (3;0,0) donnant également de bons résultats, on l'utilisera, quand les résidus de la formule (2;0,0) paraîtront pouvoir être ainsi améliorés dans le cas où la nécessité d'une plus grande précision se fera sentir pour un problème particulier; on obtient un gain de temps à l'ordinateur de l'ordre de 20% par l'utilisation de la formule (2;0,0) au lieu de (3;0,0): c'est la raison, avec le gain sur le nombre d'étoiles, de la préférence accordée à la formule (2;0,0).

2. Le nombre d'étoiles de référence minimum à prendre vaut 12 ou 14 en utilisant cette dernière formule.
3. En cas de mauvaise répartition des étoiles de base, on prendra la formule (3;0,0) avec 18 ou 20 étoiles de référence.
4. Cette année, un obturateur automatique complète la caméra de triangulation IAS, augmentant ainsi la qualité des images stellaires et, de là, la précision des mesures. L'étude détaillée de réductions de nouveaux clichés actuellement en cours, prolongera le présent travail et sera présentée ultérieurement.

b) En général

1. Dans les transformations donnant X en fonction des coordonnées mesurées, les termes  $a_{02}y^2$ , conformément à la théorie (Debehogne, 1968),  $a_{20}x^2$  et  $a_{11}xy$ ,

par suite de la faible erreur de perpendicularité de la caméra IAS et dans le cas de petites erreurs de centrage (étoile origine voisine de l'axe optique), se révèlent peu utiles [formules (1;1,1; 6,6), (2;1,1; 6,5), (2;1,1; 6,4), (2;1,1; 5,6), (2; 1,1; 5,5) et (2;1,1; 5,4)]; par contre, les termes  $a_{00}$ ,  $a_{10}x$  et  $a_{01}y$  sont indispensables.

Dans Y en fonction des x et y, les termes  $b_{20}x^2$  (théorie),  $b_{11}xy$  et  $b_{02}y^2$  (cas d'erreurs faibles) sont peu utiles; par contre les termes  $b_{00}$ ,  $b_{10}x$  et  $b_{01}y$  restent indispensables.

Cependant, la formule (2;1,1; 6,4), qui, théoriquement, devrait équivaloir à la formule (2;0,0) quant à la résorption des erreurs de centrage et de non-perpendicularité, donne des résultats moins bons dans 50% des cas. Provisoirement nous attribuons ce fait aux dangers d'une application aveugle de la méthode des moindres carrés. Certains spécialistes de cette théorie en connaissent quelques lacunes mais le problème, d'ailleurs très difficile, n'a jamais été qu'abordé mathématiquement et non complètement résolu. C'est pour résoudre expérimentalement cette difficulté que nous attribuons, à défaut d'une théorie adéquate, une valeur de contrôle à la méthode des étoiles-tests que nous avons systématiquement utilisée.

2. L'influence des "mauvaises" répartitions d'étoiles de référence se chiffre : dans le cas des formules (2;0,0) et (3;0,0), à environ 4" en  $\alpha$  et 3" en  $\delta$ ; dans le cas des formules de moins bon rendement, certaines de ces "mauvaises" répartitions donnent paradoxalement de meilleurs résultats, cependant bien moins favorables que ceux de (2;0,0) et (3;0,0) ce que nous attribuons aux dangers de la méthode des moindres carrés.
3. Pour un petit nombre d'étoiles de référence, la nécessité de l'utilisation d'étoiles-tests, sur lesquelles on calcule la moyenne arithmétique des écarts aux catalogues (erreur externe) plutôt que de s'en tenir à la moyenne

arithmétique des écarts sur les étoiles de référence (erreur interne), résulte de la non-coïncidence des lignes représentatives de ces moyennes en fonction du nombre d'étoiles de référence; cette non-coïncidence peut même exister lorsque ce nombre est plus grand.

4. Le nombre d'étoiles de référence sera choisi supérieur à deux fois le nombre de constantes du cliché pour les formules les meilleures; dans le cas de formules moins adéquates, le nombre d'étoiles de référence devra valoir trois fois au moins le nombre de constantes du cliché (rappelons que cette conclusion s'applique seulement à des instruments ayant une distance focale de l'ordre de 50 cm; pour l'astrographe double de Zeiss de l'ORB à Uccle, dont la distance focale vaut 2m, le nombre d'étoiles de référence pouvait ne pas dépasser 10 dans le cas de la formule à 8 constantes ou de l'homographie linéaire) (Debehogne, 1970b).

BIBLIOGRAPHIE

- DEBEHOGNE, H. 1968, Bull. Classe Sci. Acad. Roy. Belg. 5e série, 54, 1434.
- DEBEHOGNE, H. 1970a, Astron. & Astrophys. 8, 189.
- DEBEHOGNE, H. 1970b, Trans. Cospar 7, 107.
- DEBEHOGNE, H., VAN HEMELRIJCK, E. 1972, Bull. Classe Sci. Acad. Roy. Belg. 5e série, 58, 513.
- DEBEHOGNE, H., VAN HEMELRIJCK, E. 1974, Acta Astron. 24, 309.
- LLOYD, K.H. 1971, WRE-Technical Note - 72 (WR&D).
- MULLER, P., BARLIER, F. 1960, Compt. Rend. Acad. Sci. Paris 251, 2886.
- SMITH, F.J. 1963, Planetary Space Sci. 11, 1311.
- VAN HEMELRIJCK, E., DEBEHOGNE, H. 1972, Ciel Terre 88, 292.