

I N S T I T U T   D ' A E R O N O M I E   S P A T I A L E   D E   B E L G I Q U E

3 - Avenue Circulaire

B - 1180 BRUXELLES

## **AERONOMICA ACTA**

A - N° 221 - 1980

La structure interne de la magnétopause

par

**M. ROTH**

B E L G I S C H   I N S T I T U U T   V O O R   R U I M T E - A E R O N O M I E

3 - Ringlaan

B - 1180 BRUSSEL

## AVANT-PROPOS

"La structure interne de la magnétopause" est une thèse présentée à l'Université Libre de Bruxelles (Faculté des Sciences) pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences - Mai 1980.

## VOORWOORD

"La structure interne de la magnétopause" is eerder voorgedragen aan de Université Libre de Bruxelles (Faculté des Sciences) als proefschrift tot het behalen van de graad van Doctor in de Wetenschappen - Mei 1980.

## FOREWORD

"La structure interne de la magnétopause" has been submitted earlier in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Sciences at the "Université Libre de Bruxelles (Faculté des Sciences)" - May 1980.

## VORWORT

"La structure interne de la magnétopause" ist eine Dissertation, die zur "Université Libre de Bruxelles (Faculté des Sciences)" für den Titel Doktor der Wissenschaften vorgestellt wurde - Mai 1980.

# LA STRUCTURE INTERNE DE LA MAGNETOPAUSE

par

M. ROTH

<u>Table des Matières</u>	<u>Pages</u>
Résumé	i
Samenvatting	ii
Abstract	iii
Zusammenfassung	iv
<u>Introduction</u>	1
<u>Chapitre I</u> : Aspects macroscopiques de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère.	9
1.1. Introduction	9
1.2. La condition de balance des pressions	11
1.2.1. Equation générale de conservation de la quantité de mouvement	11
1.2.2. La balance des pressions à la magnétopause	16
1.2.3. Une détermination phénoménologique de la pression tenant compte de la présence du champ magnétique interplanétaire	18
1.2.4. Point d'approche minimale du vent solaire	20
1.3. Localisation et forme de la magnétopause terrestre	21
1.4. Les modèles de magnétosphère fermée	28
1.4.1. La théorie magnétohydrodynamique de l'écoulement du vent solaire autour de la cavité magnétosphérique	28
1.4.2. Comparaison avec l'observation spatiale	31
1.5. Les modèles de magnétosphère ouverte	37
1.6. Les modèles non stationnaires de la magnétopause	40

<b><u>Chapitre II</u> :</b>	<b>Observations de la structure microscopique de la magnétopause et de ses régions adjacentes</b>	<b>46</b>
II.1.	Introduction	46
II.2.	Un exemple d'observations obtenues par la sonde IMP 6	47
II.2.1.	Instrumentation	47
II.2.2.	Les données de champ magnétique	48
II.2.3.	Les données de plasma	52
II.3.	Observations de discontinuités rotatoires à la magnétopause	55
II.4.	La couche frontière de plasma adjacente à la magnétopause	59
II.4.1.	Nomenclature des couches frontières	59
II.4.2.	Le manteau de plasma	60
II.4.3.	La couche d'entrée, zone de pénétration des particules alimentant le manteau de plasma	67
II.4.4.	La couche frontière de basse latitude	71
<b><u>Chapitre III</u> :</b>	<b>Théories microscopiques de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère</b>	<b>76</b>
III.1.	Introduction	76
III.2.	La magnétopause selon Ferraro	77
III.2.1.	Description qualitative	77
III.2.2.	Description microscopique	79
III.2.3.	Interprétation physique de l'épaisseur caractéristique	89
III.2.4.	Cas de l'incidence oblique par rapport à la magnétopause	92
III.3.	La magnétopause selon Parker	95
III.3.1.	La neutralisation du champ électrique de polarisation	95
III.3.2.	Stabilité de la magnétopause dans les modèles élémentaires	100
III.4.	Les principes d'un nouveau modèle	106
III.4.1.	Éléments des modèles élémentaires	106
III.4.2.	La structure de la magnétopause dans le cadre de la théorie cinétique des plasmas	107

<u>Chapitre IV</u> : Un modèle cinétique des discontinuités tangentielles du champ magnétique dans un plasma sans collisions	110
IV.1. Introduction	110
IV.2. Hypothèses de base	113
IV.3. Formulation du problème : équations de base	116
IV.4. Les fonctions de distribution des vitesses dans le cas d'un plasma homogène	126
IV.4.1. L'équilibre maxwellien	126
IV.4.2. L'équilibre bi-maxwellien	128
IV.4.3. L'équilibre bi-maxwellien autour d'une vitesse moyenne, $\vec{V}$ , parallèle au plan YZ	131
IV.5. Les fonctions de distribution des vitesses dans le cas d'une discontinuité tangentielle	136
IV.5.1. L'arbitraire dans le choix des fonctions de distribution	136
IV.5.2. Détermination des fonctions de distribution	139
IV.5.3. Les conditions pour que le plasma reste homogène en $x = \pm \infty$	143
IV.5.4. Le rôle des constantes $c_i^{(v)}(k)$ et une condition sur les vitesses moyennes $\vec{V}_i^{(v)}$	146
IV.6. Détermination des moments de la fonction de distribution des vitesses : $Q_{rst}$	152
IV.6.1. Définition des $Q_{rst}$	152
IV.6.2. Normalisation des variables	153
IV.6.3. Le calcul des $Q_{rst}$	155
IV.6.4. La série $L_k^i(s, t)$	165
IV.6.5. Comportement asymptotique des $Q_{rst}$	169
IV.7. Cas particuliers	173
IV.7.1. Température isotrope	173
IV.7.2. Température isotrope et écoulement nul	174
IV.8. Les grandeurs physiques décrivant la transition	175
IV.8.1. Les grandeurs physiques liées à la description du plasma	175

IV.8.2.	Les grandeurs physiques liées à la description des champs électrique et d'induction magnétique	181
IV.9.	La méthode de résolution numérique	182
<u>Chapitre V</u>	Rôle des instabilités de faisceaux sur l'épaisseur de la magnétopause	184
V.1.	Introduction	184
V.2.	Les $Q_{rst}$ des couches fondamentales	186
V.2.1.	Les couches fondamentales : ionique et électronique	186
V.2.2.	Détermination des $Q_{rst}$	188
V.3.	Solution pour le potentiel vecteur $a_y$	192
V.4.	Epaisseur caractéristique des couches fondamentales dans un plasma d'hydrogène	196
V.4.1.	Définition	196
V.4.2.	Détermination de l'épaisseur $D$	198
V.4.3.	Résultats numériques	204
	V.4.3.1. L'épaisseur des couches électroniques	204
	V.4.3.2. L'épaisseur des couches ioniques	206
V.4.4.	Epaisseur caractéristique de la magnétopause	211
V.5.	Stabilité des couches fondamentales	219
V.5.1.	Les instabilités de faisceaux	219
V.5.2.	Détermination de la température dans la direction $y$	221
V.5.3.	Domaine de stabilité des couches fondamentales dans le plan $(U, n_2)$	222
V.5.4.	Epaisseur d'une magnétopause stable	230
<u>Chapitre VI</u>	Description quantitative de la structure interne de la magnétopause	232
VI.1.	Introduction	232
VI.2.	Couches ioniques entre régions de températures différentes	233
VI.3.	La magnétopause en l'absence de couche frontière magnétosphérique	244

VI.4. La magnétopause : couche frontière où s'interpénètrent deux plasmas d'hydrogène	252
VI.5. Le bord interne de la couche frontière magnétosphérique	267
<u>Conclusions</u>	274
<u>Appendices</u>	284
1. Les unités des variables physiques	284
2. Calcul de l'intégrale $M_k^i$	290
3. Les fonctions $\phi_\ell(u)$ et $R_{k,\ell}(y, z, A)$	299
4. La fonction $\tilde{R}_{k,\ell}(u, v, A)$ et la série $L(s, t)$	305
5. Détermination du champ électrique E et de la densité de charge électrique q	312
<u>Bibliographie</u>	320

## Résumé

Les observations spatiales, réalisées depuis 1972, ont dévoilé l'énorme complexité de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère terrestre, dont une des manifestations principales est la présence de la couche frontière magnétosphérique, adjacente à la magnétopause. Si la théorie magnétohydrodynamique permet de déduire la forme et la localisation moyenne de cette magnétopause, elle ne peut cependant en décrire la structure interne. D'autre part, les théories connues qui permettent une telle description sont hautement idéalisées et ne peuvent reproduire des observations devenant de plus en plus détaillées au fur et à mesure de l'amélioration des techniques expérimentales.

Par contre, le modèle cinétique que nous développons dans ce travail tient compte, entre autres, du champ magnétique interplanétaire et de l'agitation thermique des particules, facteurs qui avaient été négligés dans les premières théories. Il décrit, de fait, la structure d'une discontinuité tangentielle dans un plasma sans collisions, à plusieurs constituants. De plus, à partir de la considération des instabilités de faisceaux, nous déduisons une épaisseur minimale de la magnétopause. Dans un plasma d'hydrogène, celle-ci est alors une couche ionique au sein de laquelle le courant électrique n'est dû qu'au déplacement des ions.

Finalement, nous assimilons les discontinuités tangentielles observées à la magnétopause à des régions où s'interpénètrent les plasmas de la magnétogaine et de la magnétosphère. Nos résultats quantitatifs montrent que les variations des divers facteurs physiques sont alors analogues à celles de certaines observations. Plus généralement, les nombreux paramètres qui caractérisent notre modèle le rendent applicable à la description d'une grande variété de discontinuités tangentielles susceptibles d'apparaître dans tout plasma sans collisions.



## Samenvatting

De ruimtewaarnemingen, verricht sinds 1972, hebben aangetoond dat de interactie van de zonnwind met de aardse magnetosfeer zeer complex is. Een van de voornaamste gevolgen van deze interactie is de aanwezigheid van de magnetosferische grenslaag naast de magnetopauze. Alhoewel de magnetohydrodynamische theorieën toelaten de vorm en de gemiddelde plaats van de magnetopauze te bepalen, zijn zij echter niet in staat de inwendige structuur te beschrijven. De gekende theorieën die zulke beschrijving toelaten zijn sterk geïdealiseerd en stemmen niet overeen met de waarnemingen die meer en meer nauwkeurig zijn dank zij de ontwikkeling van de experimentele technieken.

Het kinetisch model dat in dit werk ontwikkeld wordt houdt in tegenstelling met de vroegere theorieën rekening o.a. met het interplanetair magnetisch veld en met de thermische beweging van de deeltjes. In feite wordt de structuur van een tangentiële discontinuïteit in een botsingvrij plasma met meerdere bestanddelen, beschreven. De minimale dikte van de magnetopauze wordt bepaald steunend op de twee-stromen instabiliteit. In een waterstofplasma is de magnetopauze een ionenlaag waarin de elektrische stroom slechts het gevolg is van een verplaatsing van de ionen.

Tenslotte stellen we de tangentiële discontinuïteiten waargenomen in de nabijheid van de magnetopauze, voor als gebieden waarin het magnetosheath plasma en het magnetosferisch plasma in elkaar binnendringen. Onze kwantitatieve resultaten tonen aan dat de variaties van verschillende fysische factoren in overeenstemming zijn met sommige waarnemingen. Meer in het bijzonder laten de vele parameters die in ons model optreden, toe een grote verscheidenheid van tangentiële discontinuïteiten te beschrijven.

## Abstract

Satellite observations realized since 1972 have revealed the great complexity of the interaction of the solar wind with the Earth's magnetosphere. One of the main consequence of this interaction is the formation of the magnetospheric boundary layer adjacent to the magnetopause. Even though the magnetohydrodynamic theory allows to deduce the form and the average location of the magnetopause, it cannot give a detailed description of the internal structure of this thin layer. Moreover, the earlier theories that allow such a description are highly idealized and are not able to reproduce observations becoming more and more detailed as the experimental technics improve.

On the other hand, the kinetic model developed in this paper takes, among other factors, the interplanetary magnetic field and the thermal motion of the particles into account. These factors have been neglected in the previous theories. As a matter of fact, this model describes the structure of a tangential discontinuity in a multicomponent collisionless plasma. Furthermore, from the consideration of the two-stream instabilities, we can deduce a minimum magnetopause thickness. In a hydrogen plasma, this structure corresponds to an ionic layer in which the electric current is only the result of a displacement of ions.

Finally, we liken the tangential discontinuities observed at the magnetopause to regions where magnetosheath and magnetospheric plasmas are interpenetrated. Our quantitative results show that the variations of the different physical factors are analogous to those of some observations. More generally, the many parameters characterizing our model make it appropriate to describe many types of tangential discontinuities which are likely to appear in other cosmic collisionless plasmas.

## Zusammenfassung

Die Weltraumbeobachtungen, die seit 1972 gemacht wurden, haben die enorme Komplexität der Verbindung des Sonnenwindes mit der Magnetosphäre der Erde zum Vorschein gebracht. Eine der wesentlichsten Erscheinungen dieser Verbindung ist die Präsenz der magnetosphärischen Grenzschicht neben der Magnetopause. Die magneto-hydrodynamische Theorie erlaubt es zwar die Form und die durchschnittliche Lokalisierung dieser Magnetopause abzuleiten, sie kann ihre innere Struktur jedoch nicht beschreiben. Andererseits sind die bestehenden Theorien, die eine solche Beschreibung erlauben, äusserst idealisiert und können nicht die Beobachtungen wiedergeben die um so besser detailliert werden als die Techniken der Experimente verbessert werden.

Das kinetische Modell hingegen, das wir in dieser Arbeit entwickeln, berücksichtigt unter anderem das interplanetäre magnetische Feld und die thermische Bewegung der Partikeln; diese Faktoren waren in den ersten Theorien nicht berücksichtigt worden. Es beschreibt in der Tat die Struktur einer tangentiellen Diskontinuität in einem Plasma ohne Kollisionen, mit mehreren Komponenten.

Ausserdem folgern wir eine minimale Dicke der Magnetopause, ausgehend von der Betrachtung der Unbeständigkeit der Strahlen. In einem Wasserstoffplasma ist diese Magnetopause also eine Ionenschicht in der der elektrische Strom ausschliesslich auf einer Bewegung von Ionen beruht.

Wir assimilieren schliesslich die tangentiellen Diskontinuitäten die wir bei der Magnetopause beobachtet haben an Regionen wo die Plasmas der Magnetohülle und der Magnetosphäre ineinanderdringen. Unsere quantitativen Resultate zeigen, dass die Variationen der verschiedenen physikalischen Faktoren also den Resultaten verschiedener Beobachtungen entsprechen. Genereller gesagt machen die vielen Parameter die unser Modell charakterisieren es anwendbar an die Beschreibung einer Vielfalt von tangentiellen Diskontinuitäten die in einem Plasma ohne Kollisionen auftreten können.

## INTRODUCTION

Avant le début de l'ère spatiale, on employait le terme d'exosphère pour désigner cette partie de l'espace, mal connue et inexplorée jusqu'alors, située à l'extérieur des couches ionosphériques entourant la Terre. Mais, avec l'avènement des premiers satellites artificiels, l'observation <<in situ>> de l'espace est brusquement rendue possible et bientôt, il apparaît que l'exosphère ionique se divise en deux domaines : l'un qui contient le plasma du vent solaire et l'autre, la magnétosphère, qui est la région où se trouve confiné un plasma moins dense, mais plus chaud, dont l'origine est principalement ionosphérique. Le champ géomagnétique empêche ces deux plasmas de se fondre aisément, si bien qu'il s'établit une mince couche de transition, la magnétopause, dont l'épaisseur typique est quelques rayons de gyration des protons du vent solaire (100-500 km). A l'extérieur de cette couche, le champ magnétique terrestre fait place au champ magnétique désordonné qui accompagne le vent solaire.

L'interaction du vent solaire avec le champ magnétique terrestre est illustrée schématiquement à la figure 1. A la magnétopause, les électrons et les ions du vent solaire sont défléchis en sens opposés, créant un courant électrique d'écran qui conduit à un champ géomagnétique confiné. Une onde de choc existe en permanence, à l'avant de la magnétosphère, en raison de la vitesse supersonique du vent solaire. La magnétogaine est la région de transition entre l'onde de choc et la magnétopause. A l'avant de la Terre, l'écoulement du plasma y est subsonique et turbulent, mais redevient supersonique à distance suffisante du point de stagnation (ou point d'approche minimale du vent solaire), dès qu'une surface sonique est atteinte. Le plasma magnétosphérique est lui-même réparti en régions distinctes, dont la plus importante en extension est le feuillet de plasma, composé principalement de particules énergétiques ( $\geq 6$  KeV) en faible concentration ( $\sim 1$  cm<sup>-3</sup>).

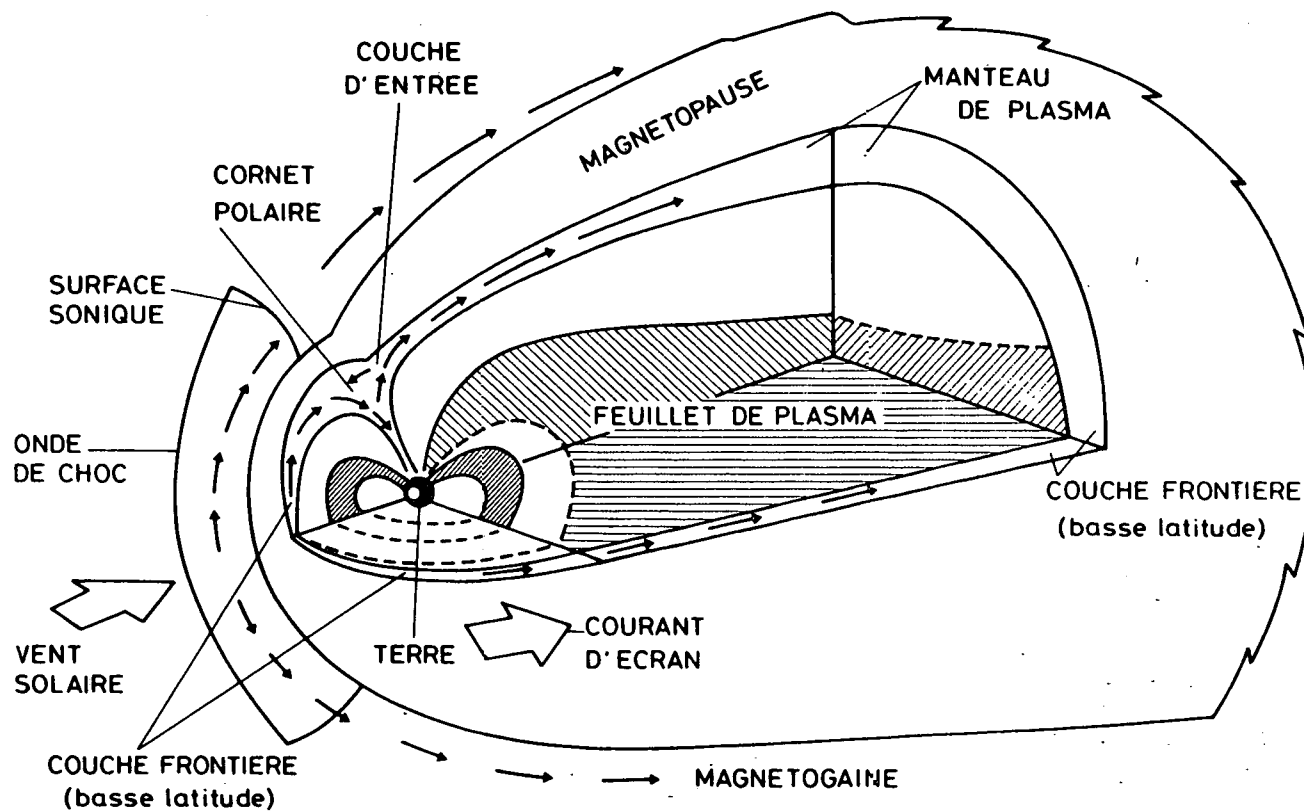


Fig. 1.- Représentation schématique de la magnétosphère terrestre illustrant l'interaction du vent solaire avec le champ géomagnétique.

L'objectif de ce travail est de déterminer théoriquement la structure interne de la magnétopause. Une description expérimentale détaillée de cette structure a longtemps été rendue impossible en raison du manque de résolution temporelle des instruments destinés à mesurer les propriétés du plasma. Seule, la présence de la magnétopause pouvait être détectée à partir de la mesure du champ magnétique. C'est ainsi que la première identification satisfaisante de cette couche frontière fut réalisée à partir des données recueillies par le magnétomètre d'Explorer 12 (Cahill et Amazeen, 1963).

Il faut cependant attendre 1972 pour, les techniques expérimentales s'améliorant, voir l'éclosion d'une série intensive d'observations détaillées du plasma effectuées à bord de satellites artificiels. Ces observations ont ainsi démontré l'existence d'une couche de plasma adjacente à la magnétopause tout entière, à l'intérieur même de la magnétosphère. On désigne aujourd'hui cette région sous le terme générique de couche frontière magnétosphérique. Pour des raisons historiques, elle prend cependant des appellations différentes suivant sa localisation (voir figure 1). Ainsi, la couche frontière de haute latitude est mieux connue sous la désignation, imaginée par Rosenbauer et al. (1975), de manteau de plasma. Dans la région des cornets polaires où le plasma solaire possède un accès direct à la magnétosphère, on trouve encore la couche d'entrée (Paschmann et al., 1976). Quant à la première observation détaillée de la couche frontière de basse latitude, elle a été fournie par Eastman et al. (1976) grâce aux mesures de plasma et de champ effectuées à bord de la sonde IMP 6.

Au moment où une observation détaillée de la magnétopause et de ses régions adjacentes était enfin rendue possible, il devenait urgent de revoir les modèles théoriques adoptés jusqu'alors pour décrire la structure interne de la magnétopause. Ces modèles, en effet, s'étaient montrés bien vite impuissants à rendre compte de la plupart des observa-

tions. C'est à partir de cette constatation que nous avons entrepris ce travail qui est réparti comme suit :

Le chapitre I est consacré à la description des propriétés à grande échelle de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère terrestre. Il sert avant tout d'introduction au sujet de cette thèse et vise à bien le situer dans son contexte géophysique. L'importance de la condition de balance des pressions y est soulignée. Cette condition est, en effet, à la base de tous les modèles théoriques visant à une représentation moyenne de la forme et de la localisation de la magnétopause. C'est la théorie magnétohydrodynamique qui s'applique aux propriétés à grande échelle. Cet aspect a été développé par Spreiter et ses collaborateurs, en considérant la magnétopause comme une discontinuité tangentielle. Les prédictions de cette théorie, basée sur l'analogie avec la dynamique des gaz, sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux tant qu'il ne s'agit que de décrire les aspects globaux de l'écoulement du vent solaire autour de la cavité magnétosphérique. Ce modèle de magnétosphère fermée est en fait issu de l'école de Chapman et Ferraro qui furent les premiers à étudier le confinement géomagnétique. Par contre, les modèles de magnétosphère ouverte se sont développés à partir du modèle initialement proposé par Dungey (Dungey, 1961) et pour lequel la magnétopause est une discontinuité rotatoire. Cependant, les difficultés rencontrées par ces deux types de modèles ont amené Lemaire et Roth (Lemaire et Roth, 1978) à considérer les effets non stationnaires liés à l'inhomogénéité du vent solaire.

Des observations caractéristiques de la structure microscopique de la magnétopause et de la couche frontière magnétosphérique sont présentées au chapitre II. Ces observations, recueillies au cours

des dernières années par différents groupes d'expérimentateurs, portent sur la description du plasma et du champ magnétique. Elles démontrent la diversité de structure que peuvent prendre les minces couches frontières situées à la magnétopause terrestre.

Les différentes théories microscopiques décrivant la structure interne de la magnétopause sont analysées au chapitre III. Ainsi, le modèle de Ferraro (Ferraro, 1952) est choisi comme modèle de référence. De fait, son développement ultérieur apparaît comme une tentative d'inclusion progressive d'un certain nombre de paramètres, initialement négligés par Ferraro. Souvent, le progrès de ces études théoriques, basées sur la considération des orbites des particules individuelles, a été de pair avec l'avancement des recherches visant au confinement des plasmas de fusion.

Le modèle théorique que nous avons déterminé inclut, dans ses conditions aux frontières, la plupart des facteurs que les premières théories avaient négligés. Il est développé au chapitre IV, dans le cadre de la théorie cinétique des plasmas où les équations fondamentales sont l'équation de Vlasov pour les fonctions de distribution des vitesses et les équations de Maxwell pour la répartition des champs. Ce modèle permet de décrire la structure interne d'une discontinuité tangentielle dans un plasma magnétisé et tient compte de la présence du champ électrique de polarisation normal à la couche frontière. Un plasma à plusieurs constituants est inclus dans la formulation générale de la théorie, et les conditions frontières n'excluent pas la présence du champ magnétique interplanétaire. L'agitation thermique anisotrope des particules ainsi que des régimes différents d'écoulement du plasma de part et d'autre de la discontinuité caractérisent aussi ce modèle. Bien que développé dans le but de décrire la structure interne de la magnéto-



pause terrestre, notre modèle peut de toute évidence s'appliquer à n'importe quelle discontinuité tangentielle dans un plasma sans collisions, notamment aux discontinuités tangentielles et aux trous magnétiques transportés par le vent solaire.

En considérant le cas d'un plasma d'hydrogène, on étudie, au chapitre V, le rôle des instabilités de faisceaux sur l'épaisseur de la magnétopause, celle-ci étant décrite à l'aide de la théorie développée au chapitre IV. Ainsi, on analyse les cas des transitions pour lesquelles le courant électrique n'est dû qu'aux ions (couches ioniques) ou n'est dû qu'aux électrons (couches électroniques). Les instabilités considérées sont des instabilités locales apparaissant au-delà d'une vitesse de dérive critique des particules transportant le courant qui est de l'ordre de la vitesse d'agitation thermique. On arrive ainsi à déduire une épaisseur minimale des couches frontières, qui est une fonction, à la fois, du rapport asymptotique de la température ionique à la température électronique et du rapport des concentrations asymptotiques.

Enfin, le chapitre VI contient une description quantitative, à l'aide du modèle que nous avons donc pu développer, de la structure interne des discontinuités tangentielles que l'on rencontre à la magnétopause terrestre. On considère ces couches frontières comme des régions où s'interpénètrent deux plasmas d'origine différente : l'un est le plasma froid du vent solaire, l'autre est le plasma chaud de la magnétosphère. A la magnétopause proprement dite, la vitesse d'écoulement du plasma ne change pas d'orientation, mais le champ magnétique subit en général une rotation. Au bord interne de la couche frontière magnétosphérique, la vitesse d'écoulement peut varier tant en intensité qu'en direction alors que le champ magnétique reste orienté suivant le champ dipolaire de la Terre.

En terminant cette introduction, je tiens à exprimer mes très sincères remerciements à mon directeur de thèse, M. M. Nicolet, professeur à l'Université Libre de Bruxelles, pour les conseils hautement avisés qu'il m'a prodigués au cours de la réalisation de ce travail et pour l'attention patiente avec laquelle il a relu la première version de ce texte, y apportant les corrections nécessaires.

Il m'est également très agréable de remercier mes collègues et membres du groupe «Magnétosphères» de l'Institut d'Aéronomie Spatiale, MM. J. Lemaire, M. Scherer et R. Vanclooster, pour leurs précieux conseils et encouragements au cours de la préparation de cette thèse. Mes remerciements s'adressent aussi à mes collègues étrangers, M. I.E. Eastman du "Los Alamos Scientific Laboratory" et M. D.H. Fairfield du "Goddard Space Flight Center" à Greenbelt, qui m'ont aimablement fourni des données non publiées de plasma et de champ, obtenues à partir d'instruments de mesure à haute résolution temporelle, placés à bord de la sonde américaine IMP 6.

Ma gratitude s'adresse également à M. R. Coutrez, directeur à l'Institut d'Astronomie et d'Astrophysique de l'Université Libre de Bruxelles, ainsi qu'à MM. R. Balescu et G. Mayné, tous trois professeurs à l'ULB, qui, aux côtés de MM. M. Nicolet et J. Lemaire ont accepté d'être membres du jury de ma thèse.

Ce travail, effectué dans le cadre de mes activités d'assistant à l'Institut d'Aéronomie Spatiale, n'aurait pu être mené à bien sans la collaboration efficace des membres du service de dactylographie, du centre de calcul, du bureau de dessin et du laboratoire de photographie. En particulier, mes remerciements les plus vifs s'adressent à Mme. L. Vastenaekel qui s'est chargée avec soin et diligence de la frappe du texte, apportant une attention soutenue à la difficile présentation des formules. Ils s'adressent également à MM. M. Rosseeuw et E. Falise pour leur aide lors de la programmation des

calculs numériques, à MM. A. Simon et J. Schmitz pour la préparation et le dessin des figures et à M. F. Vandreck pour la réduction et la reproduction photographique des dessins.

# CHAPITRE I : ASPECTS MACROSCOPIQUES DE L'INTERACTION DU VENT SOLAIRE AVEC LA MAGNETOSPHERE

## I.1. INTRODUCTION

Avant de procéder à l'analyse microscopique de l'interaction du vent solaire avec la Terre, il convient d'abord de rappeler cette interaction dans le cadre d'une description macroscopique. C'est l'objet de ce premier chapitre.

A l'échelle macroscopique, l'interaction revêt deux aspects fondamentaux. Il y a tout d'abord la présence de l'onde de choc, en amont de l'obstruction à l'écoulement du vent solaire, que représente le champ géomagnétique. Ce choc existe en permanence, car la vitesse du plasma est supérieure aux vitesses de propagation de deux ondes principales : les ondes sonores et les ondes d'Alfvén. Nous ne développerons pas outre mesure cet aspect de l'interaction, qui sort du cadre du présent travail. Il n'en reste pas moins vrai que les importantes modifications dans l'état du plasma solaire, résultant du passage de ce dernier au travers de l'onde de choc, vont jouer un rôle important dans toutes les phases ultérieures de l'interaction. Le plasma solaire est, en effet, maintenant comprimé et chauffé au détriment de son énergie cinétique de mouvement. Aussi, les ions, plus lourds, acquièrent-ils une température supérieure à celle des électrons. Dans la magnétogaine (voir figure 1), l'écoulement du plasma devient alors subsonique et turbulent avant de regagner progressivement de l'impulsion, lui permettant de devenir à nouveau supersonique et laminaire à distance suffisante du voisinage terrestre.

Le second aspect macroscopique que revêt l'interaction est le confinement du champ géomagnétique à l'intérieur d'une cavité à géo-

métrie de comète, improprement baptisée magnétosphère. Avec ce confinement, l'espace est divisé en deux régions distinctes : d'une part, le vent solaire, plasma issu du Soleil et baignant au sein du champ magnétique interplanétaire, et d'autre part, cette magnétosphère, contenant un plasma plus chaud, d'origine ionosphérique, piégé par les lignes de force, initialement dipolaires, du champ géomagnétique. Le confinement résulte alors d'un équilibre dynamique entre ces deux régions : la pression due à l'action combinée du plasma et du champ magnétique étant en effet identique de part et d'autre. L'usage consacré sous le vocable de magnétopause la transition séparant ces deux régions adjacentes (la magnétosphère et la magnétogaine), par analogie avec les dénominations des couches supérieures de l'atmosphère terrestre.

La condition de balance des pressions, fondamentale pour tous les développements ultérieurs, sera explicitée dans la seconde partie de ce chapitre. Elle conduira à une représentation moyenne de la localisation et de la forme de la magnétopause qui sera exposée dans la troisième partie de ce chapitre. La théorie magnétohydrodynamique de l'écoulement du vent solaire autour de la cavité magnétosphérique constituera la quatrième partie de ce chapitre. Elle conduit aux modèles de magnétosphère fermée, pour lesquels la magnétopause étant une discontinuité tangentielle, il n'y a pas de composante du champ magnétique normale au plan de la frontière magnétosphérique. Cependant, en 1961, Dungey propose pour la première fois un modèle de magnétosphère ouverte, pour lequel la magnétopause perd jusqu'à son identité en tant que frontière (Dungey, 1961). Les plasmas d'origine solaire et terrestre ne sont plus ici séparés par une mince couche de transition, mais ont, au contraire, la possibilité d'être présents tous deux dans une couche assez large, la pseudo-magnétopause, centrée plus ou moins sur la magnétopause des modèles fermés. Ce modèle implique la connexion des lignes de force du champ magnétique interplanétaire avec les lignes de force du champ géomagnétique. C'est cette connexion qui, dans ce modèle, ouvre la

magnétosphère aux particules du vent solaire et permet, réciproquement, la fuite des particules énergiques de la magnétosphère vers l'espace interplanétaire. Nous examinerons ce modèle ouvert et leurs dérivés dans la cinquième partie de ce chapitre. Enfin, nous terminerons notre analyse des aspects macroscopiques de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère, par la description d'une approche récente et originale de cette interaction, pour laquelle les effets de l'inhomogénéité du vent solaire ont été discutés (Lemaire et Roth, 1978). Cette approche prédit une pénétration, 'par à coup', à travers la magnétopause, d'éléments de plasma du vent solaire. Ces irrégularités possèdent un excès de quantité de mouvement par rapport au milieu ambiant, et leur pénétration est contrôlée par l'orientation du champ magnétique interplanétaire.

## 1.2. LA CONDITION DE BALANCE DES PRESSIONS

### 1.2.1. Equation générale de conservation de la quantité de mouvement

A la magnétopause, la condition de balance des pressions résulte d'une équation générale exprimant la conservation de la quantité totale de mouvement par unité de volume, d'un système composé de particules chargées et de champs.

Afin d'établir cette équation, considérons d'abord la quantité de mouvement par unité de volume,  $\vec{G}$ , associée au champ électrique  $\vec{E}$  et à l'induction magnétique  $\vec{B}$ . Dans le système d'unités MKSA rationalisé, adopté dans ce travail, cette quantité de mouvement est définie en termes de  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  par l'équation suivante (Stratton, 1941) :

$$\vec{G} = \epsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B} \quad (I.1)$$

où  $\epsilon_0$  est la constante diélectrique du vide ( $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m<sup>2</sup>). Dans un volume fini du système en considération, les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont produits par toutes les sources extérieures à ce volume et par la distribution locale des charges et des courants due à la présence de particules chargées à l'intérieur du volume considéré. Les forces électromagnétiques présentes par unité de volume,  $\vec{F}$ , sont celles que produisent les champs sur les distributions de densité de charge ( $q$ ) et de densité de courant électrique ( $\vec{J}$ ). Ces distributions sont auto-consistantes avec les champs de sorte que  $q$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  satisfont les équations de Maxwell. Ces forces sont bien connues et s'écrivent

$$\vec{F} = q\vec{E} + \vec{J} \wedge \vec{B} \quad (I.2)$$

La théorie de l'électromagnétisme classique, (voir par exemple, Stratton, 1941), montre que ces forces peuvent également s'exprimer, uniquement, en termes des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  par l'intermédiaire de  $\vec{G}$  et du tenseur de Maxwell  $\underline{T}$  :

$$\vec{F} = - \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} - \text{div } \underline{T} \quad (I.3)$$

Dans un système de coordonnées rectangulaires, les composantes ( $i, j$ ) du tenseur de Maxwell sont données par :

$$T_{ij} = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}) \delta_{ij} - \epsilon_0 E_i E_j - \frac{1}{\mu_0} B_i B_j \quad (I.4)$$

$\delta_{ij}$  étant le symbole de Kronecker ( $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  ;  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$ ), et  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m).

Si le système contient  $r$  espèces différentes de particules chargées, la quantité de mouvement, par unité de volume, associée aux particules d'espèces  $\alpha$ ,  $\vec{\pi}^{(\alpha)}$ , est alors définie par l'équation

$$\vec{\pi}^{(\alpha)} = m^{(\alpha)} n^{(\alpha)} \vec{V}^{(\alpha)} \quad (I.5)$$

où  $m^{(\alpha)}$  est la masse d'une particule d'espèce  $\alpha$  tandis que  $n^{(\alpha)}$  et  $\vec{V}^{(\alpha)}$  sont respectivement le nombre par unité de volume et la vitesse moyenne de ces mêmes particules. La variation de la quantité de mouvement associée aux particules d'espèce  $\alpha$  s'exprime dès lors par l'équation de mouvement ci-après

$$\frac{\partial \pi^{(\alpha)}}{\partial t} = - \operatorname{div} \underline{p}^{(\alpha)} + \vec{f}^{(\alpha)} + \sum_{\nu=1}^r \psi_{\alpha\nu} \quad (I.6)$$

où  $\underline{p}^{(\alpha)}$  est le tenseur du flux de la quantité de mouvement associée au constituant  $\alpha$ ,  $\vec{f}^{(\alpha)}$  est la force électromagnétique volumique agissant sur les densités de charge et de courant associées aux particules d'espèce  $\alpha$ , et  $\psi_{\alpha\nu}$  est la quantité de mouvement nette transmise à l'ensemble des particules d'espèce  $\alpha$ , par unité de temps et de volume, par suite de leurs collisions avec les particules d'espèce  $\nu$ . (Seshadri, 1973). Pour les collisions entre particules de masses identiques,  $\psi_{\alpha\alpha} = 0$ . Pour les particules d'espèce  $\alpha$ , le tenseur du flux de la quantité de mouvement s'obtient en calculant la somme des flux individuels de chaque particule. Ainsi les composantes  $(i, j)$  de ce tenseur sont calculées à partir de l'intégration suivante :

$$p_{ij}^{(\alpha)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} m^{(\alpha)} v_i^{(\alpha)} v_j^{(\alpha)} f^{(\alpha)} d v_x^{(\alpha)} d v_y^{(\alpha)} d v_z^{(\alpha)} \quad (I.7)$$



où  $v_i^{(\alpha)}$  et  $v_j^{(\alpha)}$  sont les composantes (i, j) de la vitesse instantanée  $\vec{v}^{(\alpha)}$  d'une particule d'espèce  $\alpha$  dans un système de référence fixe par rapport à l'observateur, et  $f^{(\alpha)}$  est la fonction de distribution des vitesses correspondante. Si  $\langle Q \rangle^{(\alpha)}$  désigne la valeur moyenne d'une variable physique quelconque associée aux particules d'espèce  $\alpha$ , alors d'après (1.7), on a aussi :

$$p_{ij}^{(\alpha)} = n^{(\alpha)} m^{(\alpha)} \langle v_i v_j \rangle^{(\alpha)} \quad (I.8)$$

Or, pour une particule d'espèce  $\alpha$ ,

$$\vec{v}^{(\alpha)} = \langle \vec{v} \rangle^{(\alpha)} + \vec{w}^{(\alpha)} = \vec{V}^{(\alpha)} + \vec{w}^{(\alpha)} \quad (I.9)$$

où  $\vec{w}^{(\alpha)}$  est la vitesse d'agitation thermique de la particule en question. Dès lors, d'après (1.8) et (1.9),

$$p_{ij}^{(\alpha)} = n^{(\alpha)} m^{(\alpha)} V_i^{(\alpha)} V_j^{(\alpha)} + p_{ij}^{(\alpha)} \quad (I.10)$$

où  $p^{(\alpha)}$  est le tenseur de pression associée aux particules d'espèce  $\alpha$ . Ses composantes (i, j) sont données par

$$p_{ij}^{(\alpha)} = n^{(\alpha)} m^{(\alpha)} \langle w_i w_j \rangle^{(\alpha)} \quad (I.11)$$

En sommant l'équation (1.6) sur tous les constituants du système, on obtient, tenant compte de (1.5) et de (1.10),

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \sum_{v=1}^r m^{(v)} n^{(v)} \vec{V}^{(v)} \right\} =$$

$$- \operatorname{div} \left\{ \sum_{v=1}^r \left[ n^{(v)} m^{(v)} \frac{\vec{V}^{(v)} \vec{V}^{(v)}}{V^{(v)}} + \mathbf{p}^{(v)} \right] \right\} + \vec{F} \quad (\text{I.12})$$

puisque

$$\sum_{v=1}^r \vec{F}^{(v)} = \vec{F} \quad (\text{I.13})$$

et qu'en vertu de la conservation de la quantité de mouvement lors d'un choc élastique, la quantité de mouvement totale est conservée lors des collisions entre toutes les particules du système, si bien que

$$\sum_{v=1}^r \sum_{\alpha=1}^r \psi_{\alpha v} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Introduisant maintenant la masse volumique  $\rho$  et la vitesse de masse  $\vec{C}$ , définies par

$$\rho = \sum_{v=1}^r m^{(v)} n^{(v)} \quad (\text{I.15})$$

$$\rho \vec{C} = \sum_{v=1}^r m^{(v)} n^{(v)} \vec{V}^{(v)} \quad (\text{I.16})$$

l'équation générale exprimant la conservation de la quantité totale de mouvement des particules et des champs, par unité de volume, devient finalement, d'après (I.12), (I.16) et (I.3)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{C} + \vec{G}) + \text{div} \left\{ \sum_{v=1}^r \left[ n^{(v)} m^{(v)} \frac{\vec{V}^{(v)} \vec{V}^{(v)}}{V^{(v)}} + p^{(v)} \right] + \underline{T} \right\} = 0 \quad (\text{I.17})$$

### 1.2.2. La balance des pressions à la magnétopause

A la magnétopause, la condition de balance des pressions est un cas particulier de l'équation (I.17). Elle s'obtient en considérant la composante normale à la magnétopause de l'équation (I.17) où  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ . On considère donc un écoulement stationnaire du vent solaire. Si l'axe  $x$  d'un système de coordonnées rectangulaires est la direction de cette normale, orientée de la magnétosphère vers la magnétogaine, il vient alors, tenant compte de (I.4)

$$\sum_{v=1}^r p_{xx}^{(v)} + \frac{B^2}{2\mu_0} + \left[ \frac{1}{2} \epsilon_0 (E^2 - 2 E_x^2) \right] + \sum_{v=1}^r n^{(v)} m^{(v)} V_x^{(v)2} = \text{constante} \quad (\text{I.18})$$

Dans la déduction de cette équation, nous avons implicitement admis l'absence d'interaction "visqueuse" (au sens analogique donné par Axford (Axford, 1964)). C'est pourquoi nous avons négligé la dépendance par rapport aux coordonnées tangentielles. Nous avons également supposé que  $B_x = 0$ , considérant dès lors la portion de magnétopause étudiée comme une discontinuité tangentielle, pour laquelle le champ géomagnétique n'est pas connecté au champ magnétique interplanétaire.

Ainsi, le premier terme du membre de gauche de l'équation (I.18) représente la pression cinétique normale due à l'agitation thermique de toutes les particules, les second et troisième termes sont les pressions normales, respectivement magnétique et électrique, tandis que le dernier terme représente la pression normale due aux mouvements

'en bloc' des particules. En général, la pression électrique est beaucoup plus petite que la pression magnétique, puisque le rapport de ces pressions est inversement proportionnel au carré de la vitesse de la lumière. C'est donc une très bonne approximation que de négliger la pression électrique. Cette approximation est appliquée dans la suite de ce chapitre.

Dans un système de référence fixe par rapport à la magnétopause,  $V_x^{(v)} = 0$ . Alors, la condition de balance des pressions (I.18) prend la forme simple suivante

$$\left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)_{\text{magnétogaine}} = \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right)_{\text{magnétosphère}} \quad (\text{I.19})$$

où

$$p = \sum_{v=1}^r p_{\text{xx}}^{(v)} \quad (\text{I.20})$$

est la pression d'agitation thermique normale due à tous les constituants et où les quantités de part et d'autre du signe d'égalité sont évaluées de chaque côté de la magnétopause.

Les premières études de l'interaction du vent solaire avec le champ géomagnétique (Chapman et Ferraro, 1931; 1932) traitaient la magnétosphère comme un vide et ignoraient le faible champ magnétique interplanétaire noyé dans le vent solaire. Avec ces restrictions, la condition de balance des pressions (I.19) se simplifie encore davantage et prend la forme bien connue

$$p = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{I.21})$$

Dans cette équation,  $p$  est la pression normale due au plasma solaire, et  $B$  est l'intensité de l'induction magnétique magnétosphérique adjacente à la magnétopause. Une situation stationnaire est atteinte lorsque la pression du plasma de la magnétogaine balance la pression magnétique de la magnétosphère. Le courant de surface s'écoulant dans la couche frontière produit un champ magnétique additionnel qui annule le champ total à l'intérieur du plasma, si bien que le champ magnétique se réduit bien à zéro dans la magnétogaine, permettant le confinement du champ géomagnétique. Dans la magnétosphère, le champ géomagnétique est approximativement deux fois plus intense que le champ dipolaire dans la région adjacente à la magnétopause. Il est exactement deux fois plus intense au point de stagnation, ou point d'approche minimale du vent solaire (Dungey, 1958).

En terme d'équilibre de forces, la condition de balance des pressions (équations 1.19) ou (1.21)) signifie que la force volumique magnétique agissant sur le courant d'écran est balancée par la force volumique due au gradient de la pression de plasma. En effet, l'équation de mouvement (1.6) conduit directement à la condition d'équilibre des forces, qui, dans la direction  $x$ , s'écrit

$$\frac{dp}{dx} = J_y B_z - J_z B_y \quad (I.22)$$

Dans cette équation, la magnétopause est localement confondue avec le plan  $yz$ , et les forces électriques sont négligées, puisque le plasma est quasiment neutre.

### 1.2.3. Une détermination phénoménologique de la pression tenant compte de la présence du champ magnétique interplanétaire

L'influence du champ magnétique interplanétaire est

d'empêcher les particules du vent solaire d'être réfléchies de façon spéculaire à la magnétopause. Dans le cas de la réflexion spéculaire par le champ géomagnétique (modèle de Ferraro), la pression cinétique,  $p$ , dans la direction de la normale, est égale à (voir chapitre III)

$$p = 2\rho U^2 \cos^2 \varphi \quad (\text{I.23})$$

où  $\rho$  est la masse volumique définie en (I.15),  $U$  est la vitesse du vent solaire incident, et  $\varphi$  est l'angle entre la normale à la magnétopause et la direction du vent solaire.

Axford (1962) et Kellog (1962) ont fait remarquer que le champ magnétique interplanétaire permet au vent solaire de se comporter comme un fluide, plutôt que comme un flux de particules libres, sur des distances supérieures au rayon de gyration des protons. Par la suite, plusieurs auteurs ont analysé l'interaction du vent solaire avec le champ géomagnétique dans le cadre d'une théorie dynamique des gaz supersoniques (pour une revue de cette théorie, voir par exemple Spreiter et Alksne, 1969). Spreiter et al. (1966a) ont montré que, lorsque le champ magnétique interplanétaire était pris en considération, la pression du vent solaire pouvait encore être approchée assez correctement par une loi newtonienne du type (I.23), mais avec un facteur de proportionnalité  $K$

$$p = K\rho U^2 \cos^2 \varphi = p_{st} \cos^2 \varphi \quad (\text{I.24})$$

où  $p_{st}$  est la pression exercée au point de stagnation, au nez de la magnétosphère, et la constante  $K$  est habituellement de l'ordre de 1. Cette distribution de pression est similaire à celle obtenue pour la réflexion spéculaire des particules libres (Equation I.23). Prendre  $K = 1$

équivalent en fait à considérer des réflexions inélastiques pour les particules individuelles, de sorte que la composante normale de leurs vitesses est détruite plutôt que renversée. Dans la terminologie hydro-magnétique, la magnétopause reste une discontinuité tangentielle tant qu'il n'y a pas de connexion entre le champ géomagnétique et le champ magnétique interplanétaire (voir section 1.5). Négligeant la pression du plasma magnétosphérique, la condition à trois dimensions de balance des pressions devient alors, d'après (1.21) et (1.24)

$$K\rho U^2 \cos^2 \varphi = B^2/2\mu_0 \quad (1.25)$$

Cette équation reste valide lorsque la magnétopause est en mouvement, pourvu que U se réfère maintenant à un système de référence local dans lequel la magnétopause est instantanément au repos.

#### 1.2.4. Point d'approche minimale du vent solaire

La condition de balance des pressions (1.25) nous permet de calculer la distance,  $r_m$ , d'approche minimale du vent solaire. Comme le champ géomagnétique, doublé au point de stagnation, a une intensité égale à

$$B = 2 \frac{B_0}{r_m} \quad (1.26)$$

où  $B_0$  est la valeur de l'intensité de l'induction magnétique dipolaire le long de l'équateur terrestre et où  $r_m$  est exprimé en rayons terrestres, on déduit d'après (1.25) où  $\cos \varphi = 1$ ,

$$r_m = \left( \frac{2 B_0^2}{\mu_0 K\rho U^2} \right)^{1/6} \quad (1.27)$$

Avec des valeurs typiques  $B_0 = 3,11 \times 10^{-5}$  T,  $\rho = 1,57 \times 10^{-20}$  kg/m<sup>3</sup>,  $U = 4,5 \times 10^5$  m/s,  $K = 1$ , on déduit  $r_m = 8,86 R_\oplus$ . C'est donc vers 9 rayons terrestres que, dans la direction du Soleil, nous devons nous attendre à trouver la limite de la magnétosphère.

### I.3. LOCALISATION ET FORME DE LA MAGNETOPAUSE TERRESTRE

Les prédictions théoriques de l'emplacement et de la forme de la magnétopause sont toutes basées sur l'analogie avec la dynamique des gaz en milieu continu (Beard, 1960; 1964; Mead, 1964; Mead et Beard, 1964; Olson, 1969; Choe et al., 1973; Beard et Choe, 1974; Cap et Leubner, 1974; Cap et al., 1976). Généralement, on peut dire que ces modèles sont en assez bon accord avec les observations effectuées du côté jour, mais reproduisent moins bien la forme réelle de la queue magnétosphérique. L'observation montre que la distance géocentrique moyenne de la magnétopause au méridien de midi est d'environ 9 rayons terrestres, en accord avec l'équation (1.27). Cette distance augmente pour atteindre 13 à 15 rayons terrestres aux méridiens de 6 heures et de 18 heures.

La position et la forme de la magnétopause stationnaire s'obtiennent théoriquement à partir de l'équation de balance des pressions (1.25). A partir de cette équation, basée sur la réflexion spéculaire des particules, plusieurs méthodes itératives (Midgley et Davis, 1963; Mead et Beard, 1964) ont été développées afin d'obtenir une représentation tridimensionnelle de la forme de la magnétopause. Lorsque celle-ci est déterminée, la configuration des lignes de force du champ magnétique dans la magnétosphère peut être trouvée à partir de la distribution connue des courants d'écran à la magnétopause. Toutes ces études prédisent l'existence de deux points neutres dans le méridien magnétique midi-minuit, situés aux latitudes géomagnétiques voisines de 70° - 75° et à une distance géocentrique d'environ 10 rayons terrestres.



Les deux lignes de force passant par ces points neutres rentrent dans l'ionosphère aux latitudes géomagnétiques voisines de  $80^\circ$ . Aux points neutres, ces deux lignes de force limites se séparent en une infinité de lignes de force couvrant l'entièreté de la magnétopause (traitée ici comme une surface idéale d'épaisseur nulle) de sorte que le flux magnétique émanant du point neutre sud soit égal au flux magnétique rentrant au point neutre nord. L'accroissement de l'agitation thermique du plasma après la traversée de l'onde de choc et la présence du champ magnétique interplanétaire modifient quelque peu cette situation. En effet, l'observation montre que, dans la région des points neutres, le champ magnétique est effectivement très faible, mais fluctue sans cesse (Frank, 1971). Les cornets polaires (voir figure 1) désignent alors les ouvertures polaires centrées sur les hypothétiques points neutres, par lesquelles le plasma de la magnétogaine a un accès aisé aux régions polaires.

A partir d'observations de plasma et de champ magnétique, Formisano et al. (1979) ont obtenu une représentation d'une position moyenne de la magnétopause. Ces observations ont été rendues possibles grâce à l'utilisation de données collectées à des époques différentes par huit satellites distincts, tels que HEOS 1 (1968-1969), OGO-5 (1969), HEOS 2 (1972-1974) et plusieurs satellites de la série IMP. Ces données couvrent la presque totalité de la magnétosphère jusqu'à 15 rayons terrestres dans la direction anti-solaire et représentent un total de près de 1000 traversées de la magnétopause. Des mesures simultanées du vent solaire, disponibles dans 50% de ces observations, ont permis une normalisation des positions observées de la magnétopause, tenant compte d'une pression dynamique moyenne du vent solaire relative aux années 1972-1973. Plus explicitement, la distance radiale observée,  $R_{obs}$ , de chaque traversée de la magnétopause, a été normalisée à la valeur,  $R_{norm}$ , qu'elle aurait si la pression dynamique du vent solaire avait la valeur moyenne  $K \bar{p} \bar{U}^2$ . La relation

entre  $R_{\text{norm}}$  et  $R_{\text{obs}}$  se déduit immédiatement de l'équation (I.25)

$$R_{\text{norm}} = R_{\text{obs}} \left[ \frac{n_{\text{obs}} U_{\text{obs}}^2}{\bar{n}_0 \bar{U}^2} \right]^{1/6} \quad (\text{I.28})$$

où  $n_{\text{obs}}$  et  $U_{\text{obs}}$  sont les valeurs observées, respectivement de la concentration électronique et de la vitesse du vent solaire, disponibles dans 50% des traversées de la magnétopause, et  $\bar{n}_0$  est la concentration électronique moyenne du vent solaire relative aux années 1972-1973. De ces observations, Formisano et ses collaborateurs ont déduit une concentration électronique moyenne,  $\bar{n}_0$ , égale à  $9,4 \text{ cm}^{-3}$  et une vitesse moyenne ( $\bar{U}$ ) égale à 450 km/s.

La figure 2, empruntée à Formisano et al. (1979), représente les positions normalisées de la magnétopause projetées dans le plan XZ du système de coordonnées magnétiques solaires. Dans ce système, l'axe des Z est aligné avec le dipôle terrestre et est dirigé vers le nord. La direction Terre-Soleil, située dans le plan XZ, fait un angle  $\lambda$ , appelé angle de tilt, avec l'axe des X. Cet angle, dépendant de la position de la Terre dans le plan de l'écliptique, varie de  $\lambda \cong +34^\circ$  au solstice d'été à  $\lambda \cong -34^\circ$  au solstice d'hiver. La forme de la cavité magnétosphérique est donc affectée par l'angle de tilt, et on conçoit que la magnétopause se déforme au rythme des saisons, un peu comme une écharpe que l'on agiterait dans le vent. Les courbes de la figure 2 représentent les positions théoriques de la magnétopause, déduites du modèle de Choe et al. (1973) pour les valeurs moyennes du vent solaire représentatives de la période 1972-1973. ( $\bar{n}_0 = 9,4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $\bar{U} = 450 \text{ km/s}$ ) et pour trois angles de tilt  $\lambda_1 = -30^\circ$  (courbe en trait d'axe),  $\lambda_2 = 0^\circ$  (courbe en trait plein) et  $\lambda_3 = +30^\circ$  (courbe en pointillés). Les observations indiquent une grande dispersion des positions de la magnétopause à toutes les latitudes. Une partie de cette dispersion s'explique bien par la déformation due à la variation de l'angle de tilt

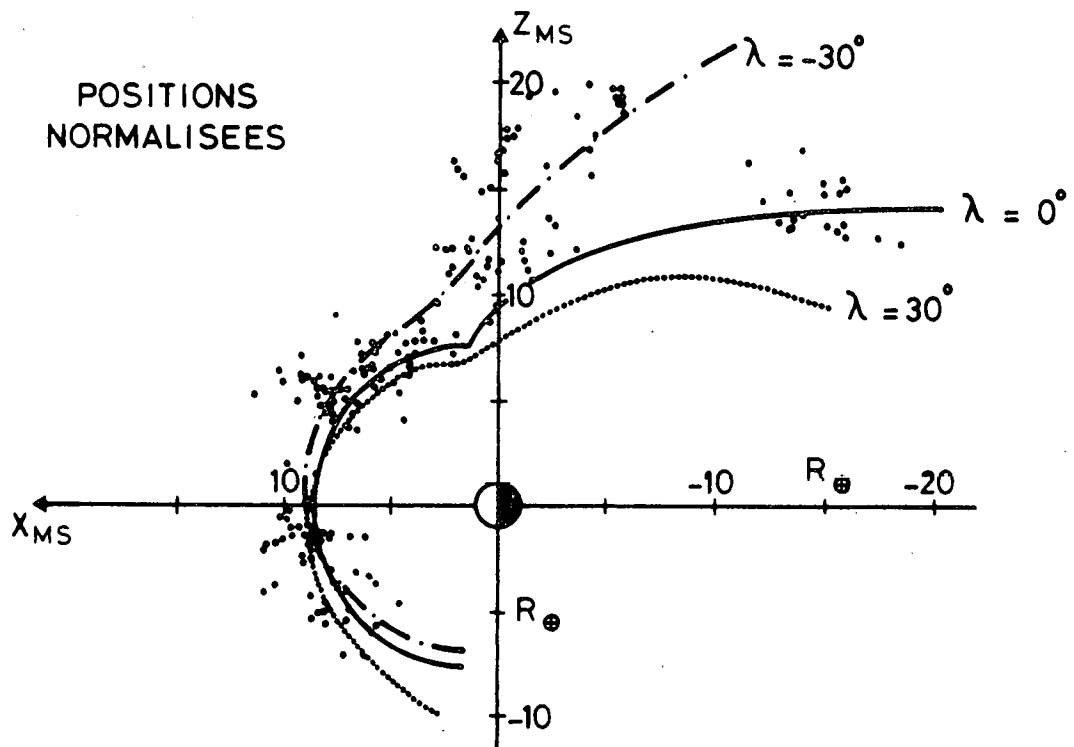


Fig. 2.- Les positions normalisées de la magnétopause dans le plan XZ du système de coordonnées magnétiques solaires sont représentées par des cercles pleins. Les observations sont normalisées à partir de valeurs moyennes des caractéristiques physiques du vent solaire ( $\bar{n} = 9,4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $\bar{U} = 450 \text{ km/s}$ ) représentatives de la période 1972-1973. Pour ces mêmes valeurs moyennes, les courbes représentent les positions théoriques de la magnétopause, obtenues à partir du modèle de Choe et al. (1973) pour trois angles de tilt,  $\lambda = -30^\circ$ ,  $\lambda = 0^\circ$  et  $\lambda = 30^\circ$ . (D'après Formisano et al., 1979).

lors du mouvement de la Terre autour du Soleil. En effet, la dispersion des positions est du même ordre que celui prévu par les courbes théoriques. Le reste de la dispersion reflète probablement la variabilité de la position de la magnétopause, causée par les irrégularités temporelles et/ou spatiales affectant le vent solaire. Nous verrons en effet, dans la partie 1.6 de ce chapitre, que les propriétés non stationnaires et non homogènes du vent solaire bouleversent quelque peu l'image classique d'une magnétopause idéale.

Une surface à trois dimensions de la position moyenne de la magnétopause, obtenue par la méthode des moindres carrés appliquée aux données d'observations, a également été calculée par Formisano et al. (1979). La figure 3 illustre la projection de cette surface dans le plan XZ du système de coordonnées magnétiques solaires, à partir des observations normalisées correspondant à un angle de tilt de  $20^\circ$  (courbe en trait plein). Les courbes en trait d'axe et en pointillés sont représentatives des modèles théoriques de Choe et al. (1973) et Cap et al. (1976), pour le même angle de tilt. Ces trois courbes sont calculées pour les mêmes valeurs moyennes de la concentration électronique et de la vitesse du vent solaire, déjà utilisées pour illustrer la figure 2. Le modèle de Cap et al. diffère de celui de Choe et al., par l'introduction d'une dispersion angulaire des protons, simulant la thermalisation du plasma de la magnétogaine causée par le passage du vent solaire au travers de l'onde de choc. Cette dispersion angulaire tend à réduire la pression du vent solaire subie par la magnétosphère. Pour cette raison, la magnétopause calculée par Cap et al. se situe, du moins dans l'hémisphère nord, à plus grande distance du centre de la Terre que la magnétopause calculée par Choe et al. On remarque que la courbe théorique du modèle de Cap et al. est, dans l'hémisphère nord, en assez bon accord avec la courbe expérimentale de Formisano et al., mais s'en écarte notablement dans l'hémisphère sud.

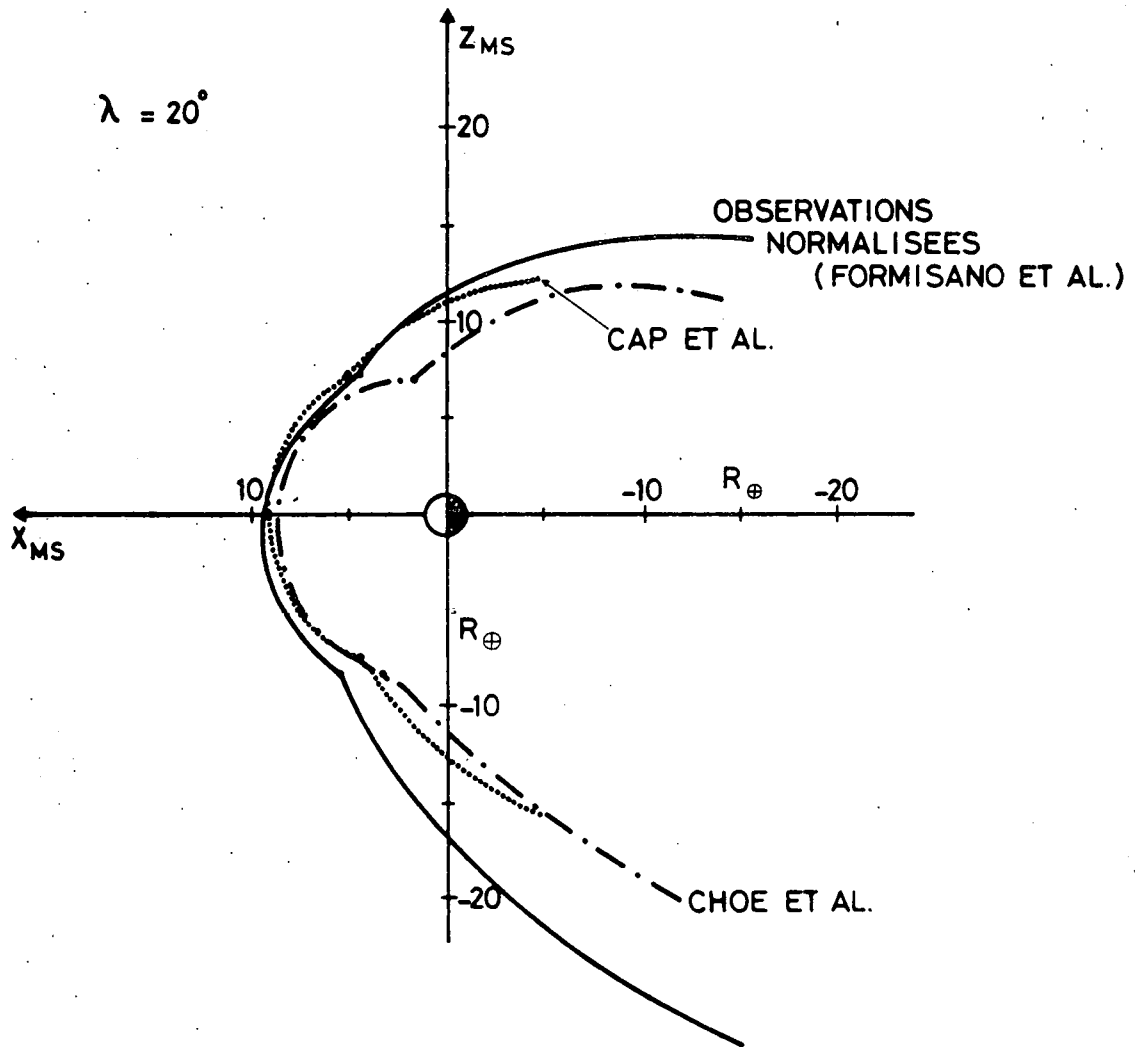


Fig. 3.- La position moyenne de la magnétopause est représentée, dans le plan XZ du système de coordonnées magnétiques solaires, par la courbe en trait plein obtenue à partir de la méthode des moindres carrés appliquée aux données d'observations correspondant à un angle de tilt de  $20^\circ$ . Ces observations ont été normalisées à partir de valeurs moyennes des caractéristiques physiques du vent solaire ( $\bar{n} = 9,4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $\bar{U} = 450 \text{ km/s}$ ) représentatives de la période 1972-1973. Pour ces mêmes valeurs moyennes, les courbes en trait d'axe et en pointillés sont calculées, respectivement, à partir des modèles théoriques de Choe et al. (1973) et Cap et al. (1973) pour le même angle de tilt. (D'après Formisano et al., 1979).

De l'étude de Formisano et al. (1979), il ressort que les dimensions de la magnétopause, dans le système géocentrique de coordonnées écliptiques solaires, varient de 8,8 rayons terrestres, représentant la distance géocentrique du point subsolaire, à 28,1 et 27,4 rayons terrestres, respectivement le long de l'axe des Y et le long de l'axe des Z. (Le système géocentrique de coordonnées écliptiques solaires diffère du système de coordonnées magnétiques solaires par une rotation d'amplitude égale à l'angle de tilt autour de l'axe des Y, de sorte que l'axe des X est maintenant orienté dans la direction Terre-Soleil). Ces dimensions moyennes sont normalisées à une concentration électronique du vent solaire de  $9,4 \text{ cm}^{-3}$  et à une vitesse de masse égale à 450 km/s, représentant des valeurs moyennes pour la période 1972-1973. Cette normalisation est obtenue en tenant compte de la relation (1.28).

L'axe de symétrie de la surface magnétosphérique fait un angle de  $6,6^\circ \pm 2^\circ$  avec l'axe Terre-Soleil dans la direction qui serait celle produite par un effet d'aberration dû au mouvement de la Terre autour du Soleil. La distance radiale de la magnétopause est généralement plus grande que celle prévue par les modèles théoriques. Le désaccord est d'autant plus accentué aux latitudes élevées et s'explique par la présence de plasma à l'intérieur de la magnétosphère. La présence de ce plasma produit en effet un supplément de pression magnétosphérique qui déplace la magnétopause à de plus grandes distances radiales.

Une augmentation de la densité de plasma interplanétaire et (ou) une augmentation de la composante sud du champ magnétique interplanétaire produisent statistiquement une diminution de la distance radiale de la position de la magnétopause du côté jour, mais augmentent cette distance radiale du côté nuit (Aubry et al., 1970; Fairfield, 1971). Ces effets sont parfois appelés érosion de la magnétopause et inflation magnétosphérique. Dans le modèle de magnétopause non station-

naire de Lemaire et Roth (1978), cette érosion et cette inflation sont la conséquence d'une pénétration impulsive d'inhomogénéités du vent solaire dans la magnétosphère (voir partie 1.6 de ce chapitre). En effet, cette pénétration diminue l'intensité globale des courants d'écran du côté jour et produit un surplus de pression de plasma à l'intérieur de la queue magnétosphérique.

#### 1.4. LES MODELES DE MAGNETOSPHERE FERMEE

##### 1.4.1. La théorie magnétohydrodynamique de l'écoulement du vent solaire autour de la cavité magnétosphérique

L'étude de l'écoulement du vent solaire autour de la magnétosphère implique des conditions frontières à la magnétopause qui sont habituellement celles du cas limite d'une discontinuité tangentielle (Spreiter et al., 1966a; Spreiter et Alksne, 1969). Dans ce cas, le champ géomagnétique constitue un écran parfait vis-à-vis des particules solaires. L'étude théorique de cet écoulement peut alors être séparée en trois parties distinctes. Tout d'abord, le problème de la détermination de la forme de la cavité magnétosphérique est découplé de celui de la détermination de l'écoulement et la forme de la surface est obtenue par la résolution de l'équation (1.25), où le plasma magnétosphérique est supposé absent. Spreiter et al. (1968) ont montré, qu'en raison de la grande valeur du nombre de Mach alfvénique, le découplage des termes magnétiques et des termes d'inertie, dans les équations magnétohydrodynamiques relatives à l'écoulement, permettait de séparer les propriétés mécaniques et thermodynamiques du plasma de ses propriétés magnétiques. Ceci conduit ainsi à considérer les seules propriétés du plasma découlant des équations de la dynamique des gaz. Finalement, on détermine le champ magnétique en utilisant le concept des lignes de force gelées dans 'le fluide' dont on vient de déterminer les propriétés de l'écoulement. En fait, les équations décrivant le champ magnétique impliquent que les lignes de force se meuvent avec le fluide, de manière

analogue à une ligne de fumée injectée à un moment donné dans un milieu gazeux animé d'une vitesse beaucoup plus grande que la vitesse de diffusion du contaminant. Tant qu'on ne se préoccupe que de l'écoulement dans la magnétogaine, cette approximation reste justifiée; mais, elle cesse certainement de l'être dans la magnétopause elle-même, à cause de la présence de champs électriques intenses liés à la polarisation du plasma.

Les figures 4, 5 et 6, empruntées à Spreiter et al. (1966a), représentent respectivement la topologie des lignes d'écoulement ainsi que les lignes d'iso-vitesse et d'iso-température, les lignes d'iso-masse volumique et finalement la topologie des lignes de force et des lignes d'écoulement dans le cas de deux orientations distinctes du champ magnétique interplanétaire. Ces trois figures sont dessinées dans le plan de l'écoulement initial, voisin du plan de l'écliptique. Dans ces calculs, la constante  $K$  de l'équation (1.24) est égale à l'unité, et la forme de la cavité magnétosphérique est approximativement celle de la surface à symétrie axiale, obtenue par rotation autour de l'axe Terre-Soleil de la trace équatoriale de la magnétopause calculée à partir de l'équation (1.25). Le plasma est caractérisé par un nombre de Mach sonique  $M_\infty$  (rapport de la vitesse d'écoulement à la vitesse de propagation du son, avant l'interaction, à grande distance de la Terre) égal à 8 et par un rapport  $\gamma$  des chaleurs spécifiques à pression et volume constants, égal à 5/3. Les positions de l'onde de choc et de la magnétopause sont normalisées à  $r_m$ , la distance du nez de la magnétosphère au centre de la Terre. Les lignes d'égale vitesse ( $C$ ), d'égale température ( $T$ ) et d'égale masse volumique ( $\rho$ ) des figures 4 et 5 sont chacune normalisée à la quantité correspondante de l'écoulement initial.

La figure 4 montre que la vitesse de masse reste plus petite que dans le flot initial et qu'au voisinage du nez de la magnétosphère, l'écoulement est subsonique, le passage au régime supersonique étant indiqué par la ligne en pointillés. Les lignes d'iso-vitesse sont aussi des



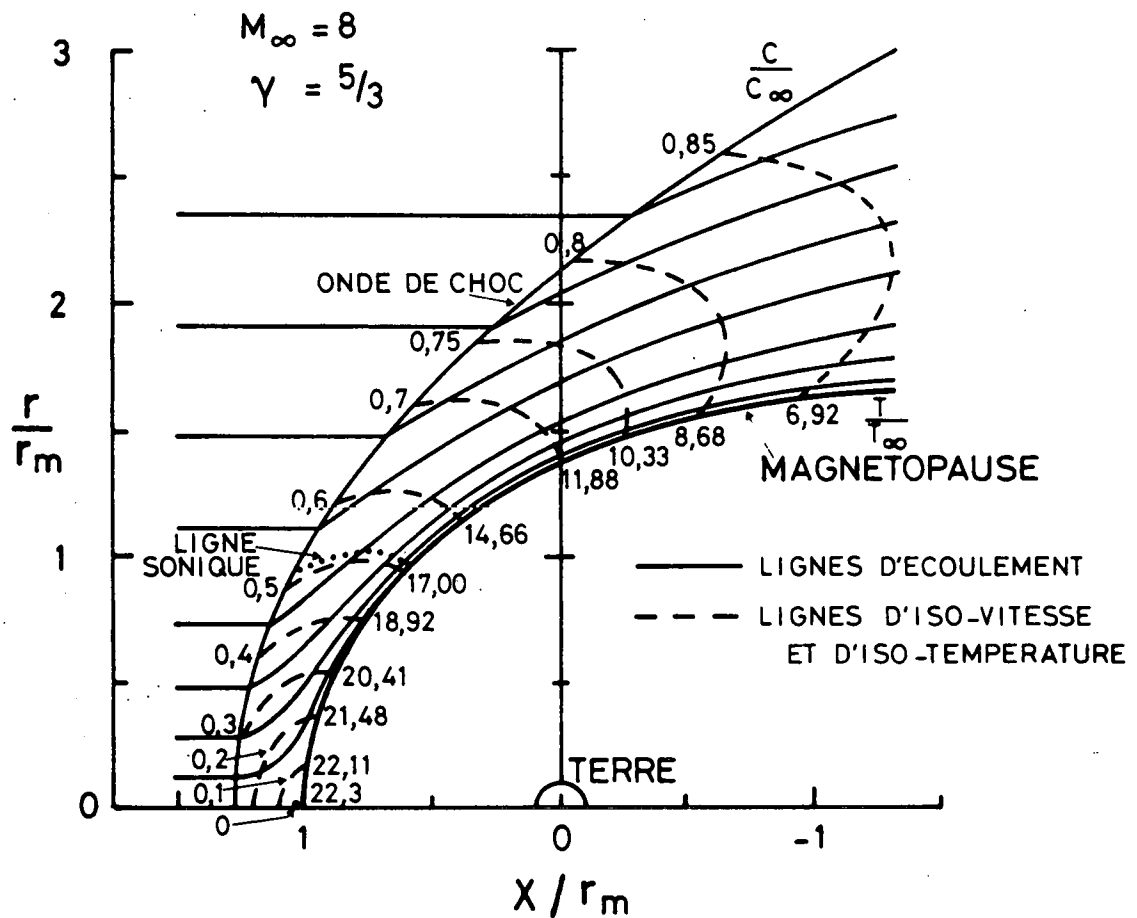


Fig. 4.- Topologie des lignes d'écoulement (courbes en trait plein) et des lignes d'iso-vitesse et d'iso-température (courbes en trait interrompu) dans le plan de l'écoulement initial, voisin du plan de l'écliptique. Les distances sont normalisées à la distance  $r_m$  du nez de la magnétosphère au centre de la Terre, tandis que la vitesse ( $C$ ) et la température ( $T$ ) sont normalisées à leurs valeurs dans l'écoulement initial. (D'après Spreiter et al., 1966a).

lignes d'iso-température. Ainsi, la figure 4 indique que la température est notablement plus grande dans la magnétogaine que dans le milieu interplanétaire, atteignant une valeur maximale au nez de la magnétosphère.

La figure 5 indique que le plasma subit une compression en passant au travers de l'onde de choc. Cette compression reste pratiquement constante au voisinage immédiat du choc, mais augmente cependant au point de stagnation. A partir de ce point, la masse volumique diminue pour atteindre, au cours de l'écoulement ultérieur, des valeurs inférieures à la masse volumique incidente.

La figure 6 est une illustration des lignes de force du champ magnétique lorsque la direction du champ magnétique interplanétaire fait un angle de  $90^\circ$  avec la direction de l'écoulement initial (partie gauche) et un angle de  $45^\circ$  (partie droite). Ces lignes de force subissent une discontinuité en passant par l'onde de choc, excepté lorsqu'elles pénètrent cette surface à angle droit, et enveloppent toutes le nez de la magnétosphère. En dehors du plan de l'écoulement, qui est celui de la figure, les lignes de force s'écartent du point de stagnation, avec les lignes d'écoulement, et se déforment pour devenir des courbes spatiales à trois dimensions. Dans le cas particulier où le champ magnétique incident et l'écoulement incident sont parallèles, les lignes de force et les lignes d'écoulement sont confondues.

#### 1.4.2. Comparaison avec l'observation spatiale

Une comparaison des résultats de la théorie avec des mesures réalisées par la sonde Pioneer 6 est illustrée par la figure 7 (d'après Spreiter et Alksne, 1968). La trajectoire de Pioneer 6, schématisée en haut de la partie a) de la figure, reste très proche du plan de

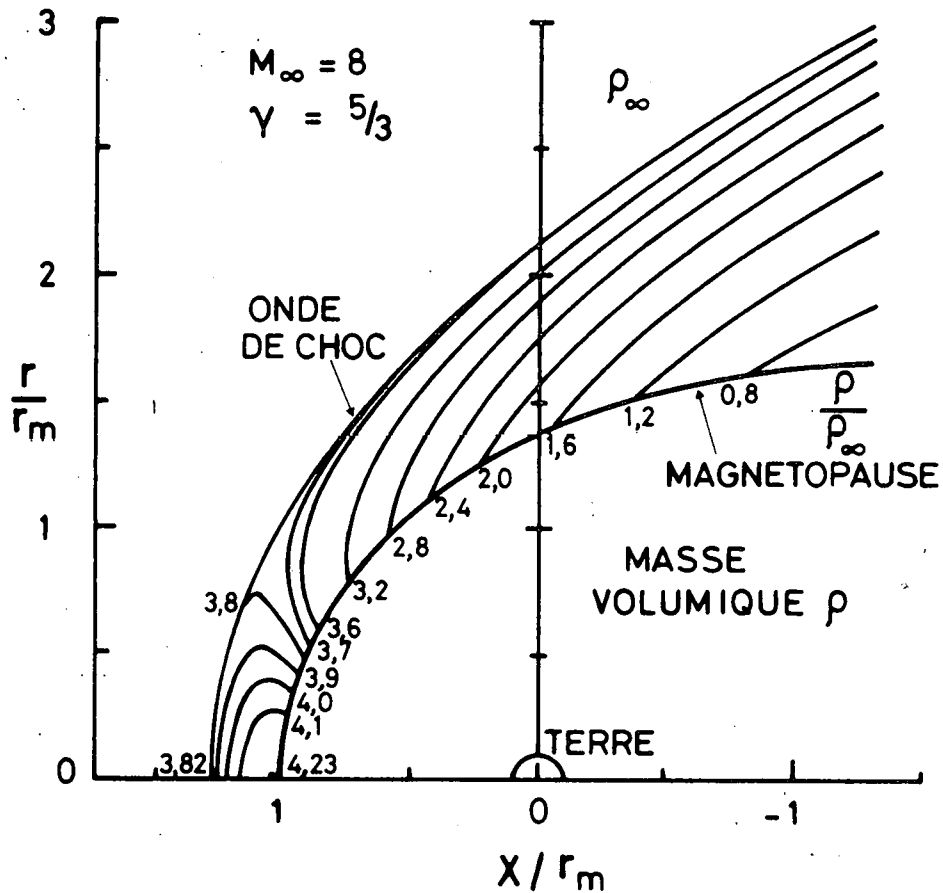


Fig. 5.- Topologie des lignes d'iso-masse volumique dans le plan de l'écoulement initial, voisin du plan de l'écliptique. Les distances sont normalisées à la distance  $r_m$  du nez de la magnétosphère au centre de la Terre, tandis que la masse volumique ( $\rho$ ) est normalisée à sa valeur dans l'écoulement initial. (D'après Spreiter et al., 1966a).

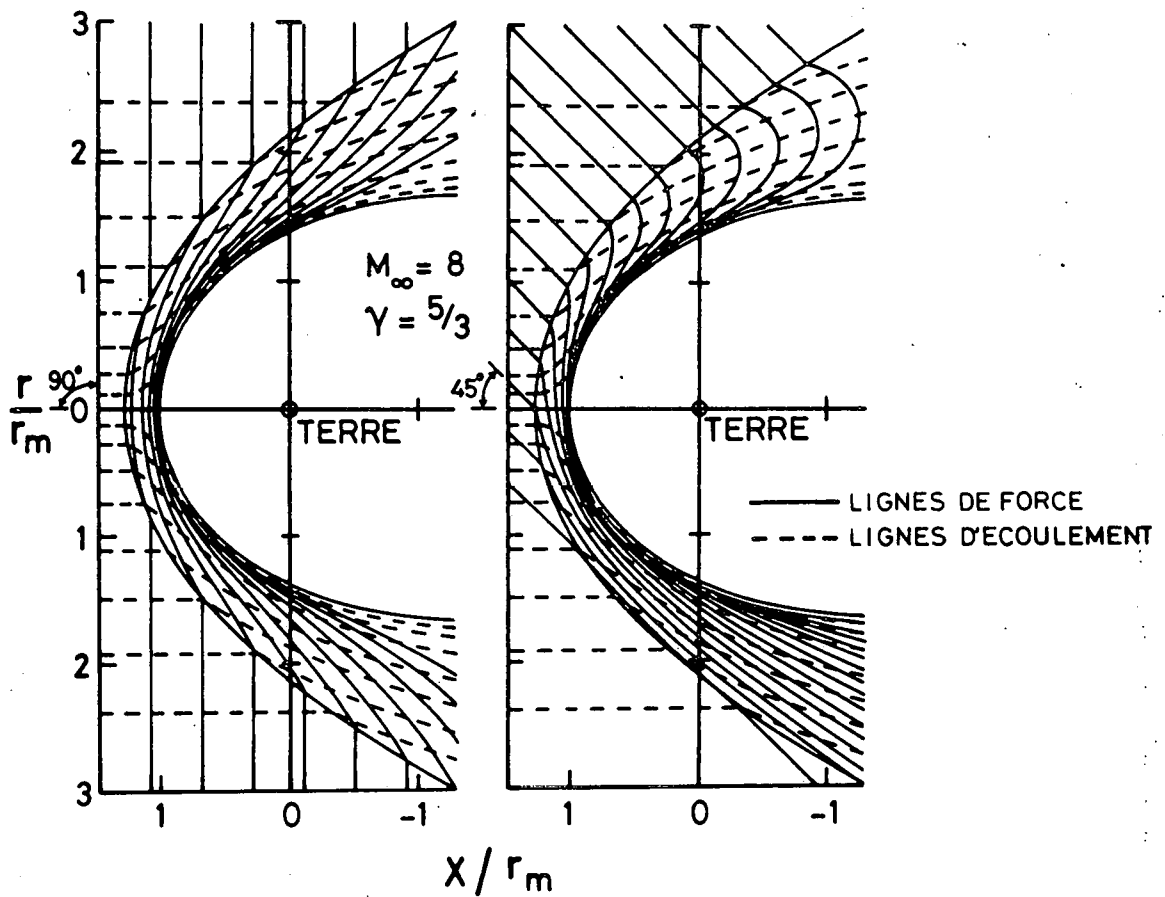


Fig. 6.- Topologie des lignes d'écoulement (courbes en trait interrompu) et des lignes de force (courbes en trait plein) dans le plan de l'écoulement initial, voisin du plan de l'écliptique, lorsque la direction du champ magnétique interplanétaire fait un angle de  $90^\circ$  avec la direction de l'écoulement initial (partie gauche) ou un angle de  $45^\circ$  (partie droite). Les distances sont normalisées à la distance  $r_m$  du nez de la magnétosphère au centre de la Terre. (D'après Spreiter et al., 1966a).

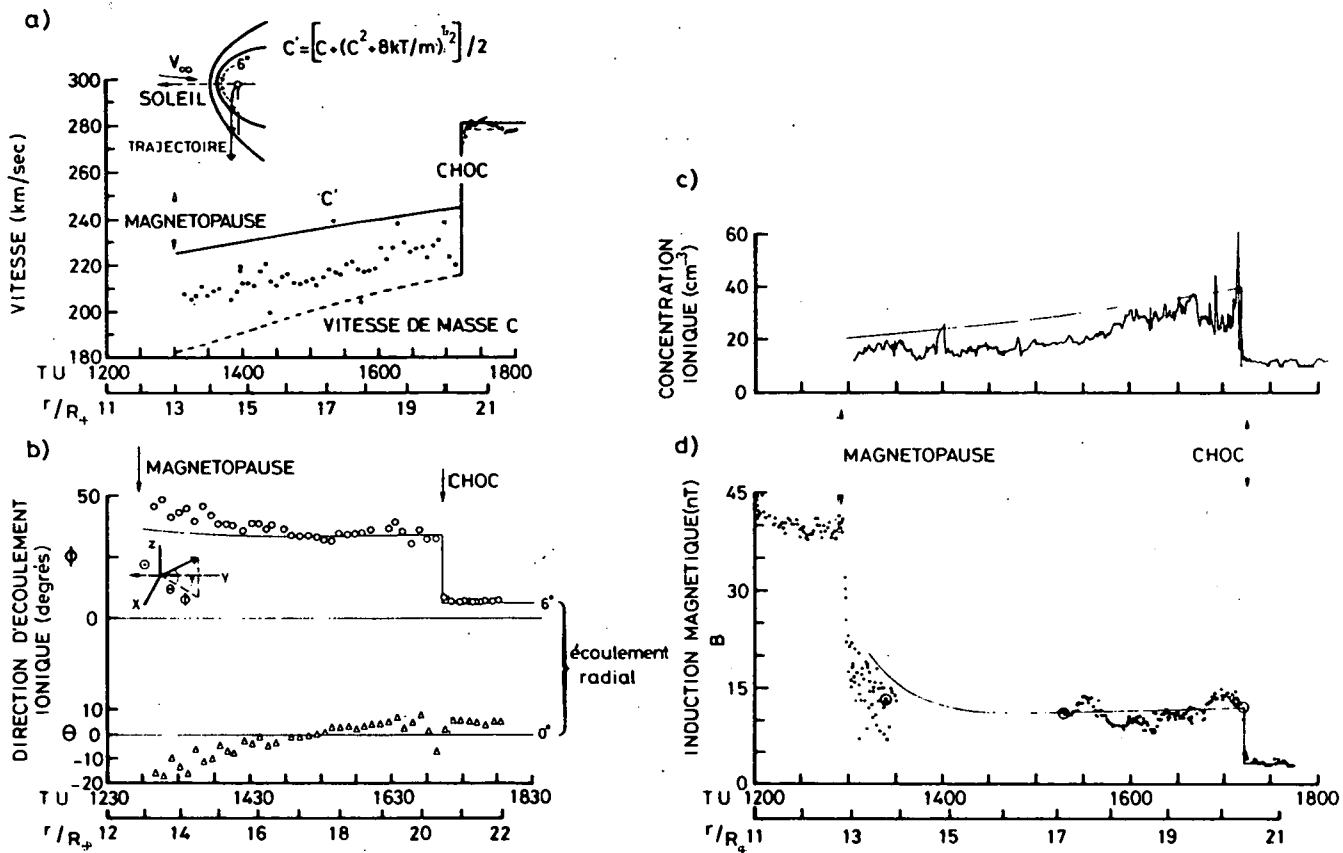


Fig. 7.- Comparaison des résultats théoriques ( $M_{\infty} = 8$  et  $\gamma = 5/3$ ) avec les mesures réalisées par la sonde Pioneer 6. Voir texte. (D'après Spreiter et Alksne, 1978).

l'écliptique. La magnétopause est identifiée à 12:56 TU, à une distance géocentrique d'environ 12,8 rayons terrestres et à 76,3° de longitude. L'onde de choc est, par contre, détectée à 17:12 TU, à une distance géocentrique voisine de 20,5 rayons terrestres, à 81,25° de longitude et à - 4,4° de latitude. (La latitude et la longitude se rapportent ici au système géocentrique de coordonnées écliptiques solaires). Immédiatement après le passage de l'onde de choc, lorsque la sonde se trouve dans le milieu interplanétaire, on observe un flux de particules dont la direction apparente fait un angle de 6° ouest avec le direction Terre-Soleil (partie b). La vitesse de ce flux est de 280 km/s (partie a) et la concentration (partie c) est environ 11 protons/cm<sup>3</sup>. Dans cette région, l'induction magnétique (partie d) y est mesurée avec une intensité de 3,5 nT et est dirigée approximativement le long de la spirale d'Archimède régissant l'orientation du champ magnétique interplanétaire gouvernée par la rotation du Soleil sur lui-même.

Spreiter et Alksne ont comparé ces observations avec les résultats prévus par la théorie lorsque  $M_\infty = 8$  et  $\gamma = 5/3$ . L'accord entre les positions théorique et expérimentale de la magnétopause apparaît parfait. Il en est de même pour l'onde de choc. Les données d'observation de la partie a) représentent la vitesse du flux d'ions qui produit le courant le plus intense par augmentation unitaire d'énergie. Dans la magnétogaine, cette vitesse diffère de la vitesse d'écoulement, à cause des mouvements aléatoires dus à l'agitation thermique. La courbe en trait interrompu représente la vitesse d'écoulement théorique  $C$  (vitesse de masse) tandis que la courbe en trait plein représente la vitesse  $C'$  pour laquelle le nombre de particules par unité de vitesse et d'angle solide autour de la direction d'écoulement est maximum. Dans l'hypothèse d'une distribution maxwellienne des protons autour de la vitesse de masse  $\vec{C}$ , la vitesse  $C'$  est, d'après Spreiter et al. (1966b),

$$C' = \frac{C + (C^2 + 8 kT^+/m^+)^{1/2}}{2} \quad (1.29)$$

où  $m^+$  et  $T^+$  sont respectivement la masse et la température des protons. On constate que, dans la partie a) de la figure 7, les données d'observations de Pioneer 6 se trouvent entre les courbes théoriques C et C'. Celles-ci reproduisent bien la tendance générale à l'augmentation que possède la vitesse lorsque le satellite se déplace de la magnétopause vers l'onde de choc. Les directions d'écoulement théoriques sont également représentées dans la partie b) de la figure 7 dans le système de référence dessiné en haut, à gauche. Ce système est fixe par rapport à la direction Terre-Soleil. La longitude du vent solaire incident, égale à  $6^\circ$ , est celle prévue lorsqu'on tient compte du mouvement orbital de la Terre. On constate que les directions théorique et expérimentale sont en bon accord, avec quelques différences, cependant, au voisinage de la magnétopause. La comparaison entre les concentrations expérimentale et théorique n'est pas aussi concluante, comme le montre la partie c) de la figure 7. Néanmoins, l'incertitude trop élevée dans les mesures (estimée à 50%), ne permet pas de conclure si ce désaccord doit être attribué à la théorie ou aux observations. Enfin, l'intensité de l'induction magnétique, illustrée théoriquement par la courbe en trait plein de la partie d) de la figure 7, est en accord satisfaisant avec les observations.

On peut donc conclure que l'aspect macroscopique de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère est très bien décrit par une théorie basée sur l'analogie avec la dynamique des gaz. En effet, cette théorie prévoit tout d'abord de manière satisfaisante l'emplacement et la forme de la magnétopause, mais elle permet également une assez bonne représentation de l'écoulement du plasma autour de la cavité magnétosphérique. Dans cette théorie, la magnétopause est une discontinuité tangentielle, pour laquelle la composante du champ magnétique normale à cette surface est nulle. En conséquence, il n'y a pas de transfert de masse au travers de la magnétopause et la magnétosphère est dite-fermée.

## I.5. LES MODELES DE MAGNETOSPHERE OUVERTE

La présence du champ magnétique interplanétaire a conduit Dungey (1961) à considérer la possibilité d'une connexion entre le champ magnétique interplanétaire et le champ géomagnétique. La topologie des lignes de force du modèle de Dungey, dans le méridien midi-minuit, est représentée à la figure 8, dans l'hypothèse d'un champ magnétique interplanétaire dont l'orientation est en grande partie sud au voisinage de l'orbite terrestre. Les lignes de force polaires traversent la magnétopause et sont connectées avec celles du vent solaire. Il y a deux points singuliers dans cette topologie, situés à l'avant et à l'arrière de la magnétosphère, dans le voisinage des méridiens de midi et de minuit. A la figure 8, les directions d'écoulement du plasma sont représentées par des flèches, et l'on peut voir que le vent solaire s'écoule encore parallèlement aux flancs de la magnétosphère. Mais, dans la région nocturne, les deux écoulements latéraux confluent au point singulier, puis se partagent à nouveau; du plasma peut ainsi rentrer dans la magnétosphère à travers des lignes de force fermées du champ géomagnétique. Le processus inverse, appelé 'merging', se produit au point singulier de la région diurne. En ce point, le vent solaire incident et le plasma de retour, issu de la région nocturne et dérivant dans la région diurne suite à la rotation terrestre (Axford, 1969), confluent, puis se partagent pour donner naissance aux écoulements latéraux. Aux points singuliers (qui sont des points neutres car  $\vec{B} = 0$ ), les termes consacrés par l'usage pour désigner la connexion des lignes de force sont l'interconnexion dans la région diurne et la reconnexion dans la région nocturne.

Dans le cadre de l'approximation des lignes de force 'gelées' au sein du plasma, celles-ci se déplacent donc comme les flèches de la figure 8. Bien que ce concept de lignes de force en mouvement ait été invoqué fréquemment dans le passé, son utilité est cependant contestée



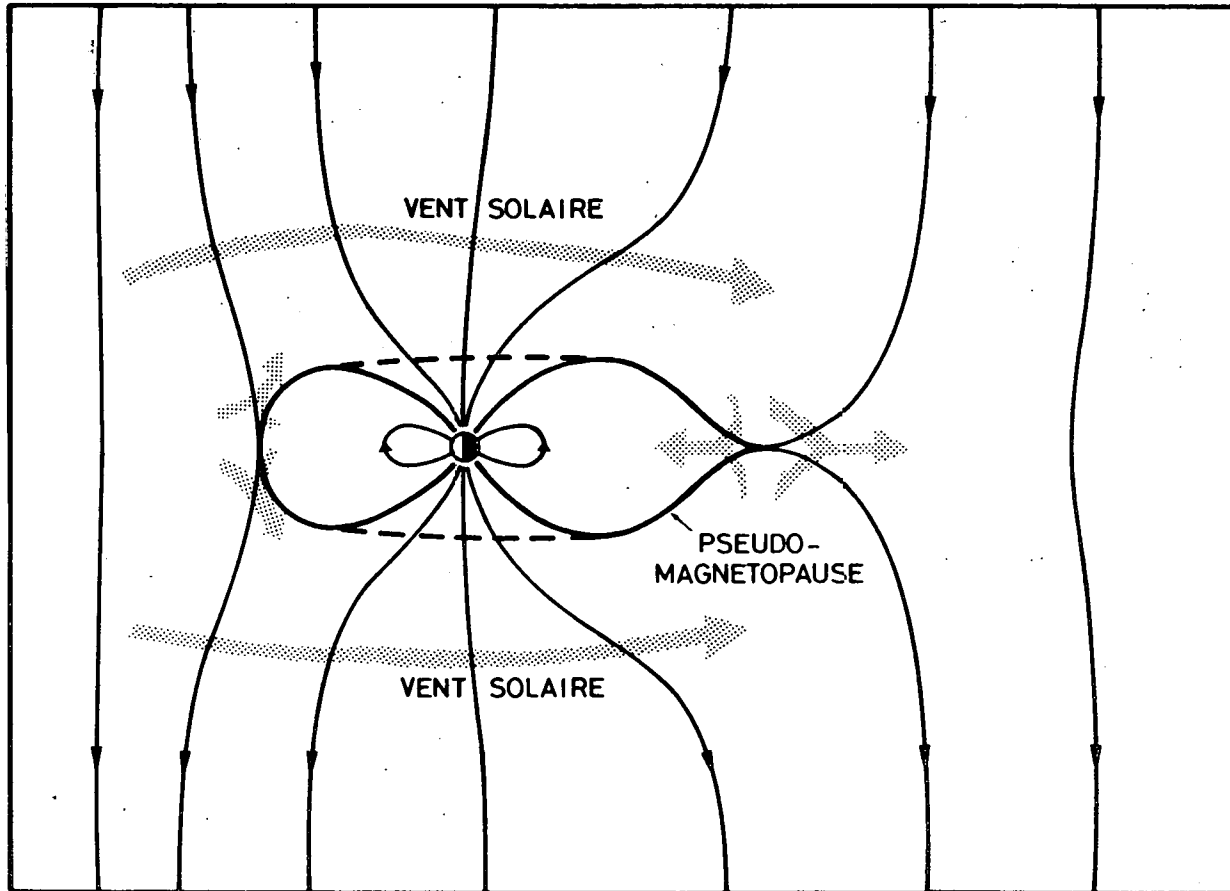


Fig. 8.- La topologie des lignes de force du champ magnétique dans le cas du modèle de magnétosphère ouverte de Dungey est représentée dans le méridien midi-minuit. Les flèches représentent les directions d'écoulement du plasma. (D'après Dungey, 1961).

actuellement par Alfvén lui-même (Alfvén, 1976). Les processus physiques d'interconnexion et de reconnexion des lignes de force ne sont pas pleinement compris. La faiblesse de ce type de modèle provient des difficultés que les théoriciens éprouvent à expliquer le processus physique irréversible qui agirait au voisinage immédiat des points neutres pour 'couper' les lignes de force magnétiques terrestres et les y connecter avec les lignes de force interplanétaires.

Dans ce modèle de magnétosphère ouverte, la magnétopause perd tous ses attributs antérieurs et même son identité : les plasmas solaire et terrestre ne sont plus séparés par une interface bien définie, mais peuvent être présents ensemble dans une large région de transition. On identifie une pseudo-magnétopause, définie par les lignes de force issues des points singuliers, là où ce modèle prédit un renversement de la direction d'écoulement du plasma (Hines, 1963). Le contact direct du vent solaire et du plasma terrestre permet un transfert aisé de masse, d'énergie et d'impulsion, de la magnétogaine vers la magnétosphère, qui, dans les modèles fermés ne peut se faire que par un processus d'interaction visqueuse (Axford, 1964) ou par la diffusion des particules au travers de la magnétopause, causée par des micro-instabilités (Eviatar et Wolf, 1968).

Le modèle de Dungey a été par la suite modifié par différents auteurs (Levy et al., 1964; Axford et al., 1965). Des modèles hautement idéalisés de magnétosphère ouverte, basés sur la superposition de champs magnétiques ont été développés par Forbes et Speiser (1971), Cowley (1973), Stern (1973), Kan et Akasofu (1974) et Voigt (1978; 1979). Cependant, à cause de la difficulté à formuler une théorie rigoureuse du 'merging', aucun de ces modèles ne peut fournir de description détaillée et quantitative de la microstructure de la magnétopause.

A l'heure actuelle, le modèle stationnaire de magnétosphère ouverte est très controversé, car le flux accéléré de plasma prévu par la théorie du merging (Petschek, 1964; 1966a; 1966b; Sonnerup, 1970; Yeh et Axford, 1970) n'a pas été détecté au point singulier diurne, là où l'on s'attendait à l'observer (Haerendel, 1977; Heikkila, 1977). En ce qui concerne la structure de la magnétopause, le point important à souligner est que la connexion des lignes de force dans un modèle de magnétosphère ouverte implique l'existence d'une composante du champ magnétique normale à la magnétopause, permettant l'interpénétration des plasmas du vent solaire et de la magnétosphère par un processus de diffusion le long des lignes de force. La magnétopause apparaît ici comme une discontinuité rotatoire (Landau et Lifchitz, 1969).

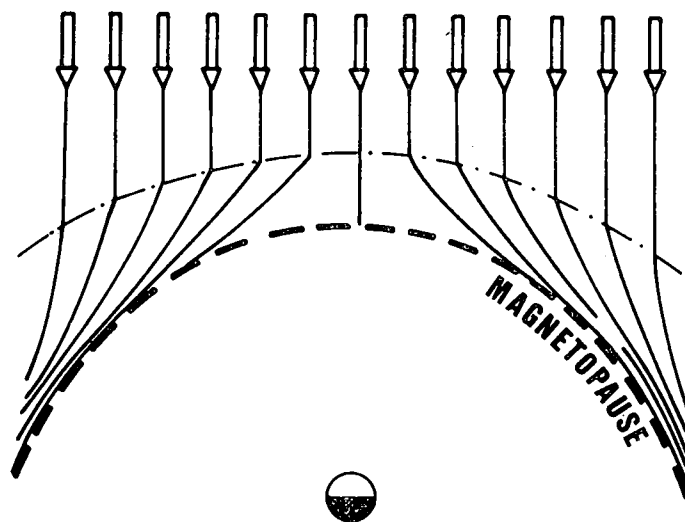
#### I.6. LES MODELES NON STATIONNAIRES DE LA MAGNETOPAUSE

De nombreuses observations indiquent que le vent solaire n'est pas aussi homogène et stationnaire que ne l'impliquent les modèles théoriques développés dans les sections précédentes. En effet, les observations à très haute résolution temporelle ( $\Delta t = 0,08$  s) du champ magnétique interplanétaire montrent que ce dernier est affecté de nombreuses irrégularités, puisque sa direction et son intensité varient sans cesse sur des distances de 5000 km ou moins (Neugebauer, 1975; Burlaga et al., 1977).

Sur base de ces observations, Lemaire et Roth (1978) ont déduit que le plasma solaire doit être lui-même affecté d'inhomogénéités de dimensions similaires, gelées dans le champ magnétique interplanétaire. D'ailleurs, il existe depuis 1969 des observations radio-astronomiques de scintillations de radio sources (Hewish et Symonds, 1969; Houminer, 1973) indiquant que le vent solaire est un amalgame d'irrégularités (filaments allongés dans la direction du champ magnétique interplanétaire) transportées à des vitesses supersoniques hors de la couronne solaire.

Lorsque le vent solaire est stationnaire et homogène, comme dans la partie supérieure de la figure 9, la position de la magnétopause est déterminée par l'équation de balance des pressions (1.19) et la magnétosphère peut être décrite par un modèle fermé, en l'absence de connexion des champs magnétiques. La partie inférieure de la figure 9 illustre schématiquement la pénétration dans la magnétosphère d'inhomogénéités de plasma transportées par un vent solaire non stationnaire et non homogène, suivant le modèle développé par Lemaire et Roth. Ces auteurs considèrent un élément de plasma du vent solaire, possédant un excès de quantité de mouvement par rapport au milieu ambiant, causé par un excès de masse volumique. La vitesse initiale du vent solaire et celle de l'élément sont supersoniques (de l'ordre de 400 km/s) avant la traversée de l'onde de choc. Dans la magnétogaine, le freinage de l'élément, s'accompagnant d'une compression de son volume, entraîne une augmentation de sa masse volumique. Mais l'excès de quantité de mouvement initial est conservé après la traversée de l'onde de choc. A la magnétopause, et à l'extérieur de l'élément, la vitesse normale du plasma devient nulle. Cependant, la composante normale de la vitesse de l'élément n'est pas nulle en raison de son excès d'impulsion initial. Par conséquent, cette inhomogénéité pénètre plus profondément dans le champ géomagnétique que le vent solaire extérieur. Elle pénétrera d'autant plus dans la magnétosphère que la conductivité ionosphérique transversale ou conductivité de Pedersen est faible. En effet, le champ électrique de l'élément de plasma est projeté dans l'ionosphère parallèlement aux lignes de force géomagnétiques. Des courants alignés de Birkeland se dissipent alors dans l'ionosphère et produisent, par effet Joule, une augmentation de la température ionosphérique dans les régions polaires, rapportée d'ailleurs par Thomas et al. (1966), Titheridge (1976) et Whitaker (1976). Cette dissipation d'énergie se fait au détriment de l'énergie cinétique de l'élément de plasma qui est finalement stoppé à un ou deux rayons terrestres de la

### VENT SOLAIRE STATIONNAIRE ET HOMOGENE



### VENT SOLAIRE NON STATIONNAIRE ET INHOMOGENE

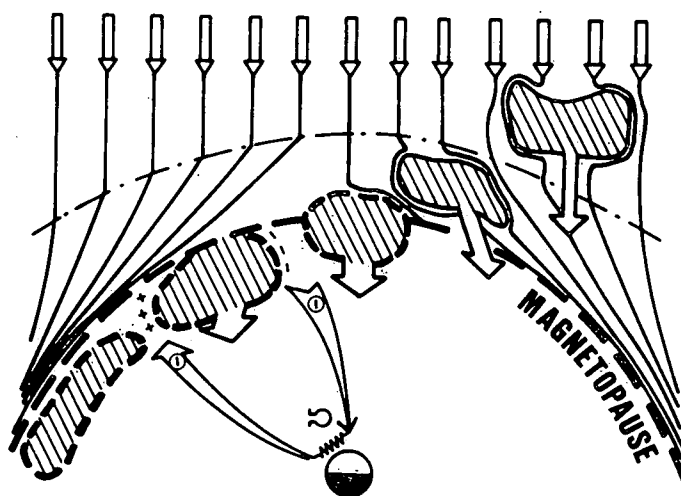


Fig. 9.- Sections équatoriales de la magnétosphère. Lorsque le vent solaire est stationnaire et homogène, la position de la magnétopause est déterminée par l'équation de balance des pressions (figure du haut). Lorsque des inhomogénéités du vent solaire, possédant un excès de densité, "entaillent" la magnétopause (figure du bas), elles peuvent pénétrer dans la magnétosphère, où elles sont finalement dissipées par précipitation et dérives azimutales. (D'après Lemaire et Roth, 1978).

magnétopause. Cette distance de pénétration dépend en fait de l'excès d'impulsion initial, ainsi que de la valeur de la conductivité de Pedersen. Par exemple, une irrégularité du vent solaire de 10.000 km de diamètre, possédant un excès de quantité de mouvement de 5%, pénètre au travers de la magnétopause avec une vitesse de masse égale à 20 km/s. Si l'induction magnétique à l'intérieur de cet élément est 30 nT, le champ électrique de convection est alors égal à 0,6 mV/m. Avec une concentration électronique de 5 particules par  $\text{cm}^3$  et une conductance de 0,2 S (conductivité de Pedersen intégrée dans le circuit ionosphérique), la moitié de l'énergie cinétique transportée par l'élément sera dissipée dans l'ionosphère, avant qu'il ne pénètre à deux rayons terrestres de la magnétopause, à l'intérieur de la magnétosphère.

Ces 'intrusions' de plasma au travers de la magnétopause ont été observées par la paire de satellites ISEE (Paschmann et al., 1978). De plus, différentes expériences de laboratoires (Bostik, 1956; Baker et Hammel, 1965) supportent cette idée de pénétration impulsive. Ces expériences démontrent que des éléments de plasma (aussi appelés plasmoides) peuvent se déplacer au travers des lignes de force d'un champ magnétique intense, lorsque celles-ci sont connectées à une paroi isolante. D'autre part, les études théoriques de Dolique (1963a; 1963b) et Schmidt (1960; 1966) confirment également le point de vue de Lemaire et Roth.

Le rôle du champ magnétique interplanétaire sur la pénétration impulsive des irrégularités du vent solaire au travers de la magnétopause a également été étudié par Lemaire et al. (1979). De cette étude, il ressort que la pénétration impulsive est favorisée (défavorisée) chaque fois que le courant diamagnétique, circulant à la surface des irrégularités de plasma, a une composante négative (positive) le long de la direction d'écoulement des courants d'écran existant à la magnétopause. En effet, dans le premier (second) cas, la force électromagnétique totale est brusquement réduite (augmentée) à l'endroit où

l'élément de plasma atteint la magnétopause et l'équilibre des forces exprimée par l'équation (1.22) n'est plus satisfaite localement. En conséquence, le mouvement de l'élément de plasma vers l'intérieur de la magnétosphère est accéléré (décéléré). La direction et le sens des courants diamagnétiques circulant à la surface des inhomogénéités de plasma solaire dépendent de l'orientation du champ magnétique interplanétaire et de la distribution en surface des gradients de densité et de température. Comme ces éléments de plasma possèdent un excès de masse volumique par rapport au milieu ambiant, l'excès de pression cinétique qui en résulte doit être compensé par un déficit de pression magnétique. En d'autres termes, l'intensité de l'induction magnétique à l'intérieur d'un élément doit être inférieure à l'intensité de l'induction magnétique extérieure. Pour une orientation donnée de cette dernière, l'effet diamagnétique, décrit ci-dessus, implique une orientation des courants de surface entre des limites bien définies, au delà desquelles l'élément ne serait plus diamagnétique. Dès lors, la pénétration impulsive d'un élément de plasma au travers d'une région déterminée de la magnétopause sera favorisée par une orientation privilégiée du champ magnétique interplanétaire. Celle-ci doit permettre au courant de surface d'avoir, dans l'intervalle angulaire produisant l'effet diamagnétique, la plus grande gamme de directions lui donnant une composante négative le long de la direction du courant d'écran à la magnétopause. Ainsi, Lemaire et al. (1979) ont démontré que la direction du champ magnétique interplanétaire la plus favorable (défavorable) à la pénétration impulsive est celle qui est opposée (identique) à la direction du champ géomagnétique adjacent à la magnétopause.

D'après cette théorie, un champ magnétique interplanétaire dirigé vers le sud est le champ le plus favorable à la pénétration d'inhomogénéités de plasma au travers de la magnétopause diurne. Inversement, un champ magnétique interplanétaire strictement parallèle au champ géomagnétique est défavorable à la pénétration impulsive, et un élément de plasma ayant un excès d'impulsion initial sera réfléchi

à la magnétopause, provoquant des oscillations électromagnétiques se propageant à la surface magnétosphérique (Kaufman et Konradi, 1969; Aubry et al., 1971; Fairfield, 1976; Lepping et Burlaga, 1979). En conséquence, le passage de nord à sud du champ magnétique interplanétaire correspond à ouvrir la magnétosphère de façon à permettre l'entrée impulsive des irrégularités du vent solaire. Ceci explique les corrélations positives entre cette variation du champ magnétique interplanétaire et les activités géomagnétique et aurorale (Iijima et Potemra, 1976).



## CHAPITRE II : OBSERVATIONS DE LA STRUCTURE MICROSCOPIQUE DE LA MAGNETOPAUSE ET DE SES REGIONS ADJA- CENTES

### II.1. INTRODUCTION

Déjà en 1968, les observations du satellite ATS 1 montraient qu'un flux d'ions, de caractéristiques semblables à celles du vent solaire dans la magnétogaine, s'écoulait le long de la magnétopause, à l'intérieur même de la queue magnétosphérique (Freeman et al., 1968). Comme ce flux était dirigé dans la direction anti-solaire, on pensa, à tort, que cet écoulement n'était rien d'autre que la composante de retour d'un vaste système de circulation du plasma magnétosphérique, qu'on savait s'écouler dans la direction solaire, à l'intérieur des couches profondes de la magnétosphère, en accord avec la théorie de la convection magnétosphérique d'Axford et Hines (1961). Mais, à partir de 1972, les nombreuses expériences, effectuées à l'aide d'instruments de mesures placés à bord de satellites artificiels, nous ont progressivement révélé l'existence d'une épaisse couche de plasma s'écoulant dans les régions magnétosphériques directement limitrophes de la magnétopause. Cette couche est baptisée, suivant sa localisation, couche frontière de basse latitude (aux basses latitudes), couche d'entrée (dans la région des cornets polaires) et manteau de plasma (dans l'extension nocturne des lignes de force issues des cornets polaires). Sous beaucoup d'aspects, ce plasma a les mêmes caractéristiques que le plasma de la magnétogaine, indiquant par-là que certains processus permettent une pénétration du vent solaire dans la magnétosphère.

A la lumière de ces observations, le terme magnétopause doit alors être précisé. Comme Eastman et Hones (1979a), nous identifierons cette couche comme étant la région dans laquelle le champ magnétique

change d'orientation. Lorsque celui-ci ne varie pas de manière significative, la magnétopause est alors identifiée comme la région à partir de laquelle la concentration du plasma commence à diminuer, en même temps que l'énergie thermique des particules augmente (couche frontière de basse latitude) ou diminue (manteau de plasma).

L'objet de ce chapitre est d'analyser des observations caractéristiques de la structure microscopique de la magnétopause et de la couche frontière magnétosphérique à partir de données récentes de plasma et de champ. Le paragraphe II.2 présente une analyse détaillée d'une traversée de la magnétopause par la sonde IMP 6. Les observations de discontinuités rotatoires à la magnétopause sont décrites au paragraphe II.3. Celles-ci sont très difficiles à détecter à cause de la très faible valeur de la composante normale du champ magnétique. Enfin, la couche frontière magnétosphérique est caractérisée au paragraphe II.4. Les observations montrent que cette couche frontière a des caractères différents suivant sa localisation le long de la magnétopause.

## II.2. UN EXEMPLE D'OBSERVATIONS OBTENUES PAR LA SONDE IMP 6

### II.2.1. Instrumentation

Une instrumentation type destinée à recueillir les données de plasma est l'analyseur électrostatique de plasma. Celui du Laboratoire Scientifique de Los Alamos (Hones et al., 1976) embarqué à bord de la sonde IMP 6 fonctionne suivant deux modes d'opération qui peuvent être sélectionnés par des signaux envoyés de la Terre. L'énergie des électrons est étalonnée suivant 16 canaux continus espacés de manière logarithmique de 13,3 eV à 18,1 keV. L'énergie des protons est étalonnée de la même façon, mais, de 140 eV à 28,8 keV. Pour une direction angulaire donnée, il faut trois secondes pour obtenir les spec-

tres complets d'énergie relatifs aux ions et aux électrons. L'axe de rotation du satellite est perpendiculaire au plan de l'écliptique. Ce satellite effectue une rotation complète en environ 12 secondes. L'instrument, fixe par rapport au satellite, a une ouverture angulaire de  $90^\circ$  centrée sur l'écliptique et une ouverture angulaire de  $2,4^\circ$  en azimut, représentant une surface sensible de  $0,0476 \text{ cm}^2$  pour le détecteur. Dans le premier mode d'opération, des fonctions de distribution des vitesses à deux dimensions sont obtenues après une rotation complète du satellite, soit en 12 secondes, correspondant à 4 spectres d'énergie espacés de  $90^\circ$ . Dans le second mode d'opération, ces fonctions de distribution des vitesses sont obtenues après 8 rotations complètes du satellite, soit en 96 secondes, correspondant à 32 spectres d'énergie espacés de  $11,25^\circ$ .

A partir de 1976, cet instrument de mesure a permis a Eastman et à ses collaborateurs (Eastman et al., 1976; Eastman et Hones, 1979a; 1979b; 1979c; Eastman, 1979) d'obtenir une détermination de la concentration ( $n$ ), de la vitesse de masse ( $\vec{C}$ ) et des énergies thermiques ( $E$ ) du plasma ambiant pour diverses traversées de IMP 6 au travers de la magnétopause et de la couche frontière de basse latitude.

Au cours de cette mission, les données de champ magnétique à bord de IMP 6 ont été acquises grâce au magnétomètre du Goddard Space Flight Center de Greenbelt, permettant une mesure des trois composantes du champ en 8 centièmes de seconde.

### 11.2.2. Les données de champ magnétique

Les figures 10a,b,c, mises à notre disposition par D.H. Fairfield, représentent des mesures des trois composantes et de l'intensité du champ d'induction magnétique, lors d'une traversée de la magnétopause par la sonde IMP 6, le 8 mars 1973. La direction de vari-

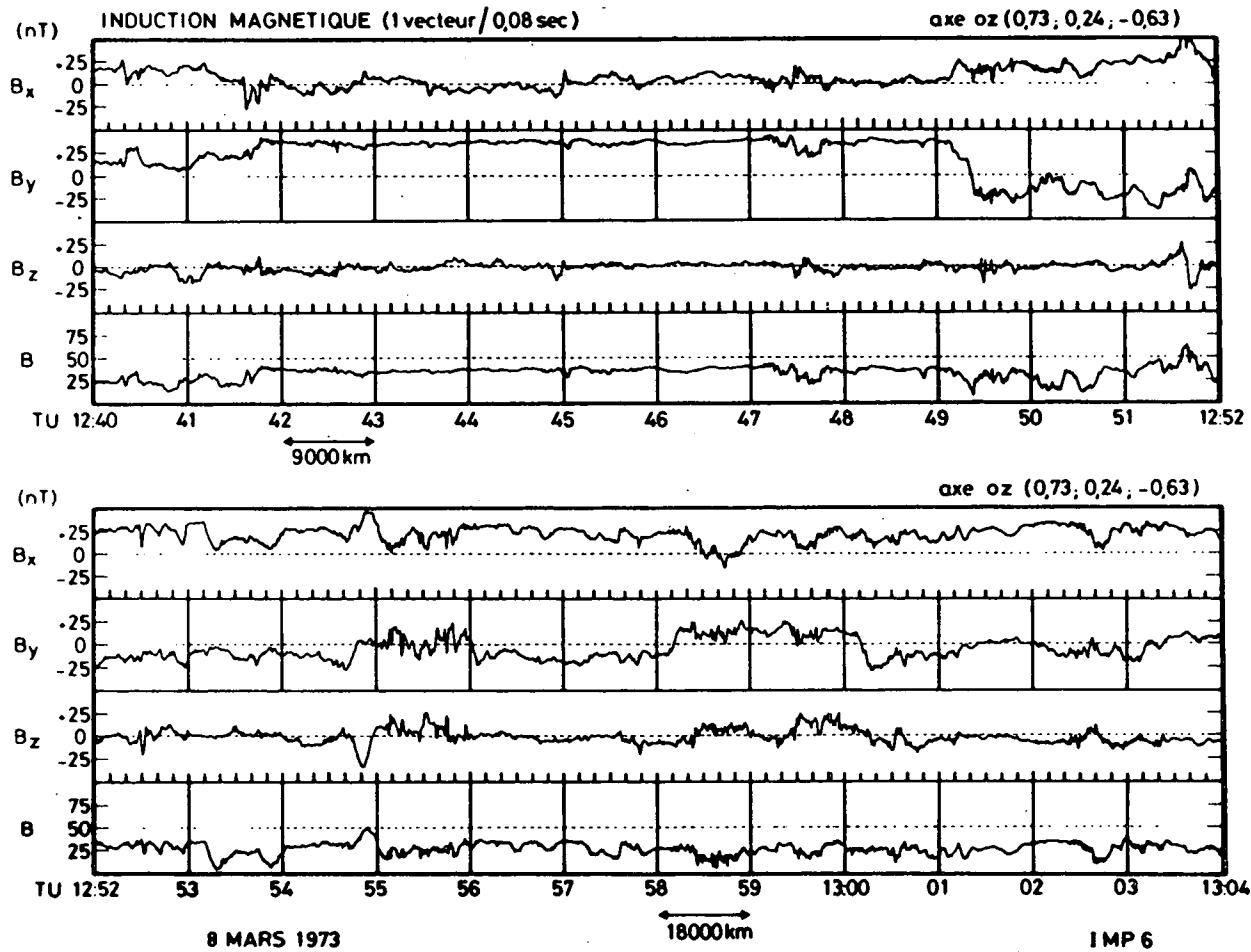


Fig. 10a.- Mesures à haute résolution temporelle (0,08 s) des trois composantes et de l'intensité du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$ , lors d'une traversée de la magnétopause par la sonde IMP 6, le 8 mars 1973. La direction de variance minimale est dirigée suivant l'axe OZ d'un système de coordonnées locales. Les coordonnées du vecteur unitaire de cet axe sont indiquées dans le coin supérieur droit, dans le système géocentrique de coordonnées magnétosphériques solaires. La magnétopause est parallèle au plan XY, l'axe OY étant dirigé suivant la projection du dipôle. (Figure due à la courtoisie de D. Fairfield).

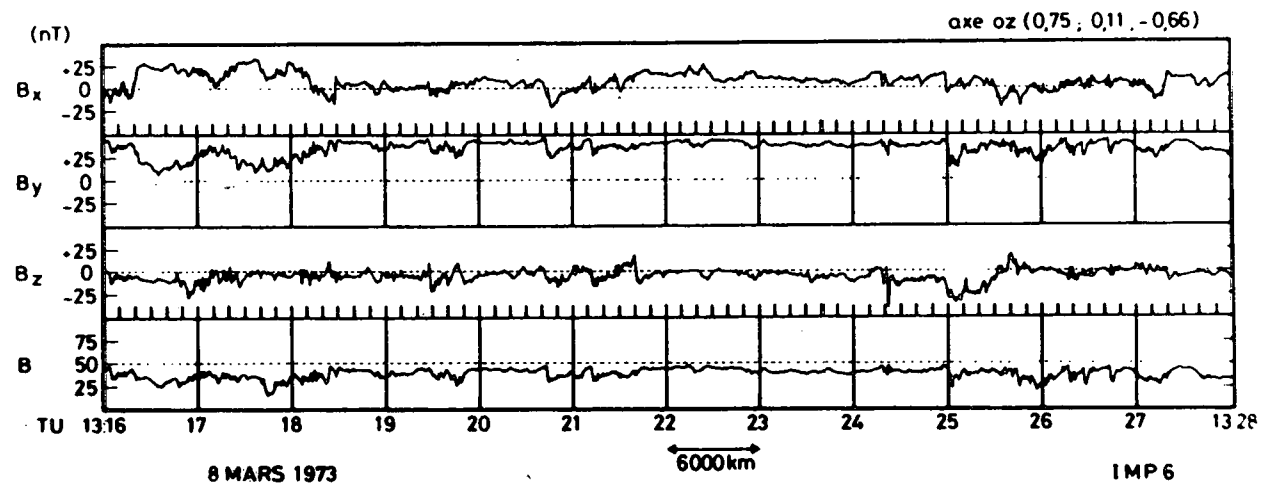
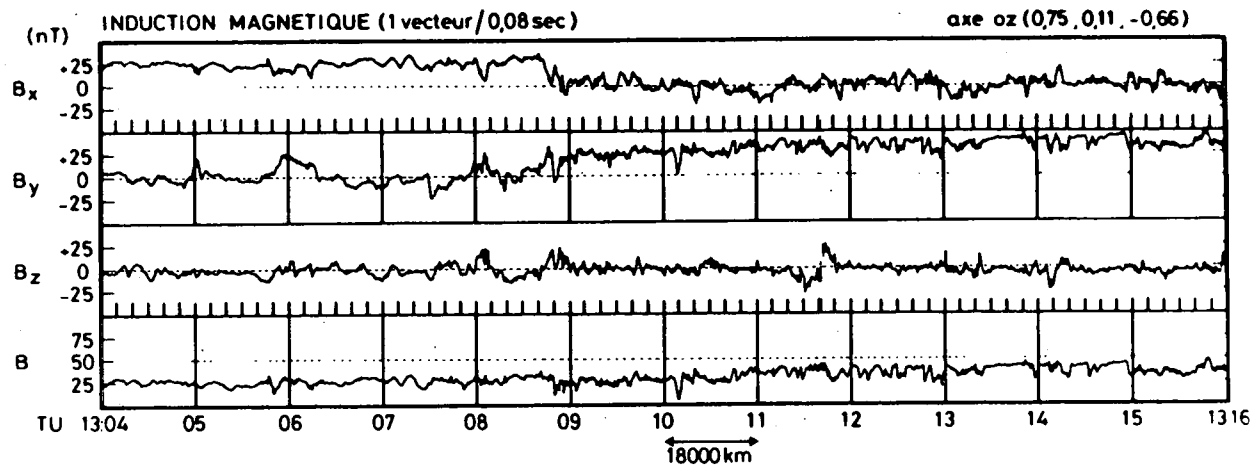


Fig. 10b.- Suite de l'enregistrement des mesures illustrées par la figure 10a. (Due à la courtoisie de D. Fairfield).

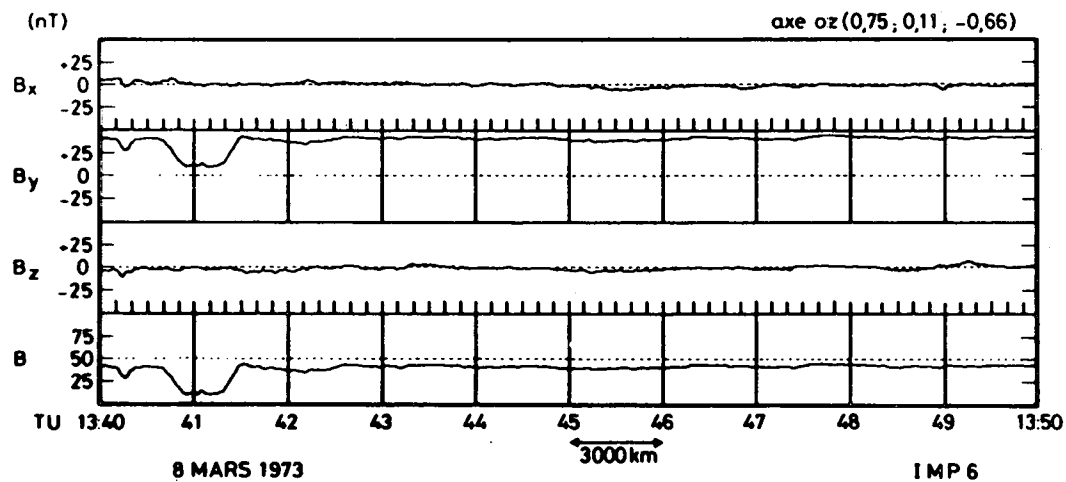
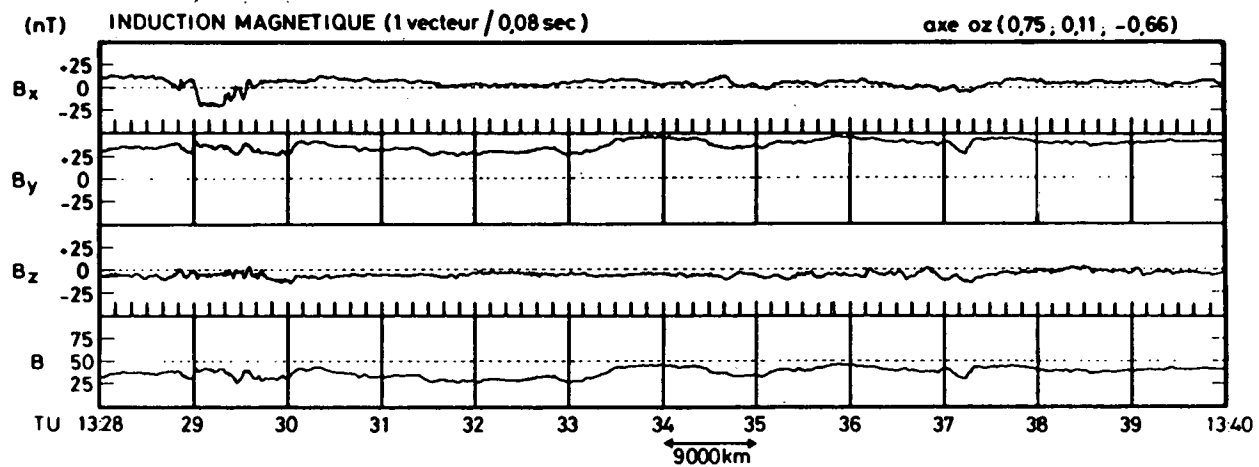


Fig. 10c.- Suite de l'enregistrement des mesures illustrées par la figure 10b. (Due à la courtoisie de D. Fairfield).

ance minimale, qui n'est rien d'autre que la direction de la normale au plan de variation du champ, est dirigée suivant l'axe OZ d'un système de coordonnées rectangulaires locales. Les coordonnées du vecteur unitaire de cet axe sont indiquées au-dessus de chaque figure, dans le système géocentrique de coordonnées magnétosphériques solaires. (Dans ce dernier système, l'axe  $OX_{MS}$  est dirigé de la Terre vers le Soleil. L'axe  $OY_{MS}$  est perpendiculaire au plan formé par le dipôle magnétique terrestre et la direction Terre-Soleil. L'axe  $OZ_{MS}$  est orienté dans le même sens que le pôle nord magnétique). Cette traversée est localisée approximativement à une distance radiale du centre de la Terre égale à 10 rayons terrestres, à  $-33^\circ$  de latitude et à  $64^\circ$  de longitude (dans le système géocentrique de coordonnées magnétosphériques solaires). Le système d'axes OXYZ est donc un système de coordonnées locales dans lequel la magnétopause est parallèle au plan XY, l'axe OY étant dirigé suivant la projection du dipôle.

Dans la majeure partie du spectre, le champ magnétique apparaît très irrégulier, fluctuant avec des périodes très courtes, de l'ordre de quelques secondes, correspondant à des irrégularités aussi petites que 1000 km. Peu de temps avant 12:42 TU et jusqu'à 12:49 TU, le champ magnétique prend une orientation nord, suivant l'axe OY, qui est celle du champ magnétosphérique. Entre 12:49 TU et 13:42 TU, le champ est à nouveau très irrégulier, avec une tendance progressive à s'orienter vers le nord. Après 13:42 TU, le champ magnétique, pratiquement dépourvu d'irrégularités, est orienté vers le nord. Nous sommes alors dans la magnétosphère non perturbée.

### 11.2.3. Les données de plasma

Pour la même traversée de la magnétopause, la figure 11 reproduit les caractéristiques correspondantes du plasma, mises à notre disposition par T.E. Eastman. La partie supérieure illustre la variation,

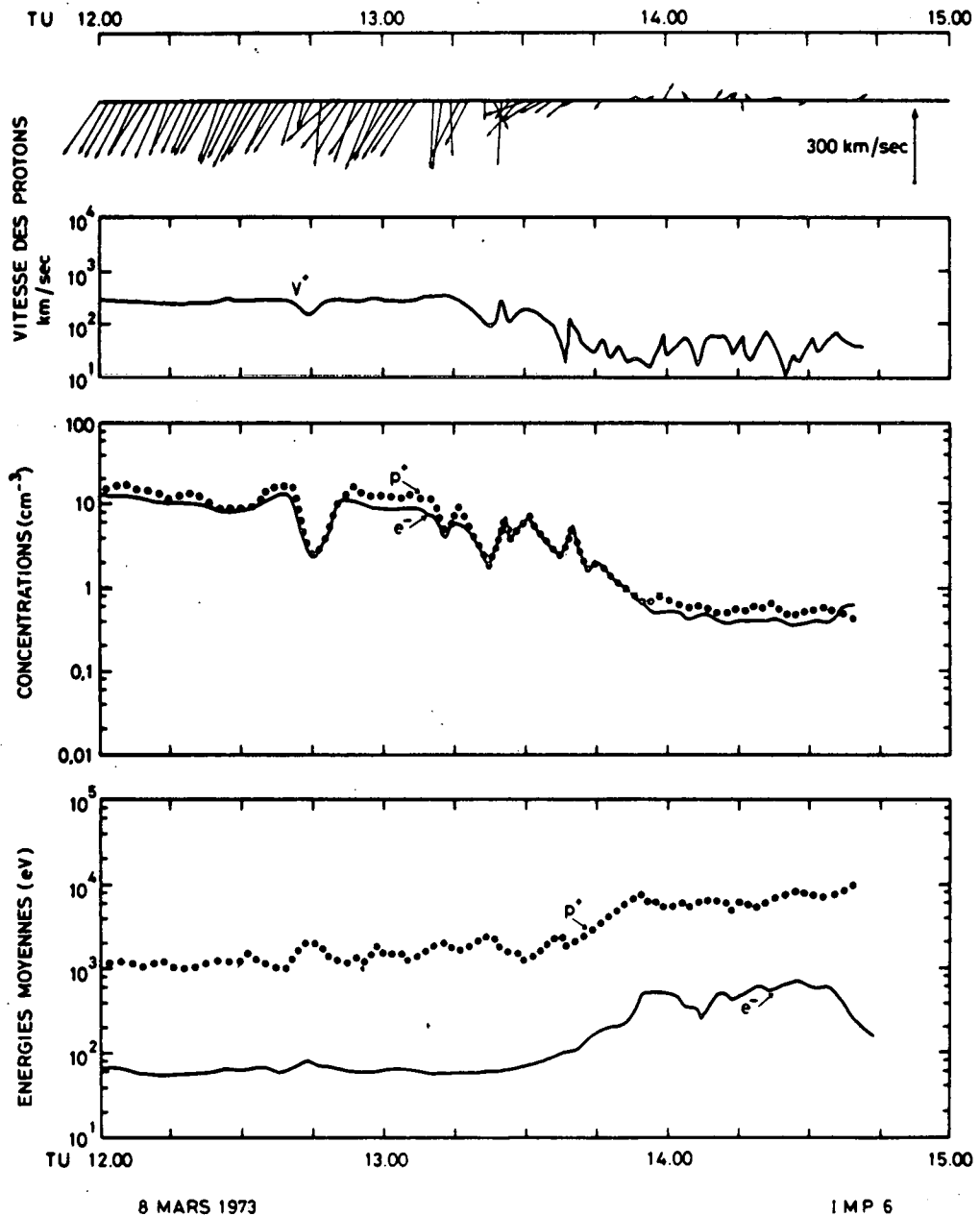


Fig. 11.- Caractéristiques du plasma mesurées par la sonde IMP 6 lors de la traversée de la magnétopause du 8 mars 1973, dont les figures 10a, 10b et 10c ont reproduit les mesures du champ d'induction magnétique. Avant 12.42 TU, IMP 6 se trouve dans la magnétogaine. A 12.45 TU, elle pénètre dans la magnétosphère. Entre 12.50 TU et 13.45 TU, IMP 6 se trouve dans la couche frontière de basse latitude et pénètre définitivement dans la magnétosphère après 13.45 TU. (Figure due à la courtoisie de T. Eastman).



tant en intensité qu'en direction, du vecteur vitesse moyenne des protons. (Un vecteur caractéristique, d'intensité égale à 300 km/s, est orienté vers le Soleil, à l'extrême droite de cette figure). La partie centrale reproduit la concentration électronique (courbe en trait plein) et la concentration des protons (courbe en pointillés). Les énergies moyennes des deux constituants principaux du plasma sont illustrées de la même façon dans la partie inférieure.

On constate qu'entre 12:42 TU et 12:45 TU, la concentration du plasma diminue jusqu'à 1 particule/cm<sup>3</sup>, en même temps que les énergies moyennes augmentent et que la vitesse des protons décroît. Dans cet intervalle, le champ magnétique avait une prédominance magnétosphérique (voir figure 10). Les données de plasma et de champ indiquent donc, qu'aux environs de 12:45 TU, la sonde IMP 6 se trouvait dans la magnétosphère. Entre 12:45 TU et 12:50 TU, la concentration du plasma et la vitesse des protons augmentent, tandis que les énergies moyennes diminuent. Entre 12:50 TU et 13:45 TU, la concentration des particules décroît à nouveau, mais progressivement, passant de 10 particules/cm<sup>3</sup> à 1 particule/cm<sup>3</sup>. Simultanément, les énergies moyennes des électrons et des protons augmentent et la vitesse moyenne des protons diminue. Cette partie du spectre est cependant encore très irrégulière. La tendance générale à la diminution de la concentration  $y$  est en effet souvent perturbée par des sauts de concentration en phase avec des diminutions des énergies moyennes et des augmentations de la vitesse moyenne des protons. Des changements de direction de cette vitesse  $y$  sont également fréquents. Pour ces sauts de concentration, le plasma présente les mêmes caractéristiques que celles du plasma de la magnétogaine. Cet intervalle de temps, entre 12:50 TU et 13:45 TU, correspond à la couche frontière de basse latitude dont nous soulignerons les principales caractéristiques dans la section II.4.4. Après 13:45 TU, les données de plasma correspondent à celles du plasma magnétosphérique, reconnaissable à sa faible concentration, son énergie élevée et une vitesse moyenne des protons désordonnée et faible.

### II.3. OBSERVATIONS DE DISCONTINUITES ROTATOIRES A LA MAGNETOPAUSE

Les modèles de magnétosphère ouverte (chapitre I, section I.5) prédisent que la magnétopause doit être une discontinuité rotatoire. Dans ce cas, la structure magnétique de la magnétopause doit contenir une composante du champ magnétique perpendiculaire à la surface de la discontinuité.

La direction de la normale à la magnétopause et la composante correspondante du champ magnétique peuvent être déterminées directement à partir des observations du champ magnétique, pourvu que celui-ci ne soit fonction que de la coordonnée le long de la direction perpendiculaire à la magnétopause, que l'on suppose invariante durant sa traversée par le satellite transportant le magnétomètre (Sonnerup, 1976). Tenant compte de ces hypothèses, la composante du champ magnétique perpendiculaire à la magnétopause doit rester constante, puisque la divergence du champ est nulle. Dès lors, la direction de la normale est celle pour laquelle le champ magnétique possède une variance minimale, idéalement nulle. Si le courant électrique dans la couche frontière change d'orientation, la direction de variance minimale est donnée par le vecteur propre correspondant à la plus petite valeur propre de la matrice

$$M_{ij} = \overline{B_i B_j} - \overline{B_i} \overline{B_j} \quad (\text{II.1})$$

Dans cette équation, les barres indiquent une moyenne sur les données obtenues durant la traversée de la magnétopause et  $B_i, B_j$  sont les composantes  $i, j$  du champ d'induction magnétique dans le système géocentrique de coordonnées magnétosphériques solaires. Cette

méthode de variance minimale a été développée par Sonnerup et Cahill (1967).

Grâce à cette méthode, Sonnerup et Ledley (1974) ont analysé plus de 50 traversées de la magnétopause effectuées par la sonde OGO 5. De cette analyse, il ressort que deux de ces traversées indiquent la présence de discontinuités rotatoires à la magnétopause. Cependant, la plus grande partie des 48 autres traversées montre que la composante normale du champ magnétique égale à zéro aux erreurs de mesure près.

Une représentation appropriée des composantes du champ magnétique est montrée à la figure 12, dans le cas d'une des deux traversées indiquant la présence d'une discontinuité rotatoire. Cette figure, empruntée à Sonnerup et Ledley, est relative à une traversée de la magnétopause par la sonde OGO 5, le 7 mars 1968. Cette traversée est située à une distance géocentrique de 14,3 rayons terrestres, aux latitude et longitude (magnétosphériques solaires) correspondant à 39,5° nord et 68,5° ouest. Dans cette représentation, tous les vecteurs du champ sont ramenés à la même origine et l'hodogramme de gauche ( $B_1$ ,  $B_2$ ) est la trace de la composante du champ magnétique tangente à la magnétopause. Les extrémités supérieure et inférieure de cette trace représentent, respectivement, les champs dans la magnétosphère et dans la magnétogaine. Le comportement de la composante tangentielle est ici une rotation du champ, tandis que l'amplitude de cette composante reste presque constante. L'hodogramme de droite ( $B_1$ ,  $B_3$ ) montre l'existence d'une composante normale du champ ( $B_3$ ), dirigée vers la Terre et égale à environ 9 nT. Le système d'axes local dans lequel le champ se réfère a été déterminé par la méthode de variance minimale. Dans ce cas, les axes  $x_1$  et  $x_2$  sont dans le plan de la magnétopause et l'axe  $x_3$  est dirigé suivant la normale à ce plan, de la magnétosphère vers la magnétogaine.

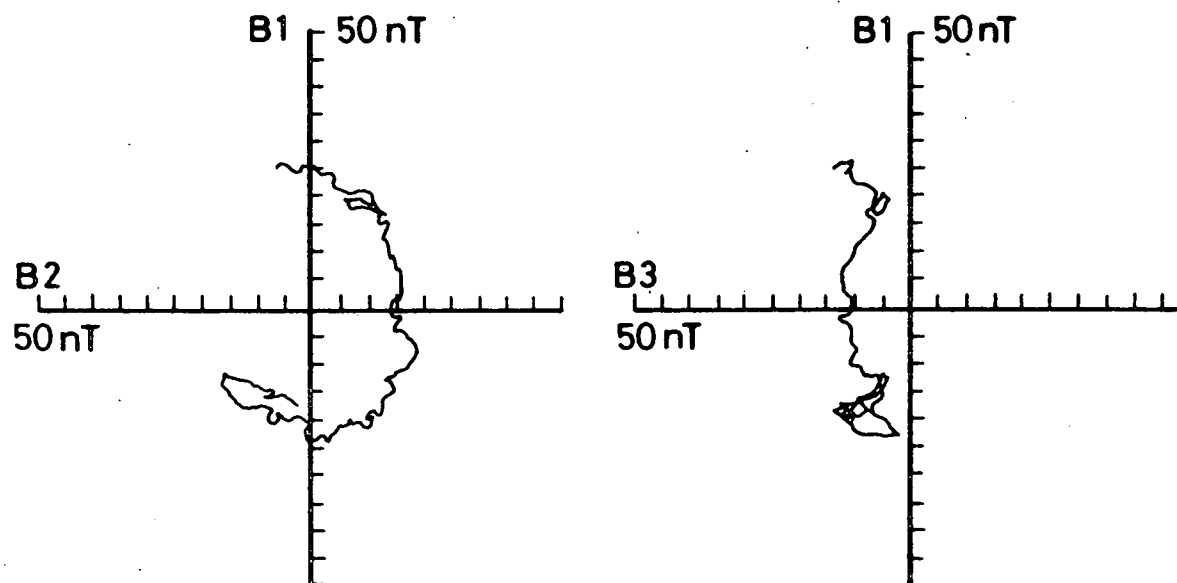


Fig. 12.- Hodogrammes du champ magnétique indiquant la présence d'une discontinuité rotatoire lors d'une traversée de la magnétopause par la sonde OGO 5, le 7 mars 1968. L'hodogramme de gauche ( $B_1$ ,  $B_2$ ) représente la courbe décrite par l'extrémité du vecteur  $\vec{B}$  dans le plan de la magnétopause. L'hodogramme de droite ( $B_1$ ,  $B_3$ ) montre l'existence d'une composante  $B_3$ , normale au plan de la magnétopause, et dont la valeur moyenne est égale à 9 nT. (D'après Sonnerup et Ledley, 1974).

D'après Sonnerup (1971), les conditions suivantes doivent être satisfaites pour pouvoir identifier une discontinuité rotatoire à la magnétopause : 1) la composante du champ magnétique normale à la magnétopause doit être différente de zéro; 2) cette composante doit être négative (positive), si la traversée de la magnétopause se produit au nord (au sud) de la ligne de "reconnexion" joignant les points neutres et le long de laquelle le champ magnétique est strictement tangent; 3) dans l'approximation magnétohydrodynamique, l'amplitude de la composante tangentielle de l'induction magnétique doit rester constante; 4) la rotation de la composante tangentielle doit être dans le sens direct (inverse) des aiguilles d'une montre, lorsque  $B_3$  est négatif (positif), pour un observateur traversant la magnétopause de la magnétosphère vers la magnétogaine.

Les observations reportées à la figure 12 satisfont ces conditions et indiquent que cette traversée de la magnétopause contient bien une discontinuité rotatoire. Des observations satisfaisant les conditions 1, 2 et 4, mais pour lesquelles l'amplitude de la composante tangentielle varie de façon non négligeable sont assez fréquentes. Certaines d'entre-elles sont probablement des discontinuités rotatoires, mais leur structure est modifiée considérablement par différents effets non-magnétohydrodynamiques (Sonnerup et Ledley, 1974). Ceci ne signifie pas, cependant, que la magnétopause soit une discontinuité rotatoire en permanence, ou même la plupart du temps. En effet, un nombre considérable de traversées indiquent que la composante normale du champ magnétique peut être considérée comme nulle.

Puisque le modèle stationnaire de magnétosphère ouverte n'est pas entièrement vérifié par les observations, la présence occasionnelle de discontinuités rotatoires à la magnétopause serait due, d'après Sonnerup (1978), à l'existence de "reconnexions" sporadiques. D'après cette théorie, des irrégularités de la magnétogaine au voisinage de la

magnétopause seraient responsables d'un "merging" local, hautement variable dans le temps. Le modèle de Lemaire et Roth (1978), exposé au chapitre I (section 1.6), permet aussi d'interpréter la présence de ces discontinuités rotatoires. En effet, il est facile de montrer (Lemaire et Roth, 1980) qu'une inhomogénéité de plasma, issue de la magnétogaine et présente à l'intérieur de la magnétosphère, peut déformer de diverses façons la forme des lignes de force passant par cet élément de plasma. Ainsi, un magnétomètre traversant cette inhomogénéité, au moment où elle pénètre dans la magnétosphère, peut détecter soit une discontinuité tangentielle, soit une discontinuité rotatoire, soit encore un trou magnétique.

#### II.4. LA COUCHE FRONTIERE DE PLASMA ADJACENTE A LA MAGNETO- PAUSE

##### II.4.1. Nomenclature des couches frontières

Après les observations des satellites ATS 1 (Freeman et al., 1968) et VELA (Hones et al., 1972; Akasofu et al., 1973) établissant la présence de plasma de la magnétogaine à l'intérieur des flancs de la magnétosphère adjacents à la magnétopause, les données recueillies par HEOS 2 (Haerendel et al., 1978), Explorer 33 (Crooker, 1977) et IMP 6 (Eastman et al., 1976) révélèrent l'existence d'une couche frontière similaire, mais recouvrant la région des cornets polaires, ainsi que les régions limitrophes de la magnétosphère de basse latitude.

Par suite de la diversité de ces observations, différentes désignations sont appliquées à ces couches frontières. Tout d'abord, la couche frontière de basse latitude, ainsi dénommée par Eastman et Hones (1979a), désigne la couche frontière traversée par des lignes de force fermées. Du côté diurne, elle est centrée au point "subsolaire" et

ne s'étend du côté nocturne, qu'aux régions équatoriales. Par contre, la couche frontière située dans la région des cornets polaires est connue sous le nom de couche d'entrée (Paschmann et al., 1976; Crooker, 1977). Cette couche frontière est intimement liée à la couche frontière de haute latitude, extension nocturne des lignes de force issues des cornets polaires, désignée aussi sous le vocable de "manteau de plasma" par Rosenbauer et al. (1975). Au cours des dernières années, les nombreuses observations déjà mentionnées ci-avant, ainsi que les récentes données recueillies par les satellites ISEE (Paschmann et al., 1978; Russell et Elphic, 1978) ont définitivement établi la présence permanente d'une couche de plasma couvrant l'entièreté de la surface magnétosphérique, à l'intérieur même de la magnétosphère. Pour cette raison, la couche frontière de plasma est aussi désignée sous le vocable générique de couche frontière magnétosphérique.

#### 11.4.2. Le manteau de plasma

Le manteau de plasma, ou couche frontière de haute latitude, est une manifestation de l'interaction du vent solaire et de la magnétosphère, se produisant dans l'extension nocturne des lignes de force issues des cornets polaires et s'étendant dans la queue magnétosphérique. En fait, depuis 1972, différents groupes d'expérimentateurs (Hones et al., 1972; Intriligator et Wolfe, 1972; Akasofu et al., 1973; Rosenbauer et al., 1975; Hardy et al., 1975; 1976; Frank et al., 1976; Bavassano-Cattaneo et Formisano, 1977) font mention d'observations de plasma effectuées dans diverses régions de la queue magnétosphérique, montrant que la transition entre la magnétogaine et la magnétosphère est graduelle, ces deux régions étant séparées par une épaisse couche frontière qui, par de nombreux aspects, est semblable à la magnétogaine voisine, tout en se trouvant cependant à l'intérieur même de la magnétosphère, adjacente à la magnétopause.

La figure 13, d'après Sckopke et Paschmann (1978), illustre la localisation des diverses régions où, non seulement le manteau de plasma, mais encore la couche d'entrée et la couche frontière de basse latitude, ont été détectés. Elle tient compte d'observations effectuées par de nombreux satellites : VELA 4B, 5 et 6, EXPLORER 35, PIONEER 8, HEOS 2 et IMP 8, et même par des détecteurs placés sur la surface lunaire durant trois missions APOLLO. La carte de ces régions est obtenue en projetant la surface de la partie nord d'un modèle de magnétopause, parallèlement à des directions inclinées à  $70^\circ$  par rapport au plan équatorial. Les coordonnées utilisées sont celles du système géocentrique de coordonnées magnétosphériques solaires. Entre le point "subsolaire" et  $X_{MS} = -15$ , la magnétopause est supposée être la surface d'un sphéroïde aplati aux pôles, tandis qu'entre  $X_{MS} = -15$  et  $X_{MS} = -40$ , elle est supposée être représentée par une surface conique appropriée. La forme réelle de la magnétopause peut être différente de celle mentionnée ici, mais cela n'a pas grande importance pour la description purement qualitative qui nous concerne ici. Des paramètres caractéristiques de ce modèle sont la distance géocentrique du point "subsolaire", égale ici à 11 rayons terrestres, et le rayon de la magnétopause dans le méridien 6h - 18h, égal à 15 rayons terrestres. Les courbes en trait interrompu correspondent aux intersections des plans de temps local constant et des cônes de latitude constante avec la surface adoptée pour représenter la magnétopause. Les régions où le manteau de plasma, la couche d'entrée ou la couche frontière de basse latitude ont été observés sont représentées par les surfaces ombragées et par la série de triangles. Les cercles représentent les lieux de traversées de la magnétopause pour lesquels HEOS 2 n'a pas observé la présence du manteau du plasma (probablement à cause de la faible résolution temporelle de l'analyseur de plasma à bord de HEOS 2). Des observations effectuées dans l'hémisphère sud sont également prises en considération, en inversant simplement le signe de la latitude. Deux séries d'expériences (EXPLORER 35 et 3 missions APOLLO) ont été effectuées à partir d'instruments opérant au voisinage de l'orbite lunaire ( $X_{MS} \sim -60$ ).



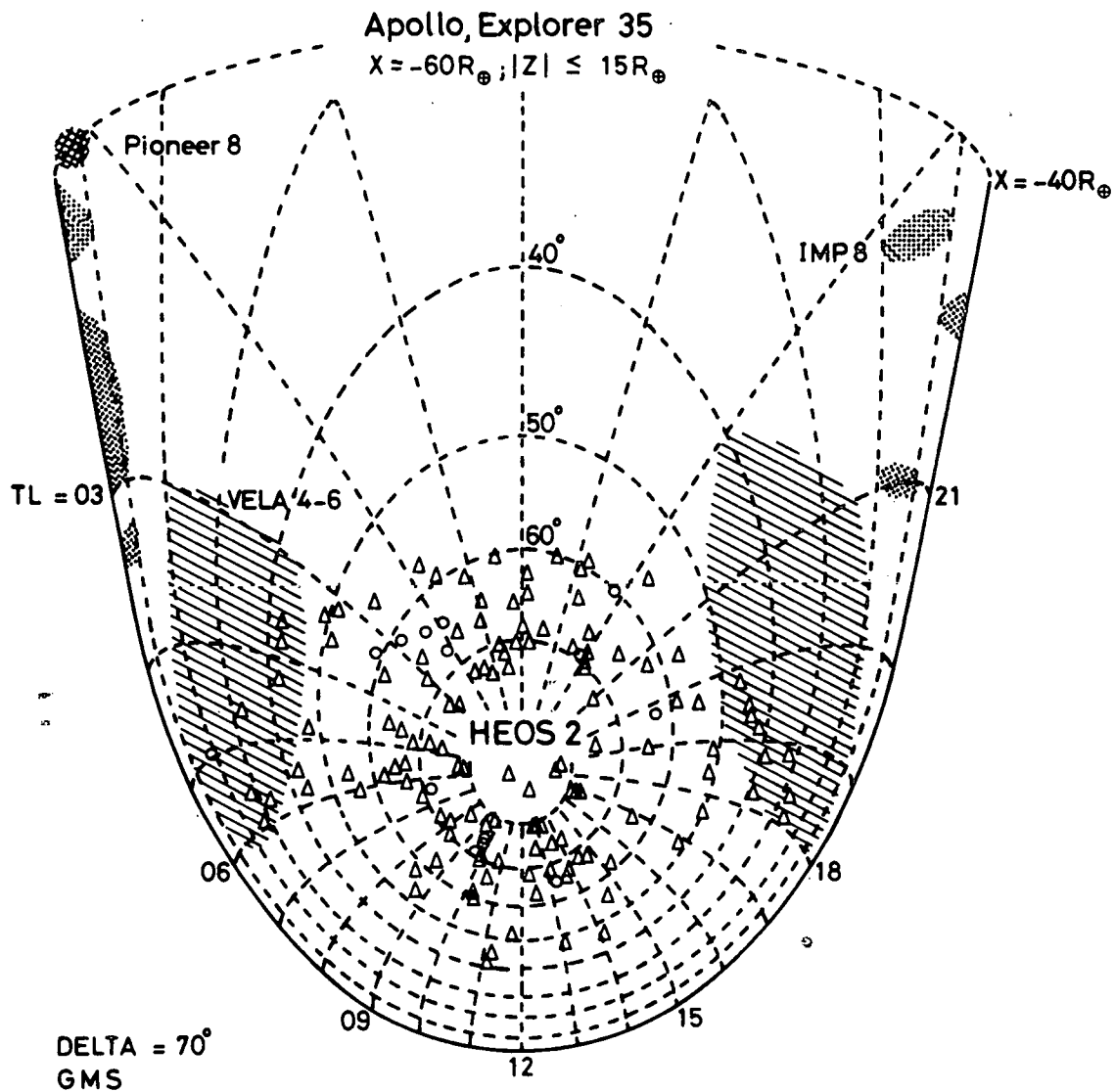


Fig. 13.- Localisation des diverses régions où le manteau de plasma, la couche d'entrée et la couche frontière de basse latitude ont été détectés. Les diverses surfaces ombragées correspondent aux observations des sondes Vela 4-6, Pioneer 8 et IMP 8, tandis que la série de triangles correspond aux observations de HEOS 2 lors de traversées individuelles. Les cercles représentent les observations pour lesquelles HEOS 2 n'a pas détecté de couche frontière. (D'après Sckopke et Paschmann, 1978).

A la lumière des observations de Rosenbauer et al. (1975), le manteau de plasma est caractérisé par les propriétés suivantes :

- 1) La distribution des électrons énergétiques (Palmer et Hones, 1978) indique que le manteau de plasma se trouve dans une région de lignes de force présumées ouvertes. Cette région est l'extension vers la queue magnétosphérique des lignes de force issues des cornets polaires.
- 2) L'épaisseur du manteau de plasma varie considérablement, depuis  $0,5 R_{\oplus}$  jusqu'à plus de  $4 R_{\oplus}$  et est indépendante de sa localisation le long de la magnétopause. De plus, aucune corrélation n'est observée entre l'épaisseur et l'activité géomagnétique mesurée par l'indice  $K_p$ .
- 3) La vitesse de masse du plasma à l'intérieur du manteau est toujours plus faible que celle du plasma de la magnétogaine et prend généralement des valeurs comprises entre 100 km/s et 200 km/s. La direction de l'écoulement est antiparallèle au champ magnétique local, donc dans la direction anti-solaire.
- 4) La vitesse de masse du plasma à l'intérieur du manteau est positivement corrélée avec la vitesse d'écoulement du vent solaire dans la magnétogaine, mais ne dépend pas de la distance aux cornets polaires, c'est-à-dire de  $X_{MS}$ .
- 5) Parfois, une région intermédiaire de faible épaisseur ( $0,1$  à  $0,2 R_{\oplus}$ ) est observée entre la magnétopause et le manteau de plasma. Dans cette région intermédiaire, la concentration et la vitesse de masse sont faibles.
- 6) Dans le manteau, les protons sont généralement plus froids le long du champ magnétique que transversalement à ce dernier. Dans ce cas,  $T_{//}^+ < T_{\perp}^+$ .
- 7) La concentration, la température et la vitesse d'écoulement tendent toutes à décroître avec la profondeur, à partir de la magnétopause. A la frontière intérieure du manteau, la fonction de distribution des protons devient généralement mono-énergétique et unidirectionnelle (donc relativement froide) avant de disparaître sous le seuil de détection de l'instrument ( $\sim 100$  eV).

La figure 14, empruntée à Rosenbauer et al. (1975), décrit la structure du manteau de plasma telle que nous la montrent les résultats des mesures effectuées par HEOS 2, lors d'une traversée de la magnétopause, le 9 mai 1972. Notons que la résolution temporelle de la paire d'analyseurs électrostatiques, opérant sur HEOS 2, est faible, puisqu'il faut 86 secondes pour obtenir des fonctions de distribution des vitesses à deux dimensions à la fois des électrons et des protons. L'analyseur de plasma du Max Planck Institut, sur HEOS 2, diffère dans son mode opératoire de l'analyseur fonctionnant à bord de IMP 6, par le fait qu'à chaque rotation du satellite (effectuée en 6,6 s), il n'enregistre qu'une distribution angulaire dans un seul canal d'énergie (un spectre complet impliquant 13 canaux). De plus, le stockage des données fournit un délai supplémentaire de 170 secondes entre deux mesures consécutives, si bien qu'en définitif, les fonctions de distribution des vitesses sont obtenues toutes les 256 secondes. Le magnétomètre de l'Imperial College de Londres fournit les données de champ magnétique qui, dans le cas de la figure 14, sont des valeurs moyennes réalisées sur des intervalles de 10 minutes. La position du satellite, indiquée au bas de la figure dans le système géocentrique de coordonnées magnétosphériques solaires, montre que la trajectoire traverse la magnétopause dans une zone voisine des cornets polaires. Pour cette traversée, l'axe de rotation du satellite est approximativement dans la direction + y du système géocentrique de coordonnées écliptiques solaires.

Les paramètres du plasma représentés à la figure 14 concernent les protons et sont relatifs à la concentration ( $n^+$ ), à la température ( $T^+$ ), à la vitesse moyenne ( $V^+$ ) et à la direction d'écoulement ( $\phi_V$ ) dans le plan équatorial du satellite (courbe en pointillés). Ainsi  $\phi_V = 0$  correspond à un écoulement venant du Soleil,  $\phi_V > 0$  correspond à un écoulement venant du sud, tandis que  $\phi_V < 0$  correspond à un écoulement venant du nord. Ceci est indiqué par les symboles S et N, à gauche, au-dessus et en dessous de la ligne (en

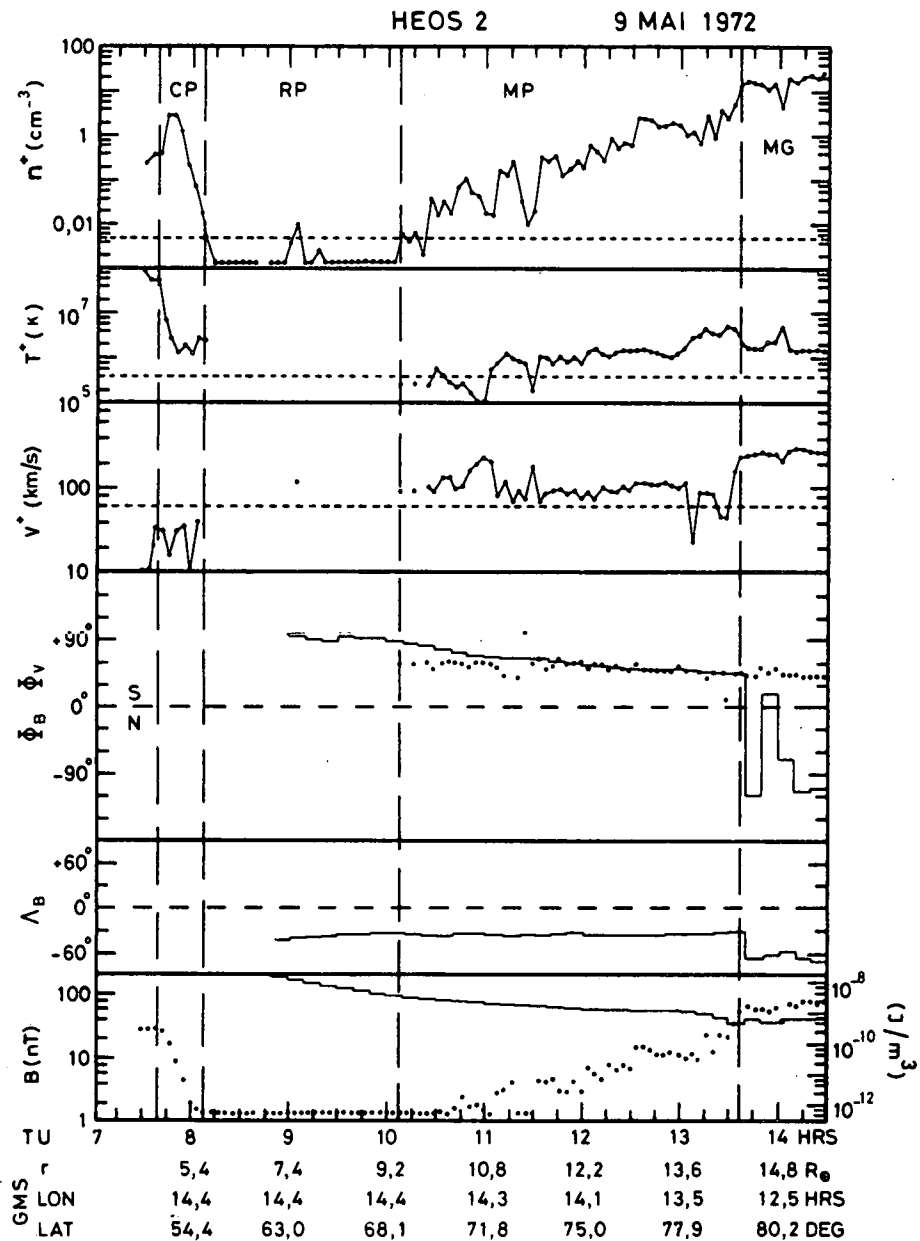


Fig. 14.- Structure du manteau de plasma telle que la montre les résultats des mesures effectuées par HEOS 2, lors d'une traversée de la magnétopause, le 9 mai 1972. Les paramètres du plasma sont relatifs aux protons et illustrent les variations de la concentration ( $n^+$ ), de la température ( $T^+$ ), de la vitesse moyenne ( $V^+$ ) et de la direction d'écoulement ( $\phi_V$ ) dans le plan équatorial du satellite, en fonction de la position de ce dernier. Voir texte. (D'après Rosenbauer et al., 1975).

trait interrompu)  $\phi_V = 0$ . La direction du champ magnétique est représentée dans le même système de référence (celui du satellite).  $\phi_B$  (courbe en trait continu) est la direction azimutale du champ magnétique.  $\phi_B = 0$  indique que la projection du champ dans le plan équatorial du satellite est dirigée vers le Soleil. Donc, un flux de protons et un champ magnétique ayant le même angle  $\phi$  ont des directions exactement opposées.  $\Lambda_B$  (5e partie de la figure) représente l'angle entre le champ magnétique et le plan équatorial du satellite (angle d'élévation). Ainsi,  $\Lambda_B < 0$  correspond à un champ magnétique ayant une composante dans le quadrant 6h-12h des temps locaux. Dans la dernière partie, la courbe en trait continu illustre l'intensité du champ magnétique (échelle de gauche). La densité d'énergie correspondante (en unité MKSA) est lue sur l'échelle de droite. La courbe en pointillés représente la densité totale d'énergie des protons ( $n^+ kT^+ + \frac{1}{2} n^+ m^+ v^+{}^2$ ).

A l'aide de la figure 14, on peut découvrir quelques-unes des propriétés du manteau de plasma. Avant 7:45 TU, le satellite se trouve dans une région caractéristique de la zone externe des ceintures de radiation de Van Allen, où les protons, en faible concentration, ont une température élevée. Vers 7:45 TU, HEOS 2 pénètre dans la région des cornets polaires, reconnaissable à une concentration locale de particules de température moins élevée, les ions énergétiques étant absents. Après la traversée du corne polaire, la concentration décroît, indiquant l'entrée du satellite dans les régions polaires. Après 10:15 TU, le manteau de plasma est détecté. On observe, en effet, une augmentation de la concentration des protons de faible énergie. Ceux-ci sont caractérisés par une vitesse d'écoulement de l'ordre de 100 km/s et par une température avoisinant  $10^6$  K. On constate également, par comparaison des angles  $\phi_V$  et  $\phi_B$ , que les protons s'écoulent le long du champ géomagnétique dans la direction anti-solaire. La vitesse d'écoulement et la température y sont sensiblement plus faibles que dans la magnétogaine, observée après traversée de la magnétopause, vers

13:35 TU. Celle-ci est identifiée, sans ambiguïté, par un changement brusque de la direction du champ magnétique (variations simultanées de  $\phi_B$  et  $\Lambda_B$ ). Dans le manteau de plasma, le champ magnétique est orienté suivant le champ géomagnétique et présente peu de fluctuations. Par contre, dans la magnétogaine, il est fortement variable, tant en intensité qu'en direction. A la magnétopause, la vitesse d'écoulement ne montre pas de changement notable d'orientation dans la direction nord-sud (angle  $\phi_V$ ). Remarquons que  $n^+$ ,  $T^+$  et  $V^+$  montrent bien une tendance à décroître à partir de la magnétopause jusqu'aux couches profondes du manteau.

#### 11.4.3. La couche d'entrée, zone de pénétration des particules alimentant le manteau de plasma

L'explication de la formation du manteau de plasma est fournie par Rosenbauer et al. (1975). Depuis les travaux de Frank (1971), il est en effet bien connu que les cornets polaires sont des régions dans lesquelles le plasma solaire peut s'engouffrer profondément. De plus, les mesures de champ électrique dans les régions aurorales et polaires, effectuées par satellites (Cauffman et Gurnett, 1972; Heppner, 1972) et par ballons (Mozer et al., 1974), démontrent l'existence d'un champ électrique polaire dirigé principalement de 6h vers 18h (temps local). Son intensité moyenne est d'environ 30 mV/m dont 70% se trouve dans la composante 6h-18h. Ainsi, on conçoit aisément que le plasma des cornets polaires subisse une dérive électrique ( $\vec{E} \wedge \vec{B}/B^2$ ) dirigée du côté nocturne. La combinaison de ces deux phénomènes, pénétration du plasma de la magnétogaine dans les cornets polaires et dérive simultanée de ce plasma vers la queue magnétosphérique, constitue l'explication la plus naturelle de la formation du manteau de plasma. Ainsi, on peut concevoir le mouvement du plasma de la façon suivante : à l'intérieur des cornets polaires, les particules se meuvent dans un champ magnétique d'intensité croissante au fur et à mesure qu'elles se

rapprochent de la Terre. Leurs moments magnétiques (proportionnels à  $v_{\perp}^2/B$  ou  $T_{\perp}/B$ ) étant conservés, les particules qui ne se trouvent pas dans le cône de perte, sont réfléchies en des endroits dépendant de leur angle d'attaque (angle initial entre  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$ ). Malgré la turbulence électrique (Fredericks et al., 1973) existant à l'intérieur des cornets polaires, la plupart des particules chargées sont réfléchies hors de la région convergente des lignes de force et se meuvent alors vers le haut. Dans le même temps, sous l'effet de la dérive électrique, le plasma est transporté dans la queue magnétosphérique, établissant ainsi le manteau de plasma.

L'épaisseur du manteau dépendra donc de l'intensité du champ électrique dans les cornets polaires. Plus cette intensité est élevée, plus la dérive électrique au travers des lignes de force est importante et plus l'épaisseur du manteau est grande. Ainsi, un champ électrique polaire de 20 mV/m explique bien une épaisseur de l'ordre d'un rayon terrestre à une distance du cornet de 3-4 rayons terrestres. Des valeurs plus grandes de l'épaisseur sont consistantes avec des mesures de l'intensité du champ électrique polaire atteignant parfois 80 mV/m (Mozer et al., 1974).

La diminution de la concentration au bord intérieur du manteau est une conséquence immédiate du mécanisme de formation : les particules dont l'angle d'attaque est faible pénètrent plus profondément à l'intérieur des cornets polaires et, pour des énergies identiques, y séjournent donc le plus longtemps. Dès lors, ces particules seront beaucoup plus déviées par le champ électrique, au travers des lignes de force des cornets polaires, que les particules réfléchies à plus haute altitude. La concentration diminue rapidement au bord intérieur du manteau puisque peu de particules peuvent pénétrer profondément dans les cornets polaires.

Dans leur mouvement le long des lignes de force du champ magnétique, les particules les moins énergétiques auront des dérives électriques transversales plus importantes que les particules rapides puisqu'elles séjournent longtemps dans les cornets polaires à cause de leur plus faible vitesse le long des lignes de force et puisque la dérive électrique ne dépend pas de l'énergie. Par conséquent, l'énergie moyenne et la vitesse d'écoulement vont décroître en allant de la magnétopause au bord intérieur du manteau. La figure 15 illustre schématiquement les trajectoires d'une particule rapide (cercles pleins) et d'une particule lente (cercles ouverts), réfléchies toutes deux à la même altitude (d'après Rosenbauer et al., 1975). Les instants successifs du mouvement sont représentés par des symboles du même type. Ainsi, les particules du manteau situées à la même distance du cornet polaire (à  $X_{MS}$  constant) ont quitté la région source à des instants différents, les particules les plus "âgées" se trouvant le plus loin de la magnétopause.

Théoriquement, le modèle cinétique de Lemaire et Scherer (1978) montre que l'injection de particules chaudes dans les cornets polaires donne naissance à un courant électrique aligné le long des lignes de force et dirigé vers le haut. La présence d'un intense champ électrique parallèle est due à l'existence d'une double couche électrostatique qui, pour les conditions frontières adoptées dans ce modèle, se trouve à une altitude d'environ 13000 km. Ce modèle indique également que la vitesse d'écoulement des protons du manteau de plasma est proportionnelle à la racine carrée de la température des protons de la couche d'entrée. De plus, la concentration des protons du manteau de plasma est approximativement la moitié de celle des protons de la couche d'entrée.

De ce qui précède, il résulte que la couche d'entrée, couche frontière magnétosphérique des régions polaires, est la région de pénétration des particules chaudes de la magnétogaine. Cette



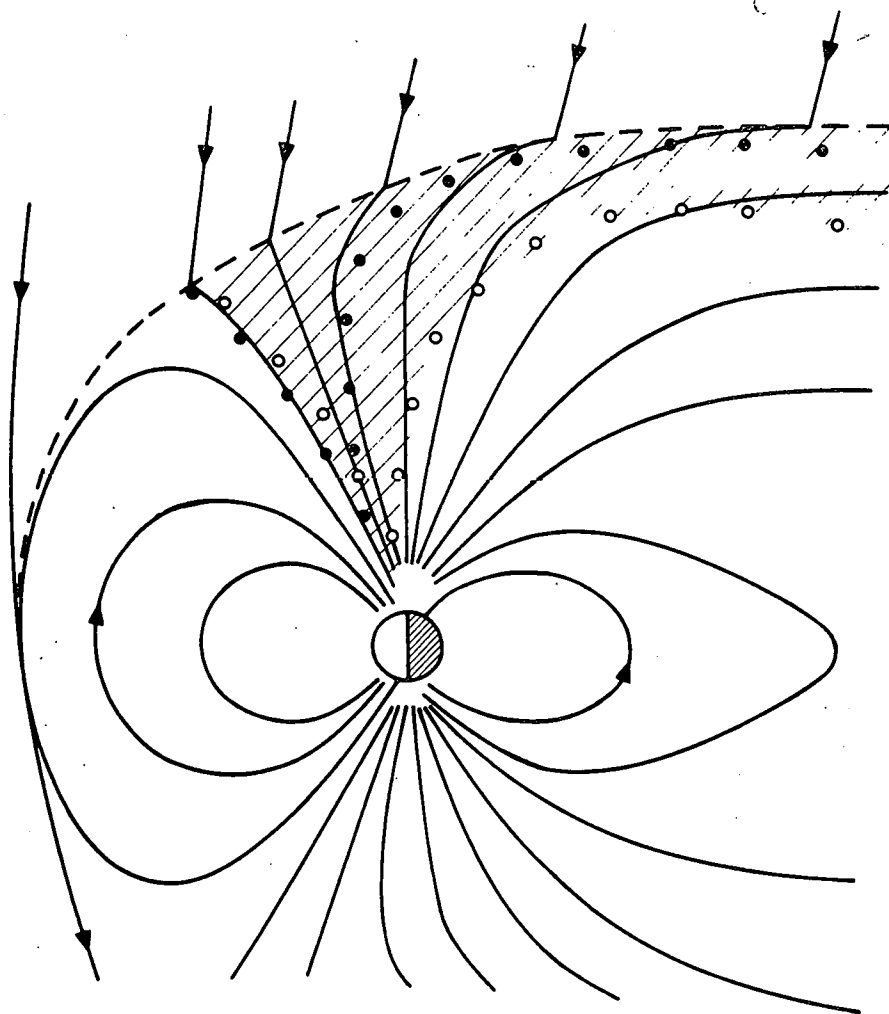


Fig. 15.- Représentation schématique, à des instants successifs, des mouvements d'une particule rapide (cercles pleins) et d'une particule lente (cercles vides) dans le cornet polaire et dans le manteau de plasma, lorsque ces particules sont réfléchies à la même altitude. (D'après Rosenbauer et al., 1975).

pénétration, ainsi que la dérive électrique au travers des lignes de force, ne nécessite pas obligatoirement l'adoption d'un modèle de magnétosphère ouverte. En effet, une magnétosphère fermée implique l'existence de points neutres (auxquels la turbulence du champ magnétique interplanétaire donne l'aspect de cornets), par lesquels le plasma solaire peut s'engouffrer. La présence d'un champ électrique polaire, dirigé de 6h vers 18h, serait induite par le mouvement initial du vent solaire au travers des lignes de force.

Bien que les propriétés du manteau de plasma peuvent être expliquées par le mécanisme de Rosenbauer et al., il est possible que des éléments de plasma du vent solaire aient aussi un accès direct aux régions du manteau directement adjacentes à la magnétopause. Le mécanisme invoqué est alors la pénétration impulsive d'inhomogénéités de plasma transportées par le vent solaire (Lemaire et Roth, 1978; Lemaire et al., 1979). Ce mécanisme de pénétration pourrait ainsi expliquer les observations de manteau uniforme dans des régions adjacentes à la magnétopause, mais qui se trouvent trop loin des lignes de force accessibles aux particules issues des cornets polaires, sources principales du manteau de plasma.

#### II.4.4. La couche frontière de basse latitude

Les observations relatives à la couche frontière de basse latitude (Eastman et al., 1976; Eastman et Hones, 1979a; Palmer et Hones, 1978; Haerendel et al., 1978) indiquent une augmentation de l'énergie moyenne des particules couplée avec une diminution de la concentration du plasma, en allant de la magnétopause vers la magnétophère. De plus, les données relatives aux électrons énergétiques (Eastman et Hones, 1979a; Palmer et Hones, 1978) montrent que la couche frontière de basse latitude est située à l'intérieur d'une région de lignes de force fermées.

Les observations de la figure 16, d'après Eastman et Hones (1979a), sont caractéristiques d'une traversée de la couche frontière de basse latitude. Cette traversée de IMP 6, le 22 mai 1972, est située très près du méridien de midi, à une distance géocentrique égale à  $10,9 R_{\oplus}$ , à une latitude  $\lambda_{\text{GMS}} = -40^{\circ}$  et à une longitude  $\phi_{\text{GMS}} = 354^{\circ}$ . Les différentes régions traversées sont identifiées dans la partie gauche de la figure sur base des données de plasma et de champ magnétique. Dans la partie droite, la concentration électronique dans la magnétopause est obtenue dans le mode rapide de l'analyseur électrostatique, soit une mesure de concentration toutes les 3 secondes. A travers toute la couche frontière de basse latitude, le spectre différentiel des électrons apparaît identique à celui des électrons de la magnétogaine. A partir de ces observations, les caractéristiques de la couche frontière de basse latitude peuvent se résumer comme suit :

- 1) La couche frontière de basse latitude est située dans une région de lignes de force géomagnétique fermées.
- 2) La concentration du plasma ( $n^-$ ) décroît progressivement en allant de la magnétopause vers l'intérieur de la magnétosphère.
- 3) L'énergie moyenne ( $\varepsilon^+$ ) des protons augmente progressivement à partir de la magnétopause pour atteindre une valeur égale à celle des particules de la magnétosphère. Il en est de même de l'énergie moyenne des électrons (voir figure 11).
- 4) La valeur de la vitesse moyenne des protons ( $V^+$ ) décroît progressivement avec la profondeur.
- 5) Pour 24 traversées sur 40, les données de IMP 6 ne révèlent pas, à la magnétopause, de changements notables de la concentration et du spectre des électrons. La magnétopause est alors identifiée par un changement de direction du champ magnétique (figure 16). Dans les autres cas, on observe une variation non négligeable de la concentration, avec des régions de plasma 'détachées' de la magnétogaine et isolées à l'intérieur de la magnétosphère. (Ceci peut être observé sur la figure 11, après 12:50 TU).

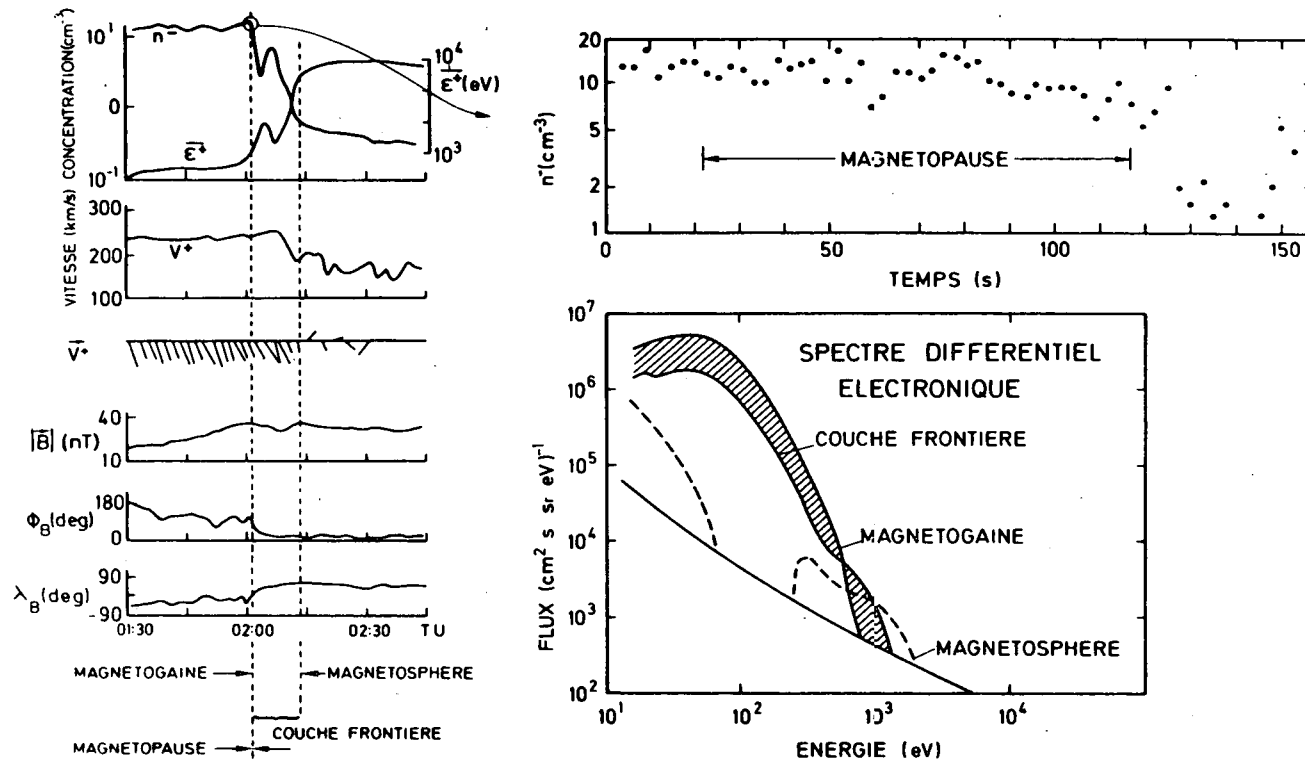


Fig. 16.- Cette traversée de la magnétopause, le 22 mai 1972, par la sonde IMP 6, est localisée près du méridien de midi, à  $r = 10,9 R_E$ ,  $\lambda_{GMS} = -40^\circ$  et  $\phi_{GMS} = 354^\circ$ . Les différentes régions rencontrées sont identifiées au bord inférieur gauche à partir des données de plasma et de champ représentées à la partie gauche de cette figure. Dans la magnétopause, la concentration électronique mesurée toutes les 3 secondes est illustrée à la partie supérieure droite. A la partie inférieure droite, le spectre différentiel des électrons apparaît identique à celui des électrons de la magnétogaine, dans toute la couche frontière. (D'après Eastman et Hones, 1979a).

- 6) Parfois, des augmentations notables de la concentration sont observées à l'intérieur de la couche frontière avec des diminutions correspondantes de l'énergie moyenne des particules (figures 11 et 16).
- 7) A l'intérieur de la couche frontière de basse latitude, le champ magnétique présente le même niveau de fluctuations que dans la magnétogaine, tant en intensité qu'en direction. La déviation standard de ces fluctuations de basse fréquence décroît dans la partie intérieure de la couche frontière de basse latitude.
- 8) L'épaisseur de la couche frontière de basse latitude est assez variable, s'étalant de 100 km à plusieurs milliers de kilomètres. Cette épaisseur augmente généralement à partir du point "subsolaire". Aucune corrélation entre cette épaisseur et la direction du champ magnétique interplanétaire n'a été mise en évidence jusqu'à ce jour.
- 9) La vitesse de masse du plasma, à l'intérieur de la couche frontière de basse latitude, possède une composante non négligeable, normale à la direction du champ géomagnétique local. Le plasma s'écoule généralement à partir du point "subsolaire", ainsi que le montre la figure 17 (d'après Eastman et Hones, 1979a). Cette figure illustre, en effet, les projections sur la surface magnétosphérique des directions du flux de plasma, observées par la sonde IMP 6, lors de 6 traversées de la magnétopause au voisinage du méridien de midi. Ces projections ont été calculées en supposant que le flux de plasma était tangent à la magnétopause.

Des micro-instabilités de plasma ont été proposées par Eastman et Gary (1979), comme processus responsables de la formation de la couche frontière de basse latitude. D'après ces auteurs, la micro-instabilité due à la fréquence de résonance hybride inférieure induit, en effet, des résistances électriques anormales rendant possible la diffusion du plasma au travers des lignes de force du champ magnétique. L'injection impulsive d'irrégularités de plasma au travers de la magnétopause (Lemaire et Roth, 1978) est également un processus concomitant de formation de la couche frontière de basse latitude (Lemaire, 1978).

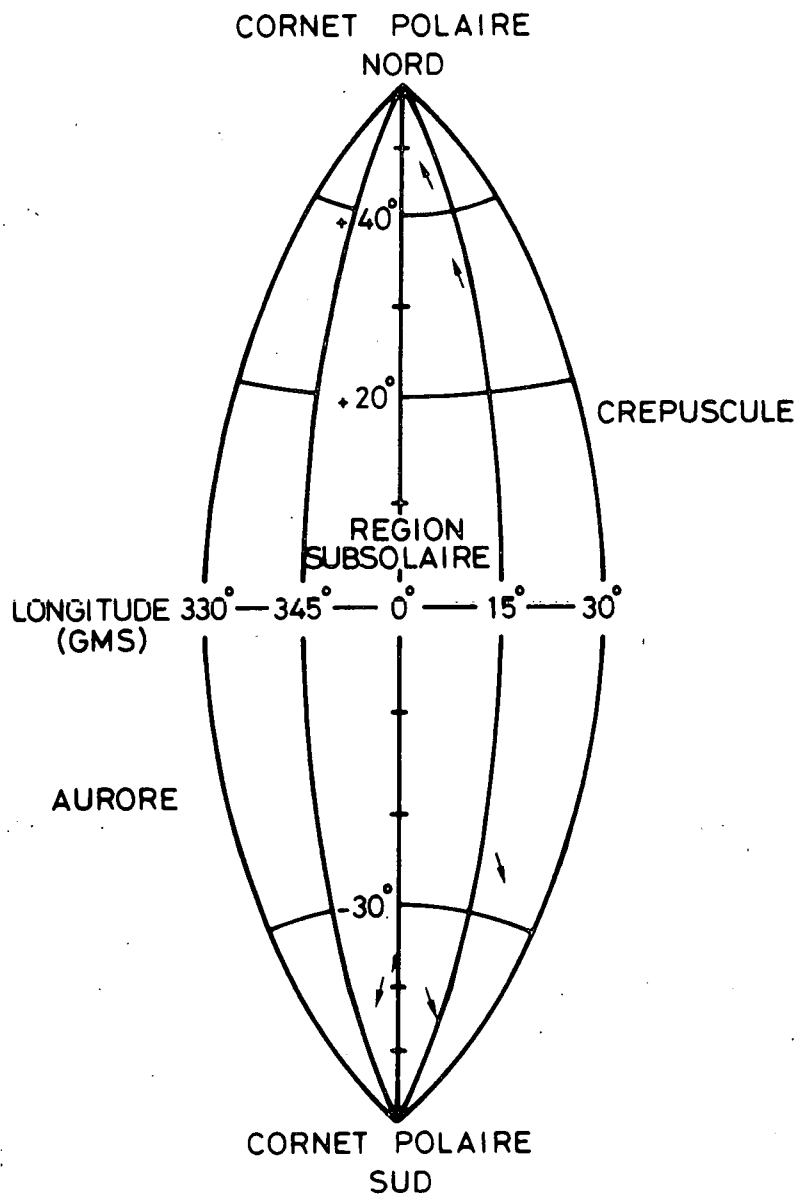


Fig. 17.- Directions d'écoulement du plasma dans la couche frontière de basse latitude pour 6 traversées de la magnétopause par la sonde IMP 6 au voisinage du méridien de midi. En supposant que l'écoulement est tangent à la magnétopause, ces directions sont projetées sur la frontière magnétosphérique, située du côté jour. (D'après Eastman et Hones, 1979a).

## CHAPITRE III : THEORIES MICROSCOPIQUES DE L'INTERACTION DU VENT SOLAIRE AVEC LA MAGNETOSPHERE

### III.1. INTRODUCTION

La structure microscopique de la magnétopause que décrivent les principaux modèles théoriques, requiert une analyse critique : c'est l'objet de ce chapitre. Ainsi (section III.2), le modèle de Ferraro est tout d'abord envisagé. Comme l'écrit Willis (1975), "l'oeuvre de Ferraro sur la structure de la magnétopause, en plus de son intérêt historique, fait partie intégrante et permanente d'un sujet d'une importance physique considérable". C'est en effet Ferraro qui, il y a presque trente ans, a écrit le premier article sur la structure microscopique de la magnétopause (Ferraro, 1952). Cependant, au cours des vingt années précédentes, de 1931 à 1941, Chapman et Ferraro avaient déjà publié une série d'articles célèbres sur l'origine des tempêtes géomagnétiques (Chapman et Ferraro, 1931; 1932; 1933; 1940; 1941). Parmi les nombreuses idées nouvelles pour l'époque, ces pionniers introduisirent le concept fondamental de couche de transition (la magnétopause en terminologie moderne) entre le champ géomagnétique et des jets intermittents de plasma s'écoulant radialement du Soleil. Mais, comme le modèle de Ferraro ignore le plasma magnétosphérique et la présence du champ magnétique interplanétaire, sa magnétopause est une mince couche frontière séparant un plasma démagnétisé d'un champ magnétique sous vide. Son épaisseur, égale à l'épaisseur de peau électronique, est contrôlée par un intense champ électrique de polarisation.

Le modèle de Parker (Parker, 1967a;b), à la différence du modèle de Ferraro, tient compte du plasma magnétosphérique. La magnétopause selon Parker (section III.3) devient ainsi une couche frontière complètement neutralisée, d'épaisseur égale au rayon de gyration des ions du vent solaire.

Ces théories fondamentales, basées sur la considération des trajectoires des particules chargées, admettent de nombreuses simplifications. C'est l'objet de ce travail que d'élaborer un modèle plus général (section III.4) tenant compte de l'agitation thermique des particules, du champ magnétique interplanétaire, des anisotropies de température et de l'écoulement du plasma de part et d'autre de la frontière.

## III.2. LA MAGNETOPOUSE SELON FERRARO

### III.2.1. Description qualitative

Comme l'épaisseur de la magnétopause est a priori négligeable en comparaison de son rayon de courbure, Ferraro (1952) fit l'hypothèse que chaque élément de cette frontière pouvait être traité comme un plan en première approximation. Dès lors, Ferraro considéra la situation stationnaire, représentée à la figure 18 (d'après Willis, 1975), pour laquelle un faisceau monocinétique d'ions et d'électrons de concentrations identiques est perpendiculaire à la magnétopause, au-delà de laquelle le champ magnétique est confiné. Dans un système de coordonnées locales lié à la magnétopause, l'axe des x est antiparallèle à la direction d'incidence des particules chargées et l'axe des z est orienté suivant la direction du champ magnétique. L'axe des y, parallèle au plan de la magnétopause, complète le système de coordonnées orthogonales.

Les ions et les électrons, étant supposés dépourvus d'agitation thermique, toutes les particules de même nature ont la même orbite qui est essentiellement rectiligne dans la région du vent solaire où le champ magnétique est supposé s'annuler. Cependant, comme les ions et les électrons pénètrent dans la couche frontière, le champ magnétique commence à se manifester, et les particules chargées, de



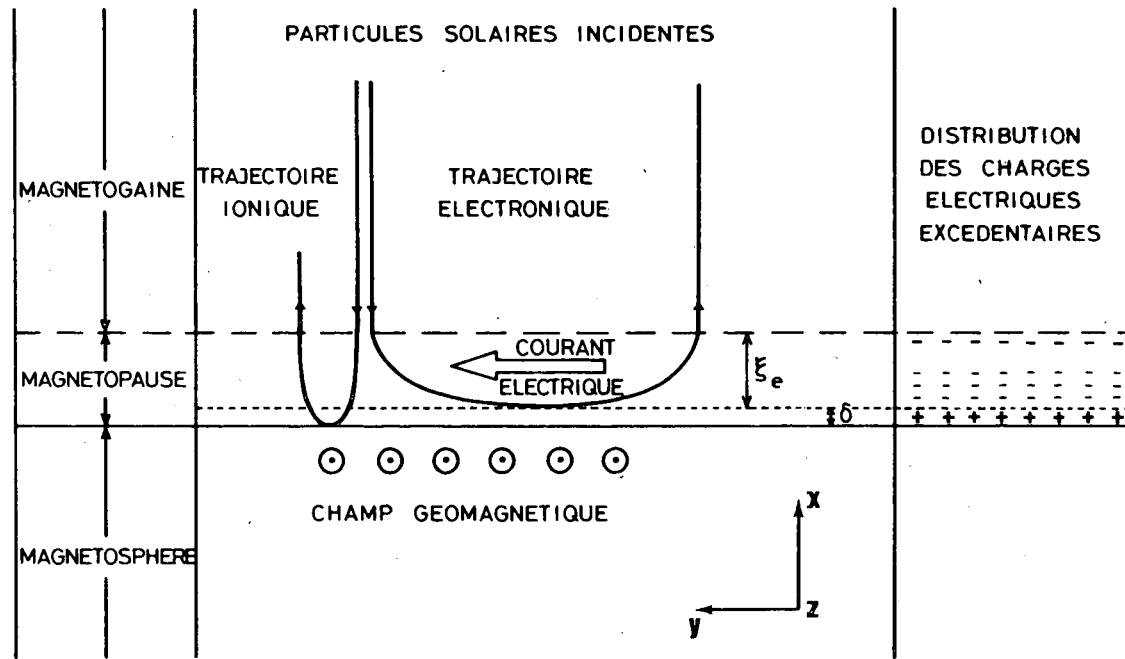


Fig. 18.- La magnétopause selon Ferraro. Illustration schématique des trajectoires des ions et des électrons de la magnétogaine, d'incidences normales à la magnétopause lorsque le champ électrique de polarisation dû à la séparation des charges est présent;  $\xi_e \sim 1$  km,  $\delta \sim 1$  m. (D'après Willis, 1975).

signes contraires, sont déviées transversalement dans des directions opposées. Ce mouvement transversal des particules engendre un courant électrique parallèle à la couche frontière (voir figure 18). Le champ magnétique empêche la pénétration du plasma et les particules sont finalement réfléchies avec une vitesse égale et opposée à leur vitesse incidente. A cause de leur plus grande rigidité, les ions ont tendance à pénétrer plus profondément dans le champ magnétique que les électrons. En conséquence, un champ électrique de polarisation, perpendiculaire à la couche frontière, s'établit. Ce champ électrique s'oppose à la séparation des charges de sorte que les ions et les électrons ont des orbites approximativement identiques dans la direction perpendiculaire à la couche frontière et la séparation des charges reste de toute façon petite. Les ions sont d'abord réfléchis par l'effet de la force de rappel que constitue la force due au champ électrique de polarisation plutôt que par celui de la force due au champ magnétique, si bien que leurs déplacements parallèles à la couche frontière sont très petits en comparaison de leurs déplacements perpendiculaires. Les électrons incidents sont, par contre, accélérés par le champ électrique et déviés par le champ magnétique jusqu'à ce qu'ils possèdent une énergie cinétique maximale presque égale à l'énergie initiale des ions. On voit ainsi que le champ électrique transfère de l'énergie des ions aux électrons. De cette façon, les électrons acquièrent une composante de vitesse parallèle à la couche frontière beaucoup plus grande que celle des ions. Pour cette raison, le courant électrique est essentiellement de nature électronique. Les électrons réfléchis sont finalement décélérés par le champ électrique et leur énergie est restituée aux ions réfléchis.

### III.2.2. Description microscopique

Pour le cas de l'incidence normale, décrite par la figure 18, le calcul des variations de l'induction magnétique et des concentrations des particules nécessite la considération de la trajectoire des particules (Phelps, 1973). Dans le système d'axes de la figure 18, les équations du mouvement des particules s'écrivent :

$$\frac{d^2 x^\pm}{dt^2} = \pm \frac{e}{m^\pm} \left( E + B \frac{dy^\pm}{dt} \right) \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{d^2 y^\pm}{dt^2} = \mp \frac{e}{m^\pm} B \frac{dx^\pm}{dt} \quad (\text{III.2})$$

Dans ces équations, les signes + et - correspondent, respectivement, aux protons et aux électrons. La charge du proton est désignée par e ( $= 1,602 \times 10^{-19}$  C) et t est la variable de temps. Désignant les composantes de la vitesse par

$$v_x^\pm = \frac{dx^\pm}{dt} \quad (\text{III.3})$$

et

$$v_y^\pm = \frac{dy^\pm}{dt} \quad (\text{III.4})$$

Ces équations s'écrivent encore

$$v_x^\pm \frac{dv_x^\pm}{dx} = \pm \frac{e}{m^\pm} \left( E + v_y^\pm B \right) \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{dv_y^\pm}{dx} = \mp \frac{e}{m^\pm} B \quad (\text{III.6})$$

Cette dernière équation s'intègre immédiatement

$$v_y^\pm(x) = \mp \frac{e}{m^\pm} \int_{+\infty}^x B(u) du \quad (\text{III.7})$$

Ces équations ne sont valables que si  $v_x^\pm \neq 0$  et ne sont donc pas applicables aux points de réflexion des particules où  $v_x^\pm = 0$ .

Substituant  $v_y^\pm$  dans l'équation (III.5) et intégrant, on obtient

$$v_x^{\pm 2} = \pm \frac{2e}{m^\pm} \int_{+\infty}^x E \, du - \frac{e^2}{m^{\pm 2}} \left( \int_{+\infty}^x B \, du \right)^2 + U^2 \quad (\text{III.8})$$

où  $U$  est l'intensité de la vitesse incidente des particules en  $x = +\infty$ . Les orbites sont symétriques par rapport à la direction normale à la couche frontière et issue des points de réflexion,  $v_x^\pm$  changeant de signe lorsque les particules passent par ces points.

A partir des équations (III.7) et (III.8), on peut maintenant déterminer les densités de charge  $\rho$  et de courant  $J$ . En effet, si  $n_i^\pm$  est la concentration des particules incidentes, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} (n_i^\pm v_x^\pm) = 0 \quad (\text{III.9})$$

Dès lors, on déduit :

$$n_i^\pm = \frac{n_{oi}^\pm U}{v_x^\pm} \quad (\text{III.10})$$

où  $n_{oi}^\pm$  est la concentration initiale des particules incidentes, en  $x = +\infty$ .

Puisque la concentration des particules réfléchies  $n_r^\pm$  égale la concentration des particules incidentes  $n_i^\pm$ , la concentration totale  $n^\pm$ , en un point  $x$ , est donnée par

$$n^\pm = \frac{2 n_{oi}^\pm U}{|v_x^\pm|} \quad (\text{III.11})$$

Grâce aux équations (III.7) et (III.11), il vient alors

$$\rho = e(n^+ - n^-) = e \left\{ \frac{2 n_{oi}^+ U}{|v_x^+|} - \frac{2 n_{oi}^- U}{|v_x^-|} \right\} \quad (\text{III.12})$$

$$J = n^+ e v_y^+ - n^- e v_y^- = - 2 \left( \frac{n_{oi}^+}{m^+ |v_x^+|} + \frac{n_{oi}^-}{m^- |v_x^-|} \right) e^2 U \int_{-\infty}^x B(u) du \quad (\text{III.13})$$

La détermination du champ électrique  $E(x)$  et du champ d'induction magnétique  $B(x)$  se fait à partir des équations de Maxwell

$$\epsilon_0 \frac{dE}{dx} = - \rho \quad (\text{III.14})$$

$$\frac{dB}{dx} = - \mu_0 J \quad (\text{III.15})$$

dans lesquelles  $\rho$  et  $J$  sont données par les équations (III.12) et (III.13). La vitesse normale,  $|v_x^\pm|$ , étant exprimée en termes de  $E$  et de  $B$  par l'équation (III.8), des solutions numériques pour les champs peuvent être obtenues. Des solutions analytiques peuvent cependant être trouvées en faisant l'approximation de quasi-neutralité et en supposant que les électrons sont seuls responsables du courant d'écran.

Cette dernière hypothèse se justifie puisque  $m^+ \gg m^-$  et dès lors, dans l'expression (III.13), la contribution des ions positifs est beaucoup plus petite que celle des électrons.

De l'approximation de quasi-neutralité et tenant compte de ce que  $n_{oi}^+ = n_{oi}^-$ , il vient, à partir des équations (III.11) et (III.8)

$$\begin{aligned} & \frac{2}{m^+} \int_{+\infty}^x E(u) du - \frac{e}{m^{+2}} \left( \int_{+\infty}^x B(u) du \right)^2 \\ &= - \frac{2}{m^-} \int_{+\infty}^x E(u) du - \frac{e}{m^{-2}} \left( \int_{+\infty}^x B(u) du \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

et dès lors

$$\int_{+\infty}^x E(u) du = - \frac{e}{2} \left( \frac{1}{m^-} - \frac{1}{m^+} \right) \left( \int_{+\infty}^x B(u) du \right)^2 \quad (\text{III.17})$$

Substituant cette équation dans (III.8), l'équation (III.15) devient, compte tenu de (III.13) où le courant ionique est négligé,

$$\frac{dB}{dx} = \mu_0 \cdot \frac{2 n_{oi}^- U e^2}{m^-} \frac{\int_{+\infty}^x B(u) du}{\left[ U^2 - \frac{e^2}{m^+ m^-} \left( \int_{+\infty}^x B(u) du \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (\text{III.18})$$

En posant

$$x = \xi_e x' = \left( \frac{m^-}{2 \mu_0 n_{oi}^- e^2} \right)^{1/2} x' \quad (\text{III.19})$$

$$B = (4\mu_0 n_{oi}^- U^2 m^+)^{1/2} B' = B_0 B' \quad (\text{III.20})$$

$$\chi = \int_{+\infty}^{x'} B'(u') du' \quad (\text{III.21})$$

l'équation (III.18) devient

$$\frac{d^2 \chi}{dx'^2} = \frac{\chi}{(1 - 2\chi^2)^{1/2}} \quad (\text{III.22})$$

Cette équation s'intègre une première fois pour donner

$$\frac{d\chi}{dx'} = + \left( \int \frac{2\chi}{(1 - 2\chi^2)^{1/2}} d\chi + C_1 \right)^{1/2} \quad (\text{III.23})$$

soit

$$\frac{d\chi}{dx'} = [C_1 - (1 - 2\chi^2)^{1/2}]^{1/2} \quad (\text{III.24})$$

où la constante d'intégration  $C_1$  est égale à 1 puisque  $B'(\infty) = \frac{d\chi}{dx'}(\infty) = 0$  et  $\chi(\infty) = 0$ .

La solution de l'équation (III.24) est finalement

$$\begin{aligned} x' &= \int \frac{1}{[1 - (1 - 2\chi^2)^{1/2}]^{1/2}} d\chi + C_2 \\ &= -\ln \left[ \text{tg} \left( \frac{1}{4} \arcsin \sqrt{2} \chi \right) \right] - 2 \cos \left( \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{2} \chi \right) + 0,53284 \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

pour

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq 0$$

La singularité  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  correspond au point singulier  $x' = 0$ , où les particules sont réfléchies, et détermine la constante  $C_2$  dans la solution (III.25). D'après (III.24), on a également

$$B'(x' = 0) = 1 \quad (\text{III.26})$$

Cette égalité indique que  $B_0$ , défini par l'équation (III.20), représente la valeur de l'induction magnétique en  $x = 0$ . De l'équation de balance des pressions (I.21), on déduit facilement, à partir de (III.20), que la pression du plasma, due à la réflexion spéculaire des particules, est donnée par

$$p = 2 n_{oi} m^+ U^2 \quad (\text{III.27})$$

où  $n_{oi}$  est la concentration des particules incidentes de l'un ou l'autre signe et où la pression due aux électrons a été négligée.

La figure 19, d'après Phelps (1973), montre les valeurs de  $B'$  et de  $n^-/n_{oi}^-$  en fonction de  $x'$ . Lorsque  $x' \rightarrow +\infty$ , il y a une atténuation exponentielle du champ magnétique, puisque l'équation (III.22) peut alors être approchée par l'équation



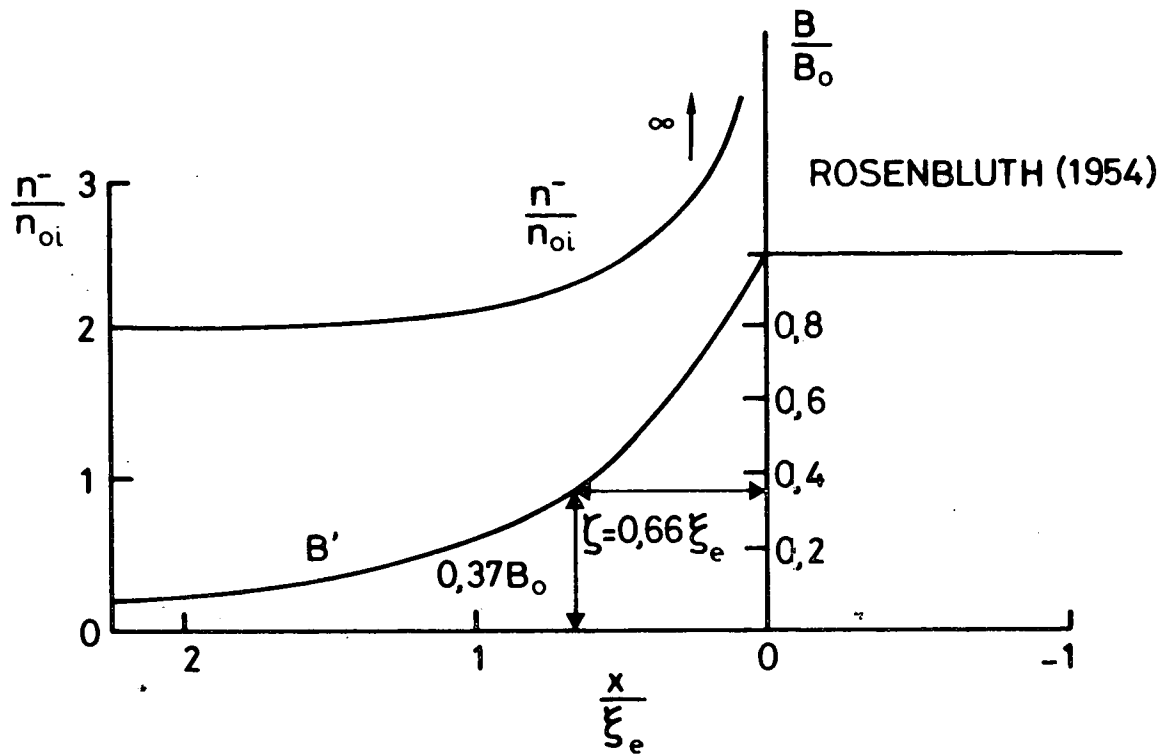


Fig. 19.- Structure de la couche frontière dans le modèle de Ferraro-Rosenbluth.  $\xi_e$  est la profondeur de peau électronique,  $B_0$  est l'induction magnétique en  $x = 0$  et  $n_{oi}$  représente la concentration des particules incidentes de l'un ou l'autre signe. (D'après Phelps, 1973).

$$\frac{d^2 \chi}{dx'^2} = \chi \quad (\text{III.28})$$

indiquant que l'épaisseur caractéristique de la couche frontière est la profondeur de peau électronique  $\xi_e$  définie par l'équation (III.19). Cette épaisseur est inversement proportionnelle à la racine carrée de la concentration des particules en  $x = +\infty$ . La figure 19 montre également que la concentration des particules tend vers l'infini lorsque  $x = 0$ . Ce résultat peu physique vient de ce que, dans l'approximation de quasi-neutralité, toutes les particules sont réfléchies en  $x = 0$ . On doit cependant s'attendre à ce que, dans un traitement rigoureux, ce comportement au voisinage des points de réflexion soit rendu plus réaliste, et qu'en réalité, les ions et les électrons soient légèrement séparés en  $x = 0$ . Dans un traitement rigoureux, Sestero (1965) et plus tard Davies (1967) ont montré que la distance de séparation des charges  $\delta$  (figure 18) entre les positions de pénétrations maximales des ions et des électrons est de l'ordre de la longueur de Debye des électrons

$$\delta = \left( \frac{\epsilon_0 m^- U^2}{n^- e^2} \right)^{1/2} = \frac{U}{c} \xi_e \quad (\text{III.29})$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide.

De plus, ce traitement rigoureux, consistant à résoudre exactement les équations (III.14) et (III.15), indique que les solutions numériques qui en découlent ne modifient par l'ordre de grandeur de l'épaisseur caractéristique définie par l'équation (III.19). Les électrons et les ions sont réfléchis en des endroits différents distants d'une longueur de l'ordre de  $\delta$ . Les protons, plus pénétrants, produisent une couche de charges positives dont l'épaisseur est de l'ordre du mètre

( $\delta = 2,5 \text{ m}$  lorsque  $n^- = 10^7 \text{ m}^{-3}$  et  $U = 4,5 \times 10^5 \text{ m/s}$ ). Cette séparation des charges est illustrée schématiquement à droite de la figure 18. La charge négative a une valeur maximale au point de réflexion des électrons et décroît rapidement, de façon exponentielle, dans le courant de plasma, avec une distance caractéristique de l'ordre du kilomètre ( $\xi_e = 1,7 \times 10^3 \text{ m}$  pour  $n^- = 10^7 \text{ m}^{-3}$ ), beaucoup plus grande que la distance de séparation des charges ( $\delta$ ). De cette manière, les électrons produisent le courant diamagnétique et les ions plus massifs sont freinés par un champ électrique de polarisation induit par la séparation des charges, empêchant celle-ci d'atteindre une valeur élevée. Le champ électrique s'annule donc des deux côtés de la couche frontière et cette couche est globalement neutre, mais non en chaque point, comme on le suppose dans le traitement analytique.

La magnétopause, selon Ferraro, est donc cette mince couche ( $\sim 1 \text{ km}$ ) dans laquelle le courant électrique d'écran s'écoule. L'intensité de ce courant ainsi que celles des champs électrique et magnétique s'atténuent exponentiellement dans le plasma avec une distance caractéristique égale à la profondeur de peau électronique définie par l'équation (III.19).

Dans un tube à décharges produisant l'effet de pincement ('pinch effet' dans la littérature anglo-saxonne), la structure des courants de surface conduisant au confinement du plasma est en tout point identique à la structure de la magnétopause de Ferraro (Rosenbluth, 1957). C'est pourquoi, on trouve parfois dans la littérature l'expression "modèle de Ferraro-Rosenbluth" pour désigner le premier modèle cinétique de la magnétopause. Ceci montre que le problème posé par la structure de la magnétopause, et plus généralement par la structure des couches limites présentes dans tout plasma cosmique (Fälthammar et al., 1978), se retrouve également, dans un contexte différent, dans les recherches liées au confinement des plasmas de fusion.

### III.2.3. Interprétation physique de l'épaisseur caractéristique

La profondeur de peau électronique  $\xi_e$ , définie par l'équation (III.19), est l'épaisseur caractéristique de la magnétopause de Ferraro. Des considérations physiques simples permettent de montrer comment cette distance s'érige en grandeur fondamentale du problème considéré (Phelps, 1973).

En effet, si  $\xi$  désigne l'épaisseur de la magnétopause de Ferraro, l'équation de Maxwell (III.15) peut être écrite sous la forme (la barre sur des variables physiques désigne ici et dans ce qui suit une 'moyenne' sur l'épaisseur de la couche),

$$\bar{B}/\xi = \mu_0 \bar{J} \quad (\text{III.30})$$

Si on néglige la contribution ionique, la densité moyenne de courant  $\bar{J}$  ne contient que la composante électronique, due, à la fois, aux électrons incidents et aux électrons réfléchis

$$\bar{J} = - 2 n_{oi} e \overline{v_y} \quad (\text{III.31})$$

La vitesse moyenne des électrons ( $\overline{v_y}$ ) peut être estimée de la façon suivante : En première approximation, le champ électrique dans la direction Ox est négligeable et les électrons subissent une force suivant Oy (due essentiellement à la force de Lorentz) d'intensité moyenne,  $\overline{|F|}$ , donnée par

$$\overline{|F|} = e \overline{|v_x|} \bar{B} \quad (\text{III.32})$$

où  $\overline{|v_x^-|}$  est l'intensité moyenne de la vitesse des électrons suivant Ox.  
Or,

$$\overline{|F|} = m^- \overline{|v_y^-|} / \tau_i^- \quad (\text{III.33})$$

$\tau_i^-$  étant le temps moyen pendant lequel les électrons incidents ont séjourné dans la couche frontière. Ce temps moyen vaut

$$\tau_i^- = \xi / \overline{|v_x^-|} \quad (\text{III.34})$$

Comme la composante y de la vitesse est inaltérée par la réflexion spéculaire et est négative, les équations (III.32), (III.33) et (III.34) permettent de déduire la vitesse moyenne des électrons suivant Oy,

$$\overline{v_y^-} = - e \xi \frac{\overline{B}}{m^-} \quad (\text{III.35})$$

L'introduction de cette expression dans l'équation (III.31) permet d'exprimer la densité moyenne de courant en fonction de l'épaisseur  $\xi$  et d'obtenir, à partir de l'équation (III.30), une estimation de cette dernière

$$\xi = \xi_e = \left( \frac{m^-}{2\mu_o n_{oi}^- e^2} \right)^{1/2} \quad (\text{III.36})$$

On voit donc que  $\xi$  correspond à l'unité de longueur  $\xi_e$  définie par l'équation (III.19). C'est également le rapport de la vitesse de la lumière  $c$  à la fréquence de plasma électronique  $\omega_p^-$ ,

$$\xi = c/\omega_p^- \quad (\text{III.37})$$

avec

$$\omega_p^- = \left( \frac{2n_{oi}^- e^2}{m^- \epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.38})$$

La profondeur de peau électronique  $\xi_e$  constitue donc une unité de longueur naturelle dans l'étude des couches limites entre plasma et champ magnétique (Ferraro, 1972; Willis, 1971; 1975; 1978).

L'épaisseur caractéristique de la couche frontière peut encore prendre une forme différente lui conférant une signification physique immédiate. En effet, à partir de la relation d'équilibre (I.21), exprimant la balance des pressions, et tenant compte des équations (III.27) et (III.36), nous obtenons

$$\xi_e = \sqrt{2} \left( \frac{m^- U}{eB} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m^+ U}{eB} \right)^{\frac{1}{2}} = (2 R^- R^+)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.39})$$

Cette équation montre que, dans le cas d'un plasma froid d'incidence normale à un champ magnétique, la profondeur de peau électronique est juste la moyenne géométrique des rayons de Larmor des électrons ( $R^-$ ) et des ions ( $R^+$ ), d'impulsions égales à leurs impulsions incidentes, dans le champ magnétique (maximum) adjacent à la couche frontière.

La profondeur de peau électronique peut aussi être exprimée plus pratiquement par la relation

$$\xi_e = \frac{5,3}{\sqrt{n^-}} \quad (\text{III.40})$$

où la densité totale des électrons est en  $\text{cm}^{-3}$ , et  $\xi_e$  en km.

#### III.2.4. Cas de l'incidence oblique par rapport à la magnétopause

Dans le paragraphe III.2.2, nous avons admis que le faisceau de plasma était d'incidence normale à la magnétopause, la composante correspondante étant renversée au cours du processus de réflexion.

Ces résultats sont essentiellement inaltérés, si les particules de la magnétogaine sont d'incidence oblique dans un plan perpendiculaire au champ magnétique, parce que cette composante transversale est inaltérée par le processus de réflexion. Tout se passe comme s'il y avait réflexion spéculaire des particules à la magnétopause. La figure 20 (d'après Willis, 1971) illustre cette situation. Dans ce cas, un champ électrique additionnel ( $\vec{E}_a$ )

$$\vec{E}_a = - \vec{U} \wedge \vec{B} \quad (\text{III.41})$$

est induit à la magnétopause à cause du mouvement transversal ( $\vec{U}_\perp$ ) du plasma au travers des lignes de force du champ magnétique. Ce champ électrique additionnel modifie le champ électrique de polarisation relatif à l'incidence normale. Il augmente ou diminue l'intensité de ce dernier, suivant le signe de  $U_\perp$ . Ainsi, lorsque le mouvement transversal des particules est antiparallèle au courant électrique d'écran (trajectoires

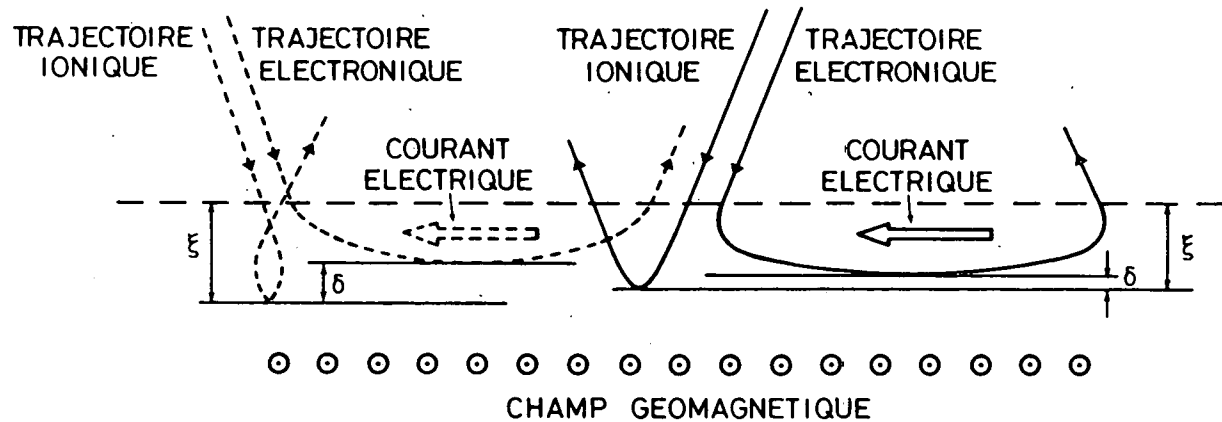


Fig. 20.- Illustration schématique des trajectoires des ions et des électrons pour deux cas d'incidence oblique par rapport à la magnétopause, mais perpendiculaire par rapport au champ géomagnétique. Le champ électrique de polarisation est présent dans cette figure.  $\xi$  est la profondeur de pénétration des ions et  $\delta$  est la distance de séparation des charges. Ce champ électrique est modifié à la magnétopause, à cause du mouvement transversal du plasma au travers des lignes de force. Lorsque le mouvement transversal incident des particules est antiparallèle au courant d'écran (trajectoires en trait interrompu), le champ électrique est plus intense que lors de l'incidence normale. Par contre, il est moins intense pour les trajectoires en trait plein, où le mouvement transversal incident des particules est parallèle au courant d'écran (D'après Willis, 1971).



en trait interrompu de la figure 20), le champ électrique résultant est plus intense que lors de l'incidence normale, ce qui se produit dans le secteur de temps local compris entre 6h et 12h. Par contre, lorsque le mouvement transversal du plasma est parallèle au courant électrique d'écran (trajectoires en trait plein de la figure 20), le champ électrique résultant est moins intense que lors de l'incidence normale, comme dans le secteur de temps local compris entre 12h et 18h.

La pression cinétique produite par les faisceaux incidents d'électrons et de protons peut être calculée à partir de sa définition (I.10). Si, comme dans le paragraphe 1.2.3,  $\varphi$  est l'angle entre la normale à la magnétopause et la direction d'incidence, la composante normale de la vitesse des particules est donnée par

$$v_x = \mp U \cos \varphi \quad (\text{III.42})$$

où les signes - et + sont relatifs aux particules incidentes et réfléchies, respectivement. La vitesse moyenne des électrons et des protons dans la direction normale à la magnétopause ( $V_x$ ) est donc nulle,

$$V_x = 0 \quad (\text{III.43})$$

et d'après (I.10),

$$P_{xx} = p_{xx} = p \quad (\text{III.44})$$

La dispersion perpendiculaire autour de la vitesse moyenne est alors, d'après (I.9),

$$w_x = \bar{v} U \cos \varphi \quad (\text{III.45})$$

Tenant compte des particules incidentes et des particules réfléchies, l'équation (I.11) montre que la pression normale ( $p$ ) exercée par les particules est bien celle donnée par l'équation (I.23), soit

$$p = 2 \rho_{oi} U^2 \cos^2 \varphi \quad (\text{III.46})$$

où  $\rho_{oi}$  est la masse volumique des particules incidentes.

La condition de balance de pressions, qui en résulte

$$2 \rho_{oi} U^2 \cos^2 \varphi = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{III.47})$$

montre que l'induction magnétique adjacente à la magnétopause varie avec la position le long de la frontière si le rayon de la magnétopause est fini. Cette équation est à la base des modèles théoriques décrivant la forme de la magnétopause (Mead et Beard, 1964; Midgley et Davis, 1963).

### III.3. LA MAGNETOPAUSE SELON PARKER

#### III.3.1. La neutralisation du champ électrique de polarisation

La magnétopause selon Ferraro est un modèle hautement idéalisé

qui ne tient pas compte de la présence des particules chargées remplissant la magnétosphère. Parker (1967a;b; 1968a) suggéra que la présence de ces particules magnétosphériques pouvait servir à neutraliser le champ électrique de polarisation puisque le plasma magnétosphérique ambiant est fortement conducteur le long des lignes de force du champ magnétique reliant, par les cornets polaires, la magnétopause à l'ionosphère. Dans ce modèle, l'ionosphère joue le rôle d'un réservoir inépuisable de particules thermiques.

La figure 21 (d'après Willis, 1971) illustre les modifications apportées à la structure de la couche frontière lorsqu'un plasma ambiant maintient en tout point la neutralité électrique. Si le champ électrostatique à la magnétopause est complètement neutralisé, les faisceaux incidents d'électrons et d'ions de la magnétogaine se meuvent indépendamment l'un de l'autre et chaque particule pénètre dans le champ géomagnétique sur une distance de l'ordre de son propre rayon de Larmor. Les trajectoires, illustrées par la figure 21, se rapportent au cas de l'incidence normale. Dans l'état stationnaire, il n'y a pas de transfert d'énergie des ions aux électrons et la majorité du courant électrique d'écran est transportée par les ions en raison de leurs plus grands rayons de gyration. La figure 21 montre également la distribution de l'excès de charges solaire, résultant de la pénétration plus profonde des ions incidents, et la distribution de neutralisation des charges ambiantes d'origine ionosphérique.

Le champ d'induction magnétique décroît exponentiellement dans la couche ionique avec une distance caractéristique d'atténuation (Willis, 1971; 1975) donnée par

$$D = \left( \frac{m^+}{m^-} \right)^{\frac{1}{2}} \xi_e \quad (\text{III.48})$$

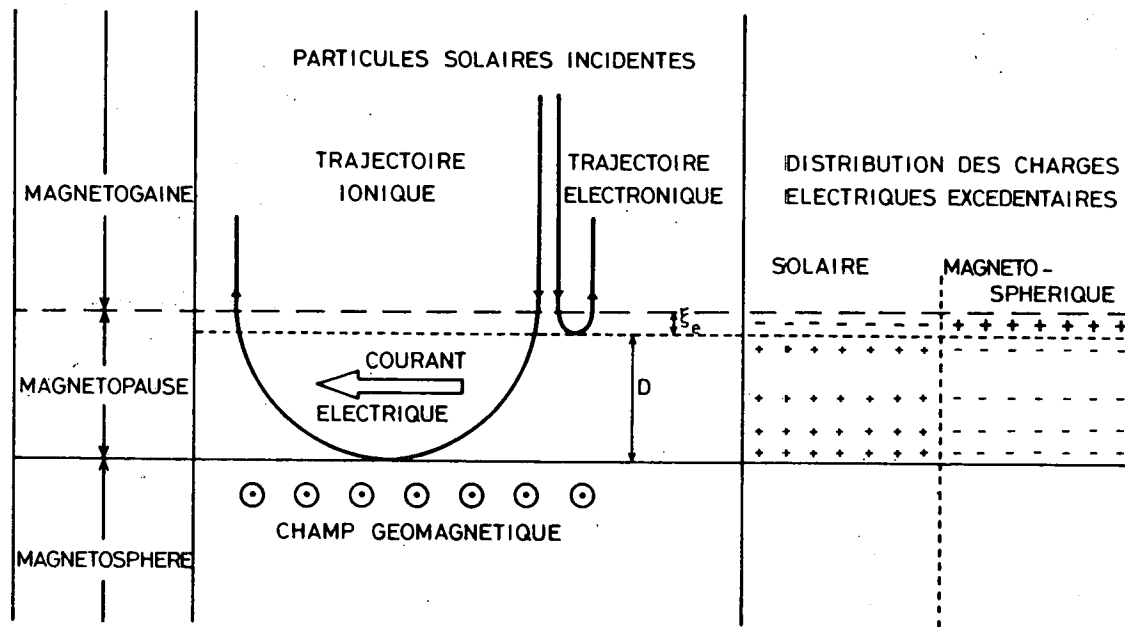


Fig. 21.- La magnétopause selon Parker. Illustration schématique des trajectoires ionique et électronique d'incidence normale à la magnétopause, lorsque le champ électrique de polarisation est complètement neutralisé par une distribution ambiante de particules chargées magnétosphériques. La partie droite de cette figure illustre la distribution de l'excès des charges solaires résultant de la pénétration plus profonde des ions incidents ainsi que la distribution de neutralisation des charges ambiantes d'origine ionosphérique.  $D \sim 100 \text{ km}$ ,  $\xi_e \sim 1 \text{ km}$ . (D'après Willis, 1971).

où  $\xi_e$  est la profondeur de peau électronique définie par l'équation (III.36). Lorsque le point de réflexion des électrons est atteint, l'induction magnétique décroît toujours exponentiellement, mais avec une distance caractéristique d'atténuation égale à  $\xi_e$ . De l'équation (III.39), on déduit que  $D$  est de l'ordre du rayon de gyration  $R^+$  des ions ( $D = \sqrt{2} R^+$ ), soit environ 100 km pour les ions caractéristiques de la magnétogaine.

Cependant, ainsi que Ferraro et Davies l'avaient initialement suggéré dès 1968 (Ferraro et Davies, 1968), une neutralisation complète du champ électrique de polarisation ne peut jamais être atteinte puisque la pression exercée par le vent solaire sur la cavité géomagnétique fluctue continuellement. Dans ces conditions, il est nécessaire de comparer le temps caractérisant l'établissement de charges électriques de polarisation induites par un changement de pression du vent solaire, avec la constante de temps propre à la neutralisation du champ électrostatique résultant de l'établissement de ces charges.

Dans l'approche développée par Willis (1970), les deux tubes de force reliant la magnétopause à l'ionosphère sont traités comme des lignes de transmission coaxiales et sans pertes. La figure 22 (d'après Willis, 1971), représente une idéalisation du couplage électrique entre l'ionosphère et la magnétosphère sous forme d'un circuit électrique. Dans ce modèle, les couches supérieures de l'ionosphère sont assimilées à des disques annulaires résistifs et la magnétopause à une capacité. Ainsi, après une augmentation brutale de la pression du vent solaire, la couche frontière classique de Ferraro est formée très rapidement et des charges de polarisation sont créées à la magnétopause, comme le montre la figure 22. Cependant, la variation temporelle du champ électrique résultant de l'établissement de ces charges crée un courant électrique induit à l'intérieur du plasma qui neutralise très rapidement une grande partie des charges. Willis (1970) a calculé que le champ électrostatique résiduel était complètement déchargé au bout de quelques heures, à

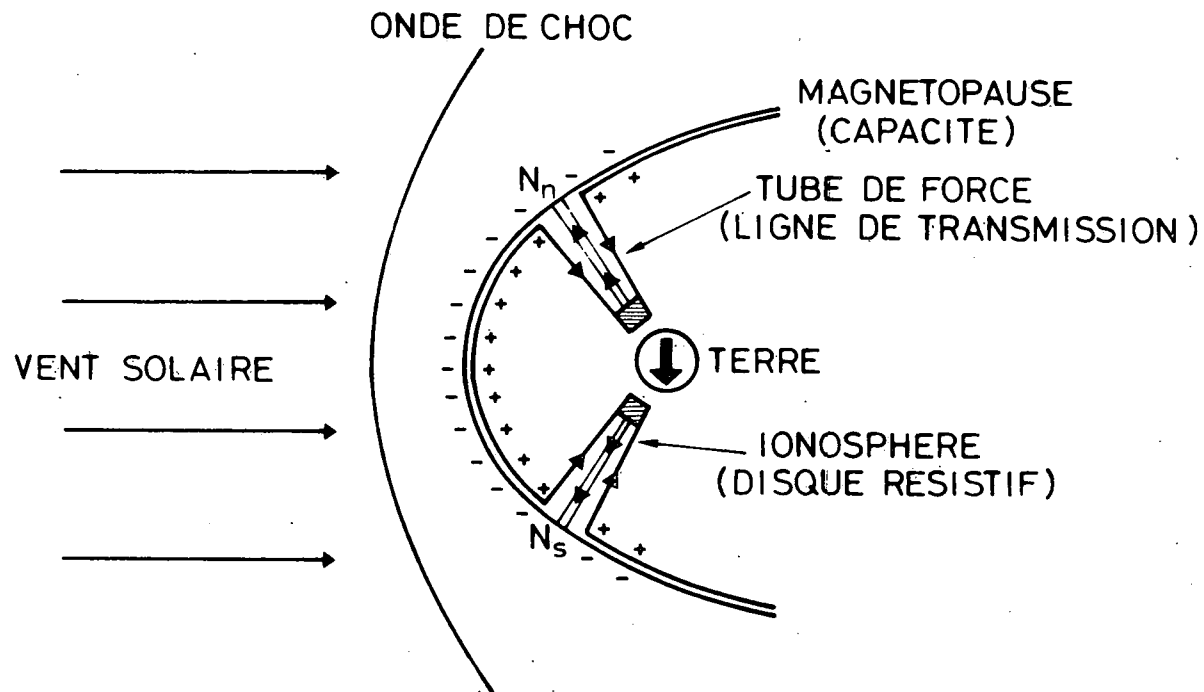


Fig. 22.- Illustration schématique du couplage ionosphère-magnétosphère. Dans ce modèle, les terminaisons ionosphériques sont assimilées à des disques résistifs et la magnétopause à une capacité. Les deux tubes de force géomagnétiques reliant la magnétopause à l'ionosphère sont traités comme des lignes de transmission coaxiales et sans pertes. Les charges de polarisation présentes à la magnétopause et les courants de neutralisation qui s'écoulent dans le plasma ambiant sont aussi représentés sur cette figure. (D'après Willis, 1971).

travers le circuit électrique de la figure 22. Cette constante de temps, relativement longue, suggère que le champ électrostatique ne peut pas être complètement neutralisé puisque la pression du vent solaire varie sur des intervalles de temps beaucoup plus courts.

De plus, des observations effectuées à bord de satellites suggèrent que la résistivité électrique pourrait être anormalement élevée dans les cornets polaires (Fredricks et al., 1973) en raison d'une activité électromagnétique importante dans ces régions. Cette résistivité élevée servirait, dès lors, à maintenir le champ électrostatique résiduel à la magnétopause. Cependant, la précipitation d'électrons auroraux provoque une augmentation de la conductivité de Pedersen dans l'ionosphère polaire (Kennel et Rees, 1972) qui, d'après Willis (1970), tendrait à réduire la constante de temps relative à la neutralisation du champ électrique résiduel. Toutefois, en raison de la rareté de données expérimentales appropriées, il est difficile d'estimer jusqu'à quel degré l'augmentation de la conductivité de Pedersen dans l'ionosphère polaire, pendant les tempêtes géomagnétiques, peut contrebalancer la résistivité anormalement élevée présente aux altitudes élevées.

### III.3.2. Stabilité de la magnétopause dans les modèles élémentaires

Dans ce qui précède, l'hypothèse est faite que le plasma solaire est d'incidence normale au champ géomagnétique (voir figures 18, 20 et 21). Dans une série d'articles, Parker (1967a; 1967b; 1968a) argumenta qu'un équilibre de confinement n'était pas possible à la magnétopause lorsque l'écoulement du plasma possédait une composante parallèle au champ géomagnétique.

La figure 23 (d'après Willis, 1975) illustre cette situation. Les courants électriques parallèles au champ géomagnétique  $\vec{B}_0$  et associés aux mouvements des ions et des électrons excédentaires, créent une induction magnétique additionnelle qui est perpendiculaire au champ

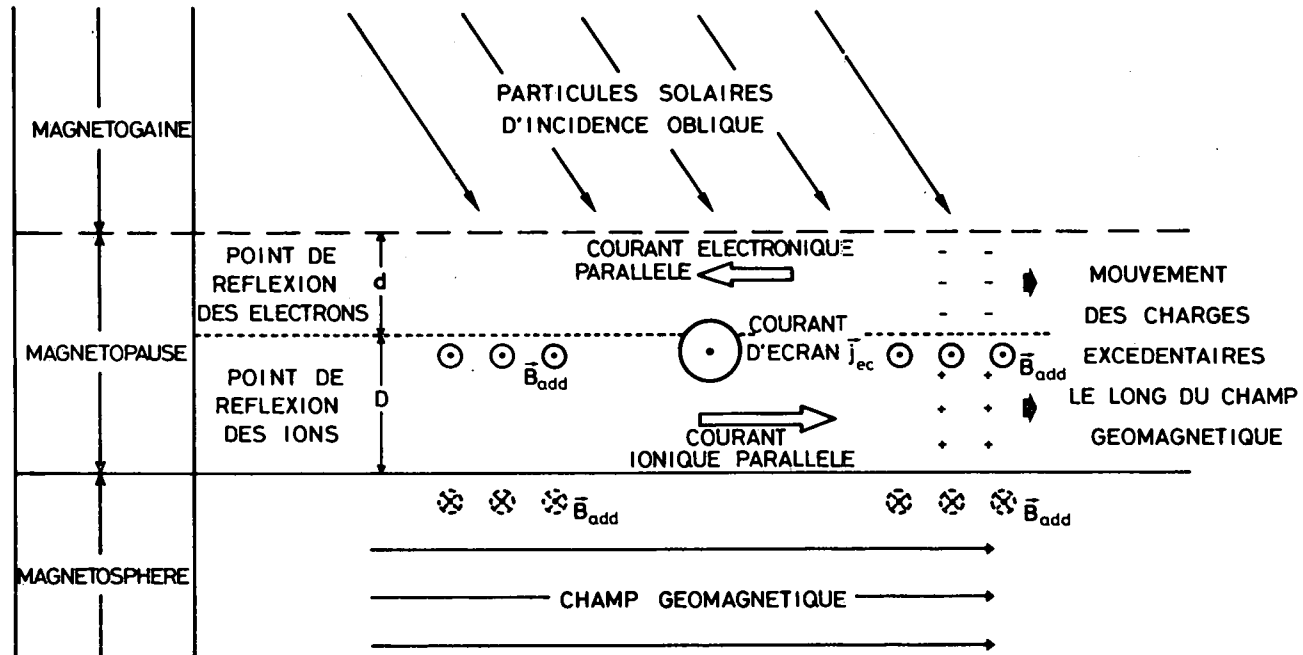


Fig. 23.- Des courants parallèles et une induction magnétique additionnelle  $\vec{B}_{add}$  sont présents lorsque les ions et les électrons incidents ont une composante de vitesse initialement parallèle au champ géomagnétique. Le courant d'écran  $j_{ec}$  et l'excès des charges solaires correspondent au courant et aux charges solaires illustrées par la figure 21.  $D \sim 100$  km,  $d = \xi_e \sim 1$  km. (D'après Willis, 1975).



géomagnétique. Dans le cas de l'incidence normale par rapport au champ dipolaire, analysée dans les paragraphes précédents, les courants parallèles s'annulaient et seul le courant d'écran confinait le champ. Par contre, dans le cas de l'incidence oblique représentée par la figure 23, la force électromagnétique engendrée par l'action de l'induction magnétique additionnelle ( $\vec{B}_{add}$ ) sur le courant ionique parallèle ( $\vec{j}_{//}^+$ ), est dirigée vers l'intérieur de la magnétosphère ( $\vec{F}_2 = \vec{j}_{//}^+ \wedge \vec{B}_{add}$ ) et est donc opposée à la force associée au courant d'écran ( $\vec{F}_1 = \vec{j}_{ec} \wedge \vec{B}_0$ ), dirigée vers l'intérieur du plasma et permettant le confinement du champ. (Une situation analogue existe également si l'écoulement possède une composante antiparallèle au champ géomagnétique). Une hypothèse avancée par Parker (1967a; 1967b) est que la force  $\vec{F}_1$  est balancée par la force de pression due à l'impact des ions du vent solaire et que le champ géomagnétique n'est pas perturbé par l'induction magnétique additionnelle, c'est-à-dire que celle-ci s'annule dans la portion de la magnétosphère adjacente à la magnétopause. Dès lors, la force  $-\vec{F}_2$  que les ions solaires exercent "sur" l'induction magnétique additionnelle a pour effet de "repousser" les lignes de force de ce champ vers l'intérieur du plasma, plutôt que de les confiner à l'intérieur de la magnétosphère. Ainsi, Parker conclut-il que le confinement du champ géomagnétique ne peut être réalisé que si la pression électronique reste suffisamment importante que pour permettre le confinement du champ additionnel. Autrement dit, les électrons solaires devraient produire, parallèlement au champ géomagnétique, un courant électronique total (densité de courant intégrée sur l'épaisseur de la couche électronique) égal et opposé au courant parallèle total transporté par les ions, de sorte que le courant parallèle global serait nul.

Aussi, Parker raisonne-t-il de la façon suivante : Si les particules sont dépourvues d'agitation thermique, le courant parallèle électronique créé par le seul mouvement des électrons le long du champ géomagnétique, ne pourrait compenser le courant correspondant des ions, en raison du plus grand rayon de gyration de ces derniers. Si,

par contre, le plasma est soumis à l'agitation thermique, une estimation grossière des courants donne

$$I_{ec}^+ \sim 2e n_{oi} \langle w^+ \rangle R^+ \quad (\text{III.49})$$

$$I_{\parallel}^- \leq 2e n_{oi} \langle w^- \rangle R^- \sim I_{ec}^+ \quad (\text{III.50})$$

$$I_{\parallel}^+ \sim 2e n_{oi} U_{\parallel} R^+ = \frac{U_{\parallel}}{\langle w^+ \rangle} I_{ec}^+ \quad (\text{III.51})$$

où  $I_{ec}^+$  et  $I_{\parallel}$  sont les intensités des courants intégrés,  $\langle w \rangle$  est la vitesse d'agitation thermique et  $U_{\parallel}$  est la composante parallèle de la vitesse d'écoulement. Tant que l'écoulement reste subsonique ( $U_{\parallel} < \langle w^+ \rangle$ ), on voit d'après l'équation (III.51) que

$$I_{\parallel}^+ < I_{ec}^+ \quad (\text{III.52})$$

Or, l'intensité du courant électronique ( $I_{\parallel}^-$ ) donnée par l'équation (III.50) est certainement une valeur maximale. Donc, d'après les inégalités (III.50) et (III.52), on voit qu'il existe une possibilité d'avoir  $I_{\parallel}^- = I_{\parallel}^+$  lorsque l'écoulement parallèle est subsonique. Par contre, si cet écoulement devient supersonique ( $U_{\parallel} > \langle w^+ \rangle$ ), alors, d'après (III.50) et (III.51),

$$I_{\parallel}^+ > I_{ec}^+ > I_{\parallel}^- \quad (\text{III.53})$$

et il devient impossible d'obtenir  $I_{\parallel}^- = I_{\parallel}^+$ . En conséquence, l'équilibre de confinement ne peut pas être atteint puisque la force  $\vec{F}_2$  n'est pas entièrement balancée.

Le point de vue de Parker, selon lequel un équilibre est impossible tant que l'écoulement parallèle reste supersonique, corrobore toute une série d'articles (Parker, 1967a;b; 1968a;b; 1969; Lerche, 1967; Lerche et Parker, 1967; 1970; Su et Sonnerup, 1971) et semblait faire l'acceptation générale. Cependant, ainsi que le font remarquer à juste titre Storey et Cairo (1978; 1979), il n'y a aucune raison de poser l'hypothèse que le courant parallèle intégré doit être nul. En fait, les conditions aux frontières du champ additionnel doivent être re- considérées. Sous cette nouvelle optique, Storey et Cairo peuvent déduire qu'il existe des conditions frontières appropriées pour lesquelles l'équilibre est possible pour n'importe quelle vitesse d'écoulement.

Ainsi, le champ magnétique additionnel ne s'annule pas dans les régions de la magnétosphère adjacentes à la magnétopause. Aux vitesses supersoniques, ce champ devient supérieur au champ géomagnétique (Storey et Cairo, 1978), ce qui a pour effet de comprimer en quelque sorte la couche frontière lui conférant une épaisseur inférieure au rayon de gyration des ions. En fait, pour une vitesse d'écoulement supersonique donnée, il existe une épaisseur limite que Storey et Cairo (1978) déduisent proportionnelle à  $\langle w^+ \rangle / U_{II}$ .

Les résultats de Storey et Cairo confirment une analyse antérieure de Davies (1968; 1969) basée sur la résolution "auto-consistante" des équations de Maxwell et de l'équation de continuité relativement aux problèmes de l'incidence oblique par rapport au champ géomagnétique (1968) ou oblique par rapport au courant d'écran (1969). Ainsi, dans le cas de l'incidence parallèle au champ géomagnétique, Davies arrive à la conclusion que  $I_{II}^-$  et  $I_{II}^+$  diffèrent en intensité, et donc que, contrairement à l'hypothèse de Parker, l'induction magnétique additionnelle ne s'annule pas à la frontière du plasma. Ses calculs confirment un résultat déjà suggéré par Ferraro et Davies (1968) pour lequel l'induction magnétique additionnelle reste négligeable en comparai-

son du champ géomagnétique, tant que le champ électrique de polarisation n'est pas neutralisé à au moins 95%. Dans ce cas, une composante de vitesse parallèle au champ géomagnétique affecte à peine la structure de la magnétopause, qui reste alors analogue à la structure du modèle de Ferraro décrit au paragraphe III.2.1. Par contre, lorsque la neutralisation est élevée, voire complète, l'induction magnétique additionnelle change de direction à l'intérieur même de la couche ionique. Dès lors, le vecteur induction additionnelle possède des directions opposées aux points de réflexion des électrons et aux points de réflexion des ions. La figure 23 est, en fait, relative à cette situation où l'on a représenté par des croix en pointillés l'induction magnétique additionnelle dans la région de la magnétosphère adjacente au plasma solaire. Cette induction serait alors dominante aux points de réflexion des ions, même pour des vitesses subsoniques (en désaccord avec le modèle de Storey-Cairo). La pression magnétique totale au bord du plasma balance exactement la pression cinétique des particules impartie à la surface extérieure de la couche frontière. Celle-ci est donc bien en équilibre.

Davies (1969) a également étudié le cas de l'incidence oblique pour laquelle les particules du vent solaire possèdent une composante de vitesse initialement antiparallèle au courant d'écran, tout en ne possédant pas de composante dans la direction du champ magnétique. Cette étude, basée aussi sur la résolution numérique simultanée des équations gouvernant les champs et le plasma, montre qu'à nouveau la structure de la magnétopause est à peine altérée par cette nouvelle composante de vitesse tant que le champ électrique de polarisation n'est pas neutralisé. La situation est alors analogue à celle illustrée par les trajectoires en trait interrompu de la figure 20. Par contre, lorsque le champ électrique de polarisation se trouve complètement neutralisé, Davies montre que la direction de l'induction magnétique est alors opposée à celle qu'aurait cette même induction dans le cas de l'incidence normale, pourvu que

$$U_{//} > \frac{m^-}{m^+} U_{\perp} \quad (\text{III.54})$$

(Ici  $U_{//}$  et  $U_{\perp}$  désignent, respectivement, les composantes de la vitesse des particules initialement parallèle et initialement perpendiculaire au courant d'écran). Comme le champ géomagnétique augmente rapidement lorsqu'on pénètre dans la magnétosphère, on arrive alors au résultat que le champ équatorial doit s'annuler sur une courbe située à l'intérieur de la magnétosphère, dans le secteur des temps locaux compris entre 6h et 12h. Cette topologie du champ géomagnétique, ainsi que le fait remarquer Willis (1971), est peu compatible avec les concepts actuels de la topologie tridimensionnelle de la magnétosphère.

Cette difficulté à cerner la réalité qu'ont en commun les modèles décrits jusqu'ici, montre bien que les hypothèses de départ, qui ont servi à en fixer les conditions frontières, sont en réalité trop simplificatrices. C'est pourquoi, au paragraphe suivant, nous allons introduire le modèle que nous développerons dans ce travail. Il est en fait, un modèle réaliste de la magnétopause qui supprime les hypothèses simplificatrices introduites dans les diverses théories antérieures.

#### III.4. LES PRINCIPES D'UN NOUVEAU MODELE

##### III.4.1. Eléments des modèles élémentaires

Les modèles élémentaires que nous avons décrits dans les paragraphes précédents sont très idéalisés. Tout d'abord, même si le modèle de Parker tient compte de la présence des particules magnétosphériques, tous négligent cependant le champ magnétique interplanétaire et l'agitation thermique des particules. De plus, les solutions numériques (Davies, 1968, 1969) basées sur la résolution des équations de Maxwell et de l'équation de continuité ne conduisent pas toujours à

des résultats physiquement acceptables, puisque la neutralité électrique globale du plasma n'est généralement pas atteinte dans ces solutions. Au surplus, certaines de ces solutions, ainsi que nous l'avons vu au paragraphe précédent (III.3.2), prédisent une topologie du champ magnétosphérique peu conforme à la réalité. Le problème de l'existence de configuration d'équilibre dans le cas où le plasma solaire possède une composante de vitesse parallèle à la magnétopause doit également être reconsidéré dans un contexte plus général, celui de la théorie cinétique des plasmas magnétisés.

Retenons que le grand mérite de ces premiers modèles, construits à partir d'une théorie cinétique basée sur l'étude des orbites des particules individuelles dans le champ électromagnétique, et dont Ferraro fut le précurseur, réside dans leurs capacités à expliquer le confinement du champ géomagnétique par le plasma solaire.

Néanmoins, on doit cependant reconnaître que des simplifications trop draconiennes caractérisent la plupart des modèles théoriques s'attachant à la description de la structure microscopique de la magnétopause. De telles simplifications conduisent, soit à l'élimination d'une quantité physique importante comme le champ magnétique interplanétaire, soit à l'introduction d'idéalisations inacceptables comme l'absence des effets cinétiques. Enfin, les récentes observations effectuées par satellites indiquent que la structure microscopique de la magnétopause peut prendre une diversité de formes, d'apparences très complexes, et cette constatation explique la difficulté d'une formulation adéquate d'un modèle théorique.

#### III.4.2. La structure de la magnétopause considérée dans le cadre de la théorie cinétique des plasmas

En fait, les recherches ayant pour objectif le confinement des plasmas de fusion, ont suscité les premières études théoriques sur la

structure des couches limites dans les plasmas magnétisés (par exemple, Rosenbluth, 1957). Grad (1961) a montré que l'épaisseur minimale de la couche limite séparant un champ magnétique uniforme d'un plasma non magnétisé était atteinte lorsqu'il n'y avait pas de particules piégées à l'intérieur de la couche limite. Cette épaisseur minimale est la profondeur de peau électronique définie par l'équation (III.36). Longmire (1963), considérant le même problème, a montré que, sans particules piégées, il ne pouvait pas y avoir de solution d'équilibre lorsque la distribution du plasma était maxwellienne à distance suffisante de la couche limite.

Aux fins de décrire la structure microscopique de la magnétopause, nous allons développer un modèle théorique qui inclut dans ses conditions aux frontières les facteurs essentiels négligés par les premières théories. Dans ce but, le problème sera traité dans le cadre de la théorie cinétique des plasmas basée sur la résolution simultanée des équations de Maxwell et des équations d'évolution des fonctions de distribution des vitesses. Ainsi, la magnétopause sera traitée comme une couche limite au sein d'un plasma magnétisé. D'ailleurs, des premières études théoriques de telles couches limites ont déjà été entreprises par Harris (1962) et Sestero (1964, 1966). Appliquées au problème de la détermination de la microstructure de la magnétopause, ces études ont conduit Alpers (1969) et Kan (1972) à considérer la frontière magnétosphérique dans le cas particulier d'une couche limite complètement neutralisée, alors que le champ électrique ne peut pas être nul.

Au chapitre suivant, nous utiliserons la théorie cinétique des plasmas sans collisions en vue de décrire la structure microscopique de la magnétopause, sans introduire l'interconnexion entre le champ magnétique interplanétaire et le champ géomagnétique. Ainsi, la magnétopause s'identifie à une discontinuité tangentielle du champ magnétique qui tient compte de la présence du champ électrique de polarisation

normal à la couche frontière. De plus, un plasma à plusieurs constituants est considéré dans la formulation générale de la théorie et les conditions frontières n'excluent pas la présence du champ magnétique interplanétaire. Enfin, l'agitation thermique anisotrope des particules ainsi que des régimes différents d'écoulement du plasma de part et d'autre de la magnétopause sont parmi les caractères essentiels de notre modèle.



CHAPITRE IV : UN MODELE CINÉTIQUE DES DISCONTINUITÉS TANGEN-  
TIELLES DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS UN PLASMA  
SANS COLLISIONS

IV.1. INTRODUCTION

Les équations du mouvement d'un milieu magnétohydrodynamique "parfait" (milieu sans viscosité, conductibilité thermique et résistance électrique) permettent des écoulements discontinus tout comme en hydrodynamique où deux types de discontinuité sont possibles : les ondes de choc et les discontinuités tangentielles. Dans l'approximation magnétohydrodynamique, les collisions sont suffisamment fréquentes que pour maintenir l'équilibre thermodynamique. La fonction de distribution des vitesses est alors isotrope et maxwellienne. Dans ce cas, l'équation d'état du milieu est celle d'un gaz parfait. Cette dernière solution permet de fermer le système des équations de transport obtenues à partir d'intégrations successives de l'équation de Boltzmann. Dans certains cas, les relations de Navier-Stokes peuvent être utilisées, notamment, lorsque la viscosité et la conductibilité thermique deviennent importantes et lorsque le libre parcours moyen des particules ne peut plus être considéré comme infiniment petit. Par contre, lorsque ce libre parcours moyen devient grand par rapport à la dimension caractéristique du système, il serait arbitraire de tronquer le système des équations hydrodynamiques en introduisant une approximation simplificatrice pour les moments d'ordres les plus élevés apparaissant dans ces équations. Dans ce cas, la fermeture du système des équations de transport n'est pas réalisée. On doit alors revenir à une formulation de base des phénomènes microscopiques décrite par l'équation de Boltzmann-Vlasov.

L'approche magnétohydrodynamique est notamment inappropriée pour la description de la structure interne de la magnétopause dont l'épaisseur caractéristique (100 km) est comparable au rayon de gyration des protons dans le champ magnétique de la couche frontière. C'est pourquoi, nous avons considéré une théorie cinétique permettant de décrire la structure microscopique de la magnétopause en tant que discontinuité tangentielle. Nous envisageons celle-ci comme une couche frontière plane et stationnaire séparant deux états d'un plasma possédant des propriétés différentes. Les caractéristiques de cette discontinuité sont les suivantes (Landau et Lifchitz, 1969) :

- a) le plasma se déplace parallèlement à la surface de la discontinuité et il n'y a donc pas de transport de masse au travers de cette surface.
- b) les concentrations et les températures des différents constituants du plasma font un saut arbitraire au travers de la discontinuité.
- c) la composante du champ magnétique normale à la surface de la discontinuité s'annule identiquement en tout point de l'espace. Dans ce cas, le champ magnétique comme la vitesse de masse, sont tangents à la couche frontière et peuvent varier au travers de cette couche, tant en grandeur qu'en direction.

Nous formulons d'abord, à la section IV.2, les hypothèses de départ relatives à la géométrie de la couche frontière et aux propriétés du plasma. La section IV.3 contient la base générale de la théorie à l'aide de l'équation d'évolution de Vlasov et des équations de Maxwell. A la section IV.4, nous considérons le cas particulier d'un plasma homogène. Des solutions de l'équation de Vlasov, décrivant la distribution des vitesses des particules chargées au sein d'un tel plasma homogène, sont décrites par des maxwelliennes. Une transformation galiléenne des différentes variables cinématiques (Sestero, 1966) permet d'obtenir ces solutions dans un référentiel qui se meut par rapport aux lignes de force du champ magnétique. Ces fonctions de distribution des vitesses sont caractérisées par des températures qui peuvent être anisotropes par rapport à la direction du champ magnétique.

Des solutions de l'équation de Vlasov décrivant une discontinuité tangentielle sont établies à la section IV.5. Celles-ci tendent asymptotiquement vers les distributions homogènes analysées à la section IV.4. Ces solutions généralisent celles introduites par Sestero (1964; 1966). Ce dernier a considéré le cas où la direction du champ magnétique est constante tandis que son intensité varie. Le plasma du modèle de Sestero est un plasma d'hydrogène à température constante de part et d'autre de la transition. Pour les discontinuités analysées ici, la méthode de détermination des fonctions de distribution est semblable à celle utilisée par Sestero. En chaque point de la transition, la fonction de distribution des vitesses de chaque constituant est une combinaison de fonctions bi-maxwelliennes et de fonctions étagées. Elle ne dépend que des constantes du mouvement et s'identifie, asymptotiquement, avec une distribution bi-maxwellienne, dont les 13 premiers moments sont identiques à ceux de la fonction de distribution réelle. Si cette solution de l'équation de Vlasov n'est pas unique, elle satisfait cependant les conditions aux limites imposées de part et d'autre de la discontinuité. Ces conditions ne déterminent donc pas univoquement la structure de la couche de transition. Mais, parmi toutes les solutions possibles, la solution présentée ici possède l'avantage de permettre le calcul de tous les moments des fonctions de distribution sans intégrer les équations différentielles décrivant le transport de matière et d'énergie dans le plasma. Dans notre modèle, on montre que l'inclusion de vitesses moyennes distinctes pour chaque constituant du plasma n'est compatible qu'avec des conditions frontières incluant la présence d'un champ électrique associé au mouvement d'ensemble du plasma.

Les moments des fonctions de distribution des vitesses sont calculées à la section IV.6 en fonction des composantes du potentiel vecteur magnétique et du potentiel électrique. Ces moments se simplifient dans les cas particuliers de température isotrope et d'absence

d'écoulement. Ces simplifications sont exposées à la section IV.7. Toutes les grandeurs physiques décrivant le plasma au travers des couches frontières ou liées aux champs électrique et magnétique sont exprimées, à la section IV.8, en termes des moments des fonctions de distribution des vitesses.

La méthode de résolution numérique est expliquée à la section IV.9. Le potentiel électrique est déterminé en chaque point en exprimant la neutralité du plasma. Dans la plupart des cas, la densité de charge calculée en évaluant la dérivée seconde de ce potentiel est négligeable, ce qui prouve a posteriori la validité de l'hypothèse de quasi-neutralité. Les équations de Maxwell pour les composantes de l'induction magnétique se réduisent à deux équations de Poisson non linéaires pour les deux composantes non nulles du potentiel vecteur. Le programme de calcul numérique qui résout simultanément ces équations, permet alors de déterminer la structure des potentiels et des champs (électrique et magnétique) au sein de la couche de transition. Ces potentiels étant alors connus, n'importe quel moment des fonctions de distribution peut être calculé, ce qui permet la détermination complète de la structure interne de la transition (profils de concentrations, températures, pressions, flux de chaleur, vitesses moyennes,...).

## IV.2. HYPOTHESES DE BASE

Nous considérons le cas général d'un plasma à  $r$  constituants, où chaque particule d'un constituant donné est caractérisé par une masse  $m^{(\nu)}$  et une charge  $Z^{(\nu)}e$  ( $\nu = 1, \dots, r$ ). Ici,  $e$  désigne la charge du proton ( $1,602 \times 10^{-19}$  C) et  $\nu$  est l'indice d'identification du constituant. Deux constituants distincts peuvent cependant être composés de particules chargées identiques. C'est par exemple le cas lorsque deux plasmas d'hydrogène ( $r = 4$ ) d'énergies différentes et/ou d'écoulements différents sont présents au sein de la couche. Par conven-

tion,  $\nu = 1$  désigne une population électronique et dès lors,  $m^{(1)} = 9,11 \times 10^{-31}$  kg,  $Z^{(1)} = -1$ . La théorie est développée dans le système d'unités M.K.S.A. rationalisé.

Nous faisons l'hypothèse qu'une discontinuité tangentielle au sein de ce plasma est une couche frontière plane et stationnaire. La figure 24 illustre la géométrie du problème. Dans le système de coordonnées cartésiennes  $xyz$ ,  $yz$  désigne le plan de la discontinuité et  $x$  est la coordonnée spatiale le long de la normale à ce plan. Les grandeurs physiques décrivant la structure de la couche, ainsi que les composantes des champs électrique et magnétique deviennent uniformes en  $x = \pm \infty$ . Au sein de la couche frontière, toutes ces quantités ne varient qu'en fonction de  $x$ . La vitesse de masse  $\vec{C}$  et le champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  sont tangents au plan de la discontinuité et varient dans la transition tant en grandeur qu'en direction. Les concentrations  $n^{(\nu)}$  et les températures  $T^{(\nu)}$  varient également en passant de la région 1 à la région 2. Les températures, caractérisant la dispersion d'énergie des particules, ne sont pas nécessairement isotropes et peuvent être différentes dans les directions parallèle ( $T_{\parallel}^{(\nu)}$ ) ou perpendiculaire ( $T_{\perp}^{(\nu)}$ ) au champ magnétique. Comme on considère qu'il n'y a pas de transport de matière suivant l'axe des  $x$  et que la conductivité électrique est très grande dans la direction du champ magnétique, le champ électrique  $\vec{E}$  est partout orienté suivant l'axe des  $x$ . Les caractéristiques physiques des régions asymptotiques situées en  $x = \pm \infty$  sont désignées par des indices inférieurs : 1 lorsque  $x = -\infty$  et 2 lorsque  $x = +\infty$  (par exemple,  $T_1 = T(-\infty)$ ).

Ce modèle diffère donc de ceux d'Alpers (1969; 1971) et Kan (1972) où le champ électrique était supposé nul. Il diffère aussi du modèle de Lemaire et Burlaga (1976) décrivant les couches frontières diamagnétiques dans le vent solaire en incluant des anisotropies de températures ainsi qu'un transport de plasma parallèlement à la surface de discontinuité. Il est ainsi une généralisation de modèles antérieurs de

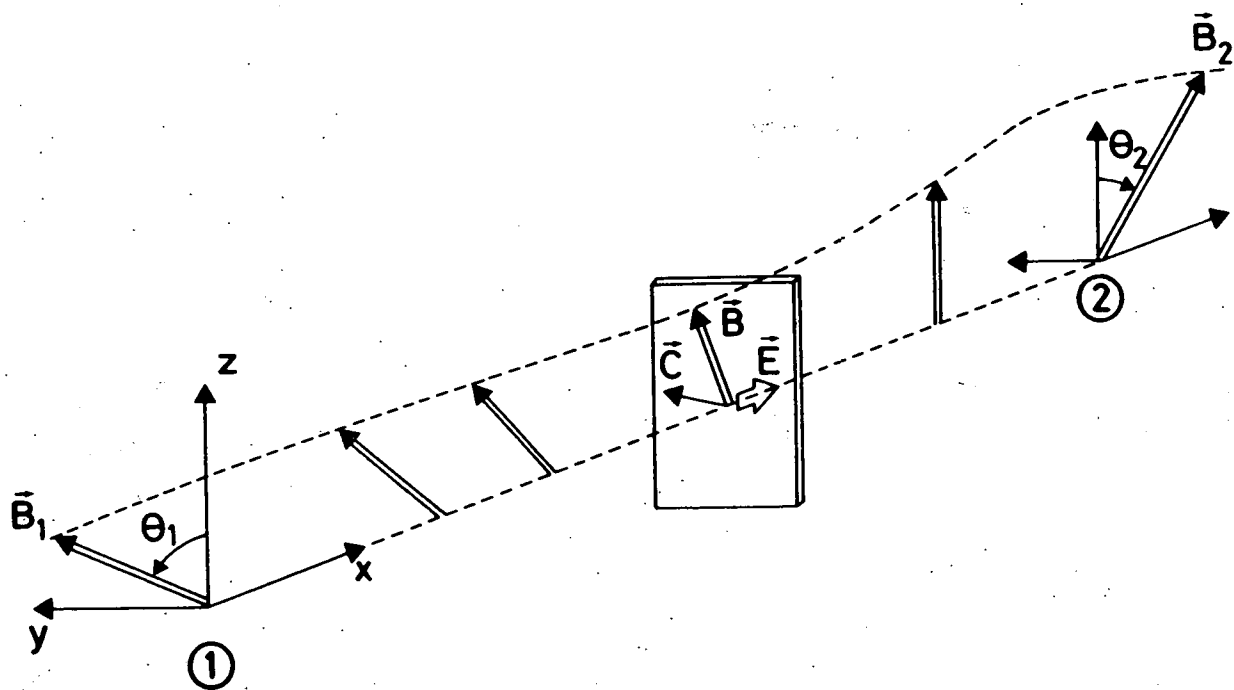


Fig. 24.- Illustration schématique d'une discontinuité tangentielle.  $yz$  est le plan de la discontinuité dans lequel varient l'induction magnétique  $\vec{B}$  et la vitesse de masse  $\vec{C}$ . Le champ électrique  $\vec{E}$  est partout orienté le long de la normale  $x$ . Aux deux extrémités de la transition, l'induction  $\vec{B}$  fait un angle  $\theta_i$  ( $i = 1, 2$ ) avec l'axe  $Oz$ . Toutes les grandeurs physiques décrivant la structure de cette couche ne dépendent que de  $x$ .

l'auteur décrivant la structure de la plasmopause (Roth, 1976) et de la magnétopause (Roth, 1978; 1979).

### IV.3. FORMULATION DU PROBLEME : EQUATIONS DE BASE

Le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  sont décrits par les équations de Maxwell,

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{div } \vec{E} = q/\epsilon_0 \quad (\text{IV.2})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (\text{IV.4})$$

où  $\vec{J}$  et  $q$  sont respectivement la densité de courant et la densité de charge. ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m désigne la perméabilité magnétique du vide et  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m est la constante diélectrique du vide).

Des équations (IV.3) et (IV.4), il résulte que  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  dérivent respectivement d'un potentiel scalaire  $\phi$  et d'un potentiel vecteur  $\vec{a}$ ,

$$\vec{E} = - \text{grad } \phi \quad (\text{IV.5})$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{a} \quad (\text{IV.6})$$

Comme toutes les grandeurs physiques ne dépendent que de  $x$ , les deux équations (IV.3) et (IV.4) ont comme solutions :

$$B_x = \text{const.}, E_y = \text{const.}, E_z = \text{const.}$$

Comme nous analysons ici les discontinuités tangentielles pour lesquelles l'induction magnétique reste toujours parallèle au plan  $yz$ , nous posons  $B_x = 0$ . De même, il n'y a pas de transport de masse suivant la normale au plan de la discontinuité ( $C_x = 0$ ), ce qui implique

$$(\vec{E} \wedge \vec{B})_x = E_y B_z - E_z B_y = 0 \quad (\text{IV.7})$$

Comme nous faisons également l'hypothèse que la conductivité électrique est très grande le long des lignes de force du champ magnétique, la composante du champ électrique le long de ces lignes de force est négligeable, si bien qu'en très bonne approximation,

$$E_y B_y + E_z B_z = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Des équations (IV.7) et (IV.8), il résulte que :  $E_y = E_z = 0$ . Les seules composantes non nulles du champ électromagnétique sont donc  $E_x(x)$ ,  $B_y(x)$  et  $B_z(x)$ . Dès lors, les composantes non nulles des équations (IV.5) et (IV.6) s'écrivent

$$E_x = - \frac{d\phi}{dx} \quad (\text{IV.9})$$



$$B_y = - \frac{da_z}{dx} \quad (\text{IV.10})$$

$$B_z = \frac{da_y}{dx} \quad (\text{IV.11})$$

tandis que les composantes non nulles des équations de Maxwell (IV.1) et (IV.2) deviennent, tenant compte de (IV.9), (IV.10) et (IV.11),

$$\frac{d^2 a_y}{dx^2} = - \mu_0 \sum_{v=1}^r j_y^{(v)} \quad (\text{IV.12})$$

$$\frac{d^2 a_z}{dx^2} = - \mu_0 \sum_{v=1}^r j_z^{(v)} \quad (\text{IV.13})$$

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = - \frac{e}{\epsilon_0} \sum_{v=1}^r z^{(v)} n^{(v)} \quad (\text{IV.14})$$

où  $j^{(v)}$  et  $n^{(v)}$  désignent respectivement la densité de courant et la concentration des particules du constituant .

Pour des conditions frontières données en  $x = -\infty$ , le système d'équations différentielles (IV.9) à (IV.14) peut en principe être résolu en  $\phi(x)$ ,  $a_y(x)$ ,  $a_z(x)$ ,  $E_x(x)$ ,  $B_y(x)$  et  $B_z(x)$  si les concentrations  $n^{(v)}$  et les densités de courant  $j^{(v)}$  sont des fonctions connues de  $x$  ou/et de  $a_y$ ,  $a_z$ ,  $\phi$ . Ces fonctions seront déterminées à la section (IV.6) où les moments des fonctions de distribution des vitesses  $f^{(v)}(\vec{v}, x)$  sont calculés en termes de  $\phi$ ,  $a_y$  et  $a_z$ .

Les conditions frontières en  $x = -\infty$  sont

$$B_{y_1} = -B_1 \sin \theta_1 \quad (\text{IV.15})$$

$$B_{z_1} = B_1 \cos \theta_1 \quad (\text{IV.16})$$

$$E_{x_1} + C_{y_1} B_{z_1} - C_{z_1} B_{y_1} = 0 \quad (\text{IV.17})$$

où  $\theta_1$  désigne l'angle formé par l'induction magnétique  $\vec{B}_1$  avec l'axe OZ (figure 24). L'équation (IV.17) exprime que le champ électrique en  $x = -\infty$  s'annule dans le système de référence qui se meut avec le plasma. Cette condition implique que le transport de plasma est dû uniquement à la dérive électrique,  $\vec{E} \wedge \vec{B}/B^2$ , lorsque  $x \rightarrow -\infty$ .

Des équations (IV.9) à (IV.11) et des conditions frontières (IV.15) à (IV.17), on déduit que les potentiels  $\phi$ ,  $a_y$  et  $a_z$  doivent satisfaire les conditions suivantes lorsque  $x = -\infty$ ,

$$a_{y_1} = -\infty \quad \text{si } B_{z_1} > 0 \quad (\text{IV.18})$$

$$a_{y_1} = +\infty \quad \text{si } B_{z_1} < 0 \quad (\text{IV.19})$$

$$a_{z_1} = -\infty \quad \text{si } B_{y_1} < 0 \quad (\text{IV.20})$$

$$a_{z_1} = +\infty \quad \text{si } B_{y_1} > 0 \quad (\text{IV.21})$$

$$\phi_1 - a_{y_1} C_{y_1} - a_{z_1} C_{z_1} = 0 \quad (\text{IV.22})$$

La dernière équation implique que, dans le système de référence qui se meut avec le plasma, nous avons normalisé à zéro le potentiel électrique en  $x = -\infty$ .

Les concentrations  $n^{(v)}$  et les densités de courant  $\vec{j}^{(v)}$  qui figurent dans les membres de droite des équations (IV.12), (IV.13) et (IV.14) s'obtiennent à partir des moments des fonctions de distribution des vitesses. Chaque constituant du plasma ( $v = 1, \dots, r$ ) est décrit par une distribution  $f^{(v)}(x, v_x, v_y, v_z)$  telle que  $f^{(v)} dx dy dz dv_x dv_y dv_z$  représente le nombre de particules du  $v^e$  constituant dans l'élément infinitésimal  $dx dy dz dv_x dv_y dv_z$  situé en  $x, y, z, v_x, v_y, v_z$ . Comme les propriétés du plasma ne varient pas dans les plans parallèles au plan  $yz$ , ces distributions ne dépendent pas des coordonnées spatiales  $y$  et  $z$ . Le plasma étant sans collisions, chacune de ces fonctions de distribution des vitesses est régie par l'équation de Vlasov

$$v_x \frac{\partial f^{(v)}}{\partial x} + \frac{z^{(v)} e}{m^{(v)}} \left[ (E_x + v_y B_z - v_z B_y) \frac{\partial f^{(v)}}{\partial v_x} - v_x B_z \frac{\partial f^{(v)}}{\partial v_y} + v_x B_y \frac{\partial f^{(v)}}{\partial v_z} \right] = 0 \quad (\text{IV.23})$$

où le terme  $\frac{\partial f^{(v)}}{\partial t}$  est omis puisque nous envisageons le cas stationnaire.

Une particule chargée au sein du plasma se meut dans le champ de force électrique et magnétique de la couche frontière en respectant les constantes du mouvement issues du formalisme de Hamilton. Une fonction arbitraire de ces constantes du mouvement constitue la solution la plus générale de l'équation de Vlasov. C'est d'ailleurs une conséquence du théorème de Liouville en vertu duquel le volume de tout élément de l'espace des phases est invariant lorsque les points représentatifs de cet élément se déplacent sous l'action des forces extérieures.

Dans le formalisme de Hamilton, le lagrangien d'une particule chargée d'espèce  $\nu$  s'écrit

$$L^{(\nu)} = \frac{1}{2} m^{(\nu)} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - Z^{(\nu)} e(\phi - \vec{a} \cdot \vec{v}), \quad (\text{IV.24})$$

d'où on déduit les impulsions généralisées  $\vec{p}^{(\nu)} (= \frac{\partial}{\partial \vec{v}} L^{(\nu)})$

$$p_x^{(\nu)} = m^{(\nu)} v_x \quad (\text{IV.25})$$

$$p_y^{(\nu)} = m^{(\nu)} v_y + Z^{(\nu)} e a_y \quad (\text{IV.26})$$

$$p_z^{(\nu)} = m^{(\nu)} v_z + Z^{(\nu)} e a_z \quad (\text{IV.27})$$

En fonction des variables canoniques  $(x, y, z; p_x, p_y, p_z)$ , le hamiltonien est défini par

$$H^{(\nu)} = \frac{1}{2m^{(\nu)}} (\vec{p}^{(\nu)} - Z^{(\nu)} e \vec{a})^2 + Z^{(\nu)} e \phi \quad (\text{IV.28})$$

Le hamiltonien ne dépend pas explicitement du temps ni des coordonnées spatiales  $y$  et  $z$ . Par conséquent, l'énergie totale  $H^{(\nu)}$  et les impulsions généralisées  $p_y^{(\nu)}$  et  $p_z^{(\nu)}$  sont les constantes du mouvement. La solution la plus générale de l'équation (IV.23) est donc une fonction de  $H^{(\nu)}$ ,  $p_y^{(\nu)}$  et  $p_z^{(\nu)}$ .

Pour évaluer les moments des fonctions de distribution, il est alors approprié d'effectuer la transformation de variables  $(v_x, v_y, v_z) \rightarrow (H, p_y, p_z)$ . Cette transformation est donnée par

$$\left. \begin{aligned}
 H(v_x, v_y, v_z) &= \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + Z e \phi \\
 p_y (v_y) &= m v_y + Z e a_y \\
 p_z (v_z) &= m v_z + Z e a_z
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.29})$$

Dans ces relations, nous avons omis l'indice du constituant. Tant qu'aucune ambiguïté ne peut en résulter, nous adopterons cette convention dans la suite de ce chapitre.

La transformation inverse,

$$v_x (H, p_y, p_z) = \pm 2^{1/2} m^{-1/2} [H - H_0(p_y, p_z)]^{1/2} \quad (\text{IV.30})$$

(+ si  $v_x > 0$ , - si  $v_x < 0$ )

$$v_y (p_y) = m^{-1} (p_y - Z e a_y) \quad (\text{IV.31})$$

$$v_z (p_z) = m^{-1} (p_z - Z e a_z) \quad (\text{IV.32})$$

avec

$$H_0 (p_y, p_z) = Z e \phi + (2m)^{-1} [(p_y - Z e a_y)^2 + (p_z - Z e a_z)^2] \quad (\text{IV.33})$$

fait correspondre chaque demi-espace défini par  $v_x > 0$  ou  $v_x < 0$  au même domaine de l'espace  $(H, p_y, p_z)$  délimité par

$$H_0 \leq H < +\infty \quad (IV.34)$$

$$-\infty < p_y < +\infty \quad (IV.35)$$

$$-\infty < p_z < +\infty \quad (IV.36)$$

La figure 25 représente ce domaine dans le système de coordonnées  $(H, p_y, p_z)$ . C'est l'intérieur d'un parabolôide d'axe parallèle à l'axe  $H$  et de sommet situé au point  $(Zea_\phi, Zea_y, Zea_z)$ .

La valeur moyenne d'une fonction  $Q(x, v_x, v_y, v_z)$  dépendant de la position  $x$  et de la vitesse  $\vec{v}$  est définie par

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{n} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x, v_x, v_y, v_z) f(x, v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z \quad (IV.37)$$

La transformation de cette intégrale résulte des équations (IV.30), (IV.31) et (IV.32), et s'écrit

$$n \langle Q \rangle = 2^{-1/2} m^{-5/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{H_0}^{+\infty} (H - H_0)^{-1/2} \cdot \left\{ \hat{Q}[H(v_x > 0), p_y, p_z] + \hat{Q}[H(v_x < 0), p_y, p_z] \right\} F(H, p_y, p_z) dH dp_y dp_z \quad (IV.38)$$

où

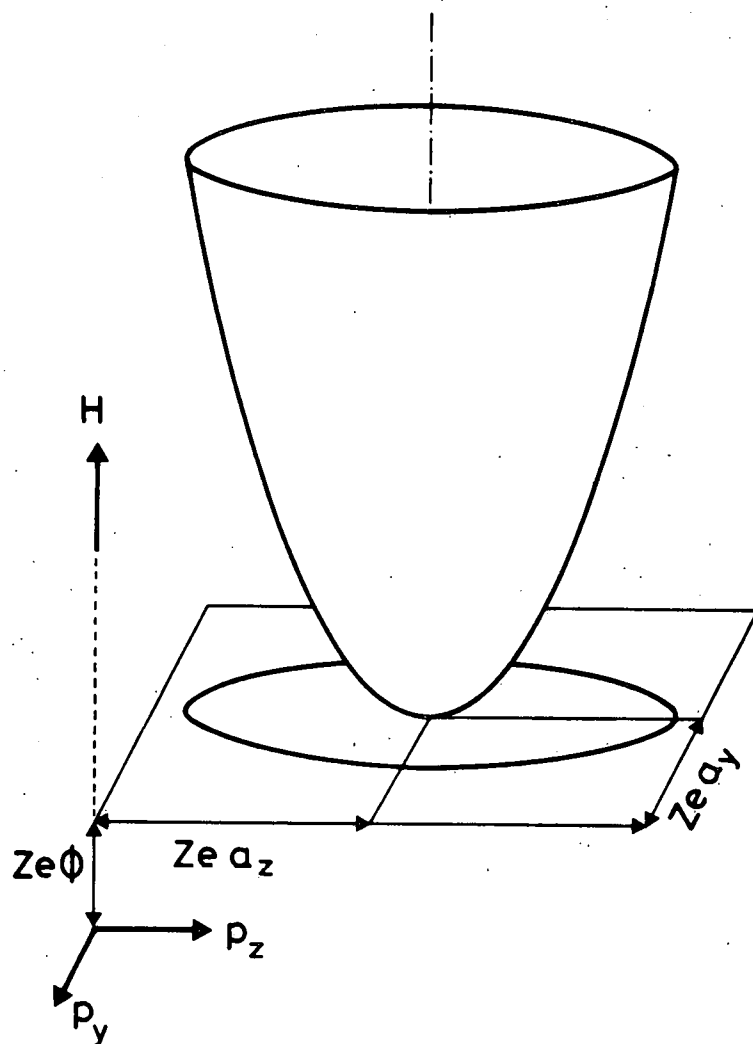


Fig. 25.- Chaque demi-espace correspondant à  $v_x < 0$  ou  $v_x > 0$  de l'ensemble de variation de  $(v_x^x, v_y^y, v_z^z)$  correspond, dans l'espace des  $(H, p_y^y, p_z^z)$ , au paraboloidé représenté sur cette figure, d'axe parallèle à l'axe  $H$  et de sommet situé au point  $(Ze\phi, Zea_y, Zea_z)$ , d'équation  $H - Ze\phi = (2m)^{-1} [(p_y - Zea_y)^2 + (p_z - Zea_z)^2]$ .

$$\hat{Q}(H, p_y, p_z) = Q[v_x(H, p_y, p_z), v_y(p_y), v_z(p_z)] \quad (\text{IV.39})$$

$$F(H, p_y, p_z) = f[v_x(H, p_y, p_z), v_y(p_y), v_z(p_z)] \quad (\text{IV.40})$$

Le jacobien de la transformation est  $2^{-1/2} m^{-5/2} (H - H_0)^{-1/2}$ . Dès lors, si  $Q$  est une fonction impaire en  $v_x$ ,

$$\langle Q \rangle = 0 \quad (\text{IV.41})$$

tandis que si  $Q$  est une fonction paire en  $v_x$ ,

$$n \langle Q \rangle = 2^{1/2} m^{-5/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{H_0}^{+\infty} (H - H_0)^{-1/2} \hat{Q}(H, p_y, p_z) F(H, p_y, p_z) dH dp_y dp_z \quad (\text{IV.42})$$

La concentration des particules,  $n$ , est donnée, d'après (IV.42), par

$$n = 2^{1/2} m^{-5/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{H_0}^{+\infty} (H - H_0)^{-1/2} F(H, p_y, p_z) dH dp_y dp_z \quad (\text{IV.43})$$

Les composantes du courant électrique,  $\vec{j}$ , s'obtiennent à partir de (IV.30), (IV.31) et (IV.32). D'après (IV.41),



$$j_x = 0 \quad (IV.44)$$

tandis que, suivant (IV.42),

$$j_y = 2^{1/2} m^{-7/2} z e \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{H_0}^{+\infty} (H - H_0)^{-1/2} (p_y - z e a_y) F(H, p_y, p_z) dH dp_y dp_z \quad (IV.45)$$

$$j_z = 2^{1/2} m^{-7/2} z e \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{H_0}^{+\infty} (H - H_0)^{-1/2} (p_z - z e a_z) F(H, p_y, p_z) dH dp_y dp_z \quad (IV.46)$$

où  $H_0(p_y, p_z)$  est défini par l'équation (IV.33).

Les formules (IV.43), (IV.45) et (IV.46) permettent le calcul des membres de droite des équations (IV.14), (IV.12) et (IV.13), pourvu que la fonction de distribution des vitesses  $F$  soit déterminée. Avant de rechercher une solution de l'équation de Vlasov dont les propriétés asymptotiques décriraient la structure du plasma en  $x = \pm \infty$ , il apparaît utile de rechercher des solutions qui caractérisent un plasma homogène. La solution générale devra alors se réduire asymptotiquement à ces solutions particulières.

#### IV.4. LES FONCTIONS DE DISTRIBUTION DES VITESSES DANS LE CAS D'UN PLASMA HOMOGENE

##### IV.4.1. L'équilibre maxwellien

La solution la plus simple de l'équation de Vlasov est obtenue par une fonction de distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann :

$$F_1 = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( - \frac{H}{kT} \right) \quad (\text{IV.47})$$

où  $N$  et  $T$  sont deux constantes représentant, respectivement, la concentration et la température du constituant considéré.  $k$  est la constante de Boltzmann ( $k = 1,3805 \times 10^{-23}$  J/K).

A cause de l'isotropie de l'équilibre maxwellien, la vitesse moyenne de chaque constituant,  $\vec{V}$ , est nulle. Par conséquent, la vitesse de masse,  $\vec{C}$ , et le champ électrique,  $\vec{E}$ , sont également nuls. Dès lors, le potentiel électrique,  $\phi$ , solution de l'équation (IV.9) est un potentiel constant

$$\phi = \phi_0 \quad (\text{IV.48})$$

La concentration (IV.43) et les composantes de la densité de courant (IV.44), (IV.45) et (IV.46) deviennent, dans le cas de la distribution (IV.47),

$$n = N \exp \left( - \frac{Ze\phi_0}{kT} \right) \quad (\text{IV.49})$$

$$j_{x,y,z} = 0 \quad (\text{IV.50})$$

Les équations (IV.12), (IV.13) et (IV.14) ont alors comme solution :

$$a_y = B_z x + a_{oy} \quad (\text{IV.51})$$

$$a_z = - B_y x + a_{oz} \quad (\text{IV.52})$$

$$\phi_o = 0 \quad (\text{IV.53})$$

La normalisation à zéro du potentiel électrique (équation IV.53) donne à la constante N la signification de concentration des particules (équation IV.49).  $B_y$  et  $B_z$  sont les valeurs constantes des composantes de l'induction magnétique  $\vec{B}$  et  $a_{oy}$ ,  $a_{oz}$  sont deux constantes d'intégration

Dans le cas d'un plasma homogène et isotrope, la fonction de distribution est bien définie : c'est une maxwellienne donnée par la distribution (IV.47).

#### IV.4.2. L'équilibre bi-maxwellien

Dans un plasma magnétisé, la dispersion d'énergie des particules peut être anisotrope par rapport à la direction de l'induction magnétique. Dans ce cas, on peut définir deux températures différentes ( $T_{\perp}$ ,  $T_{//}$ ), par les relations

$$k T_{\perp} = \frac{1}{2} m \langle v_{\perp}^2 \rangle \quad (\text{IV.54})$$

$$k T_{//} = m \langle v_{//}^2 \rangle \quad (\text{IV.55})$$

où les indices  $\perp$  et  $//$  sont relatifs aux directions perpendiculaire et parallèle à l'induction magnétique. Cette anisotropie peut être décrite par la fonction de distribution bi-maxwellienne

$$f_2 = N_0 \left( \frac{m}{2\pi kT_{\perp}} \right) \left( \frac{m}{2\pi kT_{\parallel}} \right)^{1/2} \cdot \exp \left[ - \frac{ \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 + Ze\phi \right)}{kT_{\perp}} - \frac{ \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 }{kT_{\parallel}} \right] \quad (\text{IV.56})$$

Celle-ci ne modifie pas la structure d'équilibre décrite au paragraphe précédent par les équations (IV.49) à (IV.53) et peut aussi être exprimée en fonction des constantes du mouvement (IV.26), (IV.27) et (IV.28). En effet, l'énergie cinétique parallèle d'une particule peut s'écrire

$$\frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 = \frac{1}{2m} (p_{\parallel} - Ze a_{\parallel})^2 \quad (\text{IV.57})$$

Le champ magnétique uniforme décrit par les équations (IV.51) et (IV.52) implique la constance de  $a_{\parallel}$ .

$$a_{\parallel} = \frac{1}{B} (\vec{a} \cdot \vec{B}) = \frac{1}{B} (B_y a_{oy} + B_z a_{oz}) \quad (\text{IV.58})$$

En posant

$$Ze a_{\parallel} = d \quad (\text{IV.59})$$

on obtient,

$$\frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 = \frac{1}{2m} (-p_y \sin \theta + p_z \cos \theta - d)^2 \quad (\text{IV.60})$$

où  $\theta$  est l'angle constant que fait l'induction magnétique avec l'axe Oz (figure 24).

Comme

$$\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 + Ze \phi = H - \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 \quad (\text{IV.61})$$

la fonction de distribution (IV.56) s'exprime, en termes de  $H$ ,  $p_y$  et  $p_z$ , sous la forme

$$F_2 (H, p_y, p_z) = N \left( \frac{m}{2\pi k T_{\perp}} \right) \left( \frac{m}{2\pi k T_{\parallel}} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \frac{1}{k T_{\perp}} \left[ H + \frac{(A-1)}{2m} \right. \right. \\ \left. \left. (- p_y \sin \theta + p_z \cos \theta - d)^2 \right] \right\} \quad (\text{IV.62})$$

où

$$A = \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \quad (\text{IV.63})$$

Le résultat mentionné ci-avant pour lequel la fonction de distribution (IV.56) ne modifie pas la structure d'équilibre décrite par les équations (IV.49) à (IV.53) peut être vérifié en calculant les intégrales (IV.43), (IV.45) et (IV.46) à l'aide de la fonction  $F_2$  définie par (IV.62).

La fonction de distribution  $F_2 (H, p_y, p_z)$  décrit donc un constituant homogène caractérisé par une concentration  $N$  et des températures  $T_{\perp}$  et  $T_{\parallel}$ , en présence d'une induction magnétique constante  $B$ . Le champ électrique est nul au sein du plasma.

IV.4.3. L'équilibre bi-maxwellien autour d'une vitesse moyenne,  $\vec{V}$ , parallèle au plan YZ

Dans ce paragraphe, nous allons déterminer la fonction de distribution des vitesses,  $\eta (H, p_y, p_z)$ , décrivant un équilibre bi-maxwellien autour d'une vitesse moyenne,  $\vec{V}$ , parallèle au plan yz.

Dans le système de référence  $(x', y', z')$  se déplaçant de façon uniforme parallèlement au plan yz avec la vitesse  $\vec{V}$ , le constituant est au repos. Dès lors, dans  $(x', y', z')$ , la fonction de distribution  $\eta'(H', p_y', p_z')$  prend la forme (IV.62)

$$\eta'(H', p_y', p_z') = N \left( \frac{m}{2\pi k T_{\perp}} \right) \left( \frac{m}{2\pi k T_{\parallel}} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \frac{1}{k T_{\perp}} \left[ H' + \frac{(A-1)}{2m} (- p_y' \sin \theta + p_z' \cos \theta - d')^2 \right] \right\} \quad (IV.64)$$

avec

$$d' = Ze a_{\parallel}' \quad (IV.65)$$

La transformation des vitesses et des champs s'écrit

$$\vec{v}_x = \vec{v}_x' \quad (\text{IV.66})$$

$$\vec{v}_y = \vec{v}_y' + V_y \quad (\text{IV.67})$$

$$\vec{v}_z = \vec{v}_z' + V_z \quad (\text{IV.68})$$

$$\vec{E} = - \vec{V} \wedge \vec{B} \quad (\text{IV.69})$$

$$\vec{B} = \vec{B}' \quad (\text{IV.70})$$

avec

$$\vec{E}' = - \text{grad } \phi' \quad (\text{IV.71})$$

$$\vec{B}' = \text{rot } \vec{a}' \quad (\text{IV.72})$$

Dès lors, puisque  $\phi' = 0$

$$\phi = V_y a_y' + V_z a_z' \quad (\text{IV.73})$$

$$\vec{a} = \vec{a}' \quad (\text{IV.74})$$

La transformation des constantes du mouvement (IV.26), (IV.27) et (IV.28) s'obtient à l'aide des relations (IV.66), (IV.67), (IV.68), (IV.73) et (IV.74). Il vient alors

$$H' = H - p_y V_y - p_z V_z + \frac{1}{2} m v^2 \quad (\text{IV.75})$$

$$p'_y = p_y - m V_y \quad (\text{IV.76})$$

$$p'_z = p_z - m V_z \quad (\text{IV.77})$$

Le déterminant jacobien de cette transformation est égal à l'unité. Il en résulte que les fonctions de distribution des vitesses sont invariantes, puisque, par définition, les produits  $\eta dH dp_y dp_z$  sont invariants. Donc,

$$\eta(H, p_y, p_z) = \eta' [H'(H, p_y, p_z), p'_y(p_y), p'_z(p_z)] \quad (\text{IV.78})$$

En tenant compte de (IV.75), (IV.76) et (IV.77), le membre de droite de (IV.78) devient

$$\begin{aligned} \eta(H, p_y, p_z) = N & \left( \frac{m}{2\pi k T_{\perp}} \right) \left( \frac{m}{2\pi k T_{\parallel}} \right)^{1/2} \cdot \exp \left( - \frac{H}{k T_{\perp}} \right) \\ & \exp \left[ - \frac{1}{k T_{\perp}} \left( \frac{1}{2} m v^2 - \vec{p} \cdot \vec{v} \right) \right] \cdot \\ & \exp \left\{ - \frac{(A-1)}{2mk T_{\perp}} \left[ (p_y - mV_y) \sin \theta - (p_z - mV_z) \cos \theta + d \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.79})$$



Cette fonction de distribution est la fonction recherchée dans le système de référence au repos ( $x, y, z$ ). Le calcul de la concentration (IV.43) et des composantes non nulles du courant électrique (IV.45) et (IV.46) donne

$$n = N \exp \left[ - \frac{Ze(\phi - \vec{a} \cdot \vec{V})}{kT_{\perp}} \right] \quad (\text{IV.80})$$

$$\vec{j}_y = NZeV_y \cdot \exp \left[ - \frac{Ze(\phi - \vec{a} \cdot \vec{V})}{kT_{\perp}} \right] \quad (\text{IV.81})$$

$$\vec{j}_z = NZeV_z \cdot \exp \left[ - \frac{Ze(\phi - \vec{a} \cdot \vec{V})}{kT_{\perp}} \right] \quad (\text{IV.82})$$

L'expression  $\phi - \vec{a} \cdot \vec{V}$  est le potentiel  $\phi'$  dans le système de référence où le constituant est au repos. Ce potentiel étant nul (d'après (IV.73) et (IV.74)), il vient alors

$$n = N \quad (\text{IV.83})$$

$$\vec{j} = NZe\vec{V} \quad (\text{IV.84})$$

La fonction de distribution (IV.79) caractérise un constituant donné pour lequel la concentration des particules et la densité du courant partiel sont celles exprimées par les équations (IV.83) et (IV.84).

Lorsque le plasma est considéré dans son ensemble, le champ électrique doit être égal à

$$\vec{E} = -\vec{C} \wedge \vec{B} \quad (\text{IV.85})$$

où  $\vec{C}$  est la vitesse de masse.

Comme le plasma est homogène, la seule dérive est la dérive électrique  $\vec{V}_D$  qui est la même pour chaque constituant,

$$\vec{V}_D = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \quad (\text{IV.86})$$

ce qui implique la constance de la composante perpendiculaire de la vitesse moyenne de chaque constituant,  $V_{\perp}^{(v)}$

$$V_{\perp}^{(v)} = V_D = C_{\perp} \quad (\text{IV.87})$$

L'absence de courant électrique parallèle au sein du plasma et la neutralité de celui-ci impliquent également

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} n^{(v)} V_{\parallel}^{(v)} = 0 \quad (\text{IV.88})$$

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} n^{(v)} = 0 \quad (\text{IV.89})$$

La composante perpendiculaire du courant électrique est automatiquement nulle si les conditions (IV.87) et (IV.89) sont satisfaites.

Combinée avec les conditions (IV.87), (IV.88) et (IV.89), les fonctions de distribution des vitesses (IV.79) décrivent un plasma homogène, en équilibre bi-maxwellien, s'écoulant avec une vitesse  $\vec{C}$  parallèlement au plan yz contenant une induction magnétique uniforme  $\vec{B}$ .

#### IV.5. LES FONCTIONS DE DISTRIBUTION DES VITESSES DANS LE CAS D'UNE DISCONTINUITÉ TANGENTIELLE

##### IV.5.1. L'arbitraire dans le choix des fonctions de distribution

Les propriétés du plasma et des champs, de chaque côté de la discontinuité tangentielle, ne déterminent pas de façon univoque la structure interne de la transition. Il existe, en effet, une infinité de solutions de l'équation de Vlasov qui possèdent les propriétés asymptotiques voulues. Parmi cette infinité de solutions, nous choisirons celle qui présente la plus grande simplicité mathématique tout en donnant des résultats physiquement acceptables. Pour chaque constituant du plasma, cette solution est une fonction de  $H$ ,  $p_y$  et  $p_z$  qui se réduit à une expression du type (IV.79) lorsque  $x \rightarrow \pm \infty$ . L'arbitraire dans le choix de cette solution résulte, comme nous allons le montrer dans ce paragraphe du caractère non collisionnel du plasma.

En allant d'un point  $x$  vers un autre point  $(x + dx)$  à travers la transition,  $\phi(x)$ ,  $a_y(x)$  et  $a_z(x)$  varient. Dès lors, le domaine d'intégration des intégrales (IV.38), représentant le domaine de définition de la fonction de distribution, subit une translation dans l'espace  $(H, p_y, p_z)$ . Ce phénomène est illustré à la figure 26, où le volume délimité par le parabolôïde en trait interrompu représente le nouveau domaine d'intégration en  $x + dx$ . En l'absence de collisions, les quantités  $H$ ,  $p_y$  et  $p_z$  sont les constantes du mouvement et une trajectoire donnée est caractérisée par un et un seul point de l'espace

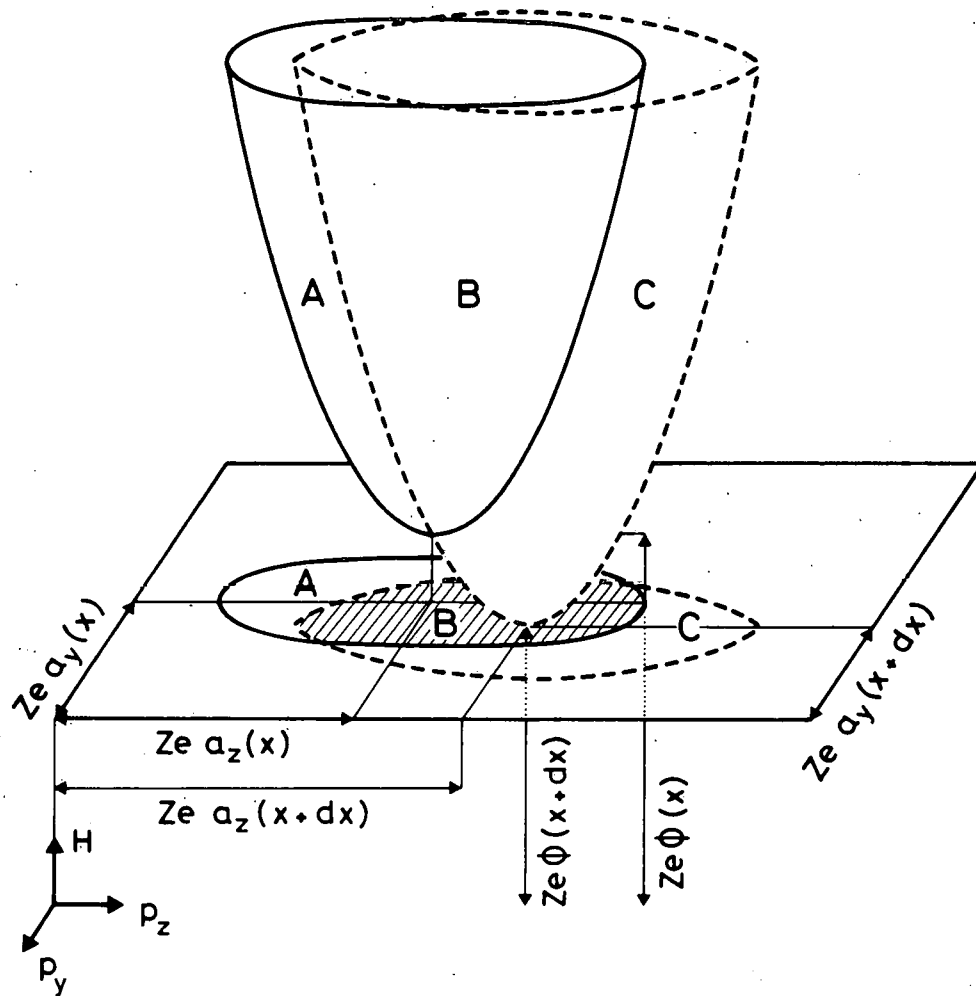


Fig. 26.- La fonction de distribution des vitesses est définie dans l'ensemble des  $(H, p_y, p_z)$  pour lesquels l'inégalité,  $H \geq Ze\phi + (1/2m) [(p_y + Zea_y)^2 + (p_z + Zea_z)^2]$ , est satisfaite. En un point  $x$  de la couche frontière, cet ensemble correspond au volume délimité par le parabolôide en trait plein. En un point voisin,  $x + dx$ , il coïncide, par translation, au volume délimité par le parabolôide en pointillés. Dans l'espace  $(H, p_y, p_z)$  des constantes du mouvement, cette translation a pour longueur la distance joignant les points  $Ze[\phi(x), a_y(x), a_z(x)]$  et  $Ze[\phi(x + dx), a_y(x + dx), a_z(x + dx)]$ . Le domaine A est relatif aux particules, réfléchies entre  $x$  et  $x + dx$ , dont la trajectoire passe par  $x$ ; le domaine C, aux particules, réfléchies entre  $x$  et  $x + dx$ , mais dont la trajectoire passe par  $x + dx$ . Le domaine B correspond aux trajectoires passant à la fois par  $x$  et par  $x + dx$ .

$(H, p_y, p_z)$ . Dans cet espace, les trajectoires d'une particule chargée de charge  $Ze$  et de masse  $m$ , disponibles au point  $x$  de la transition, se trouvent toutes à l'intérieur du paraboloïde en trait plein, dont le sommet est situé au point  $[Ze\phi(x), Zea_y(x), Zea_z(x)]$ . Par contre, les trajectoires qui sont disponibles au point  $x + dx$ , se trouvent toutes à l'intérieur du paraboloïde en trait interrompu, dont le sommet coïncide avec le point  $[Ze\phi(x + dx), Zea_y(x + dx), Zea_z(x + dx)]$ . De plus, les trajectoires se trouvant dans le domaine A sont celles de particules passant par le point  $x$ , mais réfléchies entre  $x$  et  $x + dx$ ; celles situées dans le domaine B sont relatives à des particules passant à la fois par  $x$  et par  $x + dx$ . Enfin, les trajectoires du domaine C sont celles de particules passant par  $x + dx$ , mais qui sont réfléchies entre  $x$  et  $x + dx$ . Sur ces dernières trajectoires, la distribution des particules n'est pas déterminée par l'état du plasma au point  $x$  voisin et peut, dans ce cas, être choisie indépendamment du nombre de particules sur les trajectoires disponibles en  $x$ .

Or, lorsque  $x$  varie dans la couche frontière, le paraboloïde correspondant de la figure 26 a un mouvement de translation compliqué dans l'espace  $(H, p_y, p_z)$ . Au cours d'un tel mouvement, correspondant à un déplacement fini, il peut, en général, recouvrir puis découvrir un domaine déterminé de l'espace  $(H, p_y, p_z)$ , plusieurs fois alternativement. Lorsqu'un tel recouvrement a lieu, les valeurs actuelles de la fonction de distribution, dans le domaine en question, peuvent donc être totalement indépendantes des valeurs antérieures prises par cette fonction dans le même domaine, lors d'un recouvrement précédent. (En effet, si le domaine recouvert est, par exemple, le domaine A de la figure 26, il y a entre ce recouvrement et le recouvrement précédent, une suite finie de domaines, analogues au domaine C, où la distribution des particules jouit de la propriété énoncée précédemment pour le déplacement  $dx$ ). En fait, lorsque  $x$  se déplace dans la couche frontière, les trajectoires successivement disponibles en un point donné d'un domaine de l'espace  $(H, p_y, p_z)$  sont physiquement différentes,

bien qu'elles aient les mêmes constantes du mouvement. En principe, on pourrait donc associer à chaque constituant du plasma une fonction de distribution multiforme. Ceci ne ferait que compliquer le problème, puisqu'il apparaîtra que la classe des solutions obtenues à partir de fonctions de distribution uniformes est suffisamment grande que pour englober tous les cas intéressants.

Pour n'importe quel choix des fonctions de distribution, dépendant seulement de  $p_y$ ,  $p_z$  et  $H$ , le problème admet a priori une solution. Cependant, on doit satisfaire à un certain nombre de conditions. Ainsi, on désire construire un modèle représentatif de la situation illustrée par la figure 24. On doit donc trouver des fonctions de distribution des vitesses, dépendantes de  $H$ ,  $p_y$  et  $p_z$ , qui, de part et d'autre de la transition, se réduisent à des fonctions du type (IV.79).

#### IV.5.2. Détermination des fonctions de distribution

En généralisant la méthode de Sestero (1964), nous construisons la fonction de distribution des vitesses d'un constituant donné,  $F^{(v)}$ , de la façon suivante

$$F^{(v)} = \sum_{i=1}^2 \left\{ g_i^{(v)}(p_y, p_z) \eta_i^{(v)}(H, p_y, p_z) \right\} \quad (IV.90)$$

où  $H$ ,  $p_y$  et  $p_z$  varient dans l'ensemble défini par les inégalités (IV.34), (IV.35) et (IV.36).

Les fonctions  $g_i^{(v)}(p_y, p_z)$  sont des fonctions discontinues dans l'espace  $(p_y, p_z)$ . Dans cet espace, les fonctions  $g_i^{(v)}$  prennent des valeurs constantes  $c_i^{(v)}(k) (\geq 0)$  dans chacun des quadrants ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) d'origine  $\vec{p}_{0i}^{(v)}$ . Pour  $Z^{(v)} > 0$ , ces quadrants ( $E_k$ ) sont définis comme suit,

$$E_1 = ] - \infty, p_{oy_i}^{(v)} ] \times [ p_{oz_i}^{(v)}, + \infty [$$

$$E_2 = [ p_{oy_i}^{(v)}, + \infty [ \times [ p_{oz_i}^{(v)}, + \infty [$$

$$E_3 = ] - \infty, p_{oy_i}^{(v)} ] \times ] - \infty, p_{oz_i}^{(v)} ]$$

$$E_4 = [ p_{oy_i}^{(v)}, + \infty [ \times ] - \infty, p_{oz_i}^{(v)} ]$$

Pour  $Z^{(v)} < 0$ , les quadrants  $E_1, E_4$  et  $E_2, E_3$  sont permutés. Ceci est illustré par la figure 27, qui montre que les domaines asymptotiques des quadrants  $E_k$  correspondent aux valeurs asymptotiques des composantes du potentiel vecteur, situées dans les quadrants  $E'_k$  du plan  $(a_y, a_z)$ . C'est une conséquence du terme  $Z^{(v)} e^{\vec{a}}$  intervenant dans la définition de l'impulsion généralisée (équations IV.26 et IV.27).

Nous posons

$$c_2^{(v)}(k_1) = 0 \quad (IV.91)$$

$$c_1^{(v)}(k_2) = 0 \quad (IV.92)$$

$$c_1^{(v)}(k_1) = 1 \quad (IV.93)$$

En décrivant la transition de  $x = -\infty$  ( $i = 1$ ) à  $x = +\infty$  ( $i = 2$ ), l'extrémité du potentiel vecteur magnétique ( $\vec{a}$ ) décrit une courbe, dans le plan  $(a_y, a_z)$ , commençant dans le domaine asymptotique d'un quadrant  $E'_{k_1}$  et se terminant dans le domaine asymptotique d'un autre quadrant  $E'_{k_2}$ . (Le passage d'une configuration asymptotique de  $\vec{a}$  à une

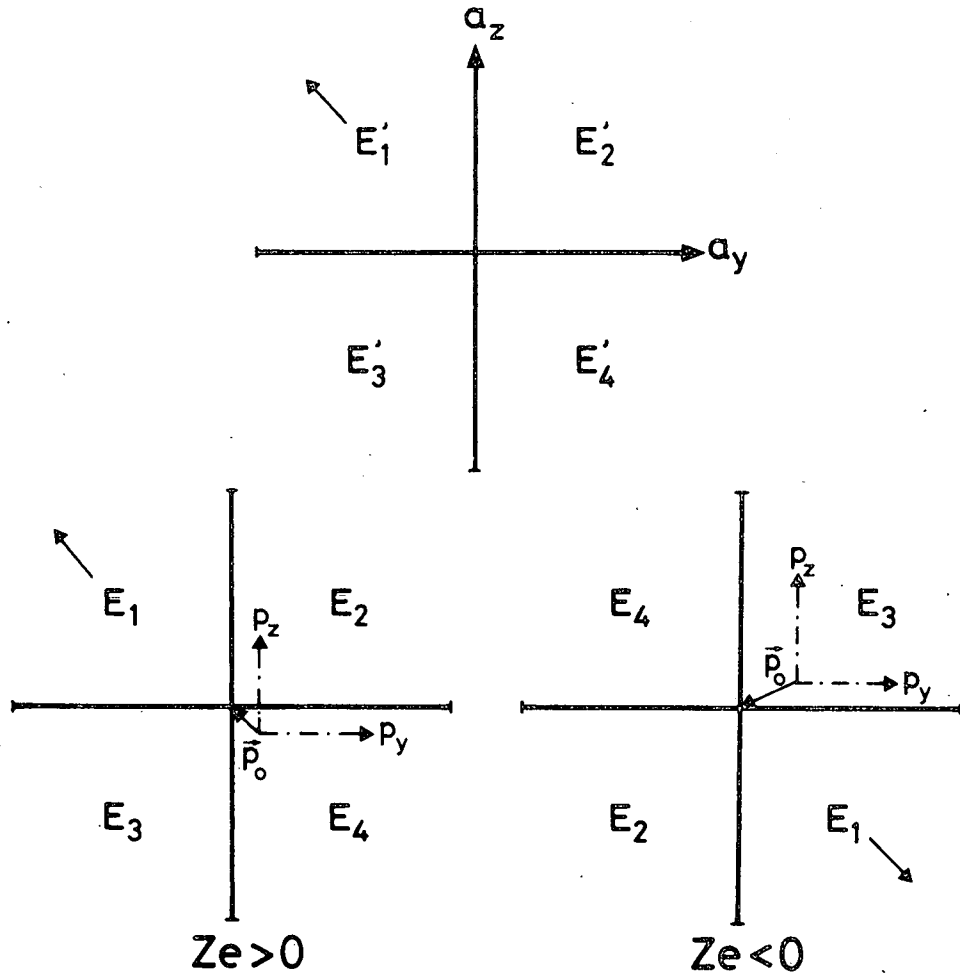


Fig. 27.- Définition des quadrants  $E_k$ . Pour  $v = 1, \dots, r$  et  $i = 1, 2$ , ces quadrants divisent en quatre le plan  $(p_y, p_z)$  des impulsions généralisées, à partir d'une origine finie  $\vec{p}_{0i}^{(v)}$ . On constate que les quadrants  $E_1, E_4$  et  $E_2, E_3$  sont permutés pour des particules chargées de signe contraire. De cette façon, aux domaines asymptotiques des quadrants  $E'_k$ , divisant le plan  $(a_y, a_z)$ , correspondent les domaines asymptotiques des quadrants  $E_k$ . Cette correspondance résulte de la définition de l'impulsion généralisée :  $\vec{p} = m\vec{v} + Ze\vec{a}$ . Par exemple, les domaines asymptotiques correspondants des quadrants  $E'_1$  et  $E_1$  sont identifiés par des flèches. En décrivant la transition de  $x = -\infty$  ( $i=1$ ) à  $x = +\infty$  ( $i=2$ ), l'extrémité du potentiel vecteur a décrit une courbe dans le plan  $(a_y, a_z)$ , commençant dans le domaine asymptotique d'un quadrant  $E'_k$  et se terminant dans le domaine asymptotique d'un autre quadrant  $E'_k$ . La fonction de distribution des vitesses passe alors d'une distribution  $\eta_1^{(v)}$  en  $x = -\infty$  à une distribution  $c_2^{(v)}(k_2) \eta_2^{(v)}$  en  $x = +\infty$ .



autre déterminera le profil de variation de l'induction magnétique  $\vec{B}$ ). Les équations (IV.90) à (IV.93), définissant la fonction de distribution des vitesses  $F^{(v)}$ , montrent que celle-ci passe alors d'une distribution  $\eta_1^{(v)}$  en  $x = -\infty$  à une distribution  $c_2^{(v)}(k_2)\eta_2^{(v)}$  en  $x = +\infty$ . Ces fonctions asymptotiques doivent avoir les mêmes treize premiers moments que les fonctions de distribution réelles. Une description simple de ces fonctions est donnée par des bi-maxwelliennes de la forme (IV.79)

$$\eta_i^{(v)}(H, p_y, p_z) = N_o^{(v)} \left( \frac{m^{(v)}}{2\pi k} \right)^{3/2} \frac{1}{T_{\perp i}^{(v)} T_{\parallel i}^{(v) 1/2}} \exp \left\{ - \frac{H}{k T_{\perp i}^{(v)}} \right\} \cdot$$

$$\exp \left\{ - \frac{1}{k T_{\perp i}^{(v)}} \left[ \frac{1}{2} m^{(v)} v_i^{(v) 2} - \vec{p} \cdot \vec{v}_i^{(v)} \right] \right\} \cdot$$

$$\exp \left\{ - \frac{(A_i^{(v)} - 1)}{2m^{(v)} k T_{\perp i}^{(v)}} \left[ (p_y - m v_{y_i}^{(v)}) \sin \theta_i - (p_z - m v_{z_i}^{(v)}) \cos \theta_i + d_i^{(v)} \right]^2 \right\}$$

(IV.94)

où  $A_i^{(v)}$  et  $d_i^{(v)}$  sont les constantes définies en (IV.63) et (IV.59).  $N_o^{(v)}$  n'est pas, comme dans l'équation (IV.79), identifié aux concentrations asymptotiques en  $x = \pm \infty$ . En fait, la constante  $N_o^{(v)}$  ne dépend pas de l'indice  $i$ . On montrera, dans le paragraphe IV.5.4., qu'elle est proportionnelle à la concentration asymptotique  $N_1^{(v)}$  en  $x = -\infty$ . Rappelons aussi que les paramètres  $\theta_i$  sont les angles constants entre l'axe Oz et la direction de l'induction magnétique en  $x = \pm \infty$ . Lorsque l'orientation de l'induction magnétique, en  $x = +\infty$ , ne peut être déterminée a priori, nous limiterons le modèle aux transitions pour lesquelles  $A_2^{(v)} = 0$  ( $T_{\perp 2}^{(v)} = T_{\parallel 2}^{(v)}$ ).

Remarquons que les fonctions de distribution des vitesses définies en (IV.90) sont des solutions, au sens faible, de l'équation de Vlasov. En effet, ces fonctions présentant des discontinuités dans le

plan  $(p_y, p_z)$ , leurs dérivées sont singulières aux frontières des quadrants  $E_k$ . Un raffinement mathématique (consistant, par exemple, à remplacer les fonctions étagées  $g_i^{(v)}$  par des fonctions continues approchant ces mêmes fonctions étagées) pourrait éliminer ces singularités. Cependant, un tel raffinement n'est pas indispensable, puisqu'on montrera, à la section (IV.6), que les moments des fonctions de distribution (IV.90) sont des quantités continues par rapport aux potentiels  $\phi, a_y$  et  $a_z$ . En outre, ces moments satisfont rigoureusement à la hiérarchie complète des équations de transport.

#### IV.5.3. Les conditions pour que le plasma reste homogène en $x = \pm\infty$

Pour que le plasma reste homogène en  $x = \pm\infty$ , il faut que les conditions (IV.87), (IV.88) et (IV.89) soient satisfaites de part et d'autre de la transition. Dans ce cas

$$V_{\perp i}^{(v)} = C_{\perp i} \quad (\text{IV.95})$$

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} N_i^{(v)} V_{//i}^{(v)} = 0 \quad (\text{IV.96})$$

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} N_i^{(v)} = 0 \quad (\text{IV.97})$$

La condition (IV.95) signifie que tous les vecteurs  $(\vec{V}_i^{(v)} - \vec{C}_i)$  sont parallèles à  $\vec{B}_i$ , puisque leurs composantes perpendiculaires sont nulles. Dès lors,

$$\vec{V}_i^{(v)} - \vec{C}_i = V_{//i}^{(v)} \vec{e}_i \quad (\text{IV.98})$$

où  $\vec{V}_i^{(v)}$  est la vitesse dans le système de référence en mouvement avec la vitesse de masse  $\vec{C}_i$  et  $\vec{e}_i$  désigne le vecteur unitaire dans la direction de  $\vec{B}_i$ .

La condition (IV.96) devient alors, en tenant compte de (IV.98) et (IV.97),

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} N_i^{(v)} V_{//i}^{(v)} = 0 \quad (\text{IV.99})$$

De (IV.98) et de la relation

$$\sum_{v=1}^r m^{(v)} N_i^{(v)} \vec{V}_i^{(v)} = \sum_{v=1}^r m^{(v)} N_i^{(v)} \vec{C}_i \quad (\text{IV.100})$$

définissant la vitesse de masse  $\vec{C}_i$ , on déduit aussi

$$\sum_{v=1}^r m^{(v)} N_i^{(v)} V_{//i}^{(v)} = 0 \quad (\text{IV.101})$$

Il est commode de poser

$$x_i^{(\beta)} = \sum_{v=1}^{k_\beta} N_i^{(v)} V_{//i}^{(v)} \quad (\beta = 1, \dots, s) \quad (\text{IV.102})$$

où  $s$  est le nombre d'espèces distinctes (à  $Z$  et/ou  $m$  différents) et  $k_\beta$  le nombre de constituants (à  $Z$  et  $m$  identiques) de l'espèce  $\beta$ .

Les conditions d'homogénéité du plasma (IV.99) et (IV.101) deviennent alors

$$\sum_{\nu=1}^s z^{(\nu)} x_i^{(\nu)} = 0 \quad (\text{IV.103})$$

$$\sum_{\nu=1}^s m^{(\nu)} x_i^{(\nu)} = 0 \quad (\text{IV.104})$$

En général, la vitesse de masse  $\vec{C}_i$  et les concentrations  $N_i^{(\nu)}$  sont des données du problème qui peuvent être mesurées expérimentalement. Les concentrations mesurées satisfont toujours la condition de neutralité (IV.97). Les composantes perpendiculaires des vitesses moyennes sont aussi déterminées puisqu'elles sont égales à  $C_{\perp i}$  (équation IV.95). Pour obtenir un système "ad hoc" de composantes parallèles  $V_{//i}^{(\nu)}$ , il faut d'abord satisfaire les conditions (IV.103) et (IV.104). Il faut ensuite, pour chaque  $x_i^{(\beta)}$ , déterminer un ensemble de composantes  $V_{//i}^{(\nu)}$  ( $\nu = 1, \dots, k_{\beta}$ ) satisfaisant la relation (IV.102). Les composantes parallèles  $V_{//i}^{(\nu)}$  s'obtiennent alors en ajoutant  $C_{//i}$  à  $V_{//i}^{(\nu)}$  (équation IV.98). Les solutions ne sont évidemment pas uniques puisque les équations (IV.102), (IV.103) et (IV.104) comportent plus d'inconnues que d'équations. Dans un cas particulier, la détermination des vitesses moyennes sera effectuée en conjonction avec des données de paramètres mesurés au sein du plasma.

Dans le cas du contact de deux plasmas d'hydrogène d'énergies différentes ( $r = 4, s = 2$ ), la seule solution des équations (IV.103) et (IV.104) est

$$x_i^{(\nu)} = 0 \quad (\text{IV.105})$$

soit, en explicitant (IV.102),

$$N_i^{(1)} V_{//i}^{(1)} + N_i^{(2)} V_{//i}^{(2)} = 0 \quad (\text{IV.106})$$

$$N_i^{(3)} V_{//i}^{(3)} + N_i^{(4)} V_{//i}^{(4)} = 0 \quad (\text{IV.107})$$

où les indices (1) et (2) désignent les constituants électroniques et les indices (3) et (4), les constituants ioniques.

Si on ajoute à ce plasma un constituant d'hélium  $\text{He}^{++}$  ( $s = 3$ ), qui est un constituant minoritaire du vent solaire, les équations (IV.103) et (IV.104) se réduisent à

$$x_i^{(1)} = x_i^{(2)} + 2 x_i^{(3)} \quad (\text{IV.108})$$

$$\left(1 + \frac{m^{(2)}}{m^{(1)}}\right) x_i^{(2)} + \left(2 + \frac{m^{(3)}}{m^{(1)}}\right) x_i^{(3)} = 0 \quad (\text{IV.109})$$

La connaissance d'un seul  $x_i^{(v)}$  détermine alors les deux autres.

#### IV.5.4. Le rôle des constantes $c_i^{(v)}(k)$ et une condition sur les vitesses moyennes $\vec{V}_i^{(v)}$

Les fonctions  $g_i^{(v)}$  ( $i = 1, 2$ ) intervenant dans la définition des fonctions de distribution des vitesses (équation IV.90) prennent les valeurs constantes  $c_i^{(v)}(k)$  ( $\geq 0$ ) dans chacun des quadrants ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) définis par la figure 27. Outre les paramètres  $\vec{p}_{o_i}^{(v)}$  (4 constantes) définissant l'origine des quadrants, chaque fonction de distribution des vitesses dépend donc aussi de 8 constantes. Les équations (IV.91),

(IV.92) et (IV.93) définissent les constantes  $c_2^{(v)}(k_1)$ ,  $c_1^{(v)}(k_2)$  et  $c_1^{(v)}(k_1)$  et permettent aux fonctions de distribution  $F^{(v)}$  de passer d'un état asymptotique  $\eta_1^{(v)}$  en  $x = -\infty$  à un autre  $c_2^{(v)}(k_2) \eta_2^{(v)}$  en  $x = +\infty$  (§ IV.5.2). Des cinq constantes restantes, seule  $c_2^{(v)}(k_2)$  n'est pas complètement arbitraire, mais dépend des concentrations et des températures en  $x = \pm \infty$ .

En effet, les concentrations en  $x = \pm \infty$  sont de la forme (IV.80) et s'écrivent

$$N_i^{(v)} = c_i^{(v)}(k_i) N_o^{(v)} \cdot \exp \left\{ - \frac{z^{(v)} e(\phi_i - \vec{a}_i \cdot \vec{V}_i^{(v)})}{kT_{1i}^{(v)}} \right\} \quad (\text{IV.110})$$

D'autre part, les composantes asymptotiques du potentiel vecteur sont analogues à (IV.51) et (IV.52) et deviennent

$$a_{y_i} = B_{z_i} x + a_{oy_i} \quad (\text{IV.111})$$

$$a_{z_i} = -B_{y_i} x + a_{oz_i} \quad (\text{IV.112})$$

où  $a_{oy_i}$  et  $a_{oz_i}$  sont des constantes qui sont généralement différentes pour  $i = 1$  et  $i = 2$ . Le potentiel électrique asymptotique, décrivant le champ électrique (IV.85), est de la forme

$$\phi_i = \vec{a}_i \cdot \vec{C}_i + \phi_{oi} \quad (\text{IV.113})$$

Il diffère du potentiel (IV.73) par l'adjonction de la constante  $\phi_{oi}$  qui ne peut, en général, être simultanément normalisée à zéro de chaque

côté de la transition.  $\phi_{0i}$  est le potentiel électrique asymptotique dans le système de référence en mouvement avec la vitesse  $\vec{C}_i$ . En  $x = -\infty$ , il est commode de normaliser ce potentiel électrique à zéro, soit

$$\phi_{0i} = 0 \quad (\text{IV.114})$$

Tenant compte des équations (IV.111), (IV.112), (IV.113) et (IV.98), le numérateur du terme exponentiel, intervenant dans l'expression des concentrations (IV.110), se simplifie et devient

$$Z^{(v)} e^{(\phi_i - \vec{a}_i \cdot \vec{V}_i^{(v)})} = Z^{(v)} e^{\phi_{0i} + V_{//i}^{(v)} a_{//i}} \quad (\text{IV.115})$$

où

$$d_i^{(v)} = Z^{(v)} e^{a_{//i}} \quad (\text{IV.59})$$

Les concentrations asymptotiques deviennent alors, tenant compte de (IV.110), (IV.115) et (IV.59),

$$N_i^{(v)} = c_i^{(v)}(k_i) \cdot N_o^{(v)} \exp \left[ - \frac{Z^{(v)} e^{(\phi_{0i} + V_{//i}^{(v)} a_{//i})}}{kT_{\perp i}^{(v)}} \right] \quad (\text{IV.116})$$

A cause de (IV.93) et (IV.114), les constantes  $N_o^{(v)}$  sont alors reliées à la concentration asymptotique en  $x = -\infty$  par la relation

$$N_o^{(v)} = N_1^{(v)} \exp \left( \frac{Z^{(v)} e^{V_{//1}^{(v)} a_{//1}}}{kT_{\perp 1}^{(v)}} \right) \quad (\text{IV.117})$$

La constante  $N_0^{(v)}$  n'est donc égale à la concentration asymptotique  $N_1^{(v)}$  que lorsque le potentiel vecteur est perpendiculaire à l'induction magnétique en  $x = -\infty$  ( $a_{//1} = 0$ ) ou lorsque tous les constituants du plasma se déplacent avec la vitesse de masse  $\vec{C}_1$  en  $x = -\infty$  ( $V_{//1}^{(v)} = 0$ ). Dans ce cas, d'après (IV.98),  $\vec{V}_1^{(v)} = \vec{C}_1$ .

En posant  $i = 2$  et  $v = 1$  dans l'équation (IV.116) et tenant compte de (IV.117), on déduit la valeur de la constante  $\phi_{02}$ , (dans un système de référence en mouvement avec le plasma, cette constante est la différence de potentiel électrique entre  $x = +\infty$  et  $x = -\infty$ )

$$\phi_{02} = - \frac{kT_{\perp 2}^{(1)}}{z^{(1)} e} \left[ X_2^{(1)} - X_1^{(1)} + \ln \left( \frac{N_2^{(1)}}{c_2^{(1)}(k_2) \cdot N_1^{(1)}} \right) \right] \quad (\text{IV.118})$$

avec

$$X_i^{(v)} = \frac{z^{(v)} e}{kT_{\perp i}^{(v)}} V_{//i}^{(v)} a_{//i} \quad (\text{IV.119})$$

On voit donc que la constante  $c_2^{(1)}(k_2)$  détermine la différence de potentiel électrique  $\phi_{02}$ . Les autres constantes se déduisent de (IV.116), (IV.117) et (IV.118),

$$c_2^{(v)}(k_2) = \frac{N_2^{(v)}}{N_1^{(v)}} \left[ \frac{N_2^{(1)}}{c_2^{(1)}(k_2) \cdot N_1^{(1)}} \right]^{- \frac{z^{(v)} T_{\perp 2}^{(1)}}{z^{(1)} T_{\perp 2}^{(v)}} } \cdot \exp \left[ X_2^{(v)} - X_1^{(v)} - \frac{z^{(v)} T_{\perp 2}^{(1)}}{z^{(1)} T_{\perp 2}^{(v)}} \left( X_2^{(1)} - X_1^{(1)} \right) \right] \quad (\text{IV.120})$$



Cependant, la direction de l'induction magnétique en  $x = +\infty$  n'est pas déterminée a priori, puisque des conditions initiales en  $x = -\infty$  sont suffisantes à la résolution du système des équations différentielles (IV.9) à (IV.14). Il en résulte, qu'en général, les quantités  $X_2^{(v)}$  ne sont pas connues au départ de l'intégration numérique. Pour cette raison, nous ne nous intéresserons qu'aux transitions pour lesquelles

$$X_1^{(v)} = X_2^{(v)} \quad (\text{IV.121})$$

Tenant compte de (IV.119) et (IV.98), (IV.121) devient une condition sur les composantes parallèles des vitesses moyennes

$$\frac{1}{T_{\perp 1}^{(v)}} (V_{//1}^{(v)} - C_{//1}) a_{//1} = \frac{1}{T_{\perp 2}^{(v)}} (V_{//2}^{(v)} - C_{//2}) a_{//2} \quad (\text{IV.122})$$

Cette condition sur les vitesses moyennes n'est pas restrictive, puisqu'elle englobe tous les cas observés. En effet, les observations relatives à la structure de la magnétopause montrent que cette frontière est d'abord caractérisée par un changement progressif de l'orientation de l'induction magnétique alors que le plasma ne subit pas de changement notable (voir chapitre II, section II.2). A la magnétopause, on a donc  $\vec{V}_1^{(v)} = \vec{V}_2^{(v)} = \vec{C}$  et la condition (IV.122) est satisfaite. Par contre (voir chapitre II, section II.4), les transitions décrivant le bord interne de la couche frontière magnétosphérique sont caractérisées par un changement progressif de la vitesse de masse, tant en grandeur qu'en direction, alors que l'orientation de l'induction magnétique reste inchangée. Pour ces transitions,  $a_{//1} = a_{//2} = 0$ , et la condition (IV.122) est encore satisfaite.

Avec la condition (IV.122), les équations (IV.118) et (IV.120), exprimant la différence de potentiel  $\phi_{02}$  et les constantes  $c_2^{(v)}$  ( $k_2$ ), se simplifient

$$\phi_{02} = - \frac{kT_{12}^{(1)}}{Z^{(1)} e} \ln \left( \frac{N_2^{(1)}}{c_2^{(1)}(k_2) \cdot N_1^{(1)}} \right) \quad (\text{IV.123})$$

$$c_2^{(v)}(k_2) = \frac{N_2^{(v)}}{N_1^{(v)}} \left[ \frac{N_2^{(1)}}{c_2^{(1)}(k_2) \cdot N_1^{(1)}} \right]^{-\frac{Z^{(v)} T_{12}^{(1)}}{Z^{(1)} T_{12}^{(v)}}} \quad (\text{IV.124})$$

Le rôle des autres constantes  $c_1^{(v)}(k_3)$ ,  $c_1^{(v)}(k_4)$ ,  $c_2^{(v)}(k_3)$  et  $c_2^{(v)}(k_4)$  est de permettre à l'extrémité du potentiel vecteur ( $\vec{a}$ ) de décrire une courbe dont les limites asymptotiques se trouvent dans des quadrants prédéterminés :  $E'_{k_1}$  (correspondant à  $x = -\infty$ ) et  $E'_{k_2}$  (correspondant à  $x = +\infty$ ). En général, il suffira (voir chapitre VI) d'associer aux domaines asymptotiques des quadrants  $E_{k_3}$  et  $E_{k_4}$  des pressions cinétiques de plasma supérieures à la pression totale (cinétique + magnétique) associée au quadrant  $E_{k_1}$ . Ce procédé servira à simuler des rotations arbitraires de l'induction magnétique dans le plan yz.

Lorsque

$$\sum_{i=1}^2 c_i^{(v)}(k_j) = 1 \quad ; \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{IV.125})$$

et

$$\left. \begin{aligned} \eta_1^{(v)} &= \eta_2^{(v)} \\ \vec{p}_{01}^{(v)} &= \vec{p}_{02}^{(v)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.126})$$

la fonction de distribution correspondante reste une bi-maxwellienne dans toute la transition et les températures ( $T_{//}^{(v)}$ ,  $T_{\perp}^{(v)}$ ), ainsi que la vitesse moyenne ( $\vec{V}^{(v)}$ ) restent constantes de  $x = -\infty$  à  $x = +\infty$ . Lorsque les populations d'électrons (/d'ions) restent bi-maxwelliennes de  $x = -\infty$  à  $x = +\infty$ , les ions (/les électrons) contribuent seuls à la variation globale du courant électrique. Comme Sestero (1964), nous désignerons ce type de transition sous l'appellation de "couches ioniques" ("/couches électroniques").

#### IV.6. DETERMINATION DES MOMENTS DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DES VITESSES : $Q_{rst}$

##### IV.6.1. Définition des $Q_{rst}$

Si, pour des moyennes calculées à l'aide de la fonction de distribution (IV.90),

$$Q_{rst} = n \langle v_x^r v_y^s v_z^t \rangle \quad (\text{IV.127})$$

alors, d'après (IV.41) et (IV.42)

$$Q_{rst} = 0 \quad \text{si } r \text{ est impair} \quad (\text{IV.128})$$

et

$$Q_{rst} = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 M_k^i \quad \text{si } r \text{ est pair} \quad (\text{IV.129})$$

avec

$$M_k^i = \int_{H_0}^{+\infty} dH \iint_{E_k} v_x^r v_y^s v_z^t \chi_{ki}(H, p_y, p_z) dp_y dp_z \quad (\text{IV.130})$$

et

$$\chi_{ki}(H, p_y, p_z) = 2^{1/2} m^{-5/2} (H - H_0)^{-1/2} c_i(k) \eta_i(H, p_y, p_z) \quad (\text{IV.131})$$

N'importe quelle grandeur physique macroscopique peut alors être exprimée à l'aide des  $Q_{rst}$ . En particulier, les concentrations des particules  $n$  et les densités de courant  $\vec{j}$ , apparaissant dans les seconds membres des équations différentielles (IV.12), (IV.13) et (IV.14), sont données par

$$n = Q_{000} \quad (\text{IV.132})$$

$$j_y = Ze Q_{010} \quad (\text{IV.133})$$

$$j_z = Ze Q_{001} \quad (\text{IV.134})$$

#### I V.6.2. Normalisation des variables

Avant de passer au calcul des moments de la fonction de distribution des vitesses,  $Q_{rst}$ , il est commode de rendre toutes les variables physiques sans dimension. Pour cela, il suffit de définir des

unités de base pour un nombre minimum de variables physiques, à partir desquelles les unités des autres variables peuvent se déduire.

Les quatre unités de base seront l'unité de longueur ( $\lambda_x$ ), de vitesse ( $\lambda_v$ ), de temps ( $\lambda_t$ ) et de masse ( $\lambda_m$ ). On définit ainsi (l'indice 1 désignant un constituant électronique).

$$\lambda_x = \left( \frac{m^{(1)}}{e^2 \mu_o N_o^{(1)}} \right)^{1/2} \quad (\text{IV.135})$$

$$\lambda_v = \left( \frac{k T_{//1}^{(1)}}{m^{(1)}} \right)^{1/2} \quad (\text{IV.136})$$

$$\lambda_t = \frac{m^{(1)}}{e \lambda_B} \quad (\text{IV.137})$$

$$\lambda_m = m^{(1)} \quad (\text{IV.138})$$

L'unité de longueur est donc la profondeur de peau électronique, déjà introduite au chapitre III (équation III.19). L'unité de vitesse est la vitesse d'agitation thermique des électrons, dans la direction parallèle à  $\vec{B}$ . L'unité de temps est proportionnelle à la période de gyration des électrons dans un champ  $\vec{B}$ , d'intensité égale à  $\lambda_B$ , l'unité de champ. L'unité de masse est la masse de l'électron.

Comme  $\lambda_v = \lambda_x / \lambda_t$ , il vient, à partir de (IV.135), (IV.136) et (IV.137),

$$\lambda_B = (\mu_o N_o^{(1)} k T_{//1}^{(1)})^{1/2} \quad (\text{IV.139})$$

$\lambda_B$  est ici l'intensité de l'induction magnétique dont la densité d'énergie est proportionnelle à la densité d'énergie cinétique des électrons, parallèlement à la direction de  $\vec{B}$ . Tout comme  $\lambda_B$ , les unités des autres grandeurs physiques s'obtiennent aisément comme des combinaisons de  $\lambda_X$ ,  $\lambda_V$ ,  $\lambda_t$  et  $\lambda_m$ .

L'appendice 1 définit les unités des différentes grandeurs physiques.

#### IV.6.3. Le calcul des $Q_{rst}$

Posons

$$S^{(v)} = \frac{N_o^{(v)}}{N_o^{(1)}} \quad (\text{IV.140})$$

$$\alpha_i^{(v)} = \frac{T_{\perp i}^{(1)}}{T_{\perp i}^{(v)}} \quad (\text{IV.141})$$

En particulier,

$$S^{(1)} = 1 \quad (\text{IV.142})$$

$$\alpha_1^{(1)} = A_1^{(1)-1} \quad (\text{IV.143})$$

Désignant les variables non dimensionnées par des indices étoilés, on obtient aussi

$$T_{\perp i}^* = \alpha_i^{-1} \quad (\text{IV.144})$$

$$T_{//i}^* = (A_i \alpha_i)^{-1} \quad (\text{IV.145})$$

Avec ces notations, et tenant compte de (IV.94), la fonction  $\chi_{ki}$  définie en (IV.131) devient, sous forme non dimensionnée ( $Z e^* = Z$ ,  $k^* T_{\perp i}^* = \alpha_i^{-1}$ ,  $k^* T_{//i}^* = (A_i \alpha_i)^{-1}$ , puisque  $e^* = 1$  et  $k^* = 1$ , comme il est indiqué à l'appendice 1),

$$\begin{aligned} \chi_{ki}^* = & 2^{-1} \pi^{-3/2} m^{-1} c_i(k) A_i^{1/2} \alpha_i^{3/2} (H^* - H_o^*)^{-1/2} \cdot \exp(-\alpha_i H^*). \\ & \exp \left[ -\alpha_i \left( \frac{1}{2} m^* V_i^{*2} - \vec{p}^* \cdot \vec{V}_i^* \right) \right] \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \alpha_i (A_i - 1) m^{*-1} \cdot \right. \\ & \left. \left[ (p_y^* - m^* V_{y_i}^*) \sin \theta_i - (p_z^* - m^* V_{z_i}^*) \cos \theta_i + d_i^* \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.146}) \end{aligned}$$

Dans la suite de ce chapitre, nous n'utiliserons que des variables sans dimension. Dès lors, dans les développements qui vont suivre, et sauf mention explicite du contraire, toutes les variables seront supposées sans dimensions et l'indice étoilé sera sous-entendu.

Afin de calculer l'intégrale (IV.130), nous définissons un changement de variables  $(p_y, p_z) \rightarrow (P_y, P_z)$  qui transforme le quadrant d'intégration  $E_k$  de cette intégrale en un domaine d'intégration défini de façon identique en fonction de l'indice  $k$ . Cette transformation de variables est définie par

$$\varepsilon_k \vec{P} = Z^{-1} m^{-1/2} \vec{p} \quad (\text{IV.147})$$

où les vecteurs  $\vec{p}$  et  $\vec{P}$  sont à deux dimensions suivant  $y$  et  $z$  et où  $\varepsilon_k$  est la dyade

$$\underline{\varepsilon}_k = \begin{pmatrix} \varepsilon_{ky} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{kz} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.148})$$

Les vecteurs  $\vec{\varepsilon}_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) sont des vecteurs à deux dimensions définis par

$$\left. \begin{aligned} \vec{\varepsilon}_1 &= (-1, +1) \\ \vec{\varepsilon}_2 &= (+1, +1) \\ \vec{\varepsilon}_3 &= (-1, -1) \\ \vec{\varepsilon}_4 &= (+1, -1) \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.149})$$

$\varepsilon_{ky} (/ \varepsilon_{kz})$  est la composante suivant  $y$  ( $z$ ) d'un vecteur unitaire orienté suivant l'axe  $y$  ( $z$ ) du quadrant  $E'_k$  de l'espace  $(a_y, a_z)$ . Le changement de variables (IV.147) met en correspondance biunivoque chaque quadrant  $E_k$  de l'espace  $(p_y, p_z)$  avec l'ensemble  $\theta_k$  défini de la façon suivante,

$$\theta_k = [ \varepsilon_{ky} \Omega_{y_i} , +\infty [ \times [ \varepsilon_{kz} \Omega_{z_i} , +\infty [ \quad (\text{IV.150})$$

où



$$\vec{\Omega}_i = Z^{-1} m^{-1/2} \vec{p}_{oi} \quad (\text{IV.151})$$

Le jacobien de la transformation (IV.147) a un déterminant dont la valeur absolue est

$$\left| \begin{array}{c} dtm \\ \frac{\partial(p_y, p_z)}{\partial(P_y, P_z)} \end{array} \right| = Z^2 m$$

L'intégrale (IV.130) peut donc s'écrire

$$M_k^i = Z^2 m \int_{\varepsilon_{ky} \Omega_{y_i}}^{+\infty} dP_y \int_{\varepsilon_{kz} \Omega_{z_i}}^{+\infty} dP_z \int_{H'_o(P_y, P_z)}^{+\infty} v_x^r v_y^s v_z^t \psi_{ki}(H, P_y, P_z) dH \quad (\text{IV.152})$$

où

$$H'_o(P_y, P_z) = H_o [p_y(P_y), p_z(P_z)]$$

et

$$\psi_{ki}(H, P_y, P_z) = \chi_{ki} [H, p_y(P_y), p_z(P_z)]$$

avec, dans une formulation vectorielle à deux dimensions suivant y et z,

$$H'_0 (P_y, P_z) = Z\phi + \frac{Z^2}{2} (\epsilon_k \vec{P} - \vec{h})^2 \quad (\text{IV.153})$$

et

$$\begin{aligned} \psi_{ki} (H, P_y, P_z) = & \\ & 2^{-1} \pi^{-3/2} m^{-1} \alpha_i^{3/2} A_i^{3/2} S c_i(k) \exp \left[ -\frac{1}{2} \Lambda_i (\omega_i^2 + A_i^{-1} K_i \Gamma_i^2) \right] \times \\ & (H - H'_0)^{-1/2} \exp(-\alpha_i H) \exp \left\{ \frac{1}{2} \Lambda_i \right. \\ & \left. \left[ 2 \epsilon_k \vec{P} \cdot \vec{\omega} - K_i [(\epsilon_k \vec{P} - \vec{\omega}) \cdot \vec{e}_i]^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.154})$$

où l'on a posé

$$K_i = A_i - 1 \quad (\text{IV.155})$$

$$\Lambda_i = \alpha_i Z^2 \quad (\text{IV.156})$$

$$\Gamma_i = m^{-1/2} a_{//i} \quad (\text{IV.157})$$

$$\vec{h} = m^{-1/2} \vec{a} \quad (\text{IV.158})$$

$$\vec{D}_i = m^{1/2} Z^{-1} \vec{V}_i \quad (\text{IV.159})$$

$$\vec{\omega}_i = \vec{D}_i + A_i^{-1} K_i \Gamma_i \vec{e}_i \quad (\text{IV.160})$$

Dans l'équation (IV.160),  $\vec{e}_i$  est le vecteur unitaire le long de l'induction magnétique  $\vec{B}_i$ .

$$\vec{e}_i = (-\sin \theta_i, \cos \theta_i) \quad (\text{IV.161})$$

Les relations (IV.30), (IV.31), (IV.32) et le changement de variables défini par l'équation (IV.147) permettent d'exprimer les composantes  $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$  intervenant dans l'intégrand de  $M_k^i$  (équation IV.152) en fonction de  $H$ ,  $P_y$  et  $P_z$ . On obtient,

$$|v_x| = 2^{1/2} m^{-1/2} (H - H'_0)^{1/2} \quad (\text{IV.162})$$

$$v_y = m^{-1/2} Z (c_{ky} P_y - h_y) \quad (\text{IV.163})$$

$$v_z = m^{-1/2} Z (\varepsilon_{kz} P_z - h_z) \quad (\text{IV.164})$$

Le calcul de l'intégrale  $M_k^i$  est présenté à l'appendice 2. On trouve

$$M_k^i = S \xi_{rst} \Delta^i(r) c_i(k) L_k^i(s, t) \quad (\text{IV.165})$$

où l'on a posé

$$\xi_{rst} = \frac{r! s! t!}{\pi 2^{\frac{r}{2}} \left(\frac{r}{2}\right)!} Z^{s+t} m^{-\left(\frac{r+s+t}{2}\right)} \quad (\text{IV.166})$$

$$\Delta^i(r) = \alpha_i^{-\frac{r}{2}} \exp(-\varphi^i) \quad (\text{IV.167})$$

$$L_k^i(s, t) = \sum_{j_1=0}^s \left\{ \frac{g(s - j_1, \tau_y^i)}{j_1! (s - j_1)! (\varepsilon_{ky} \zeta_{1i})^{j_1}} \times \right. \\ \left. \sum_{j_2=0}^t \left[ \frac{g(t - j_2, \tau_z^i)}{(t - j_2)! (\varepsilon_{kz} \zeta_{2i})^{j_2}} \sum_{j_3=0}^{j_2} \frac{g(j_3, -\varepsilon_{ky} \varepsilon_{kz} \sigma_i)}{j_3! (j_2 - j_3)!} \right. \right. \\ \left. \left. R_{j_1 + j_3, j_2 - j_3}(-\varepsilon_{ky} \zeta_{1i} U_y^i, -\varepsilon_{kz} \zeta_{2i} U_z^i, \varepsilon_{ky} \varepsilon_{kz} \sigma_i) \right] \right\} \quad (\text{IV.168})$$

avec

$$\varphi^i = \alpha_i Z(\phi - \vec{a} \cdot \vec{V}_i) - \frac{1}{2} \Lambda_i K_i A_i^{-1} (\Gamma_i^2 - \gamma^i{}^2) \quad (\text{IV.169})$$

$$\gamma^i = \vec{e}_i \cdot \vec{h} \quad (\text{IV.170})$$

$$\vec{\tau}^i = \vec{D}_i + K_i A_i^{-1} (\Gamma_i - \gamma^i) \vec{e}_i \quad (\text{IV.171})$$

$$\zeta_{1i} = \left( \frac{1}{2} \Lambda_i \right)^{1/2} A_i^{1/2} (1 + K_i \cos^2 \theta_i)^{-1/2} \quad (\text{IV.172})$$

$$\zeta_{2i} = \left( \frac{1}{2} \Lambda_i \right)^{1/2} (1 + K_i \cos^2 \theta_i)^{1/2} \quad (\text{IV.173})$$

$$\sigma_i = -K_i A_i^{-1/2} \sin \theta_i \cos \theta_i \quad (\text{IV.174})$$

$$\vec{U}^i = \vec{h} + \vec{\tau}^i - \vec{Q}_i \quad (\text{IV.175})$$

La fonction  $g(i, a)$  est définie, pour  $a$  réel et  $i$  entier positif ou nul, de la façon suivante

$$\left. \begin{aligned} g(i, a) &= a^i & \text{si } i \neq 0 \\ &= 1 & \text{si } i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.176})$$

En particulier,

$$g(i \neq 0, 0) = 0$$

$$g(0, 0) = 1$$

$R_{k,\ell}(y, z, A)$  est une fonction des variables réelles  $y, z, A$  qui dépend des deux paramètres  $k$  et  $\ell$ , entiers positifs ou nuls. Cette fonction est définie par

$$R_{k,\ell}(y, z, A) = \int_y^{+\infty} x^k e^{-x^2} \phi_\ell(Ax + z) dx \quad (\text{IV.177})$$

où

$$\phi_\ell(u) = \int_u^{+\infty} x^\ell e^{-x^2} dx \quad (\text{IV.178})$$

Les propriétés de ces fonctions sont explicitées à l'appendice 3. On y montre que la fonction  $\phi$  peut être explicitée en termes de

fonctions élémentaires du type polynôme, fonction exponentielle et fonction d'erreur complémentaire. Cette dernière est définie par l'intégrale

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{+\infty} e^{-x^2} dx \quad (\text{IV.179})$$

En particulier, d'après (3.2), (3.3) et (3.4)

$$\phi_0(u) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(u) \quad (3.2)$$

$$\phi_1(u) = \frac{1}{2} e^{-u^2} \quad (\text{IV.180})$$

$$\phi_2(u) = \frac{1}{4} [ \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(u) + 2u e^{-u^2} ] \quad (\text{IV.181})$$

$$\phi_3(u) = \frac{1}{2} e^{-u^2} (1 + u) \quad (\text{IV.182})$$

La fonction  $R$  (voir appendice 3) peut également être développée en termes des mêmes fonctions élémentaires que  $\phi$ , lorsque  $\ell$  est impair. A ces mêmes fonctions élémentaires, on doit ajouter, lorsque  $\ell$  est pair, la fonction intégrale suivante

$$I_0(y, z, A) = \int_y^{+\infty} f(x, z, A) dx \quad (3.11)$$

où

$$f(y, z, A) = e^{-y^2} \operatorname{erfc}(Ay + z) \quad (3.12)$$

Cette intégrale (3.11) doit être calculée numériquement lorsque  $A \neq 0$ .

Si  $A = 0$ , on a l'importante propriété suivante.

$$R_{k,\ell}(y, z, 0) = \phi_k(y) \phi_\ell(z) \quad (3.23)$$

On peut vérifier, à partir de (IV.63), (IV.155), (IV.174) et (IV.168), qu'une isotropie de température ( $T_{\perp i} = T_{// i}$ ) entraîne la réductibilité de la fonction  $R$  suivant un produit symétrique de fonction  $\phi$ , de la forme (3.23). Le calcul des  $Q_{rst}$  se fait donc à partir des formules (IV.128), (IV.129) et (IV.165). Explicitement, on obtient, tenant compte de (IV.91), (IV.92) et (IV.93),

$$Q_{rst} = S \xi_{rst} \left\{ \alpha_1^{-\frac{r}{2}} \exp(-\varphi^1) [L_{k_1}^1(s, t) + c_1(k_3) L_{k_3}^1(s, t) + c_1(k_4) L_{k_4}^1(s, t)] + \alpha_2^{-\frac{r}{2}} \exp(-\varphi^2) [c_2(k_2) L_{k_2}^2(s, t) + c_2(k_3) L_{k_3}^2(s, t) + c_2(k_4) L_{k_4}^2(s, t)] \right\} \quad (IV.183)$$

Si le constituant en question possède la même vitesse moyenne et les mêmes températures de part et d'autre de la transition, alors

$$L_{k_j}^1(s, t) = L_{k_j}^2(s, t) = L_{k_j}(s, t) \text{ pour } k_j = 1, 2, 3, 4.$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$\varphi^1 = \varphi^2 = \varphi$$

et (IV.183) devient alors,

$$Q_{rst} = S \xi_{rst} \alpha^{-\frac{r}{2}} \exp(-\varphi) \left\{ L_{k_1}(s,t) + c_2(k_2) L_{k_2}(s,t) \right. \\ \left. + [c_1(k_3) + c_2(k_3)] L_{k_3}(s,t) + [c_1(k_4) + c_2(k_4)] L_{k_4}(s,t) \right\} \quad (\text{IV.184})$$

#### IV.6.4. La série $L_k^i(s,t)$

Le nombre de termes de la série  $L_k^i(s,t)$  (équation IV.168) peut être rendu minimum par l'introduction de l'opérateur  $\sim$  et de la fonction  $\tilde{R}_{k,\ell}(u, v, A)$ .

L'opérateur  $\sim$  agit sur une fonction  $\eta(b_y, b_z)$  pour la transformer en une fonction  $\eta(b_z, b_y)$ . Explicitement,

$$\tilde{\eta}(b_y, b_z) = \eta(b_z, b_y)$$

L'opérateur  $\sim$  consiste donc à transposer les composantes y et z de tout vecteur du plan y-z. L'action de cet opérateur sur la série  $L_k^i(s,t)$  est explicitée à l'appendice 4. On est ainsi amené à introduire la fonction  $\tilde{R}_{k,\ell}(u, v, A)$  définie par les relations suivantes.

$$\tilde{R}_{k,\ell}(\tilde{u}, \tilde{v}, A) = R_{k,\ell}(\tilde{u}, \tilde{v}, A) \quad (4.11)$$



avec

$$\tilde{u} = (1 + A^2)^{-1/2} v \quad (4.12)$$

$$\tilde{v} = (1 + A^2)^{1/2} u \quad (4.13)$$

Notons que, lorsque l'opérateur  $\tilde{v}$  est appliqué à  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ , ces quantités se transforment aussi comme  $u$  et  $v$

$$\tilde{\zeta}_1 = (1 + \sigma^2)^{-1/2} \zeta_2 \quad (4.6)$$

$$\tilde{\zeta}_2 = (1 + \sigma^2)^{1/2} \zeta_1 \quad (4.7)$$

Cette particularité permet d'exprimer la série  $L_k^i(s, t)$  en fonction de  $\tilde{R}$ , ainsi que le montre l'appendice 4 (équation 4.15). Cet appendice explicite aussi les propriétés de  $\tilde{R}_{k, \ell}(u, v, A)$ .

Pour rendre minimum le nombre de termes de la série (IV.168), écrivons d'abord le premier terme de  $L(s, t)$  correspondant à  $j_1$  (dans ce paragraphe, nous sous-entendons les indices  $i$  et  $k$ ). Ce terme s'écrit

$$L^{(j_1=0)}(s, t) = \frac{g(s, \tau_y)}{s!} \sum_{j_2=0}^t \left[ \frac{g(t - j_2, \tau_z)}{(t - j_2)! (\varepsilon_z \zeta_2)^{j_2}} \times \sum_{j_3=0}^{j_2} \frac{g(j_3, -\varepsilon_y \zeta_1 \varepsilon_z \sigma)}{j_3! (j_2 - j_3)!} R_{j_3, j_2 - j_3}(-\varepsilon_y \zeta_1 U_y, -\varepsilon_z \zeta_2 U_z, \varepsilon_y \varepsilon_z 0) \right] \quad (IV.185)$$

et, d'après (4.16) et (4.7), ce terme peut encore s'écrire

$$L^{(j_1=0)}(s, t) = \frac{g(s, \tau_y)}{s!} \sum_{j_2=0}^t \frac{g(t - j_2, \tau_z)}{j_2! (t - j_2)! (\varepsilon_z \tilde{\zeta}_1)^{j_2}} \times \tilde{R}_{j_2, 0}(-\varepsilon_y \zeta_1 U_y, -\varepsilon_z \zeta_2 U_z, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) \quad (\text{IV.186})$$

En pratique, lorsque  $s \geq t$ , on écrira

$$L(s, t) = L^{(j_1=0)}(s, t) + \sum_{j_1=1}^s L^{(j_1)}(s, t) \quad (\text{IV.187})$$

où  $L^{(j_1=0)}(s, t)$  est donné par l'équation (IV.186) et où la sommation sur  $j_1$  comprend tous les termes correspondant à  $j_1 \geq 1$  du développement en série (IV.168).

Si  $t \geq s$ , on se servira de la relation (4.4) pour calculer  $L(s, t)$

$$L(s, t) = \tilde{L}(t, s) \quad (4.4)$$

En posant

$$P_{1,1} = \varepsilon_y \varepsilon_z (\zeta_1 \zeta_2)^{-1} (-\varepsilon_y \varepsilon_z \sigma R_{2,0} + R_{1,1}) \quad (\text{IV.188})$$

on obtient, jusqu'à l'ordre 3

$$L(0,0) = R_{0,0} \quad (\text{IV.189})$$

$$L(1,0) = \tau_y R_{0,0} + \varepsilon_y \zeta_1^{-1} R_{1,0} \quad (\text{IV.190})$$

$$L(1,1) = P_{1,1} + \tau_y \tau_z R_{0,0} + \varepsilon_z \zeta_1^{-1} \tau_y \tilde{R}_{1,0} + \varepsilon_y \zeta_1^{-1} \tau_z R_{1,0} \quad (\text{IV.191})$$

$$L(2,0) = \frac{1}{2} \tau_y^2 R_{0,0} + \varepsilon_y \zeta_1^{-1} \tau_y R_{1,0} + \frac{1}{2} \zeta_1^{-2} R_{2,0} \quad (\text{IV.192})$$

$$L(2,1) = \tau_y P_{1,1} + \frac{1}{2} \tau_y^2 \tau_z R_{0,0} + \frac{1}{2} \varepsilon_z \zeta_1^{-1} \tau_y^2 \tilde{R}_{1,0} \\ + \varepsilon_y \zeta_1^{-1} \tau_y \tau_z R_{1,0} + \frac{1}{2} \zeta_1^{-2} \tau_z R_{2,0} + \frac{1}{2} \varepsilon_z \zeta_1^{-2} \zeta_2^{-1} (R_{2,1} - \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma R_{3,0}) \quad (\text{IV.193})$$

$$L(3,0) = \frac{1}{6} \tau_y^3 R_{0,0} + \frac{1}{2} \varepsilon_y \zeta_1^{-1} \tau_y^2 R_{1,0} + \frac{1}{2} \zeta_1^{-2} \tau_y R_{2,0} + \frac{1}{6} \varepsilon_y \zeta_1^{-3} R_{3,0} \quad (\text{IV.194})$$

Quant à  $L(0,1)$ ,  $L(0,2)$ ,  $L(1,2)$  et  $L(0,3)$ , ils s'obtiennent par application de la formule (4.4), en notant que (voir appendice 4, équation 4.20 et suivantes),

$$\left. \begin{aligned} \tilde{R}_{0,0} &= R_{0,0} \\ \tilde{P}_{1,1} &= P_{1,1} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.195})$$

Ainsi, par exemple,

$$L(0,1) = \tilde{L}(1,0) = \tau_z R_{0,0} + \varepsilon_z \zeta_1^{-1} \tilde{R}_{1,0} \quad (\text{IV.196})$$

En substituant les  $L(s,t)$  jusqu'à l'ordre 3 dans la formulation (IV.183) des  $Q_{rst}$ , on obtient les moments jusqu'à l'ordre 3 de la fonction de distribution des vitesses, puisqu'on a aussi

$$\xi_{000} = \pi^{-1} \quad (\text{IV.197})$$

$$\xi_{001} = \xi_{010} = \pi^{-1} z m^{-1/2} \quad (\text{IV.198})$$

$$\xi_{011} = \pi^{-1} z^2 m^{-1} \quad (\text{IV.199})$$

$$\xi_{200} = \pi^{-1} m^{-1} \quad (\text{IV.200})$$

$$\xi_{210} = \xi_{201} = \pi^{-1} z m^{-3/2} \quad (\text{IV.201})$$

$$\xi_{030} = \xi_{003} = 6 \pi^{-1} z^3 m^{-3/2} \quad (\text{IV.202})$$

$$\xi_{020} = \xi_{002} = 2 \pi^{-1} z^2 m^{-1} \quad (\text{IV.203})$$

$$\xi_{021} = \xi_{012} = 2 \pi^{-1} z^3 m^{-3/2} \quad (\text{IV.204})$$

#### IV.6.5. Comportement asymptotique des $Q_{rst}$

De part et d'autre de la transition, le potentiel vecteur tend vers des domaines asymptotiques des quadrants  $k_1$  ou  $k_2$ , dès que  $x \rightarrow -\infty$  ( $i = 1$ ) ou  $x \rightarrow +\infty$  ( $i = 2$ ), respectivement.

En posant

$$y^j(k_\beta) = - \varepsilon_{k_\beta y} \zeta_{1j} U_y^j$$

$$z^j(k_\beta) = - \varepsilon_{k_\beta z} \zeta_{2j} U_z^j$$

$$A_j(k_\beta) = \varepsilon_{k_\beta y} \varepsilon_{k_\beta z} \sigma_j$$

on peut vérifier, à partir de (IV.175), (IV.158), (IV.149) et des relations asymptotiques (3.28) et (3.29), que

$$R_{k,\ell} [y_i^j(k_\beta), z_i^j(k_\beta), A_j(k_\beta)] = 0 \quad \text{si } i \neq \beta \quad (\text{IV.205})$$

tandis que si  $i = \beta$ , les relations asymptotiques (3.30) et (3.31) montrent que

$$R_{2n+1,\ell} [y_i^j(k_i), z_i^j(k_i), A_j(k_i)] = 0 \quad (\text{IV.206})$$

$$R_{k,2n+1} [y_i^j(k_i), z_i^j(k_i), A_j(k_i)] = 0 \quad (\text{IV.207})$$

$$R_{2n,2m} [y_i^j(k_i), z_i^j(k_i), A_j(k_i)] = \frac{(2n)! (2m)!}{n! m! 2^{2n+2m}} \pi \quad (\text{IV.208})$$

D'après (IV.183), (IV.168) et (IV.205), les  $Q_{rst}$  asymptotiques s'écrivent alors

$$Q_{rst}(\bar{\tau} \infty) = S \xi_{rst} \left\{ \alpha_i^{-\frac{r}{2}} \exp(-\varphi_i^i) c_i(k_i) L_{k_i,i}^i(s,t) \right\} \quad (\text{IV.209})$$

De plus, d'après (IV.170) et (IV.157)

$$\gamma_i^i = \Gamma_i \quad (\text{IV.210})$$

et donc, d'après (IV.159), (IV.171) et (IV.169)

$$\vec{\tau}_i^i = m^{1/2} z^{-1} \vec{v}_i \quad (\text{IV.211})$$

$$\varphi_i^i = \alpha_i (\phi_i - \vec{a}_i \cdot \vec{v}_i) \quad (\text{IV.212})$$

D'après (IV.116), on a aussi

$$S c_i(k_i) \exp(-\varphi_i^i) = N_i \quad (\text{IV.116})$$

Tenant compte des équations (IV.189) à (IV.194) et (IV.197) à (IV.212), ainsi que (IV.116), on obtient les  $Q_{rst}(\bar{\tau} \infty)$  jusqu'à l'ordre 3,

$$Q_{000}(\bar{\tau} \infty) = N_i \quad (\text{IV.213})$$

$$Q_{010}(\bar{r}, \infty) = N_i V_{y_i} \quad (\text{IV.214})$$

$$Q_{011}(\bar{r}, \infty) = N_i [V_{y_i} V_{z_i} + (m \alpha_i A_i)^{-1} K_i \sin \theta_i \cos \theta_i] \quad (\text{IV.215})$$

$$Q_{020}(\bar{r}, \infty) = N_i [V_{y_i}^2 + (m \alpha_i A_i)^{-1} (1 + K_i \cos^2 \theta_i)] \quad (\text{IV.216})$$

$$Q_{200}(\bar{r}, \infty) = N_i (m \alpha_i)^{-1} \quad (\text{IV.217})$$

$$Q_{210}(\bar{r}, \infty) = N_i (m \alpha_i)^{-1} V_{y_i} \quad (\text{IV.218})$$

$$Q_{021}(\bar{r}, \infty) = N_i [V_{y_i}^2 V_{z_i} + 2 (m \alpha_i A_i)^{-1} K_i V_{y_i} \sin \theta_i \cos \theta_i + (m \alpha_i A_i)^{-1} (1 + K_i \cos^2 \theta_i) V_{z_i}] \quad (\text{IV.219})$$

$$Q_{030}(\bar{r}, \infty) = N_i [V_{y_i}^2 + 3 (m \alpha_i A_i)^{-1} (1 + K_i \cos^2 \theta_i)] V_{y_i} \quad (\text{IV.220})$$

$$Q_{001}(\bar{r}, \infty) = \tilde{Q}_{010}(\bar{r}, \infty) \quad (\text{IV.221})$$

$$Q_{002}(\bar{r}, \infty) = \tilde{Q}_{020}(\bar{r}, \infty) \quad (\text{IV.222})$$

$$Q_{201}(\bar{r}, \infty) = \tilde{Q}_{210}(\bar{r}, \infty) \quad (\text{IV.223})$$

$$Q_{012}(\bar{r}, \infty) = \tilde{Q}_{021}(\bar{r}, \infty) \quad (\text{IV.224})$$

$$Q_{003}(\bar{r}, \infty) = \tilde{Q}_{030}(\bar{r}, \infty) \quad (\text{IV.225})$$

## IV.7. CAS PARTICULIERS

### IV.7.1. Température isotrope

Si un constituant possède une température isotrope d'un côté de la transition, la série  $L_k^i$  correspondante se simplifie. En effet, dans ce cas,  $A_i = 1$ , et d'après (IV.155), (IV.174), (IV.171), (IV.172), (IV.173) et (IV.175),

$$K_i = 0$$

$$\sigma_i = 0$$

$$\vec{\tau}^i = \vec{D}_i$$

$$\zeta_{1i} = \zeta_{2i} = \left(\frac{1}{2} \Lambda\right)^{1/2}$$

$$\vec{U}^i = \vec{h} + \vec{D}_i - \vec{\Omega}_i$$

Tenant compte de (3.23), on obtient alors pour la série L, donnée par l'équation (IV.168), sous-entendant les indices i et k,

$$L(s, t) = \sum_{j_1=0}^s \left\{ \frac{2^{\frac{j_1}{2}} \varepsilon_y^{j_1} g(s - j_1, D_y)}{j_1! (s - j_1)! \Lambda^{j_1/2}} \phi_{j_1} \left[ - \left(\frac{1}{2} \Lambda\right)^{1/2} \varepsilon_y U_y \right] \right\} x$$

$$\sum_{j_2=0}^t \left\{ \frac{2^{\frac{j_2}{2}} \varepsilon_z^{j_2} g(t - j_2, D_z)}{j_2! (t - j_2)! \Lambda^{j_2/2}} \phi_{j_2} \left[ - \left(\frac{1}{2} \Lambda\right)^{1/2} \varepsilon_z U_z \right] \right\}$$

(IV.226)



Le terme (IV.169) dépendant du potentiel se simplifie également et devient

$$\varphi = \alpha Z (\phi - \vec{a} \cdot \vec{V}) \quad (\text{IV.227})$$

#### IV.7.2. Température isotrope et écoulement nul

Dans ce cas, la série (IV.226) se simplifie davantage, puisque, d'après (IV.159),  $\vec{D} = 0$  lorsque  $\vec{V} = 0$ . On obtient,

$$L(s, t) = \frac{\frac{s+t}{2} \epsilon_y^s \epsilon_z^t \alpha_i - \frac{(s+t)}{2}}{s! t! |Z|^{s+t}} \phi_s \left[ - \left( \frac{1}{2} \Lambda \right)^{1/2} \epsilon_y U_y \right] \phi_t \left[ - \left( \frac{1}{2} \Lambda \right)^{1/2} \epsilon_z U_z \right] \quad (\text{IV.228})$$

où

$$\vec{U} = \vec{h} - \vec{\Omega} \quad (\text{IV.229})$$

D'après (IV.227), le terme dépendant du potentiel se réduit à

$$\varphi = \alpha Z \phi \quad (\text{IV.230})$$

## IV.8. LES GRANDEURS PHYSIQUES DECRIVANT LA TRANSITION

### IV.8.1. Les grandeurs physiques liées à la description du plasma

Les moments des fonctions de distribution des vitesses,  $Q_{rst}$ , étant déterminés, il est maintenant possible de calculer n'importe quelle grandeur macroscopique liée à la description du plasma. On peut obtenir de la sorte (pour un constituant donné),

- la concentration des particules

$$n = Q_{000} \quad (\text{IV.132})$$

- les composantes de la vitesse moyenne  $\langle \vec{v} \rangle$

$$\langle v_y \rangle = Q_{000}^{-1} Q_{010} \quad (\text{IV.231})$$

$$\langle v_z \rangle = Q_{000}^{-1} Q_{001} \quad (\text{IV.232})$$

- la densité de courant électrique  $\vec{j}$

$$j_y = Z Q_{010} \quad (\text{IV.133})$$

$$j_z = Z Q_{001} \quad (\text{IV.134})$$

- la température perpendiculaire  $\Theta_{\perp}$

$$\begin{aligned} \Theta_{\perp} = & \frac{m}{2} Q_{000}^{-1} [Q_{200} + (Q_{020} - Q_{000}^{-1} Q_{010}^2) \cos^2 \theta \\ & + (Q_{002} - Q_{000}^{-1} Q_{001}^2) \sin^2 \theta \\ & + 2 (Q_{011} - Q_{000}^{-1} Q_{010} Q_{001}) \sin \theta \cos \theta ] \end{aligned} \quad (\text{IV.233})$$

- la température parallèle  $\Theta_{//}$

$$\begin{aligned} \Theta_{//} = & m Q_{000}^{-1} [(Q_{020} - Q_{000}^{-1} Q_{010}^2) \sin^2 \theta \\ & + (Q_{002} - Q_{000}^{-1} Q_{001}^2) \cos^2 \theta \\ & - 2 (Q_{011} - Q_{000}^{-1} Q_{010} Q_{001}) \sin \theta \cos \theta ] \end{aligned} \quad (\text{IV.234})$$

- la température moyenne  $\Theta$

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{(2\Theta_{\perp} + \Theta_{//})}{3} = \frac{m}{3} Q_{000}^{-1} [Q_{200} + (Q_{020} - Q_{000}^{-1} Q_{010}^2) \\ & + (Q_{002} - Q_{000}^{-1} Q_{001}^2)] \end{aligned} \quad (\text{IV.235})$$

- le tenseur du flux de quantité de mouvement  $\underline{P}$

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} m Q_{200} & 0 & 0 \\ 0 & m Q_{020} & m Q_{011} \\ 0 & m Q_{011} & m Q_{002} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.236})$$

- le tenseur de pression cinétique  $\underline{p}$

$$\underline{p} = \begin{pmatrix} m Q_{200} & 0 & 0 \\ 0 & m(Q_{020} - Q_{000}^{-1} Q_{010}^2) & m(Q_{011} - Q_{000}^{-1} Q_{010} Q_{001}) \\ 0 & m(Q_{011} - Q_{000}^{-1} Q_{010} Q_{001}) & m(Q_{002} - Q_{000}^{-1} Q_{010}^2) \end{pmatrix} \quad (\text{IV.237})$$

Le transport de l'énergie est représenté par un vecteur flux d'énergie  $\vec{Q}$

$$\vec{Q} = \frac{1}{2} n m \langle v^2 \vec{v} \rangle \quad (\text{IV.238})$$

Physiquement, l'énergie est transportée suivant trois modes (Longmire, 1963)

1) sous forme de flux d'énergie macroscopique,  $\vec{Q}_1$

$$\vec{Q}_1 = \frac{1}{2} n m \langle \vec{v} \rangle^2 \langle \vec{v} \rangle \quad (\text{IV.239})$$

2) par convection, sous forme de flux d'énergie interne,  $\vec{Q}_2$

$$\vec{Q}_2 = \frac{1}{2} n m \left\{ \begin{aligned} & \langle \vec{v} \rangle \cdot [ \langle v_x^2 \rangle + ( \langle v_y^2 \rangle - \langle v_y \rangle^2 ) \\ & + ( \langle v_z^2 \rangle - \langle v_z \rangle^2 ) ] + 2 \langle v_y \rangle [ \langle v_y \vec{v} \rangle - \langle v_y \rangle \langle \vec{v} \rangle ] \\ & + 2 \langle v_z \rangle [ \langle v_z \vec{v} \rangle - \langle v_z \rangle \langle \vec{v} \rangle ] \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.240})$$

$\vec{Q}_1$  et  $\vec{Q}_2$  s'annulent dans un référentiel en mouvement avec la vitesse moyenne  $\langle \vec{v} \rangle$ .

3) par conduction, sous forme de flux de chaleur,  $\vec{Q}_3$

$$\vec{Q}_3 = \frac{1}{2} n m [ \langle v_x^2 \vec{v} \rangle + \langle v_y^2 \vec{v} \rangle + \langle v_z^2 \vec{v} \rangle - \langle v^2 \rangle \langle \vec{v} \rangle + 2 \langle \vec{v} \rangle^2 \langle \vec{v} \rangle - 2 \langle v_y \vec{v} \rangle \langle v_y \rangle - 2 \langle v_z \vec{v} \rangle \langle v_z \rangle ] \quad (\text{IV.241})$$

Ce vecteur ne s'annule pas dans un référentiel qui se déplace avec la vitesse  $\langle \vec{v} \rangle$ . On peut vérifier facilement que

$$\vec{Q} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 \quad (\text{IV.242})$$

En termes des  $Q_{rst}$ , les équations (IV.237) à (IV.242) s'écrivent,

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m (Q_{210} + Q_{030} + Q_{012}) \\ \frac{1}{2} m (Q_{201} + Q_{021} + Q_{003}) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.243})$$

$$\vec{Q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m Q_{000}^{-2} Q_{010} (Q_{010}^2 + Q_{001}^2) \\ \frac{1}{2} m Q_{000}^{-2} Q_{001} (Q_{010}^2 + Q_{001}^2) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.244})$$

$$\vec{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m Q_{000}^{-1} [Q_{010} (Q_{200} + Q_{002} + 3 Q_{020} - 3 Q_{000}^{-1} Q_{010}^2 \\ - 3 Q_{000}^{-1} Q_{001}^2) + 2 Q_{001} Q_{011}] \\ \frac{1}{2} m Q_{000}^{-1} [Q_{001} (Q_{200} + Q_{020} + 3 Q_{002} - 3 Q_{000}^{-1} Q_{010}^2 \\ - 3 Q_{000}^{-1} Q_{001}^2) + 2 Q_{010} Q_{011}] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.245})$$

$$\vec{Q}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m (Q_{210} + Q_{030} + Q_{012}) + \frac{1}{2} m Q_{000}^{-1} [- Q_{010} (Q_{200} \\ + Q_{002} + 3 Q_{020} - 2 Q_{000}^{-1} Q_{010}^2 - 2 Q_{000}^{-1} Q_{001}^2) \\ - 2 Q_{001} Q_{011}] \\ \frac{1}{2} m (Q_{201} + Q_{021} + Q_{003}) + \frac{1}{2} m Q_{000}^{-1} [- Q_{001} (Q_{200} + Q_{020} \\ + 3 Q_{002} - 2 Q_{000}^{-1} Q_{010}^2 - 2 Q_{000}^{-1} Q_{001}^2) \\ - 2 Q_{010} Q_{011}] \end{bmatrix} \quad (\text{IV.246})$$

Enfin, les vitesses caractéristiques du plasma sont

- les vitesses d'agitation thermique  $w_{\perp}$ ,  $w_{\parallel}$  et  $w$  définies comme suit

$$w_{\perp} = \sqrt{\langle v_{\perp}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{2\Theta_{\perp}}{m}} \quad (\text{IV.247})$$

$$w_{\parallel} = \sqrt{\langle v_{\parallel}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\Theta_{\parallel}}{m}} \quad (\text{IV.248})$$

$$w = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3\Theta}{m}} \quad (\text{IV.249})$$

- la vitesse de masse  $\vec{C}$

$$\rho \vec{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{\nu=1}^r m^{(\nu)} Q_{010}^{(\nu)} \\ \sum_{\nu=1}^r m^{(\nu)} Q_{001}^{(\nu)} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.250})$$

où  $\rho$  est la masse volumique

$$\rho = \sum_{\nu=1}^r m^{(\nu)} Q_{000}^{(\nu)} \quad (\text{IV.251})$$

- la vitesse de propagation des ondes d'Alfvén  $V_A$

$$v_A = \frac{1}{\left(\epsilon_0 + \frac{\rho}{B^2}\right)^{1/2}} \quad (\text{IV.252})$$

où  $\epsilon_0$  est la constante diélectrique dans le système d'unités de l'appendice 1 (équation 1.20), utilisé dans ce chapitre.

#### IV.8.2. Les grandeurs physiques liées à la description des champs électrique et d'induction magnétique

Comme  $B_x = E_y = E_z = 0$  dans notre modèle, le tenseur de Maxwell  $\underline{T}$ , défini par l'équation (1.4) peut s'écrire,

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} \frac{B^2}{2} & \frac{1}{2} \epsilon_0 E_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} (B_z^2 - B_y^2) + \frac{1}{2} \epsilon_0 E_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} (B_y^2 - B_z^2) + \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.253})$$

Dans le cas stationnaire, la loi de conservation de l'impulsion (1.17) implique alors

$$\text{div} \left( \sum_{v=1}^r \underline{P}^{(v)} + \underline{T} \right) = 0 \quad (\text{IV.254})$$

A partir de (IV.236) et (IV.253), cette loi de conservation entraîne la loi de conservation de la pression totale,

$$\sum_{v=1}^r m^{(v)} Q_{200}^{(v)} + \frac{B^2}{2} = \text{cste} \quad (\text{IV.255})$$



où la pression électrique,  $-\frac{1}{2} \epsilon_0 E_x^2$ , a été négligée.

#### IV.9. LA METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE

Les équations différentielles (IV.9) à (IV.14) doivent, dans le cas général, être résolues numériquement. En termes de  $Q_{000}^{(v)}$ ,  $Q_{010}^{(v)}$  et  $Q_{001}^{(v)}$ , les équations (IV.12), (IV.13) et (IV.14), s'écrivent

$$\frac{d^2 a_y}{dx^2} = - \sum_{v=1}^r z^{(v)} Q_{010}^{(v)} \quad (\text{IV.256})$$

$$\frac{d^2 a_z}{dx^2} = - \sum_{v=1}^r z^{(v)} Q_{001}^{(v)} \quad (\text{IV.257})$$

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = - \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{v=1}^r z^{(v)} Q_{000}^{(v)} \quad (\text{IV.258})$$

Les seconds membres de ces équations sont des fonctions compliquées de  $\phi$ ,  $a_y$  et  $a_z$ , dont la formulation a été établie dans le paragraphe IV.6. Comme le montre l'appendice 1, la densité de charge est négligeable si la condition de quasi-neutralité

$$\left| \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right| \ll \frac{m^{(1)} c^2}{k T_{\parallel 1}^{(1)}} \frac{1}{r} \sum_{v=1}^r |z^{(v)}| Q_{000}^{(v)} \quad (1.21)$$

est satisfaite. Cette condition est remplie à la magnétopause, puisque l'énergie d'agitation thermique des électrons ( $\sim 0,03$  keV) est beaucoup plus petite que l'énergie au repos de l'électron ( $\sim 0,5$  MeV). La condi-

tion (1.21) signifie aussi que la densité relative de charge est beaucoup plus petite que l'unité.

Dès lors, le potentiel électrique  $\phi$  est déterminé, non pas à partir de l'équation de Poisson (IV.258), mais à partir de l'équation

$$\sum_{\nu=1}^r z^{(\nu)} Q_{000}^{(\nu)} = 0 \quad (\text{IV.259})$$

exprimant la neutralité du plasma.

Le champ électrique  $E_x$  et la densité de charge  $q$  s'obtiennent explicitement, en fonction de  $\phi$ ,  $a_y$  et  $a_z$ , en dérivant successivement l'équation (IV.259) par rapport à  $x$ . Ce calcul est effectué à l'appendice 5.

Les équations différentielles (IV.257) et (IV.258) forment, avec (IV.10) et (IV.11), un système de quatre équations différentielles du premier ordre. Ce système d'équations différentielles, couplé avec l'équation (IV.259) dont la solution est obtenue par la méthode de Newton d'approximations successives, est intégré numériquement par la méthode du type "predicator-corrector" due à Hamin (Ralston et Wilf, 1965). En pratique, on commence l'intégration en donnant aux composantes  $a_y$  et  $a_z$  des valeurs initiales  $|a_{y_1}|$  et  $|a_{z_1}|$  suffisamment grandes pour que l'on soit certain que les valeurs asymptotiques des  $Q_{rst}$  soient atteintes. Les conditions initiales,  $a_{y_1}$ ,  $a_{z_1}$ ,  $B_{y_1}$ ,  $B_{z_1}$  et  $\phi_1$  doivent, en outre, satisfaire les conditions (IV.18) à (IV.22).

CHAPITRE V : ROLE DES INSTABILITES DE FAISCEAUX SUR  

---

L'ÉPAISSEUR DE LA MAGNETOPAUSE

---

V.1. INTRODUCTION

Le problème de la stabilité de la magnétopause est important et requiert, entre autres choses, une étude de l'influence des instabilités de faisceaux sur l'épaisseur de la transition. Au sein d'un plasma d'hydrogène ( $r = 2$ ), une discontinuité tangentielle (la magnétopause) peut avoir deux types de structure totalement différents suivant la nature (ionique ou électronique) du courant électrique. Lorsqu'un seul constituant (ions ou électrons) contribue à la variation de l'induction magnétique, l'autre constituant doit satisfaire aux conditions (IV.125) et (IV.126), exprimant que sa fonction de distribution des vitesses reste une bi-maxwellienne dans toute la transition.

Nous simplifierons le problème en ne considérant que les couches ioniques et électroniques à températures isotropes ( $A_i^{(v)} = 0$ ) et vitesses moyennes nulles ( $\vec{V}_i^{(v)} = 0$ ) dans un champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  dirigé partout suivant l'axe Oz. Pour les couches ioniques, la fonction de distribution des vitesses électroniques reste maxwellienne de  $x = -\infty$  à  $x = +\infty$ , et le courant électrique n'est dû qu'à la dérive des ions suivant Oy. Les couches électroniques sont définies de manière analogue. Aucune différence de température n'existe de part et d'autre de la transition, à la fois pour les électrons et pour les ions ( $T_1^{(v)} = T_2^{(v)}$ ). Cette condition est de toute façon remplie pour le constituant qui reste maxwellien dans toute la couche, puisque, pour ce constituant, la condition (IV.126) implique  $\eta_1 = \eta_2$ . Contrairement au modèle de Sestero (1964), les couches fondamentales analysées ici sont caractérisées, asymptotiquement, par des températures ioniques et électroniques distinctes ( $T^+ \neq T^-$ ).

Tout d'abord, on montre, à la section V.2, que, pour les couches fondamentales, les moments des fonctions de distribution,  $Q_{rst}$ , se ramènent à des combinaisons des deux premiers moments  $Q_{000}$  et  $Q_{010}$ . Des solutions analytiques, que nous donnons à la section V.3, sont possibles dans le cas des discontinuités analysées dans ce chapitre.

Ensuite, à la section V.4, on étudie la variation théorique de l'épaisseur caractéristique de ces discontinuités, avec le rapport  $U = (T^+/T^-)$  de la température des ions à celle des électrons. Avec des conditions typiques existant à la magnétopause, l'épaisseur caractéristique d'une couche ionique est trouvée égale à 2,5 fois le rayon de gyration des ions au centre de la couche frontière.

En outre, à la section V.5, on envisage la possibilité d'instabilités de faisceaux (Buneman, 1959; 1961; Mc Bride et al., 1972). De cette analyse, il ressort que, pour une valeur donnée du rapport  $U$ , il existe un gradient critique de la concentration de plasma,  $s_c$  (où  $s = (N_1 - N_2)/N_1$ ;  $N_1 > N_2$ ), au-delà duquel la couche devient instable. A ce gradient critique de la concentration correspond une épaisseur minimale de la couche frontière. Pour les couches électroniques, l'instabilité qui s'établit en premier lieu est toujours l'instabilité modifiée à deux faisceaux qui entre en jeu lorsque la vitesse relative des ions et des électrons devient supérieure à la vitesse d'agitation thermique des ions (dans la littérature anglo-saxonne, cette instabilité est appelée "modified two-stream instability" ou encore "lower-hybrid two-stream instability"). Ces couches électroniques sont fortement instables, même pour de faibles gradients de concentration. Par contre, les couches de nature ionique peuvent supporter un gradient de concentration qui est maximum ( $s_c \approx 0,9$ ) lorsque  $U$  est supérieur à 10.

Dans le domaine du plan  $(U, s)$  dans lequel les transitions sont stables, l'épaisseur des couches ioniques est une fonction croissante

avec  $U$  et décroissante avec  $s$ . Si  $\beta$  désigne le rapport de la pression cinétique de plasma à la pression magnétique, l'épaisseur des couches ioniques est aussi une fonction légèrement croissante avec le rapport  $\beta$  électronique considéré en  $x = -\infty$  ( $\beta_1^-$ ).

Ces résultats théoriques expliquent pourquoi on n'observe pas la magnétopause sous des épaisseurs inférieures à quelques dizaines de kilomètres. Les mécanismes d'instabilité qui se produisent lorsque le gradient de concentration devient trop élevé sont responsables des ondes électromagnétiques engendrées à la magnétopause.

## V.2. LES $Q_{rst}$ DES COUCHES FONDAMENTALES

### V.2.1. Les couches fondamentales : ionique et électronique

Nous supposons que l'induction magnétique  $\vec{B}$  reste orientée suivant l'axe  $Oz$  dans toute la transition. Dans ce cas,  $B_y = 0$  et la composante  $a_z$  du potentiel vecteur est une constante, que nous pouvons toujours choisir nulle ( $a_z = 0$ ).

Dans l'espace des impulsions, l'origine  $\vec{p}_{oi}^{(v)}$  des quadrants  $E_k$  est identifiée à l'origine des axes, soit  $\vec{p}_{oi}^{(v)} = 0$  ( $i = 1, 2; v = 1, 2$ ). D'après (IV.151), on a alors, pour  $i = 1, 2$  et  $v = 1, 2$

$$\vec{\Omega}_i^{(v)} = 0 \quad (V.1)$$

Dans cette situation où  $\vec{B}$  est orienté suivant  $Oz$ , les fonctions de distribution des vitesses sont symétriques par rapport à  $p_y$ . Dès lors, on choisit un demi-plan de départ qui comprend, par exemple, les quadrants 1 et 3 définis par la figure 27 du chapitre IV. Le demi-plan d'arrivée comprend alors les quadrants 2 et 4. Dans ce cas, le potentiel

vecteur  $\vec{a}$  décrit l'axe  $y$  de l'espace  $E'$  (cfr. figure 27, ch. IV). L'induction magnétique  $B_z$  est donc toujours positive (une inversion de  $\vec{B}$  correspondrait ici au retour de  $\vec{a}$  à sa position initiale).

D'après (IV.91), (IV.92) et (IV.93), on a

$$c_2^\pm(1) = c_2^\pm(3) = 0 \quad (\text{V.2})$$

$$c_1^\pm(2) = c_1^\pm(4) = 0 \quad (\text{V.3})$$

$$c_1^\pm(1) = c_1^\pm(3) = 1 \quad (\text{V.4})$$

On pose aussi

$$c_2^\pm(2) = c_2^\pm(4) = c^\pm \quad (\text{V.5})$$

Les indices  $+$  et  $-$  sont relatifs aux ions (signe  $+$ ) et aux électrons (signe  $-$ ). Si la condition

$$\sum_{i=1}^2 c_i(k) = 1 \quad ; \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{IV.125})$$

est satisfaite pour les ions (/électrons), alors la transition est électronique (/ionique) et, d'après (V.2) à (V.5),  $c^+$  ( $/c^-$ ) est égal à l'unité. La fonction de distribution des vitesses des ions (/des électrons) reste alors maxwellienne dans toute la transition et ne contribue pas au courant électrique, puisque, par hypothèse,

$$\vec{V}_1^\pm = \vec{V}_2^\pm = 0 \quad (\text{V.6})$$

$$T_{L1}^\pm = T_{L2}^\pm = T_{//1}^\pm = T_{//2}^\pm = T^\pm \quad (\text{V.7})$$

et donc

$$\eta_1^\pm = \eta_2^\pm \quad (\text{V.8})$$

D'après (V.8) et (V.1), on voit que les conditions (IV.126) sont satisfaites, même pour le constituant qui est responsable du courant électrique.

En variables non dimensionnées, on a

$$\frac{1}{\alpha^-} = T^{*-} = 1 \quad (\text{V.9})$$

$$\frac{1}{\alpha^+} = T^{*+} \quad (\text{V.10})$$

Dans la suite de ce chapitre, nous n'utiliserons que les variables sans dimension et sous-entendrons dès lors l'indice étoilé.

### V.2.2. Détermination des $Q_{rst}$

Sous-entendant les indices + et -, on a, d'après (IV.229), (IV.158) et (V.1)

$$U_y = m^{-1/2} a_y \quad (\text{V.11})$$

$$U_z = 0 \quad (\text{V.12})$$

Le terme dépendant du potentiel se réduit à

$$\varphi = \alpha Z \phi \quad (\text{IV.230})$$

Tenant compte de (V.2), (V.3), (V.4) et (V.5),  $Q_{rst}$  peut s'écrire, d'après (IV.184),

$$Q_{rst} = S \xi_{rst} \alpha^{-\frac{r}{2}} \exp(-\varphi) \left\{ \begin{array}{l} [L_1(s,t) + L_3(s,t)] \\ + c [L_2(s,t) + L_4(s,t)] \end{array} \right\} \quad (\text{V.13})$$

En posant

$$u = \left( \frac{1}{2} \Lambda \right)^{1/2} U_y$$

soit, d'après (IV.156) et (V.11)

$$u = \left( \frac{\alpha Z^2}{2m} \right)^{\frac{1}{2}} a_y \quad (\text{V.14})$$



et tenant compte de (IV.228), (IV.149), (3.4) et (IV.166), (V.13) devient

$$Q_{rst} = 0 \text{ si } r \text{ ou } t \text{ sont impairs} \quad (\text{V.15})$$

$$= K_{rst} (\text{sign } Z)^s (m\alpha)^{-\frac{r+s+t}{2}} S \exp(-\psi) P_s(u) \quad (\text{V.16})$$

si  $r$  et  $t$  sont pairs

avec

$$\text{sign } Z = +1 \text{ si } Z > 0$$

$$= -1 \text{ si } Z < 0$$

$$K_{rst} = \frac{2^{\frac{s-r-t}{2}} r! t!}{\sqrt{\pi} \left(\frac{r}{2}\right)! \left(\frac{t}{2}\right)!} \quad (\text{V.17})$$

$$P_s(u) = (c-1) \phi_s(-u) \quad \text{si } s \text{ est impair} \quad (\text{V.18})$$

$$= \frac{\sqrt{\pi} s!}{2^s \left(\frac{s}{2}\right)!} + (c-1) \phi_s(-u) \quad \text{si } s \text{ est pair} \quad (\text{V.19})$$

En particulier

$$Q_{rst} = Q_{tsr} \quad (\text{V.20})$$

Jusqu'à l'ordre 3, on obtient alors

$$P_0 = \sqrt{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{2} (c - 1) \operatorname{erfc}(-u) \right] \quad (\text{V.21})$$

$$P_1 = \frac{1}{2} (c - 1) \exp(-u^2) \quad (\text{V.22})$$

$$P_2 = \frac{P_0}{2} - u P_1 \quad (\text{V.23})$$

$$P_3 = (1 + u^2) P_1 \quad (\text{V.24})$$

Les  $Q_{rst}$  non nuls s'écrivent, jusqu'à l'ordre 3,

$$Q_{000} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} S \exp(-\varphi) P_0 \quad (\text{V.25})$$

$$Q_{010} = \left( \frac{2}{\pi m \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} (\operatorname{sign} Z) S \exp(-\varphi) P_1 \quad (\text{V.26})$$

$$Q_{200} = Q_{002} = (m\alpha)^{-1} Q_{000} \quad (\text{V.27})$$

$$Q_{020} = (m\alpha)^{-1} Q_{000} - \left( \frac{2}{m\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} (\operatorname{sign} Z) u Q_{010} \quad (\text{V.28})$$

$$Q_{030} = 2(m\alpha)^{-1} (1 + u^2) Q_{010} \quad (\text{V.29})$$

$$Q_{210} = Q_{012} = (m\alpha)^{-1} Q_{010} \quad (\text{V.30})$$

Il est facile de montrer que les  $Q_{rst}$ , d'ordre supérieur ou égal à 2, peuvent être développés uniquement en termes des moments d'ordre inférieur, soient  $Q_{000}$  ou/et  $Q_{010}$ . Cela découle des équations (V.16), (V.18) et (V.19) et de l'existence d'une relation de récurrence existant entre les fonctions  $\phi_s(-u)$  et  $\phi_{s-1}(-u)$ .

### V.3. SOLUTION POUR LE POTENTIEL VECTEUR $a_y$

Dans cette section, nous allons montrer que le problème admet une solution sous forme de quadratures, lorsque les hypothèses posées au paragraphe V.2.1. sont satisfaites.

Tenant compte de (IV.133), (IV.134), (V.15), (V.26), (V.22), (V.14) et (IV.230), les composantes de la densité du courant électrique partiel (indice du constituant sous-entendu) deviennent

$$j_y = \left( \frac{z^2}{2\pi m\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} (c - 1) S \exp(-\alpha Z \phi) \exp\left(-\frac{\alpha z^2 a_y^2}{2m}\right) \quad (V.31)$$

$$j_z = 0 \quad (V.32)$$

La concentration des particules se déduit de (IV.132), (V.25), (V.21), (V.14) et (IV.230). On obtient

$$n = S \exp(-\alpha Z \phi) \left\{ 1 - \frac{1}{2} (1 - c) \operatorname{erfc} \left[ - \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^{1/2} |z| a_y \right] \right\} \quad (V.33)$$

Le potentiel électrique est déterminé par la condition de neutralité (IV.259), qui s'écrit ici

$$n^+ = n^- \quad (V.34)$$

Cette relation peut être explicitement résolue pour  $\phi$  en fonction de  $a_y$ . On trouve, tenant compte de ce que, dans un plasma à deux constituants,  $S^+ = S^-$ ,

$$\phi(a_y) = \frac{1}{(\alpha^+ z^+ - \alpha^- z^-)} \ln \left( \frac{P_o^+}{P_o^-} \right) \quad (V.35)$$

où

$$P_o = \sqrt{\pi} \left\{ 1 - \frac{1}{2} (1 - c) \operatorname{erfc} \left[ - \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^{\frac{1}{2}} |z| a_y \right] \right\} \quad (V.21bis)$$

Ainsi, la concentration commune des électrons et des ions est donnée par

$$n^+ = n^- = n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ (P_o^+)^- \alpha^- z^- \quad (P_o^-)^+ \alpha^+ z^+ \right] \frac{1}{\alpha^+ z^+ - \alpha^- z^-} \quad (V.36)$$

Asymptotiquement,

$$\lim_{a_y \rightarrow -\infty} \phi(a_y) = 0 \quad (V.37)$$

$$\lim_{a_y \rightarrow +\infty} \phi(a_y) = \frac{1}{\alpha^+ z^+ - \alpha^- z^-} \ln \left( \frac{c^+}{c^-} \right) \quad (V.38)$$

$$\lim_{a_y \rightarrow -\infty} n = 1 \quad (V.39)$$

$$\lim_{a_y \rightarrow +\infty} n = \left[ (c^+)^{-\alpha^- Z^-} (c^-)^{+\alpha^+ Z^+} \right]^{\frac{1}{\alpha^+ Z^+ - \alpha^- Z^-}} \quad (V.40)$$

La condition (V.37) n'est rien d'autre que la condition (IV.114) puisque le potentiel électrique est normalisé à zéro en  $x = -\infty$ , dans le système de référence où le plasma est au repos. En  $x = +\infty$ , la concentration et le potentiel électrique sont reliés aux températures  $\alpha^-$ ,  $\alpha^+$ , aux constantes  $c^-$ ,  $c^+$  et aux charges des particules  $Z^-$ ,  $Z^+$ .

Substituant les expressions (V.31) des courants partiels, électronique et ionique, où  $\phi$  est donné par (V.35), dans l'équation différentielle du second ordre pour le potentiel vecteur  $a_y$ , on obtient

$$\begin{aligned} \frac{d^2 a_y}{dx^2} &= - (j_y^+ + j_y^-) \\ &= \left( \frac{Z^+{}^2}{2\pi \alpha^+ m^+} \right)^{\frac{1}{2}} (1 - c^+) \left( \frac{P_o^-}{P_o^+} \right)^{\frac{\alpha^+ Z^+}{\alpha^+ Z^+ - \alpha^- Z^-}} \exp \left( - \frac{\alpha^+ Z^+{}^2 a_y^2}{2m^+} \right) \\ &+ \left( \frac{Z^-{}^2}{2\pi \alpha^- m^-} \right)^{\frac{1}{2}} (1 - c^-) \left( \frac{P_o^-}{P_o^+} \right)^{\frac{\alpha^- Z^-}{\alpha^+ Z^+ - \alpha^- Z^-}} \exp \left( - \frac{\alpha^- Z^-{}^2 a_y^2}{2m^-} \right) \end{aligned} \quad (V.41)$$

En multipliant les deux membres de cette équation par  $\frac{da_y}{dx}$  et en intégrant le résultat, on obtient

$$\left( \frac{da_y}{dx} \right)^2 = (1 - c^+) I^+ (u^+) + (1 - c^-) I^- (u^-) + B_{z_1}^2 \quad (V.42)$$

où  $I^\pm (u^\pm)$  sont les fonctions intégrales suivantes

$$I^\pm (u^\pm) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\alpha^\pm} \int_{-\infty}^{u^\pm} \left[ \frac{P_o^-(t)}{P_o^+(t)} \right] \frac{\alpha^\pm Z^\pm}{\alpha^+ Z^+ - \alpha^- Z^-} e^{-t^2} dt \quad (V.43)$$

avec

$$u = \left( \frac{\alpha Z^2}{2m} \right)^{\frac{1}{2}} a_y \quad (V.14)$$

$$P_o(\tau) = \sqrt{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{2} (c - 1) \operatorname{erfc}(-\tau) \right] \quad (V.21)$$

L'équation (V.43) peut être intégrée une nouvelle fois et on obtient

$$x = \int_0^{a_y} \left[ B_{z_1}^2 + (1 - c^+) I^+ \left[ \left( \frac{\alpha^+ Z^{+2}}{2m^+} \right)^{\frac{1}{2}} t \right] + (1 - c^-) I^- \left[ \left( \frac{\alpha^- Z^{-2}}{2m^-} \right)^{\frac{1}{2}} t \right] \right]^{-\frac{1}{2}} dt \quad (V.44)$$

Lorsque  $\alpha^- = \alpha^+ = Z^+ = -Z^- = 1$ , on retrouve la solution de Sestero (1964).

Suivant les valeurs des constantes  $c^+$  et  $c^-$ , on obtient toute une série de solutions, décrite dans l'article de Sestero, où l'influence des températures n'est pas analysée. Ainsi, lorsque  $c^- = 1$ , la transition est ionique et seuls les ions contribuent au courant électrique (voir

équation V.31). L'épaisseur caractéristique est alors de l'ordre du rayon de gyration des ions. Des considérations analogues s'appliquent aussi aux couches électroniques, obtenues lorsque  $c^+ = 1$ . Lorsque ni  $c^-$  ni  $c^+$  ne sont égaux à l'unité, la transition est mixte et le courant total est dû, à la fois, aux électrons et aux ions. Pour ces couches mixtes, l'épaisseur caractéristique est le rayon de gyration des électrons au centre de la transition (identifié comme étant le lieu où  $a_y = 0$ ) et le rayon de gyration des ions aux extrémités de la couche. Dans la section suivante, nous allons étudier l'influence des termes de température sur l'épaisseur caractéristique des couches ioniques (où  $c^- = 1$ ) et électroniques (où  $c^+ = 1$ ), sans présumer encore de la stabilité de ces couches.

#### V.4. EPAISSEUR CARACTERISTIQUE DES COUCHES FONDAMENTALES DANS UN PLASMA D'HYDROGENE

##### V.4.1. Définition

Lorsque la concentration varie de manière monotone entre  $x = -\infty$  et  $x = +\infty$ , on peut définir une épaisseur caractéristique pour la variation de cette concentration. Si  $x_0$  désigne l'endroit où la variation de la concentration est maximale, alors

$$\frac{d^2 n}{dx^2} (x_0) = 0 \quad (V.45)$$

La figure 28 représente schématiquement une transition pour laquelle la concentration (normalisée à 1 en  $x = -\infty$ ) décroît de 1 à  $n_2$  de façon monotone entre  $x = -\infty$  et  $x = +\infty$ . Cette figure montre que l'épaisseur (D) peut être définie par la relation

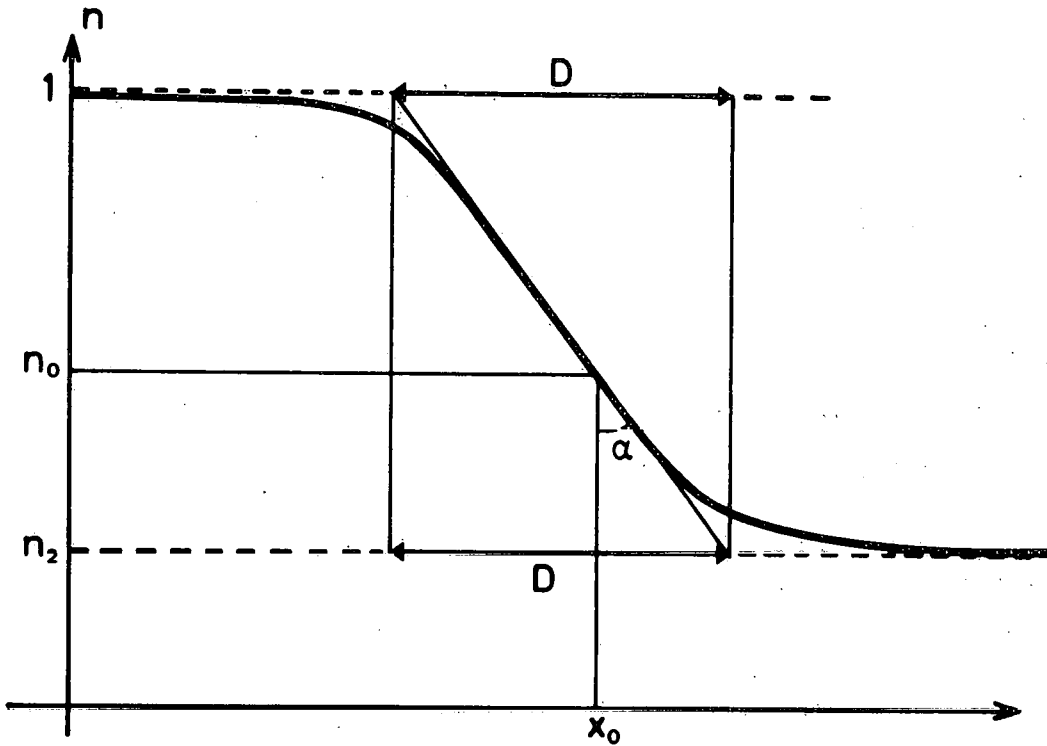


Fig. 28.- Définition de l'épaisseur  $D$ , lorsque la concentration, normalisée à l'unité en  $x = -\infty$ , décroît de façon monotone vers  $n_2$ , en  $x = +\infty$ . L'épaisseur  $D$  est définie à partir des intersections de la tangente au point d'inflexion  $(x_0, n_0)$  avec les droites menées parallèlement à l'axe des  $x$  à partir des points  $(0, n_2)$  et  $(0, 1)$ .



$$D = - \frac{(1 - n_2)}{\frac{dn}{dx}(x_0)} \quad (\text{V.46})$$

où  $n_2$  désigne la concentration asymptotique en  $x = +\infty$ .

Dans cette section, nous allons étudier la variation de l'épaisseur des couches fondamentales avec :

(i) le rapport ( $U$ ) de la température ionique  $(\alpha^+)^{-1}$  à la température électronique  $(\alpha^-)^{-1}$

$$U = \frac{\alpha^-}{\alpha^+} = T^+ \quad (\text{V.47})$$

(ii) la densité asymptotique ( $n_2$ ) en  $x = +\infty$

(iii) le rapport ( $\beta_1^-$ ) de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique en  $x = -\infty$

$$\beta_1^- = \frac{2}{B_1^2} \quad (\text{V.48})$$

(en notation non dimensionnée,  $\mu_0 = 1$ ,  $n_1^- k T^- = 1$ ).

#### V.4.2. Détermination de l'épaisseur D

Pour calculer l'épaisseur  $D$ , à partir de l'équation (V.46), nous devons trouver le point  $x_0$  solution de l'équation (V.45) et calculer la dérivée de la concentration en ce point. Pour cela, il nous faut calculer  $\frac{dn}{dx}$  et  $\frac{d^2n}{dx^2}$ .

L'équation (V.36) montre que la concentration (n) est une fonction de  $u^-$  et de  $u^+$ . Dès lors,

$$\frac{dn}{dx} = \frac{dn}{du^+} \frac{du^+}{dx} + \frac{dn}{du^-} \frac{du^-}{dx} \quad (V.49)$$

$$\frac{d^2n}{dx^2} = \sum_{+,-} \left[ \frac{d^2n}{du^2} \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + \frac{dn}{du} \frac{d^2u}{dx^2} \right] + 2 \frac{d^2n}{du^+ du^-} \frac{du^-}{dx} \frac{du^+}{dx} \quad (V.50)$$

Dans un plasma d'hydrogène,

$$-Z^- = Z^+ = 1 \quad (V.51)$$

Dans ce cas, la concentration (V.36) peut s'écrire

$$n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} (P_o^+)^{t^+} (P_o^-)^{t^-} \quad (V.52)$$

avec

$$t^\pm = \frac{\alpha^\pm}{\alpha^- + \alpha^+} \quad (V.53)$$

Le calcul de  $\frac{d^2n}{dx^2}$  nécessite la détermination de  $\frac{d^2a_y}{dx^2}$  puisque, d'après (V.14), u est proportionnel à  $a_y$ . Tenant compte de (V.41), (V.51), (V.52) et (V.53), on trouve pour cette dérivée seconde

$$\frac{d^2 a_y}{dx^2} = n \left[ (2 m^+ \alpha^+)^{-1/2} b^+ + (2 m^- \alpha^-)^{-1/2} b^- \right] \quad (V.54)$$

où

$$b = \frac{(1 - c) e^{-u^2}}{P_o} \quad (V.55)$$

En tenant compte de (V.14), (V.54), (V.55) et (IV.11), les dérivées (V.49) et (V.50) se calculent aisément et on trouve

$$\frac{dn}{dx} = -n B_z \left[ \left( \frac{\alpha^-}{2m^-} \right)^{1/2} t^- b^- + \left( \frac{\alpha^+}{2m^+} \right)^{1/2} t^+ b^+ \right] \quad (V.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 n}{dx^2} = n \sum_{(+,-)} & \left\{ \frac{t \alpha b B_z^2}{2m} [b(t-1) + 2u] \right. \\ & \left. - \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^{1/2} t b n [(2m^+ \alpha^+)^{-1/2} b^+ + (2m^- \alpha^-)^{-1/2} b^-] \right\} \\ & + 2n B_z^2 \left( \frac{\alpha^+}{2m^+} \right)^{1/2} \left( \frac{\alpha^-}{2m^-} \right)^{1/2} t^- t^+ b^- b^+ \end{aligned} \quad (V.57)$$

Pour les couches fondamentales, on déduit, de (V.55), que  $b^-$  (/  $b^+$ ) est nul suivant que la transition est ionique (/ électronique). En désignant les couches électroniques et ioniques par les indices e et i, respectivement, on peut écrire

$$(b^-)^i = (b^+)^e = 0 \quad (\text{V.58})$$

et, d'après (V.21)

$$(P_0^-)^i = (P_0^+)^e = \sqrt{\pi} \quad (\text{V.59})$$

Dans ce cas, les équations (V.52), (V.56) et (V.57) se simplifient et on obtient

$$n^e_i = \left( \frac{P_0^{\bar{+}}}{\sqrt{\pi}} \right)^{t^{\bar{+}}} \quad (\text{V.60})$$

$$\left( \frac{dn}{dx} \right)^e_i = - n^e_i B_z \left[ \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^{1/2} t b \right]^{\bar{+}} \quad (\text{V.61})$$

$$\left( \frac{d^2n}{dx^2} \right)^e_i = n^e_i (t b)^{\bar{+}} \left\{ \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^{\bar{+}} B_z^2 [b(t-1) + 2u]^{\bar{+}} - n^e_i \left( \frac{b}{2m} \right)^{\bar{+}} \right\} \quad (\text{V.62})$$

Pour calculer le point  $x_0$  où le gradient de concentration est maximum, nous recherchons la valeur de  $u^{\pm}$  pour laquelle

$$\left( \frac{d^2n}{dx^2} \right)^e_i = 0 \quad (\text{V.63})$$

Dans l'équation (V.62), l'induction magnétique  $B_z$  peut être éliminée en considérant la condition d'équilibre des pressions (IV.255) qui s'écrit ici

$$\sum_{(-,+)} m Q_{200} + \frac{B_z^2}{2} = \text{cste} \quad (\text{IV.255})$$

Comme, d'après (V.27) et (IV.132),

$$Q_{200} = (m\alpha)^{-1} n \quad (\text{V.64})$$

la condition de balance des pressions (IV.255) peut s'écrire, tenant compte de (V.47) et (V.48),

$$\frac{1}{2} B_z^2 = \frac{1}{\beta_1^-} + (1 - n) (1 + U) \quad (\text{V.65})$$

Dès lors, tenant compte de (V.62) et (V.65), l'équation (V.63) est vérifiée, lorsque (les indices  $\pm$  étant sous-entendus)

$$\left[ \frac{1}{(1 + U) \beta_1^-} + (1 - n) \right] \left[ (t - 1) b + 2u \right] = \frac{1}{2} n b t \quad (\text{V.66})$$

La solution de cette équation,  $u_0 = u(x_0)$ , ne peut être trouvée que par une méthode numérique, puisque  $n$  et  $b$  sont des fonctions compliquées de  $u$ , données par les équations (V.60), (V.21) et (V.55). Cette solution dépend des paramètres  $U$  et  $\beta_1^-$ , puisque, d'après (V.53) et (V.47),

$$t^+ = \frac{1}{1 + U} \quad (\text{V.67})$$

$$t^- = \frac{U}{1 + U} \quad (\text{V.68})$$

Définissant, au point  $x_0$ , le rayon de gyration de Larmor d'une particule chargée ( $R_L$ )

$$R_L = \frac{1}{B_0} \left( \frac{m}{\alpha} \right)^{1/2} \quad (\text{V.69})$$

où  $B_0$  est l'induction magnétique au point  $x_0$  ( $B_z(x_0)$ ), on déduit facilement, à partir de (V.46) et (V.61),

$$D = \frac{1 - n_2}{n_0} \frac{\sqrt{2}}{t b_0} R_L \quad (\text{V.70})$$

avec

$$n_0 = n(u_0)$$

et

$$b = b(u_0)$$

Puisque, d'après (V.64), la température  $\Theta_x$  le long de la normale à la couche frontière est une constante, égale à

$$\epsilon_x = \langle m v_x^2 \rangle = \frac{m}{n} Q_{200} = \frac{1}{\alpha} \quad (\text{V.71})$$

le rayon de Larmor (V.69) est relatif aux particules d'agitation thermique  $(m\alpha)^{-1/2}$ , dans la direction x. L'équation (V.70) montre que l'épaisseur des couches fondamentales est proportionnelle au rayon de gyration de Larmor des particules correspondantes.

Explicitement, tenant compte de (V.69) et (V.65), l'épaisseur (V.70) s'écrit

$$D = \frac{1}{b_o} \frac{1 - n_2}{n_o} \left[ m \left( \frac{1 + U}{t} \right) \right]^{\frac{1}{2}} (\beta_1^-)^{-1} + (1 + n_o) (1 + U)^{-1/2} \quad (\text{V.72})$$

C'est une fonction de U,  $n_2$  et  $\beta_1^-$ . La résolution numérique de l'équation (V.66) permet de déterminer  $n_o$  et  $b_o$ , intervenant dans (V.72).

#### V.4.3. Résultats numériques

##### V.4.3.1. L'épaisseur des couches électroniques

La figure 29 représente l'épaisseur ( $D^e$ ) des couches électroniques en fonction de U. Cette épaisseur est exprimée dans le système d'unités défini à l'appendice 1, où l'unité de longueur est la profondeur de peau électronique (IV.135). Le paramètre  $\beta_1^-$  est choisi égal à 1,5 et est caractéristique des électrons de la magnétogaine. Trois courbes sont représentées, qui correspondent à trois valeurs distinctes de la concentration asymptotique  $n_2$  ( $n_2 = 0,975; 0,5; 0,2$ ).

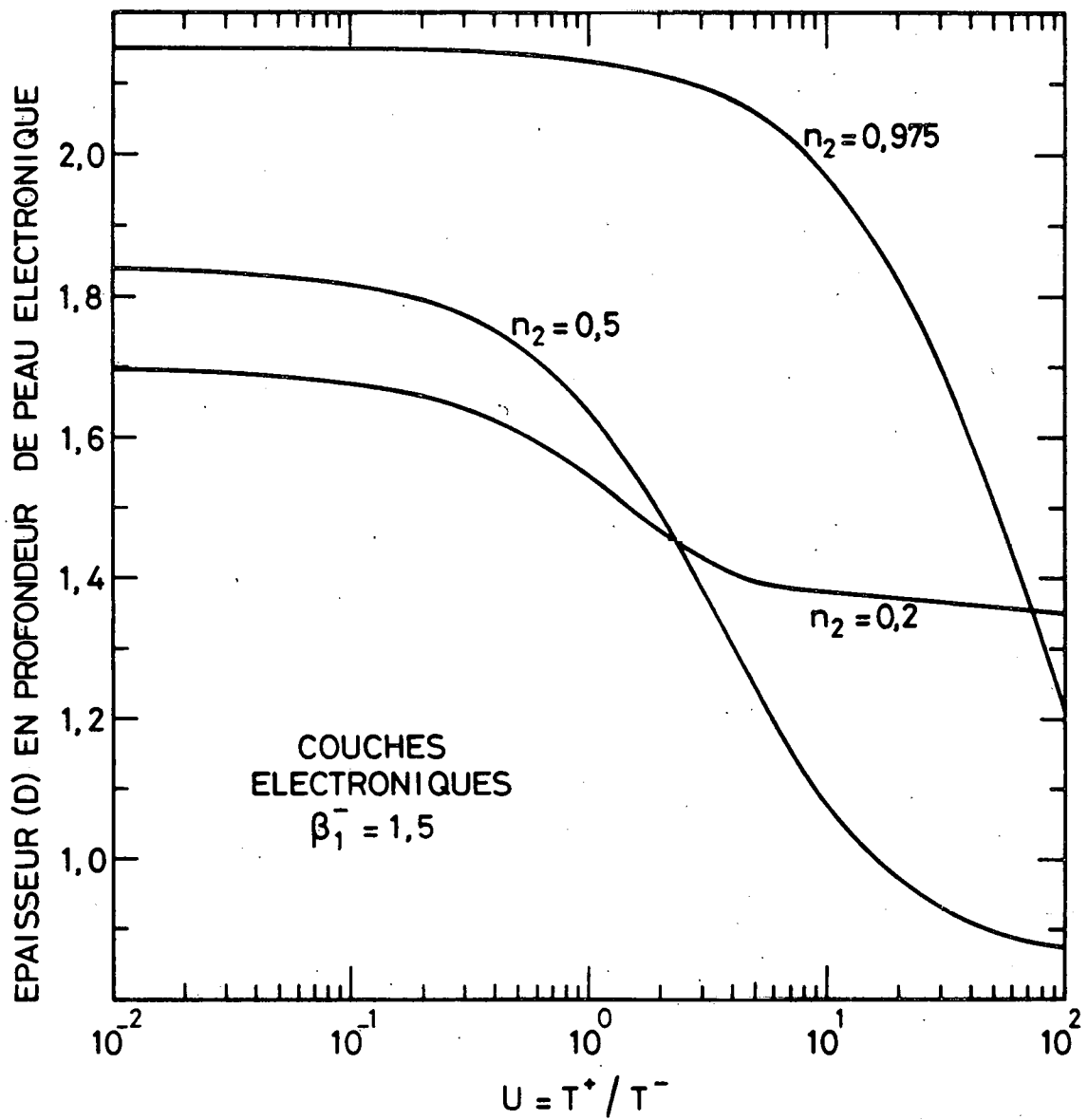


Fig. 29.- Epaisseur des couches électroniques en fonction du rapport  $U$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Cette épaisseur est exprimée en profondeur de peau électronique  $\lambda_x = [m^- / (e^- \mu_0 N_1^-)]^{1/2}$ .



On constate que, pour les couches électroniques, l'épaisseur décroît lorsque le rapport  $U$  augmente, la décroissance étant d'autant plus accentuée que  $n_2$  est voisin de 1. Dans tous les cas, l'épaisseur est de l'ordre de la profondeur de peau électronique.

Par contre, cette épaisseur est une fonction croissante du rapport  $U$  lorsqu'elle est exprimée en rayon de gyration électronique ( $D^e = D^e/R_L^-$ ), ainsi que le montre la figure 30. En effet, comme l'indique la figure 31,  $R_L^-$  est une fonction décroissante de  $U$ .

#### V.4.3.2. L'épaisseur des couches ioniques

A la figure 32, on voit que l'épaisseur ( $D^i$ ) des couches ioniques, exprimée en profondeur de peau électronique, est une fonction croissante du rapport  $U$ . Le paramètre  $\beta_1^-$  est à nouveau égal à 1,5. Pour les grandes valeurs de  $U$ , l'épaisseur des couches ioniques est d'autant plus grande que  $n_2$  est voisin de 1, l'inverse se produisant lorsque  $U$  devient beaucoup plus petit que 1.

Mesurée en rayon de gyration des ions ( $R_L^+$ ), l'épaisseur ( $D^i$ ) est une fonction décroissante de  $U$ , comme le montre la figure 33. Celle-ci est analogue à la figure 30, relative aux couches électroniques. En fait, l'équation (V.66) est invariante si on remplace  $U$  par  $\alpha^+/\alpha^-$  et  $\beta_1^-$  par  $\beta_1^+$ . Ainsi, si  $\beta_1^-$  était égal à 1, les figures 30 et 33 seraient exactement symétriques par rapport à  $U = 1$ .

On arrive ainsi à la conclusion (cf. figures 30 et 33) que, exprimée en rayon de gyration correspondant, l'épaisseur des couches fondamentales (électroniques et ioniques) est une fonction décroissante de la température des particules qui transportent le courant. Aux températures élevées de ces particules, l'épaisseur tend vers une valeur constante proche de  $2,5 R_L$ .

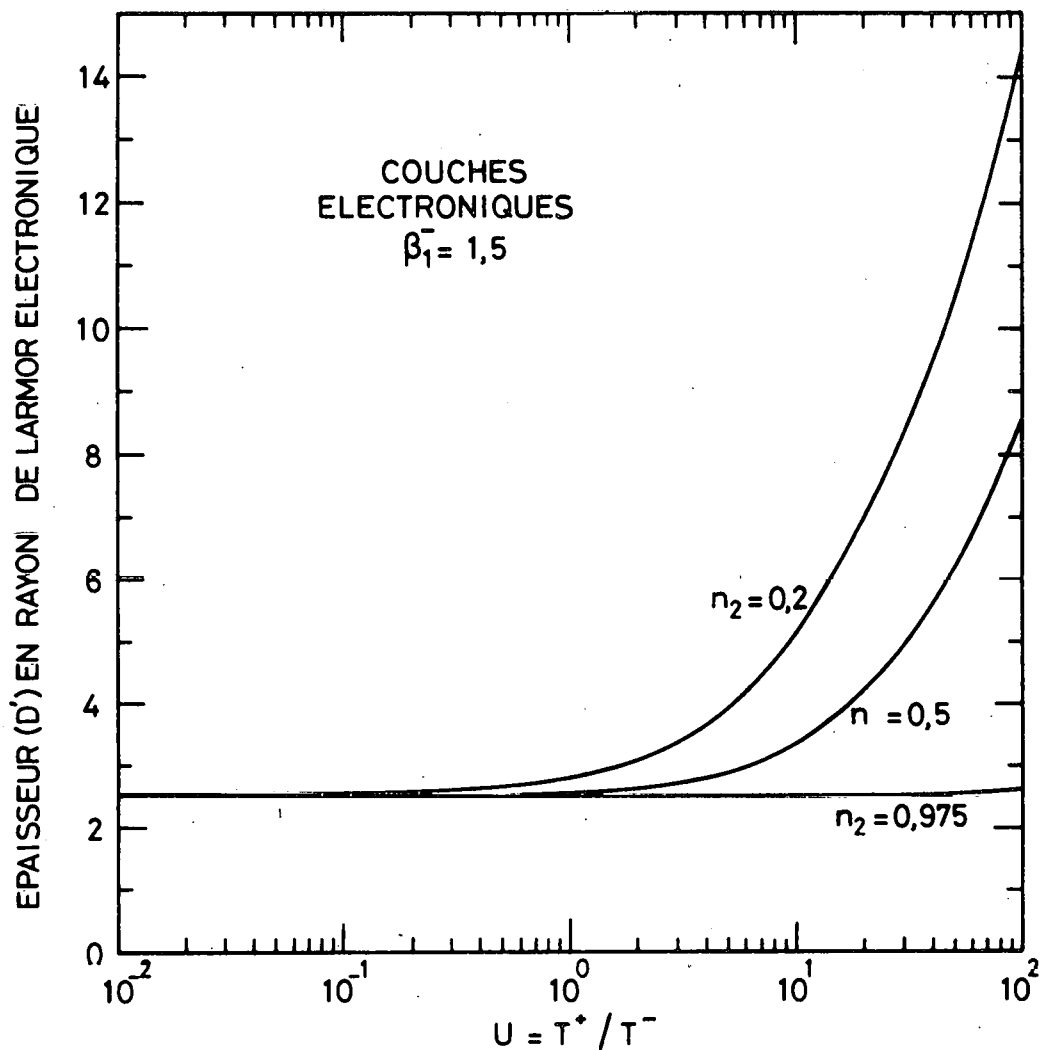


Fig. 30.- Epaisseur des couches électroniques en fonction du rapport  $U$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Cette épaisseur est exprimée en rayon de gyration de Larmor  $R_L^-$ . Ce rayon de gyration est celui d'un électron de température égale à sa température asymptotique  $T^-$  dans l'induction magnétique  $B_0$  existant au centre  $x_0$  de la transition.

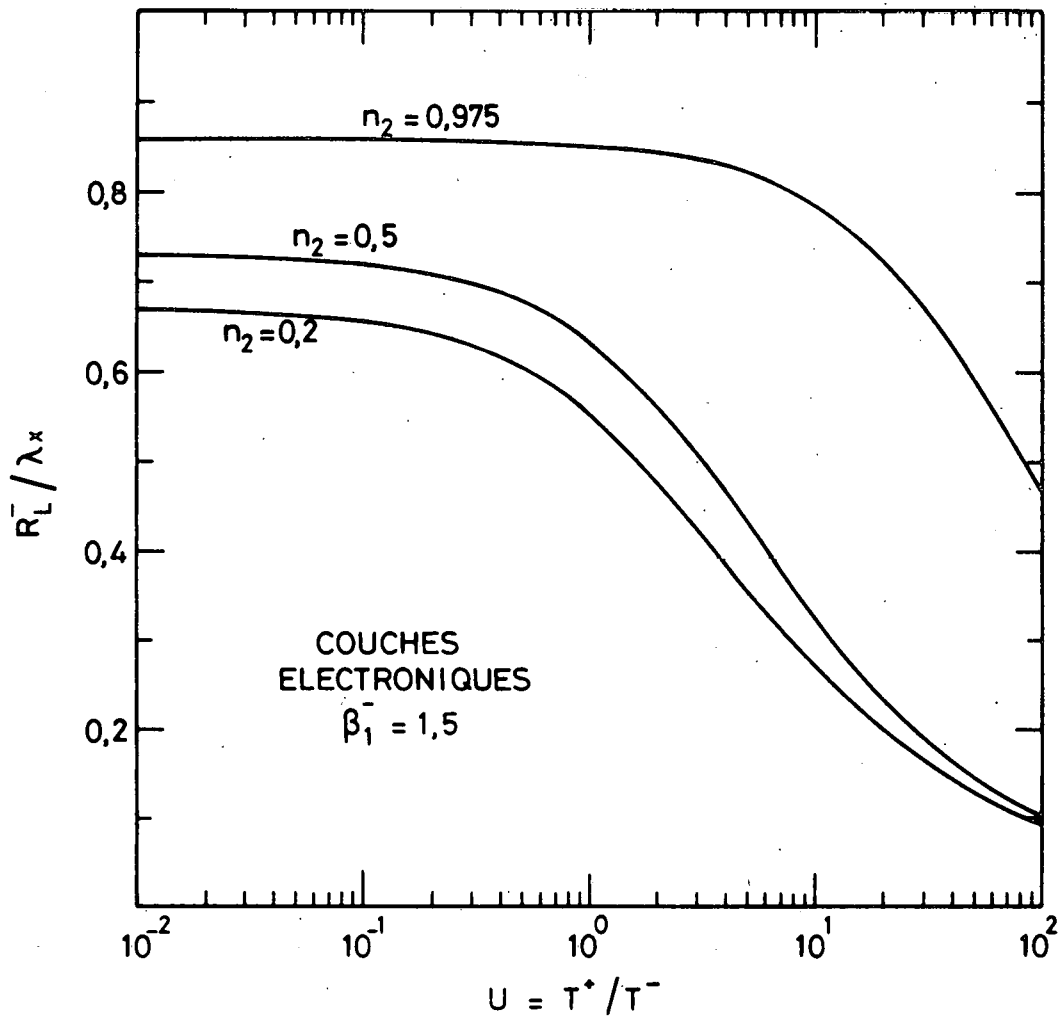


Fig. 31.- Variation du rayon de Larmor électronique des couches électroniques en fonction du rapport  $U$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Ce rayon de gyration est celui d'un électron de température égale à sa température asymptotique  $T^-$  dans l'induction magnétique  $B_0$  existant au centre  $x_0$  de la transition. Il est exprimé en profondeur de peau électronique  $\lambda_x = [m^- / (e^2 \mu_0 N_1^-)]^{1/2}$ .

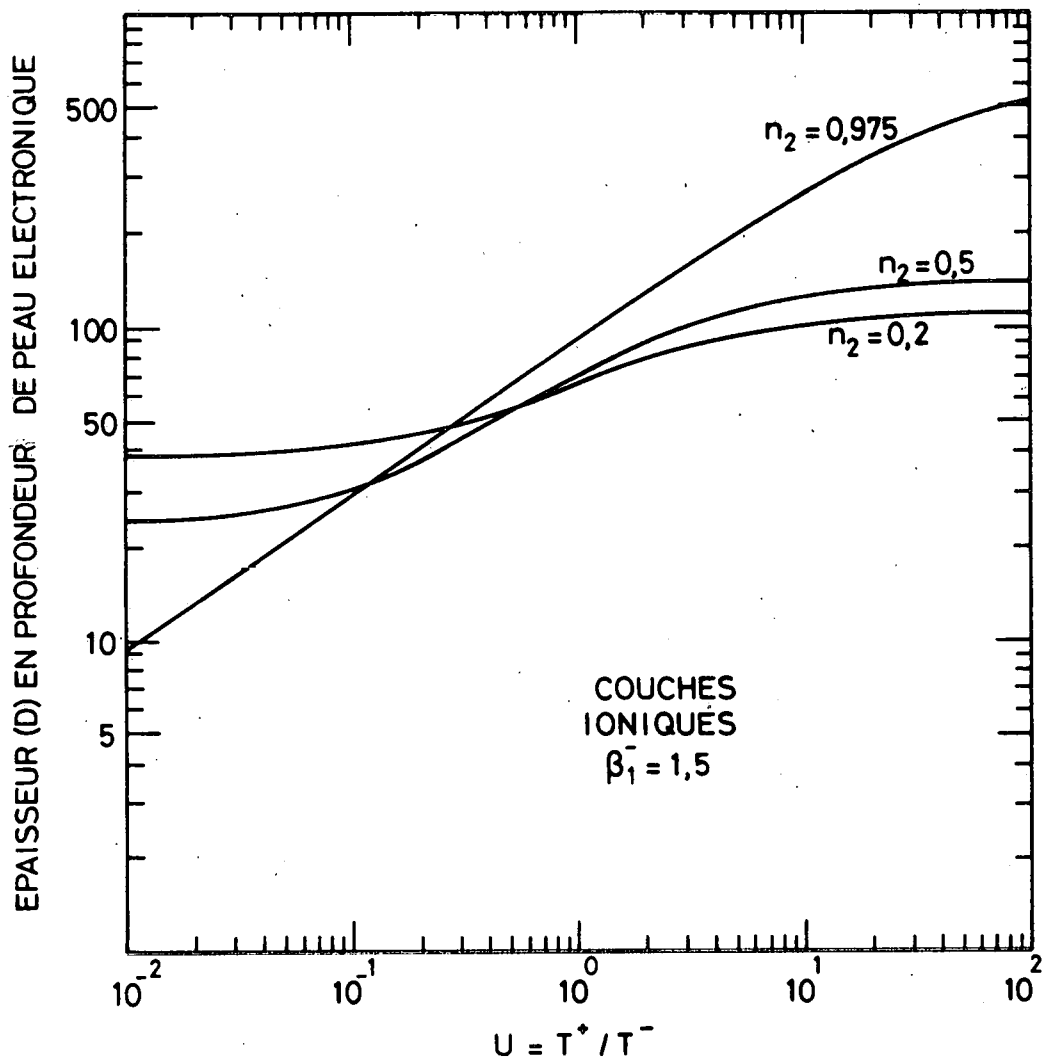


Fig. 32.- Epaisseur des couches ioniques en fonction du rapport  $U$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Cette épaisseur est exprimée en profondeur de peau électronique  $\lambda_x = [m^- / (e^2 \mu_0 N_1^-)]^{1/2}$ .

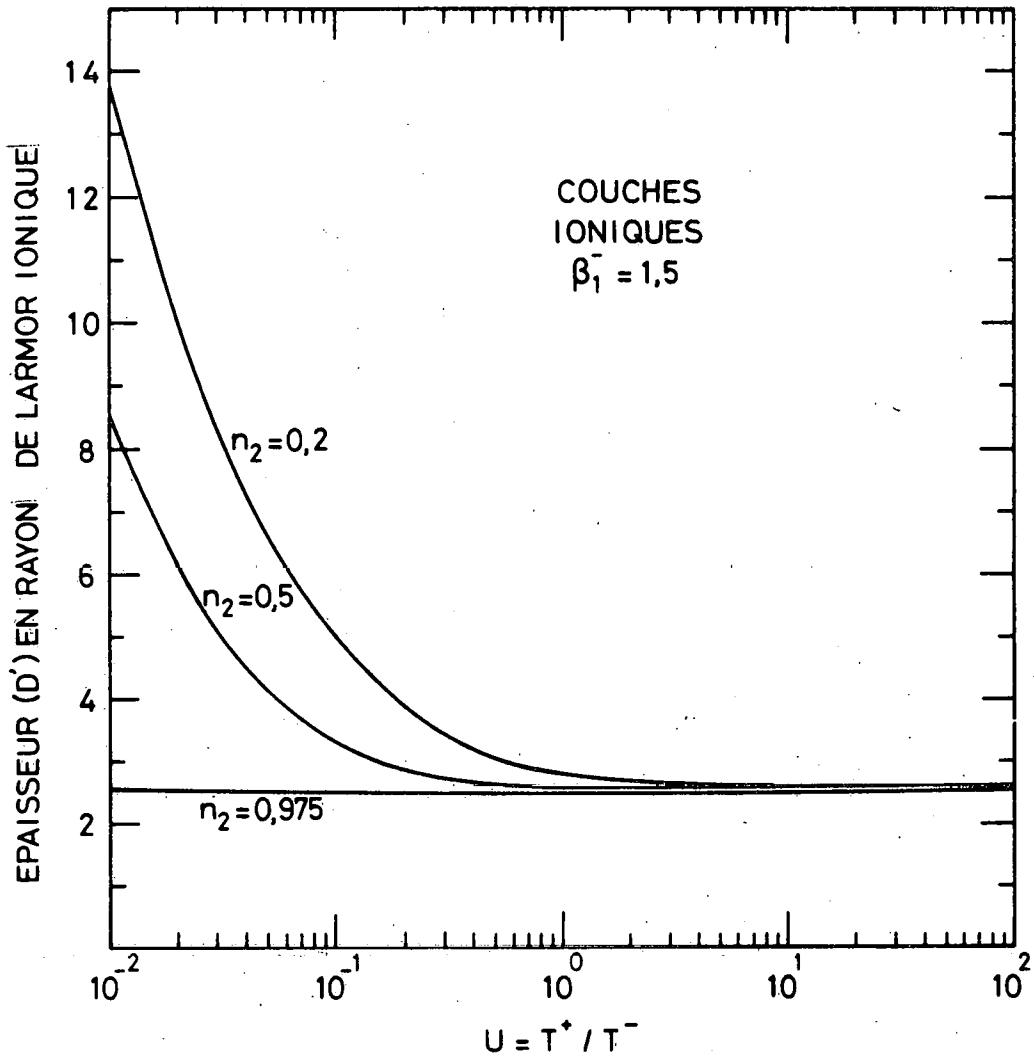


Fig. 33.- Epaisseur des couches ioniques en fonction du rapport  $U$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Cette épaisseur est exprimée en rayon de gyration de Larmor  $R_L^+$ . Ce rayon de gyration est celui d'un proton de température égale à sa température asymptotique  $T^+$  dans l'induction magnétique  $B_0$  existant au centre  $x_0$  de la transition.

Cependant, la figure 34 montre que le rayon de Larmor ( $R_L^+$ ) des couches ioniques croît avec  $U$  et avec  $n_2$ . C'est pourquoi (figure 32),  $D^i$  reste une fonction croissante de  $U$ , lorsque l'épaisseur est mesurée en profondeur de peau électronique ( $\lambda_x$ ), qui ne dépend que de la concentration en  $x = -\infty$ .

#### V.4.4. Épaisseur caractéristique de la magnétopause

Les observations (voir chapitre II) montrent, qu'à la magnétopause, le rapport  $U$  de la température des ions à la température des électrons est de l'ordre de 10-20. Pour ces valeurs de  $U$ , la figure 33 indique que les couches ioniques possèdent une épaisseur  $D^i$  pratiquement constante avec  $n_1$  et voisine de  $2,5 R_L^+$  (avec  $\beta_1^- = 1,5$ ).

Si on fixe  $U = 20$ , on trouve, comme l'indique également la figure 35, que  $D^i$  ne varie pratiquement pas avec  $\beta_1^-$  quelle que soit la concentration  $n_2$  et reste voisin de  $2,5 R_L^+$ . Seul,  $R_L^+$  est une fonction croissante de  $\beta_1^-$  (figure 36) et par conséquent, l'épaisseur  $D^i$  (figure 37) croît également avec  $\beta_1^-$ , surtout lorsque ce dernier reste inférieur à  $10^{-1}$ . Cet effet est cependant négligeable à la magnétopause où  $\beta_1^-$  est voisin de 1,5.

Donc, pour un plasma d'hydrogène caractéristique de la magnétopause ( $U \sim 20$ ,  $\beta_1^- \sim 1,5$ ), l'épaisseur des couches ioniques est voisine de 2,5 rayons de gyration des ions. Cependant, ce rayon est lui-même une fonction croissante de  $n_2$ ,  $U$  et  $\beta_1^-$ . En outre, nous verrons (section V.5) que les couches électroniques sont toujours instables.

Les tableaux 1, 2 et 3 fournissent les valeurs des épaisseurs et des rayons de gyration relatifs aux couches fondamentales, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Pour une concentration typique de  $15 \text{ cm}^{-3}$  du plasma de la magnétogaine, la profondeur de peau électronique est égale à 1,4 km.

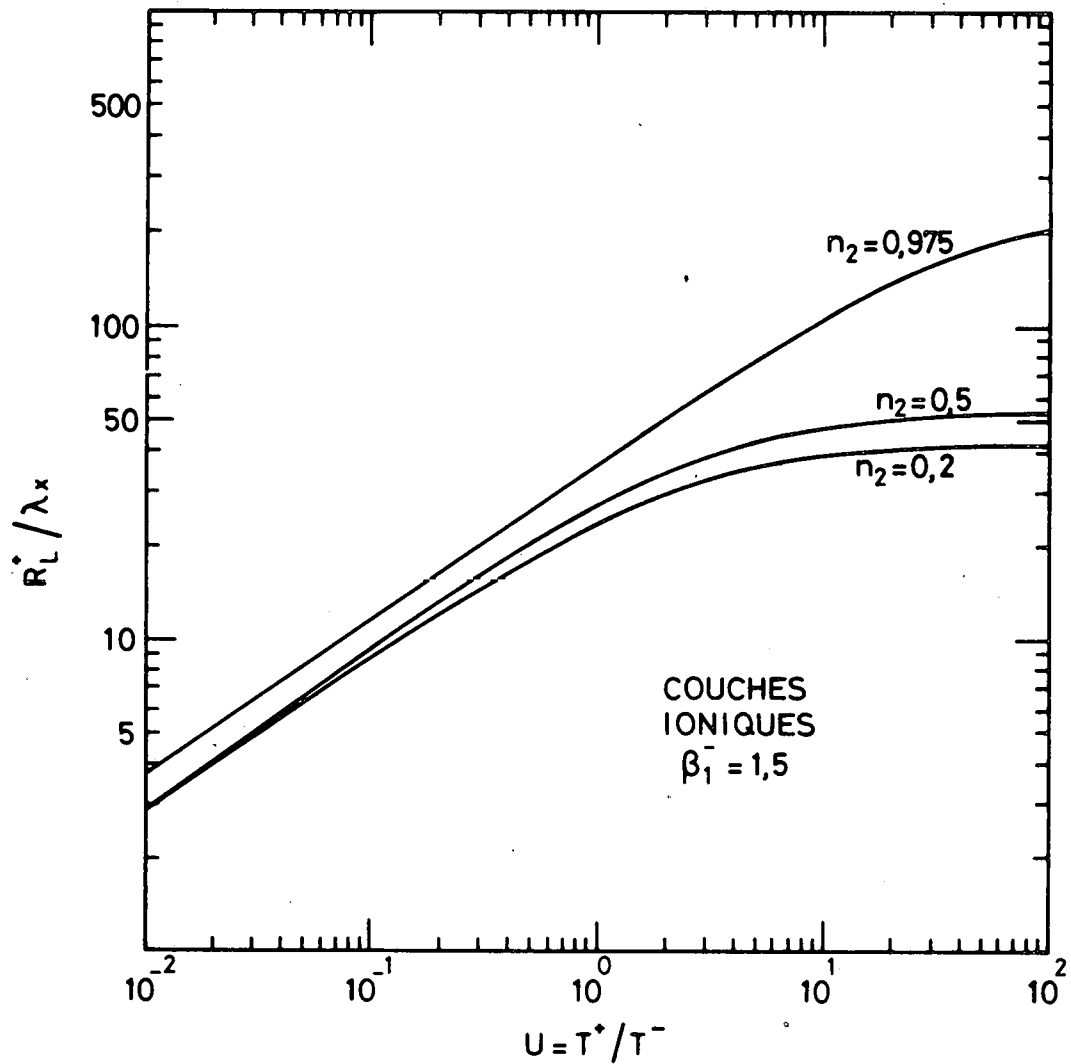


Fig. 34.- Variation du rayon de Larmor ionique des couches ioniques en fonction du rapport  $U$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport des concentrations asymptotiques, lorsque  $\beta_1^- = 1,5$ . Ce rayon de gyration est celui d'un proton de température égale à sa température asymptotique  $T^+$  dans l'induction magnétique  $B_0$  existant au centre  $x_0$  de la transition. Il est exprimé en profondeur de peau électronique  $\lambda_x = [m^- / (e^2 \mu_0 N_1^-)]^{1/2}$ .

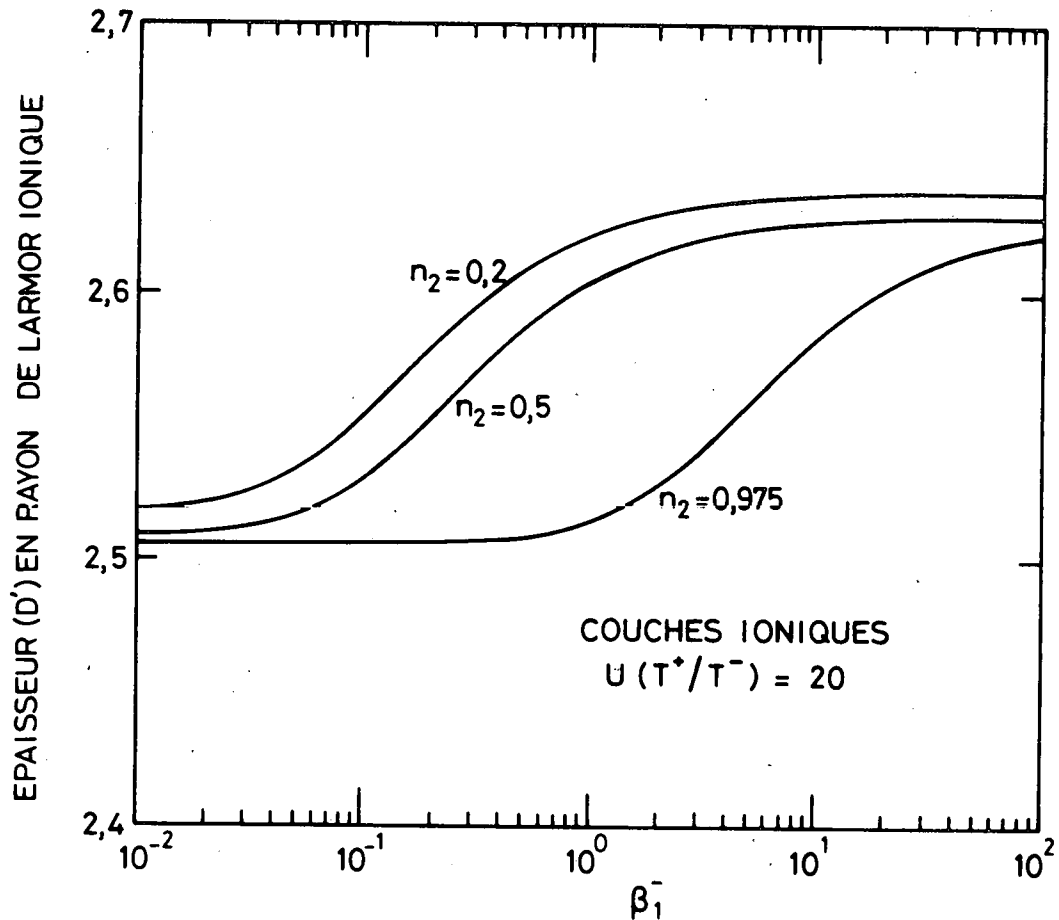


Fig. 35.- Epaisseur des couches ioniques en fonction du rapport asymptotique  $\beta_1^-$  de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $U = 20$ . Cette épaisseur est exprimée en rayon de gyration de Larmor  $R_L^+$ . Ce rayon de gyration est celui d'un proton de température égale à sa température asymptotique  $T^+$  dans l'induction  $B_0$  existant au centre  $x_0$  de la transition.



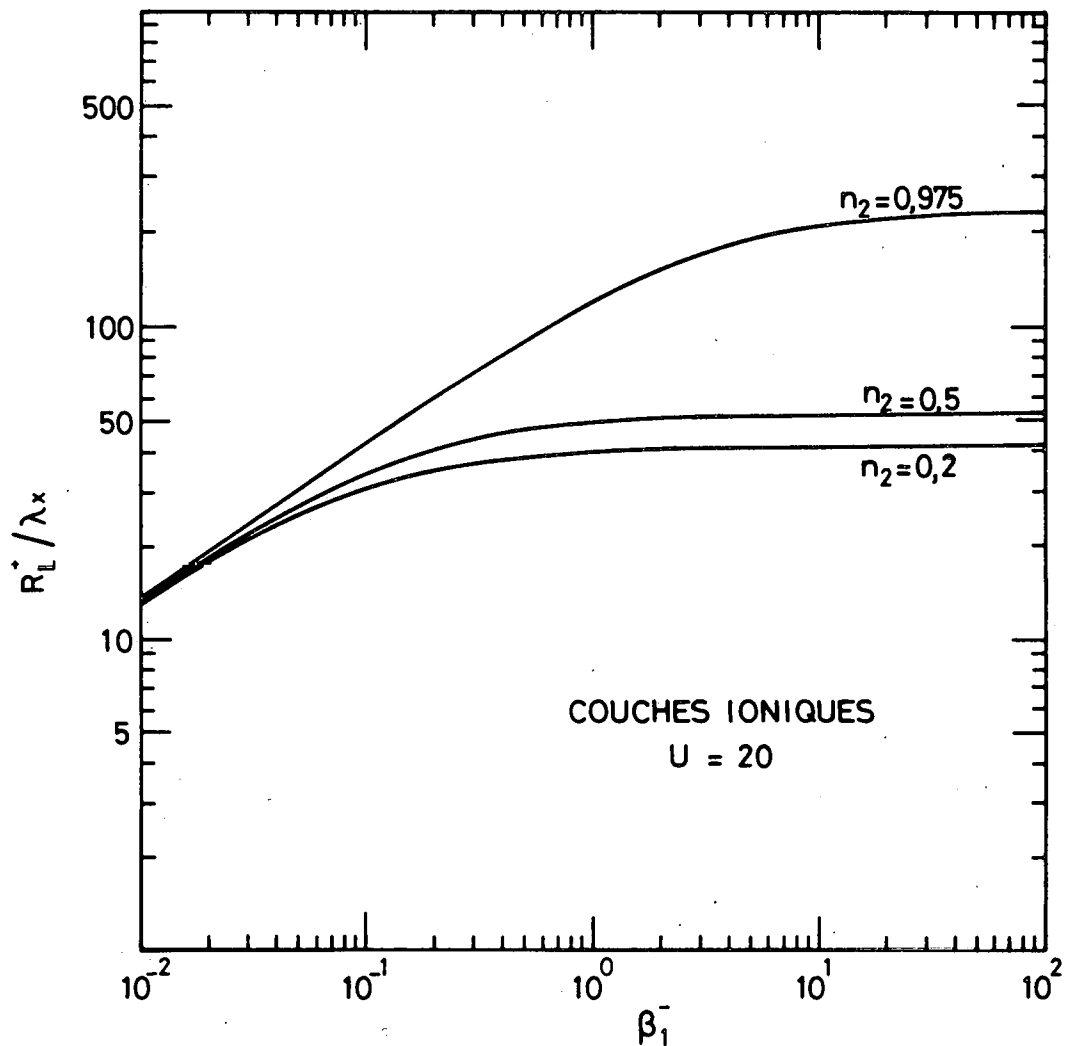


Fig. 36.- Variation du rayon de Larmor ionique des couches ioniques en fonction du rapport asymptotique  $\beta_1^-$  de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport  $n_2$  des concentrations asymptotiques, lorsque  $U = 20$ . Ce rayon de gyration est celui d'un proton de température égale à sa température asymptotique  $T^+$  dans l'induction magnétique  $B_0$  existant au centre  $x_0$  de la transition. Il est exprimé en profondeur de peau électronique  $\lambda_x = [m^-(e^2 \mu_0 N_1^-)]^{1/2}$ .

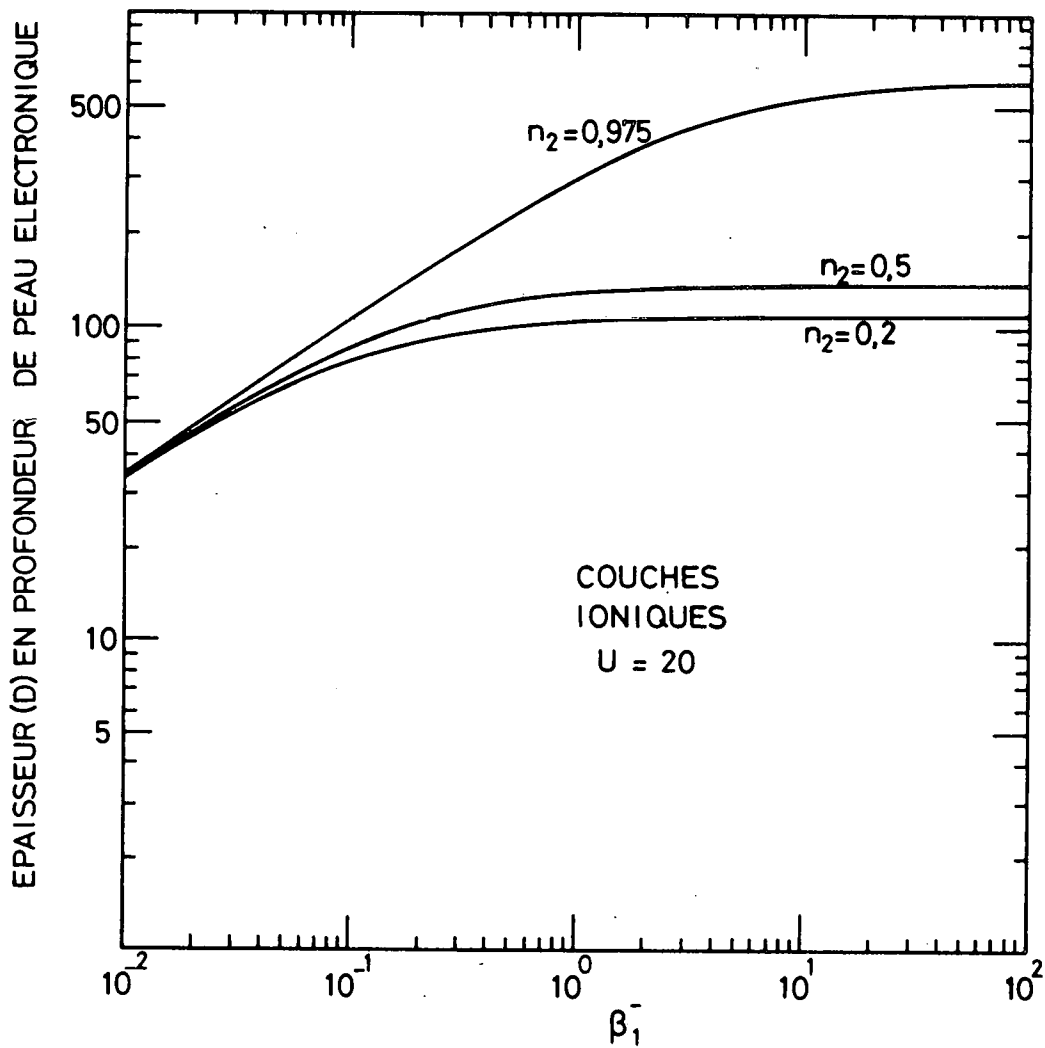


Fig. 37.- Epaisseur des couches ioniques en fonction du rapport asymptotique  $\beta_1^-$  de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique, pour différentes valeurs (0,975; 0,5; 0,2) du rapport des concentrations asymptotiques, lorsque  $U = 20$ . Cette épaisseur est exprimée en profondeur de peau électronique  $\lambda_x = [m^7(e^2 \mu_0 N_1^-)]^{1/2}$ .

TABLEAU 1 : Epaisseurs des couches électroniques ( $D^e$ ) et ioniques ( $D^i$ ) pour différentes valeurs du rapport  $U$  de la température des ions ( $T^+$ ) à la température des électrons ( $T^-$ ) et pour différentes valeurs du rapport  $n_2$  de la concentration en  $x = +\infty$  ( $N_2$ ) à la concentration en  $x = -\infty$  ( $N_1$ ), lorsque  $\beta_1^-$  (rapport, en  $x = -\infty$ , de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique) est fixé à 1,5. Ces épaisseurs sont normalisées au rayon de Larmor ( $R_L$ ) correspondant.

$n_2 = N_2/N_1$	0,975		0,5		0,2	
$U = T^+/T^-$	$D^e(R_L^-)$	$D^i(R_L^+)$	$D^e(R_L^-)$	$D^i(R_L^+)$	$D^e(R_L^-)$	$D^i(R_L^+)$
$10^{-2}$	2,5	2,6	2,5	8,6	2,5	1,4
$10^{-1}$	2,5	2,5	2,5	3,3	2,6	5,0
1	2,5	2,5	2,6	2,6	2,8	2,8
$10^1$	2,5	2,5	3,3	2,6	5,1	2,6
$2 \cdot 10^1$	2,5	2,5	4,2	2,6	6,9	2,6
$3 \cdot 10^1$	2,5	2,5	4,9	2,6	8,3	2,6
$10^2$	2,6	2,5	8,6	2,6	15	2,6

TABEAU 2 : Rayons de Larmor des électrons dans les couches électroniques  $(R_L^-)^e$  et rayons de Larmor des ions dans les couches ioniques  $(R_L^+)^i$ , exprimés en km, lorsque  $\beta_1^-$  (rapport, en  $x = -\infty$ , de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique) est fixé à 1,5 et lorsque  $N_1$  (la concentration en  $x = -\infty$ ) est égale à  $15 \text{ cm}^{-3}$ . Ces rayons sont calculés pour différentes valeurs du rapport  $U$  de la température des ions ( $T^+$ ) à la température des électrons ( $T^-$ ) et pour différentes valeurs du rapport  $n_2$  de la concentration en  $x = +\infty$  ( $N_2$ ) à la concentration en  $x = -\infty$  ( $N_1$ ).

$n_2 = N_2/N_1$	0,975		0,5		0,2	
$U = \frac{T^+}{T^-}$	$(R_L^-)^e$	$(R_L^+)^i$	$(R_L^-)^e$	$(R_L^+)^i$	$(R_L^-)^e$	$(R_L^+)^i$
$10^{-2}$	1,2	5,1	1,0	4,0	0,9	3,9
$10^{-1}$	1,2	16	1,0	13	0,9	12
1	1,2	51	0,9	38	0,8	33
$10^1$	1,1	150	0,5	67	0,4	54
$2 \cdot 10^1$	1,0	190	0,3	71	0,3	57
$3 \cdot 10^1$	0,9	220	0,3	73	0,2	58
$10^2$	0,6	290	0,1	75	0,1	60

TABLEAU 3 : Epaisseurs (en km) des couches électroniques ( $D^e$ ) et ioniques ( $D^i$ ) pour différentes valeurs du rapport  $U$  de la température des ions ( $T^+$ ) à la température des électrons ( $T^-$ ) et pour différentes valeurs du rapport  $n_2$  de la concentration en  $x = +\infty$  ( $N_2$ ) à la concentration en  $x = -\infty$  ( $N_1$ ), lorsque  $\beta_1^-$  (rapport, en  $x = -\infty$ , de la pression cinétique des électrons à la pression magnétique) est fixé à 1,5 et lorsque  $N_1$  (la concentration en  $x = -\infty$ ) est égale à  $15 \text{ cm}^{-3}$ .

$n_2 = \frac{N_2}{N_1}$	0,975		0,5		0,2	
	$D^e$	$D^i$	$D^e$	$D^i$	$D^e$	$D^i$
$10^{-2}$	3,0	13	2,6	34	2,4	54
$10^{-1}$	3,0	41	2,5	43	2,3	60
1	3,0	130	2,3	98	2,2	93
$10^1$	2,8	370	1,5	170	1,9	140
$2 \cdot 10^1$	2,6	490	1,4	190	1,9	150
$3 \cdot 10^1$	2,4	560	1,3	190	1,9	150
$10^2$	1,7	740	1,2	200	1,9	160

Cette valeur est adoptée pour la détermination des données des tableaux 2 et 3.

En particulier, le tableau 3 montre que l'épaisseur absolue de la magnétopause ( $\beta_1^- = 1,5$ ;  $N_1 = 15 \text{ cm}^{-3}$ ;  $U = 20$ ) peut varier de 150 km à 500 km, lorsque  $n_2$  varie de 0,2 à 0,975. A cause de l'existence de la couche frontière magnétosphérique, la variation de la concentration est faible à la magnétopause (voir chapitre 2;  $n_2 \sim 1$ ), si bien que, dans la plupart des cas (lorsque la couche frontière magnétosphérique est observée), l'épaisseur est de l'ordre de 500 km. Cette épaisseur est encore une épaisseur minimale puisque les collisions sont négligées.

## V.5. STABILITE DES COUCHES FONDAMENTALES

### V.5.1. Les instabilités de faisceaux

En abordant l'important problème de la stabilité des couches fondamentales, soulignons d'abord qu'il existe au moins deux sortes d'instabilités, appelées instabilités de faisceaux. Celles-ci peuvent se produire lorsqu'un courant électrique, engendré par un mouvement relatif des électrons et des ions, s'écoule au sein du plasma. De l'énergie cinétique de mouvement est utilisée dans l'excitation d'ondes, et si l'énergie d'oscillation s'amplifie au détriment de l'énergie cinétique du plasma, la couche devient instable.

Le première de ces instabilités est appelée l'instabilité ordinaire à deux faisceaux. Elle a lieu lorsque la vitesse relative des ions et des électrons excède la vitesse d'agitation thermique des électrons (Buneman, 1959; 1961). La seconde ne se produit qu'en présence d'un champ magnétique ayant une composante perpendiculaire au courant électrique et est appelée l'instabilité modifiée à deux faisceaux. Dans ce cas, le seuil d'instabilité est la vitesse d'agitation thermique des ions (McBride et al., 1972).

Pour que les couches fondamentales soient stables, il faut donc que la vitesse de dérive des particules qui transportent le courant soit, en tout point de la transition, inférieure à la vitesse d'agitation thermique des électrons et des ions. Si une de ces deux conditions n'est pas remplie, l'instabilité correspondante peut entrer en action.

D'après (IV.231), (V.26), (V.25), (V.21) et (V.22), la vitesse de dérive des particules qui transportent le courant est égale à

$$\langle v_y \rangle_i^e = \frac{Q_{010}^{\bar{+}}}{Q_{000}^{\bar{+}}} = \pm (2 m^{\bar{+}} \alpha^{\bar{+}})^{-1/2} \frac{(1 - c^{\bar{+}}) e^{-(u^{\bar{+}})^2}}{P_o^{\bar{+}}} \quad (V.73)$$

tandis que les vitesses d'agitation thermique  $w_y$ , dans la direction du courant, sont définies par les relations

$$(w_y^+)^i = \left( \frac{\Theta_{y^{+,i}}}{m^+} \right)^{1/2} \quad (V.74)$$

$$(w_y^-)^i = (m^- \alpha^-)^{-1/2} \quad (V.75)$$

$$(w_y^+)^e = (m^+ \alpha^+)^{-1/2} \quad (V.76)$$

$$(w_y^-)^e = \left( \frac{\Theta_{y^{-,e}}}{m^-} \right)^{1/2} \quad (V.77)$$

où  $\Theta_y$  sont les températures dans la direction  $y$ . Pour les particules qui ne contribuent pas au courant électrique, ces températures sont constantes et égales à  $\alpha^{-1}$  (équations V.75 et V.76). Les vitesses (V.74) et (V.76) sont les seuils de l'instabilité modifiée à deux faisceaux pour les couches ioniques et électroniques, respectivement.

Les deux autres vitesses, (V.75) et (V.77), sont les seuils correspondants de l'instabilité ordinaire à deux faisceaux. Les équations (V.74) et (V.76) montrent que nous devons connaître la variation de la température,  $\Theta_y$ , des particules qui transportent le courant, si nous voulons comparer la vitesse de dérive (V.73) aux vitesses de seuil.

### V.5.2. Détermination de la température dans la direction y

Par définition

$$\Theta_y = m \langle w_y^2 \rangle$$

soit aussi

$$\Theta_y = m Q_{000}^{-1} (Q_{020} - Q_{000}^{-1} Q_{010}^2) \quad (V.78)$$

Tenant compte de (V.28), (V.14) et (IV.231), on obtient

$$\Theta_y^{\pm} = (\alpha^{\pm})^{-1} - \langle v_y \rangle^{\pm} (m^{\pm} \langle v_y \rangle^{\pm} \pm a_y) \quad (V.79)$$

Comme la température des particules qui transportent le courant est celle des particules qui caractérisent la nature de la couche fondamentale, les indices i et e sont omis dans l'équation (V.79). Ils correspondent respectivement aux indices supérieurs et inférieurs des porteurs de charge. Ainsi,  $\Theta_y^+$  est la température des ions dans une couche ionique. Une définition similaire s'applique à  $\Theta_y^-$ .



L'équation (V.79) montre que, pour les porteurs de charge, l'énergie d'agitation thermique dans la direction du courant doit sa variation dans la couche à l'addition d'un terme supplémentaire qui est le produit d'une vitesse moyenne par une impulsion généralisée.

V.5.3. Domaine de stabilité des couches fondamentales dans le plan ( $U, n_2$ )

Considérons les deux paires d'inégalités suivantes qui traduisent la stabilité des couches fondamentales vis-à-vis des instabilités de faisceaux.

$$\left\{ \begin{array}{l} | \langle v_y \rangle^i | < \left( \frac{\Theta^+}{m^+} \right)^{1/2} \end{array} \right. \quad (V.80)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} | \langle v_y \rangle^e | < \left( \frac{\Theta^-}{m^-} \right)^{1/2} \end{array} \right. \quad (V.81)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} | \langle v_y \rangle^i | < (m^- \alpha^-)^{-1/2} \end{array} \right. \quad (V.82)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} | \langle v_y \rangle^e | < (m^+ \alpha^+)^{-1/2} \end{array} \right. \quad (V.83)$$

La première paire d'inégalités, (V.80) et (V.81), compare la vitesse moyenne des particules qui transportent le courant à la vitesse d'agitation thermique de ces mêmes particules. Par opposition, la seconde paire d'inégalités, (V.82) et (V.83), compare cette vitesse moyenne à la vitesse d'agitation thermique des particules dont la vitesse moyenne est nulle. Ainsi, (V.80) et (V.82) constituent les critères de stabilité des couches ioniques vis-à-vis de l'instabilité modifiée et de

l'instabilité ordinaire, respectivement. Pour les couches électroniques, les critères correspondants sont fournis par les inégalités (V.83) et (V.81).

Les équations (V.73) et (V.79) introduites dans les inégalités (V.80) et (V.81), préalablement élevées au carré, fournissent les conditions de stabilité suivantes

$$(b^{\pm})^2 - u^{\pm} b^{\pm} < 1 \quad (\text{V.84})$$

où

$$u^{\pm} = \left( \frac{\alpha^{\pm}}{2m^{\pm}} \right)^{1/2} a_y \quad (\text{V.14})$$

$$b^{\pm} = \frac{(1 - c^{\pm}) e^{-(u^{\pm})^2}}{P_o^{\pm}} \quad (\text{V.55})$$

L'indice supérieur dans l'inégalité (V.84) correspond à la condition de stabilité des couches ioniques vis-à-vis de l'instabilité modifiée, tandis que l'indice inférieur correspond à la condition de stabilité des couches électroniques vis-à-vis de l'instabilité ordinaire.

De la même manière, en introduisant l'équation (V.73) dans les inégalités (V.82) et (V.83), on obtient les conditions de stabilité suivantes

$$\frac{1}{2} \frac{m^{\mp}}{m^{\pm}} \frac{\alpha^{\mp}}{\alpha^{\pm}} b^{\pm} < 1 \quad (\text{V.85})$$

L'indice supérieur dans l'inégalité (V.85) correspond à la condition de stabilité des couches ioniques vis-à-vis de l'instabilité ordinaire, tandis que l'indice inférieur correspond à la condition de stabilité des couches électroniques vis-à-vis de l'instabilité modifiée.

Si nous considérons la fonction  $f(c)$  définie par

$$f(c) = \max_u \left\{ b^2(u) - ub(u) \right\} \quad (V.86)$$

on trouve, numériquement, que  $f(c) = 1$  pour

$$c = c_0 = 0,09837 \quad (V.87)$$

De plus,

$$f(c) > 1 \quad \text{si} \quad c < c_0 \quad (V.88)$$

$$f(c) < 1 \quad \text{si} \quad c > c_0 \quad (V.89)$$

Ainsi, d'après (V.84), ces deux inégalités montrent que la couche est stable dans toute la transition si  $c > c_0$  et devient instable lorsque  $c \leq c_0$ . D'après (V.40), (V.53) et (V.68), la concentration asymptotique ( $n_2$ ) des couches ioniques est égale à

$$n_2^i = (c^+)^{\frac{U}{1+U}} \quad (V.90)$$

où

$$U = \frac{\alpha^-}{\alpha^+} \quad (\text{V.47})$$

De la même façon, pour les couches électroniques, on déduit, d'après (V.40), (V.53) et (V.67)

$$n_2^e = (c^-) \frac{1}{1+U} \quad (\text{V.91})$$

Lorsque  $c = c_0$ , les concentrations asymptotiques (V.90) et (V.91) deviennent, d'après (V.87),

$$n_{2c}^i = (0,09837) \frac{U}{1+U} \quad (\text{V.92})$$

$$n_{2c}^e = (0,09837) \frac{1}{1+U} \quad (\text{V.93})$$

On peut voir que, pour toute valeur de  $c > 0,09837$  ( $< 0,09837$ ), les concentrations asymptotiques, données par les équations (V.90) et (V.91), sont supérieures (/inférieures) à  $n_{2c}$ , quel que soit  $U (> 0)$ . Les concentrations asymptotiques,  $n_{2c}$ , définies par les équations (V.92) et (V.93) sont en fait des concentrations "critiques". En effet, d'après (V.88), lorsque  $n_2 \leq n_{2c}$ , la couche fondamentale correspondante est instable.

Dans le cas des couches ioniques, la concentration critique (V.92), relative à l'instabilité modifiée, est représentée, en fonction de  $U$ , par la ligne M de la figure 38. De la même façon, la ligne O de la

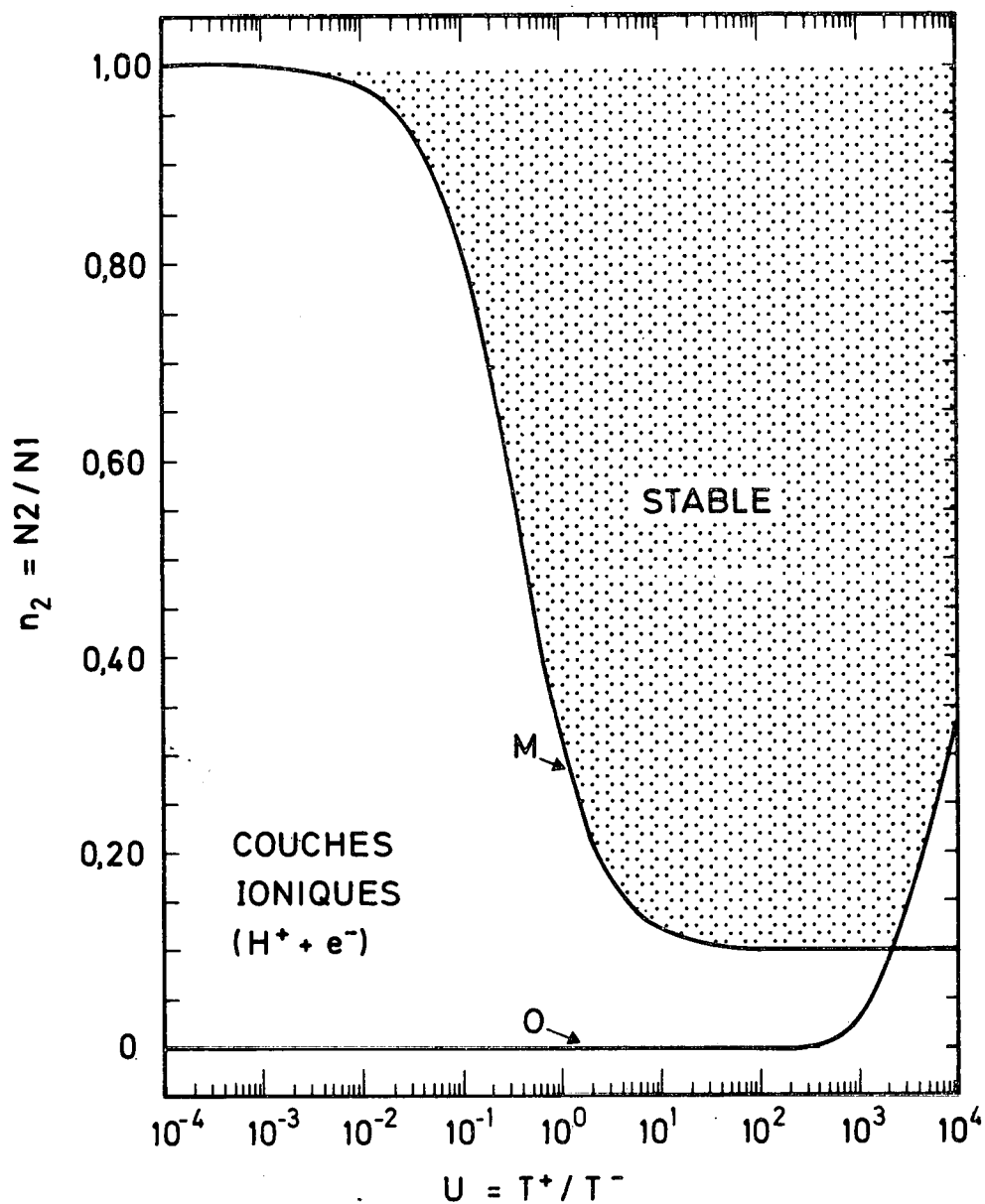


Fig. 38.- Domaine de stabilité des couches ioniques d'un plasma ( $H^+ + e^-$ ) dans le plan ( $U, n_2$ ). La courbe (M) est le lieu de ce plan où le seuil de l'instabilité modifiée à deux faisceaux est atteint, en au moins un endroit de la transition. De manière analogue, la courbe (O) est relative à l'instabilité ordinaire à deux faisceaux. La surface ombragée représente l'ensemble des valeurs ( $U, n_2$ ) pour lesquelles les couches ioniques sont stables.

figure 39 représente, pour les couches électroniques, la concentration critique (V.93), relative à l'instabilité ordinaire. Les valeurs que peuvent donc prendre les paramètres  $n_2$  et  $U$ , pour que les couches ioniques (/électroniques) soient stables vis-à-vis de l'instabilité modifiée (/ordinaire), correspondent alors à la région du plan ( $U, n_2$ ) située au-dessus de la courbe "critique" représentée par la ligne M (/la ligne O) de la figure 38 (/de la figure 39).

Par contre, la détermination, dans le plan ( $U, n_2$ ), des régions de stabilité et d'instabilité des couches ioniques vis-à-vis de l'instabilité ordinaire, ainsi que des couches électroniques vis-à-vis de l'instabilité modifiée, s'établit à partir de l'inégalité (V.85). Pour cela, on définit

$$f'(c) = \max_u b(u) \quad (V.94)$$

Pour une valeur donnée de  $c$  comprise entre 0 et 1, il existe, pour chaque couche (ionique ou électronique), une ou plusieurs valeurs de  $U$  telles que le membre de gauche de l'inégalité (V.85) soit égal à l'unité. Pour les couches ioniques, ces valeurs "critiques" de  $U$  sont donc solutions de l'équation

$$\frac{1}{2} \frac{m^-}{m^+} U f'(c) = 1 \quad (V.95)$$

où  $c$  est relié à  $n_2$  et à  $U$  par la relation (V.90).

Similairement, pour les couches électroniques, les valeurs "critiques" de  $U$  s'obtiennent à partir de l'équation

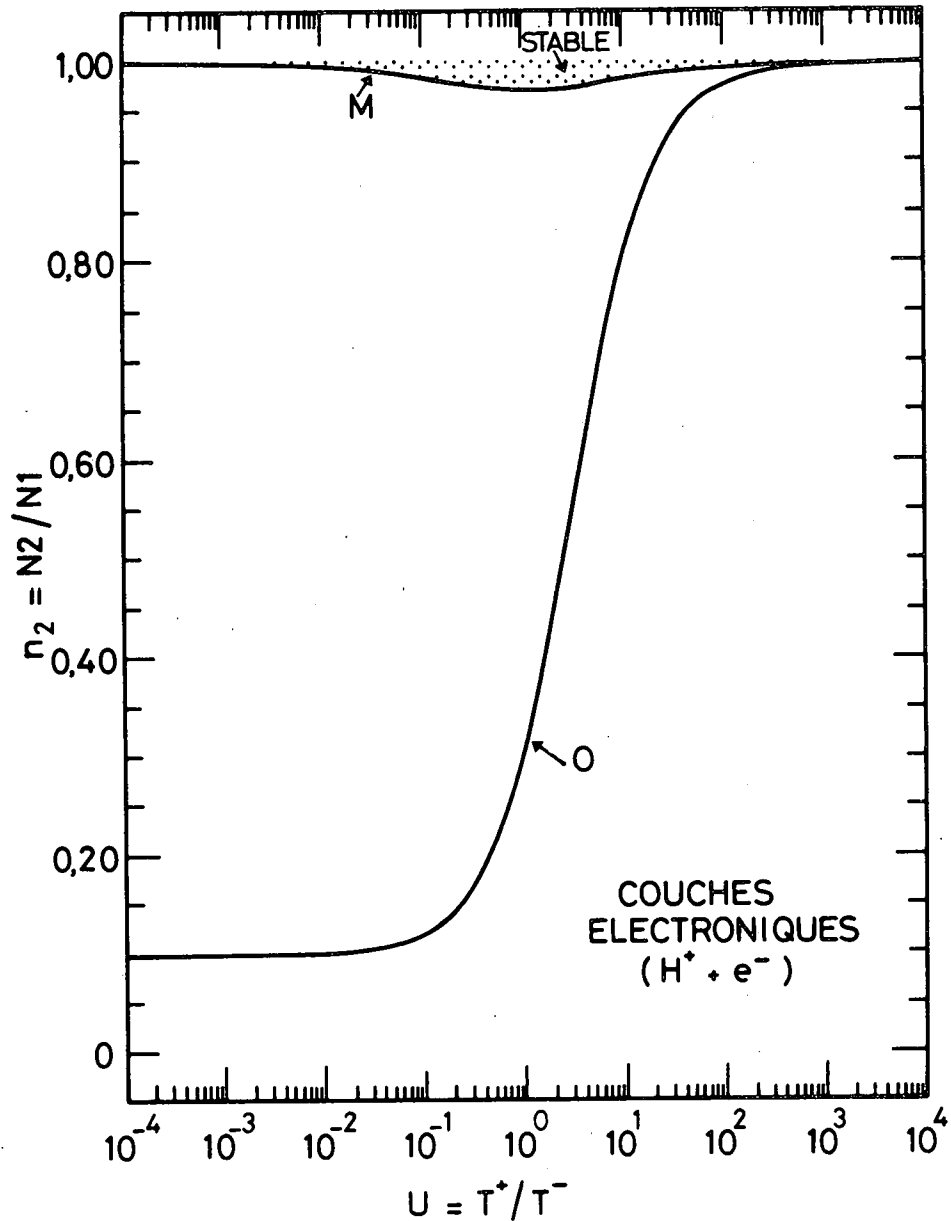


Fig. 39.- Domaine de stabilité des couches électroniques d'un plasma ( $H^+ + e^-$ ) dans le plan ( $U, n_2$ ). La courbe (M) est le lieu de ce plan où le seuil de l'instabilité modifiée à deux faisceaux est atteint, en au moins un endroit de la transition. De manière analogue, la courbe (O) est relative à l'instabilité ordinaire à deux faisceaux. La surface ombragée représente l'ensemble des valeurs ( $U, n_2$ ) pour lesquelles les couches électroniques sont stables.

$$\frac{1}{2} \frac{m^+}{m^-} \frac{1}{U} f'(c) = 1 \quad (\text{V.96})$$

où  $c$  est relié à  $n_2$  et à  $U$  par la relation (V.91).

Cependant, chacune des équations (V.95) ou (V.96) détermine aussi une concentration critique,  $n_{2c}$ , en fonction de  $U$ . Numériquement, on trouve que  $f'(c)$ , défini par l'équation (V.94), est une fonction décroissante de  $c$ . C'est aussi une fonction décroissante de  $n_2$ , car les équations (V.90) et (V.91) indiquent que, pour  $U$  fixé,  $c$  croît avec  $n_2$ . Dès lors, d'après l'inégalité (V.85), lorsque, pour une valeur donnée de  $U$ ,  $n_2$  est supérieur à sa valeur critique (solution de l'équation V.95 ou V.96), la couche fondamentale considérée est stable.

Pour les couches ioniques, la concentration critique,  $n_{2c}$ , relative à l'instabilité ordinaire, est représentée, en fonction de  $U$ , par la ligne O de la figure 38. De la même façon, relativement à l'instabilité modifiée, la ligne M de la figure 39 représente la concentration critique,  $n_{2c}$ , des couches électroniques.

Dans le plan  $(U, n_2)$ , le domaine de stabilité d'une couche fondamentale d'un type déterminé vis-à-vis des instabilités de faisceaux se trouvent donc, finalement, au-dessus des courbes "critiques" O et M. Ce domaine est représenté par la région en pointillés des figures 38 (couches ioniques) et 39 (couches électroniques).

Ces figures montrent que, pour une valeur donnée du rapport  $U (= T^+/T^-)$ , il existe une variation critique ( $s_c$ ) de la concentration ( $s_c = 1 - n_{2c}$ ), au-delà de laquelle la couche devient instable. Pour les couches électroniques (figure 39), l'instabilité qui s'établit en premier lieu est toujours l'instabilité modifiée à deux faisceaux, qui entre en jeu lorsque la vitesse relative des ions et des électrons devient supérieure à la vitesse d'agitation thermique des ions. Ce résultat est aussi vrai pour les couches ioniques lorsque  $U \leq 2000$  (figure 38).



La figure 39 illustre le fait que, pour les couches électroniques, la variation critique de la concentration atteint seulement 2,6% ( $s_c = 0,026$ ) lorsque les températures ionique et électronique sont identiques ( $U = 1$ ). Pour des valeurs de  $U$  différentes de l'unité, la variation critique de la concentration s'abaisse rapidement, si bien que les couches électroniques sont fortement instables.

Par contre (figure 38), pour les couches ioniques, la variation critique de la concentration atteint 90% ( $s_c \sim 0,9$ ) lorsque  $U$  est compris entre 10 et 2000. Lorsque  $U$  est inférieur à 10, cette variation critique s'abaisse rapidement. Ainsi, pour  $U = 1$  ( $T^+ = T^-$ ), elle est alors de 67,5% ( $s_c = 0,675$ ). Pour  $U \geq 2000$ , l'instabilité qui s'établit en premier lieu est alors l'instabilité ordinaire à deux faisceaux, se produisant lorsque la vitesse relative des ions et des électrons est supérieure à la vitesse d'agitation thermique des électrons.

#### V.5.4. Épaisseur d'une magnétopause stable

Les résultats du paragraphe V.5.3. montrent pourquoi on n'observe jamais de magnétopause avec une épaisseur inférieure à quelques dizaines de kilomètres (Willis, 1971). En effet, comme le soulignent les représentations des figures 38 et 39, la magnétopause doit être une couche dont le courant est en grande partie dû au déplacement des ions, puisqu'aucune couche de nature purement électronique n'est capable de supporter un gradient de concentration, même relativement faible.

Avec les valeurs typiques des paramètres  $U$ ,  $\beta_1^-$  et  $n_2$  relatifs à la magnétopause ( $U \sim 10-20$ ;  $\beta_1^- \sim 1,5$  et  $n_2 \sim 0,2 - 0,975$ ), les couches ioniques sont stables. Ces couches stables ont une épaisseur qui peut varier de 150 km à 500 km (Tableau 3). Cette épaisseur ne représente néanmoins que 2,5 rayons de gyration des ions (Tableau 1) et constitue une épaisseur minimale, puisqu'on a négligé les rares collisions au sein du plasma.

Finalement, le modèle de Ferraro (1952) est un modèle instable, puisque le courant électrique est essentiellement électronique (chapitre III, paragraphe III.2). Par contre, le modèle de Parker (1967a; 1967b; 1968a) peut être stable puisque le courant électrique y est de nature essentiellement ionique (chapitre III, paragraphe III.3).

## CHAPITRE VI : DESCRIPTION QUANTITATIVE DE LA STRUCTURE INTERNE DE LA MAGNETOPAUSE

### VI.1. INTRODUCTION

Comme l'objectif de ce chapitre est de décrire quantitativement la structure microscopique des discontinuités tangentielles rencontrées à la magnétopause terrestre, nous considérons d'abord, à la section VI.2, le cas d'un plasma d'hydrogène ( $r = 2$ ) où l'induction magnétique demeure orientée suivant l'axe Oz. Seule, l'énergie d'agitation thermique des ions varie d'une région à l'autre, le plasma magnétosphérique étant plus chaud que le plasma de la magnétogaine.

Lorsque la couche frontière magnétosphérique est absente, la concentration des particules peut varier appréciablement au travers de la transition. Ce cas est décrit dans la section VI.3, où l'induction magnétique ne varie pas seulement en intensité, mais aussi en direction.

Dans le cas (section VI.4) où les particules énergétiques de la magnétosphère sont présentes, on a un mélange de deux plasmas d'hydrogène ( $r = 4$ ). La couche frontière magnétosphérique est présente dans cet exemple, si bien que la vitesse d'écoulement ne change pas de part et d'autre de la transition.

Le bord interne de la couche frontière magnétosphérique peut aussi être considéré comme une discontinuité tangentielle. Sa structure microscopique, analysée à la section VI.5, est également basée sur la théorie développée dans ce travail. Dans cette couche, où s'interpénètrent deux plasmas d'hydrogène, l'induction magnétique reste orientée suivant Oz, qui est la direction du champ magnétosphérique. Par contre, la vitesse de masse change en intensité et en direction.

## VI.2. COUCHES IONIQUES ENTRE REGIONS DE TEMPERATURES DIFFERENTES

Considérons une discontinuité tangentielle dans un plasma d'hydrogène dont les propriétés asymptotiques sont représentées numériquement par les données du tableau 4, où l'indice 1 désigne la magnétogaine et l'indice 2, la magnétosphère.

On a également, pour  $i = 1, 2$

$$\vec{V}_i^- = \vec{V}_i^+ = \vec{C}_i = 0$$

$$T_{\perp i}^+ = T_{//i}^+ = T_i^+$$

$$\vec{p}_{oi}^\pm = 0$$

Les constantes  $c_i^{(v)}(k)$  sont données par

$$c_1^{(v)}(k_1) = 1 \quad (\text{IV.93})$$

$$c_1^{(v)}(k_2) = 0 \quad (\text{IV.92})$$

$$c_2^{(v)}(k_1) = 0 \quad (\text{IV.91})$$

$$c_2^{(-)}(k_2) = 1$$

$$c_1^{(v)}(k_3) = c_2^{(v)}(k_3) = 0,5$$

TABLEAU 4 : Conditions aux frontières de la magnétopause dans le cas d'une couche ionique entre régions de températures différentes.

L'indice 1 désigne la magnétogaine et l'indice 2, la magnétosphère. Dans ce plasma d'hydrogène ( $r = 2$ ), les électrons sont représentés par le signe - et les ions, par le signe +.

$N_1^-$	$N_2^-$	$N_1^+$	$N_2^+$	$T_1^-$	$T_2^-$	$T_1^+$	$T_2^+$	$B_1$
30 $\text{cm}^{-3}$	30 $\text{cm}^{-3}$	30 $\text{cm}^{-3}$	30 $\text{cm}^{-3}$	$10^6$ K	$10^6$ K	$10^6$ K	$10^7$ K	113 nT

$$c_1^{(v)}(k_4) = c_2^{(v)}(k_4) = 0,5$$

et, d'après (IV.124),

$$c_2^{(+)}(k_2) = 1$$

avec

$$k_1 = 3, k_2 = 2, k_3 = 1 \text{ et } k_4 = 4$$

Les conditions initiales en  $x = -\infty$  (magnétogaine) sont :  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $a_{y1}^* = a_{z1}^* = -500$ . Donc,  $\vec{a}_1 \cdot \vec{B}_1 = 0$  et comme les fonctions de distribution électronique et ionique sont symétriques par rapport à la direction du vecteur  $\vec{a}_1$ , aucun courant parallèle à  $\vec{B}$  n'est engendré. Dès lors,  $\vec{B}$  ne peut changer d'orientation dans cette transition. Cette couche est donc une couche ionique, où seule la température des ions est différente pour  $i = 1$  et  $i = 2$ .

La figure 40 illustre les variations du potentiel électrique ( $\phi$ ), du champ électrique ( $E$ ) et de la densité relative de charge ( $(n^+ - n^-)/n^-$ ). A cause de leur plus grand rayon de gyration, les ions chauds établissent un excès de charge positive, localisé vers  $x = -5$  km et un excès de charge négative localisé vers  $x = 25$  km. Ce très faible excès de charge ( $\sim 10^{-7}$ ) produit un champ électrique de polarisation ( $E$ ) atteignant 1 mV/m et dérivant du potentiel  $\phi$ .

Comme les électrons ne contribuent pas au courant électrique et que leur température reste constante,

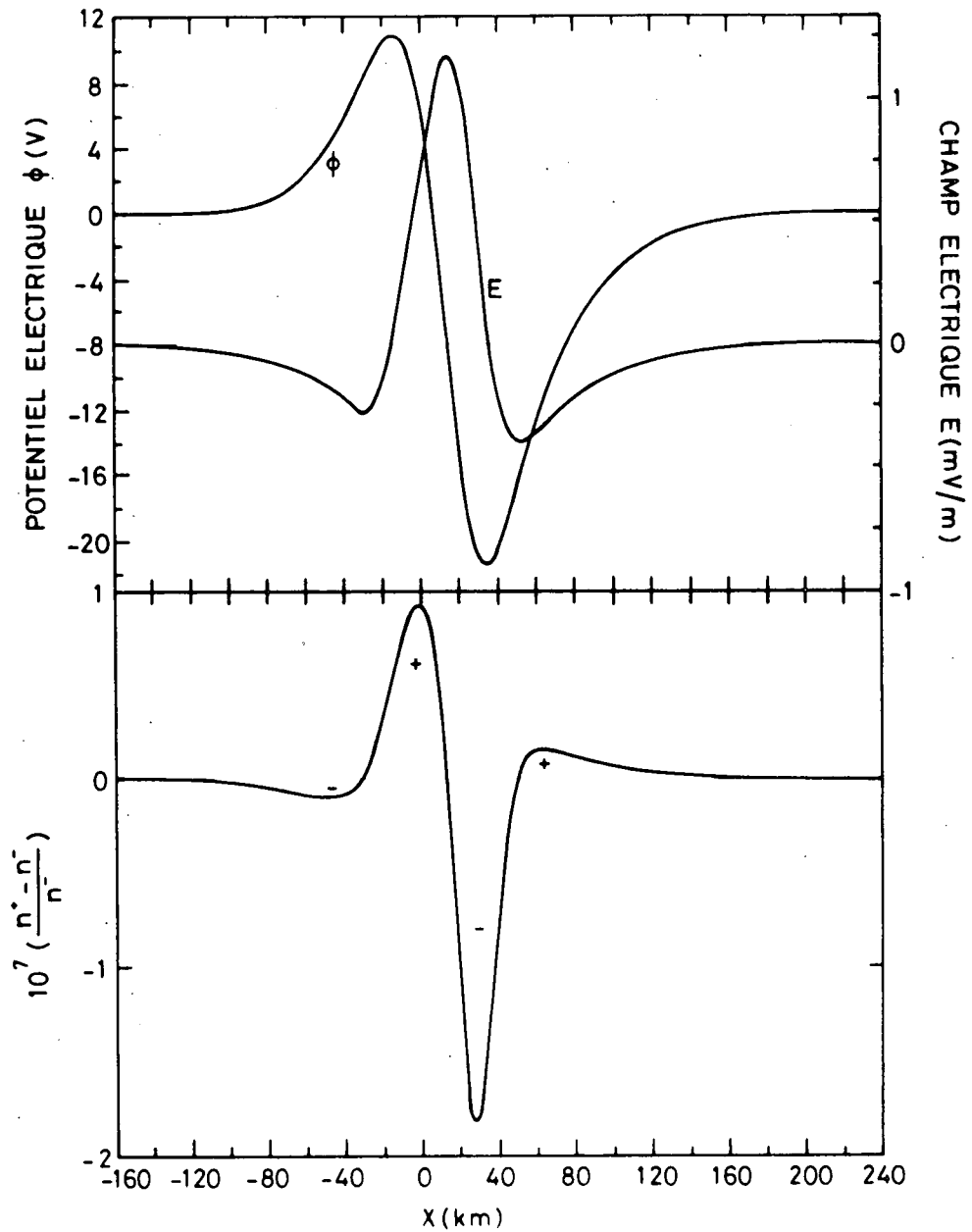


Fig. 40.- La partie inférieure de cette figure illustre la densité relative de charge au travers de la magnétopause, à partir de la magnétogaine (grandes valeurs négatives de  $x$ ) jusqu'à la magnétosphère (grandes valeurs positives de  $x$ ). Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 4. A cause de leur plus grand rayon de gyration, les ions chauds établissent un excès de charge positive, localisé vers  $x = -5$  km et un excès de charge négative, localisé vers  $x = 25$  km. Ce très faible excès de charge produit un champ électrique de polarisation ( $E$ ) atteignant 1 mV/m vers  $x = 10$  km et dérivant du potentiel électrique ( $\phi$ ) déduit de la condition de neutralité du plasma. Ce champ ( $E$ ) et ce potentiel ( $\phi$ ) sont représentés dans la partie supérieure de cette figure.

$$\frac{dp_{xx}^-}{dx} = n^- e \frac{d\phi}{dx} = k T_1^- \frac{dn^-}{dx} \quad (\text{VI.1})$$

Donc,

$$n^- = n^+ = N_1^- \exp \left( \frac{e\phi}{kT_1^-} \right) \quad (\text{VI.2})$$

La concentration des particules reflète donc la variation du potentiel électrique, comme l'illustre la figure 41.

Les variations de l'induction magnétique (B) et de la densité de courant électrique associée sont représentées à la figure 42. A cause de la balance des pressions, la pression magnétique doit décroître puisque la pression cinétique des ions croît, en allant de  $x = -\infty$  vers  $x = +\infty$ . Dans la théorie cinétique du centre de guidage (Longmire, 1963), la densité de courant électrique pour chaque constituant est la somme de trois courants partiels

a) le courant dû à la dérive électrique,  $\vec{j}_1^{(v)}$

$$\vec{j}_1^{(v)} = Z^{(v)} e n^{(v)} \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \quad (\text{VI.3})$$

b) le courant dû au gradient de B,  $\vec{j}_2^{(v)}$

$$\vec{j}_2^{(v)} = \frac{P_{\perp}^{(v)}}{B^2} (\vec{e}_B \wedge \text{grad } B) \quad (\text{VI.4})$$



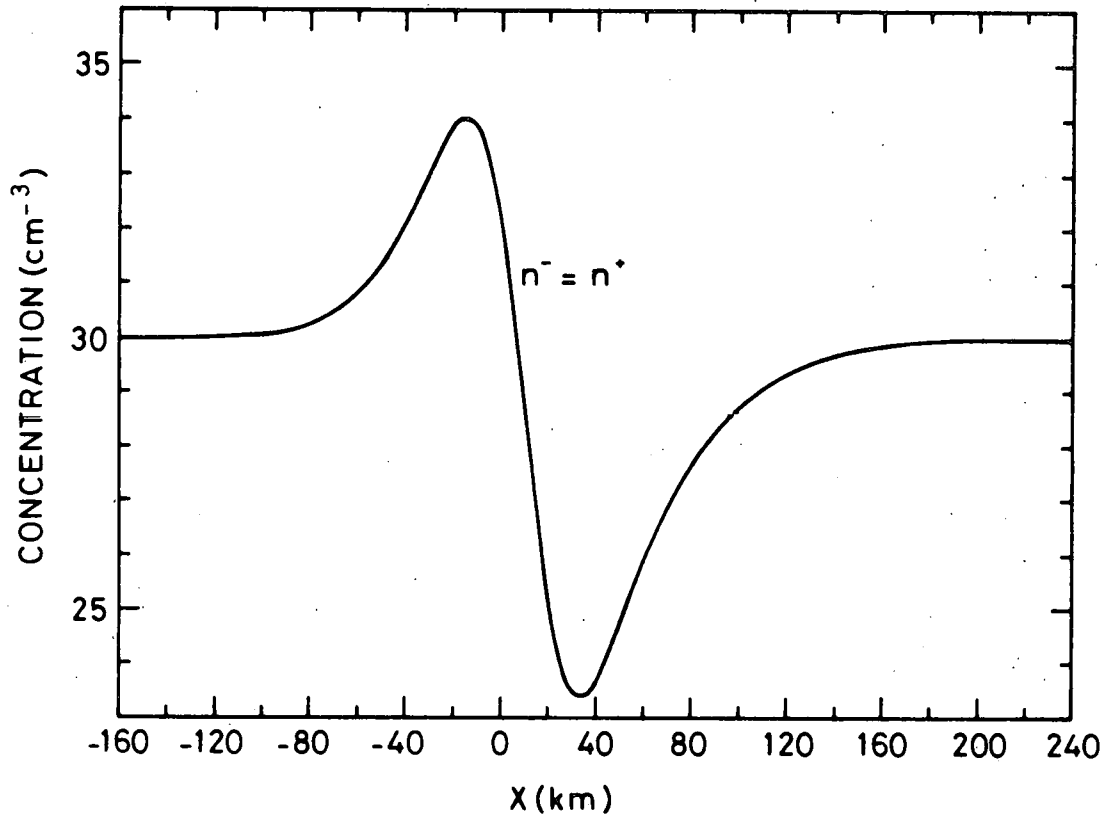


Fig. 41.- Variation de la concentration des particules au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 4. On remarque que la variation de cette concentration est analogue à celle du potentiel  $\phi$  illustré à la figure 40. En effet, la concentration est reliée exponentiellement au potentiel par l'équation VI.2.

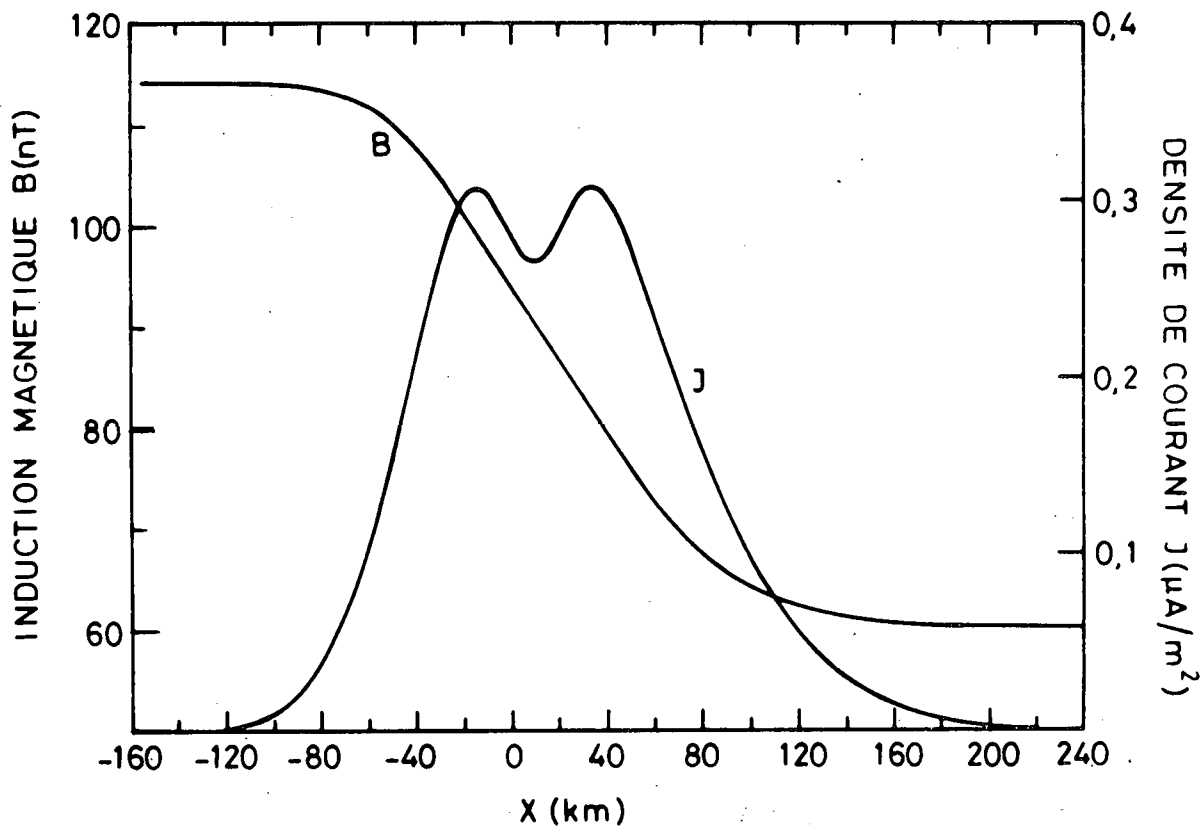


Fig. 42.- Variations au travers de la magnétopause de la densité de courant total (J) et de l'induction magnétique (B). Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 4. L'induction magnétique est orientée positivement suivant l'axe Oz, tandis que la densité de courant est orientée positivement suivant Oy. Le courant est essentiellement diamagnétique. Cependant, la diminution du courant électrique vers  $x = 10$  km provient de la dérive électrique des ions qui est maximale et négative en cet endroit, comme le montre le champ électrique de la figure 40.

où

$$\vec{e}_B = \frac{\vec{B}}{B}$$

et

$$P_L^{(\nu)} = \frac{1}{2} n^{(\nu)} m^{(\nu)} \langle v_x^{(\nu)2} + v_y^{(\nu)2} \rangle$$

c) le courant de magnétisation,  $\vec{j}_3^{(\nu)}$

$$\vec{j}_3^{(\nu)} = - \text{rot} \left( \frac{P_L}{B} \vec{e}_B \right) \quad (\text{VI.5})$$

Le courant  $\vec{j}^{(\nu)}$  est donc

$$\begin{aligned} \vec{j}^{(\nu)} &= \vec{j}_1^{(\nu)} + \vec{j}_2^{(\nu)} + \vec{j}_3^{(\nu)} \\ &= \left( -Z^{(\nu)} e n^{(\nu)} \frac{E}{B} + \frac{1}{B} \frac{dP_L^{(\nu)}}{dx} \right) \vec{e}_y \end{aligned} \quad (\text{VI.6})$$

où  $\vec{e}_y$  est un vecteur unitaire dans la direction perpendiculaire à  $\vec{B}$  et à  $\vec{E}$ , dans un référentiel obtenu par une rotation du référentiel d'origine, de  $\theta_1$  ( $= 45^\circ$ ) autour de  $Ox$ .

Pour les électrons,

$$\vec{j}^{(-)} = \left( n^- e \frac{E}{B} + \frac{kT_{\perp}^-}{B} \frac{dn^-}{dx} \right) \vec{e}_y = 0 \quad (\text{VI.7})$$

puisque, en accord avec (VI.1), nous considérons le cas où les électrons ne contribuent pas au courant global.

Pour les ions, on a

$$\vec{j} = \vec{j}^{(+)} = \left( -n^+ e \frac{E}{B} + \frac{1}{B} \frac{dP_{\perp}^+}{dx} \right) \vec{e}_y \quad (\text{VI.8})$$

On voit donc qu'une partie du courant de magnétisation compense exactement le courant dû au gradient de B. Le courant est essentiellement diamagnétique. Comme l'indique la figure 42, la diminution du courant électrique vers  $x = 10$  km provient de la dérive électrique des ions qui est maximale et négative en cet endroit, comme le montre la représentation du champ électrique à la figure 40.

La figure 43 représente la variation de la température des particules. La température des électrons reste constante et isotrope à travers toute la couche, tandis que la température des ions passe progressivement de  $T_1$  à  $T_2$ . En outre, on doit noter que la température de ces ions devient anisotrope aux deux extrémités de la transition.

La figure 44 illustre l'intensité des flux d'énergie ionique.  $Q_1$  est le flux d'énergie transportée avec la vitesse moyenne  $\langle v_y \rangle$ ,  $Q_2$  est le flux d'énergie de convection,  $Q_3$  est le flux d'énergie de conduction et  $Q$  est le flux total d'énergie. Ce flux d'énergie ionique atteint un maximum égal à  $6,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$ . A notre connaissance, il n'existe pas encore, à l'heure actuelle, de mesures précises du flux d'énergie ionique à la magnétopause.

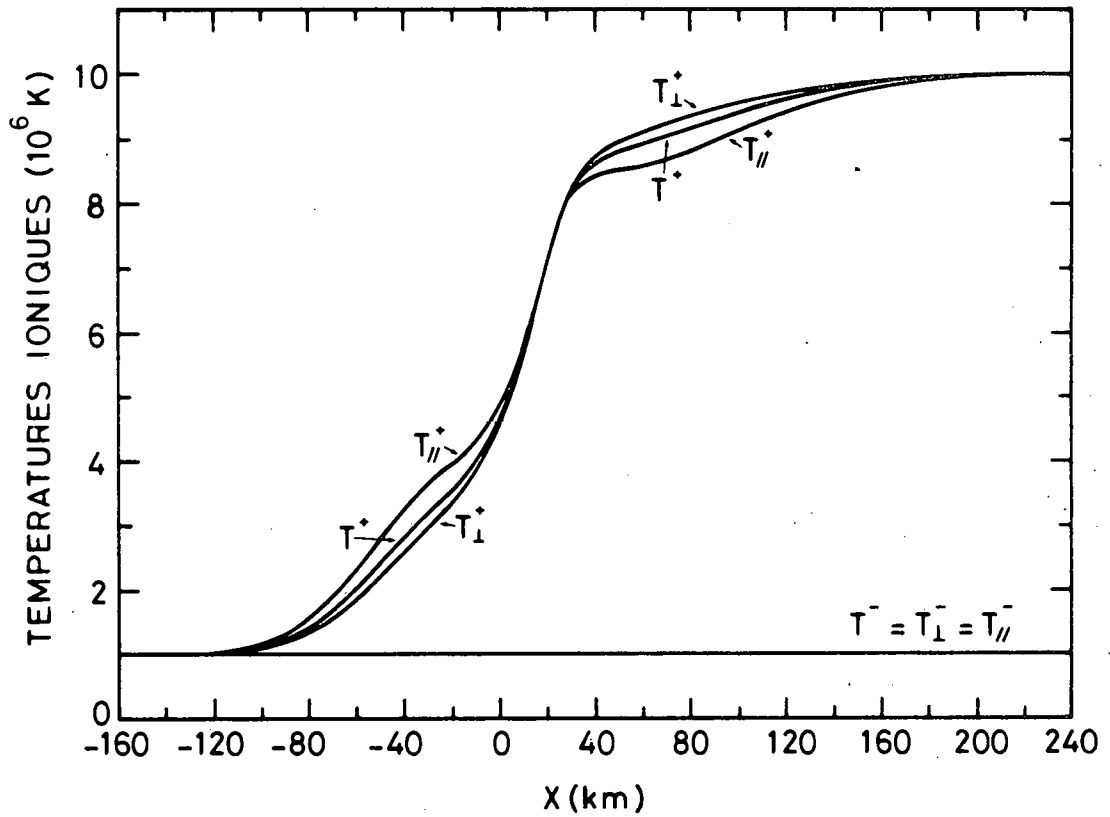


Fig. 43.- Variations de la température des particules au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 4. Dans cette couche ionique, la température des électrons reste constante et isotrope dans toute la transition, tandis que la température des ions croît de  $T_1$  à  $T_2$ . De part et d'autre du centre de la couche, la température ionique devient anisotrope.

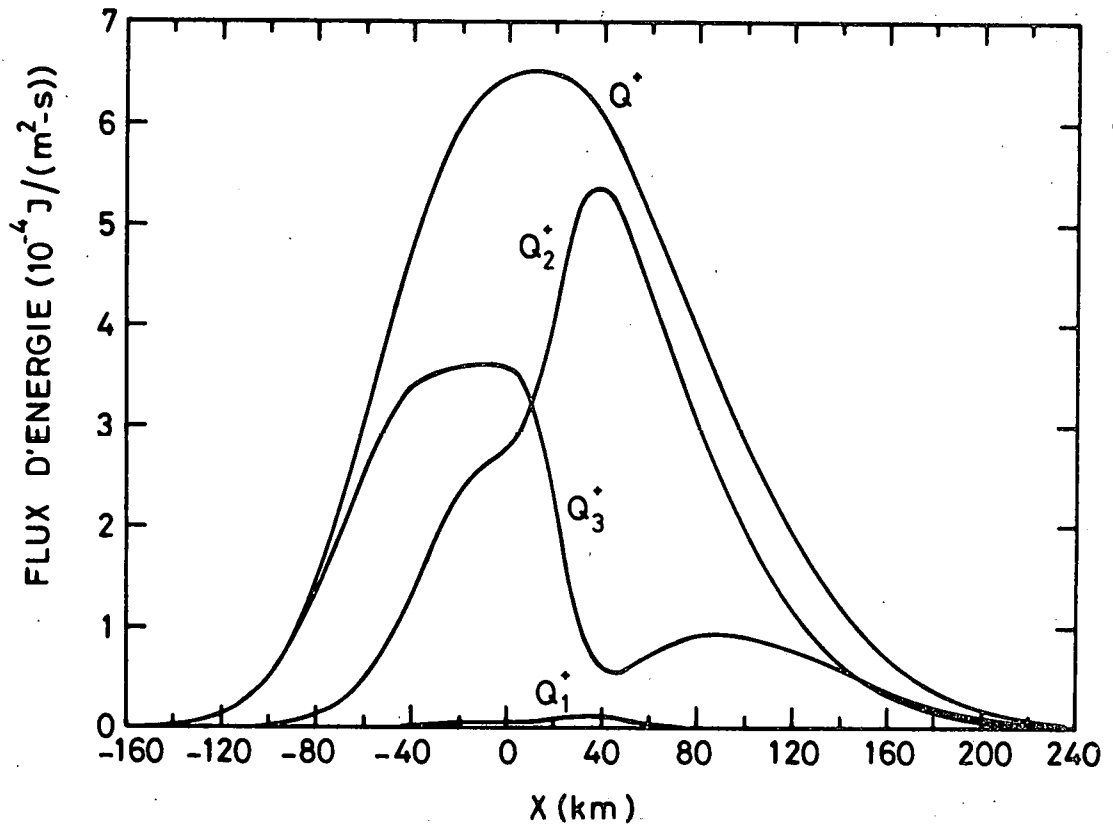


Fig. 44.- Variations des flux d'énergie ionique au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 4.  $Q^+$  est l'intensité du flux total d'énergie ionique,  $Q_1^+$  est l'intensité du flux d'énergie ionique transportée avec la vitesse moyenne des ions,  $Q_2^+$  est l'intensité du flux d'énergie ionique de convection et  $Q_3^+$  est l'intensité du flux d'énergie ionique de conduction.

### VI.3. LA MAGNETOPAUSE EN L'ABSENCE DE COUCHE FRONTIERE MAGNETOSPHERIQUE

Dans certains cas, les observations ne signalent pas la présence de la couche frontière magnétosphérique. C'est pourquoi, il est requis de déterminer la structure de la magnétopause pour une telle situation. Nous considérons à nouveau un plasma d'hydrogène. Les conditions frontières dans la magnétogaine ( $i = 1$ ) et dans la magnétophère ( $i = 2$ ) sont explicitées au tableau 5.

On a également pour  $i = 1, 2$

$$\vec{V}_i^- = \vec{V}_i^+ = \vec{C}_i = 0$$

$$T_{\perp i}^{\pm} = T_{// i}^{\pm} = T_i^{\pm}$$

$$\vec{p}_{oi}^{\pm} = 0$$

Les constantes  $c_i^{(v)}(k)$  sont données par

$$c_1^{(v)}(k_1) = 1 \tag{IV.93}$$

$$c_1^{(v)}(k_2) = 0 \tag{IV.92}$$

$$c_2^{(v)}(k_1) = 0 \tag{IV.91}$$

$$c_2^{(-)}(k_2) = 1$$

TABLEAU 5.- Conditions aux frontières de la magnétopause en l'absence de couche frontière magnétosphérique. L'indice 1 désigne la magnétogaine et l'indice 2, la magnétophère. Dans ce plasma d'hydrogène, les électrons sont représentés par le signe - et les ions, par le signe +.

$N_1^-$	$N_2^-$	$N_1^+$	$N_2^+$	$T_1^-$	$T_2^-$	$T_1^+$	$T_2^+$	$B_1$
10 $\text{cm}^{-3}$	0,6 $\text{cm}^{-3}$	10 $\text{cm}^{-3}$	0,6 $\text{cm}^{-3}$	70 eV	70 eV	1 keV	7,5 keV	25 nT



$$c_1^-(k_3) = c_1^+(k_3) = 0$$

$$c_1^-(k_4) = 1$$

$$c_1^+(k_4) = 2$$

$$c_2^-(k_3) = c_2^+(k_3) = 1$$

$$c_2^-(k_4) = c_2^+(k_4) = 0$$

et, d'après (IV.124),

$$c_2^+(k_2) = 0,058445$$

avec  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 4$ ,  $k_3 = 1$ ,  $k_4 = 2$ .

Cette couche est une couche ionique puisque les conditions (IV.125) et (IV.126) sont satisfaites pour les électrons.

Les conditions initiales en  $x = -\infty$  (magnétogaine) sont :  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $a_{y_1}^* = -1685$ ,  $a_{z_1}^* = -1760$ . Dans cet exemple,  $\vec{a}_1 \cdot \vec{B}_1$  n'est pas nul et, d'après les valeurs adoptées pour les constantes  $c^{(v)}$  (associées, dans chaque quadrant  $E_k$  de l'espace des composantes  $(p_y, p_z)$  de l'impulsion généralisée, aux fonctions de distribution des vitesses, ainsi que le montre la figure 27 du chapitre IV), la pression cinétique du plasma relative au domaine asymptotique du quadrant  $k_4$  est supérieure à la pression totale (de plasma + magnétique) relative au domaine asymptotique du quadrant  $k_1$ . Il y aura dans cet exemple, une rotation de l'induction magnétique  $\vec{B}$ , d'un angle supérieur à  $90^\circ$ , puisque le vecteur  $\vec{a}$  ne peut décrire une courbe se terminant dans le quadrant

$E_{k_4}^i$ . (Les quadrants  $E_k^i$  divisent l'espace ( $a_y, a_z$ ) des composantes du potentiel vecteur. Ils sont liés aux quadrants  $E_k$  de la manière décrite à la figure 27 du chapitre IV). Le rapport initial de  $a_y/a_z$  est alors choisi pour que cette courbe se termine dans le quadrant  $E_{k_2}^i$ , plutôt que dans le quadrant  $E_{k_3}^i$ . Après l'intégration du système des équations différentielles du problème (voir section IV.9, chap. IV), on définit un nouveau système d'axes Oxyz, tel que l'axe Oz coïncide avec la direction du champ  $\vec{B}_2$ . Cet axe Oz est alors dans la direction du champ magnétosphérique.

La figure 45 est un hodogramme de  $\vec{B}$  qui, à cause des conditions frontières choisies, est représentatif de la région du nez de la magnétopause où l'écoulement du plasma solaire tend à s'annuler. Dans la magnétogaine, nous avons imposé à  $\vec{B}$  une composante sud égale à 13,08 nT. Par contre, dans la magnétosphère,  $\vec{B}$  s'aligne avec la direction du champ géomagnétique et son intensité atteint 55,7 nT. Dans cette représentation de  $\vec{B}$ , la distance x (en km) est indiquée par la série de nombres adjacente à l'hodogramme. On constate ainsi que l'induction  $\vec{B}$  subit une rotation assez complexe dans le plan yz, dont l'amplitude égale, dans cet exemple,  $121,3^\circ$ . Ce type de variation dans les composantes tangentielles de  $\vec{B}$  simule assez bien les hodogrammes très structurés observés à la magnétopause (Sonnerup, 1976). Tous les détails de telles observations sont cependant difficiles à reproduire avec notre modèle. En effet, les mesures obtenues par satellites correspondent toujours à une traversée de la magnétopause pendant laquelle celle-ci est généralement en mouvement, si bien que des effets non stationnaires sont alors présents dans les hodogrammes observés. De tels effets ne peuvent donc être décrits à l'aide de la théorie non stationnaire développée dans ce travail. Néanmoins, en choisissant judicieusement les nombreux paramètres qui interviennent dans notre modèle, il est théoriquement possible d'approcher la structure magnétique d'un grand nombre de transitions observées.

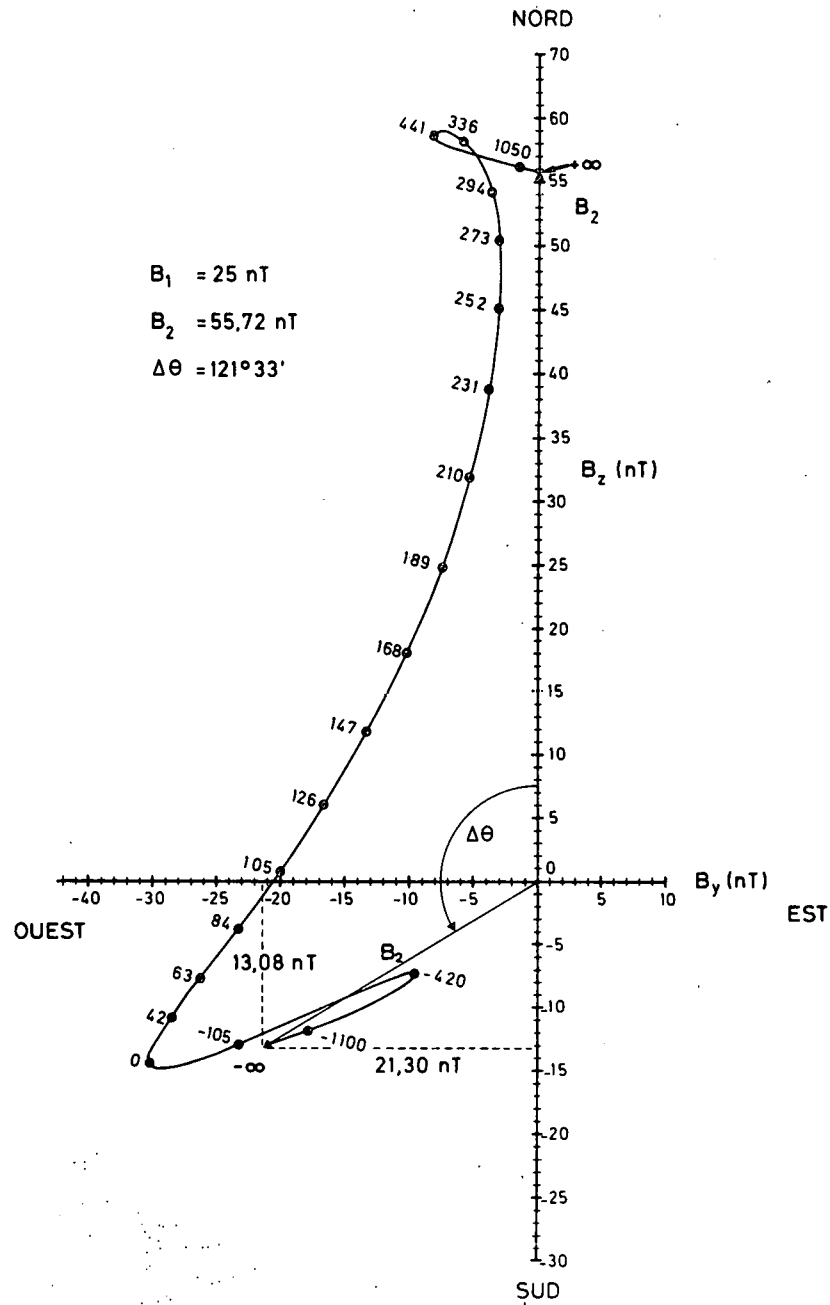


Fig. 45.- Un hodogramme théorique de l'induction magnétique relatif à la région du nez de la magnétosphère, pour une transition dont les conditions frontières sont explicitées au tableau 5. Dans la magnétogaine (partie inférieure de l'hodogramme),  $\vec{B}$  possède une composante sud égale à 13,08 nT. Il subit ensuite une rotation complexe dans le plan yz, égale à  $121^{\circ}33'$ , pour atteindre une valeur magnétosphérique égale à 55,7 nT (partie supérieure de l'hodogramme). Dans cette représentation de  $\vec{B}$ , la distance x est indiquée, en km, par la série de nombres adjacente à l'hodogramme.

La figure 46 illustre les variations du potentiel électrique ( $\phi$ ), du champ électrique ( $E$ ) et de la densité relative de charge  $((n^+ - n^-)/n^-)$ . L'excès de charges positives en  $x \approx 250$  km vient de ce que, pour le plasma de la magnétogaine, les ions sont réfléchis après les électrons. Au contraire, un excès de charges négatives apparaît en  $x \approx 375$  km. En effet, dans cette région magnétosphérique où la concentration des particules est faible, les électrons sont réfléchis avant les ions. Un effet de température, similaire à celui représenté à la figure 40, se superpose à cette séparation de charges due au gradient de concentration, puisque les ions de la magnétosphère sont à une température supérieure à celle des ions de la magnétogaine. On obtient, dans ce cas, le profil de densité de charge illustré par la courbe correspondante de la figure 46. Cette densité relative de charge reste très faible, puisqu'elle atteint un maximum (négatif) de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-7}$ . Elle donne néanmoins naissance à un champ électrique ( $E$ ), non négligeable, dérivant du potentiel  $\phi$ . Ce champ  $E$  change trois fois de signe au travers de la transition et atteint une valeur maximale voisine de 1,2 mV/m. Bien qu'il demeure difficile de mesurer avec précision le champ électrique présent à la magnétopause, en raison des champs perturbateurs des instruments, les valeurs que nous obtenons ici concordent bien avec les valeurs mesurées qui, lorsqu'elles sont significatives, sont généralement de l'ordre de 1 à 10 mV/m (Heppner et al., 1978; Mozer et al., 1978).

Comme cette couche est ionique, la concentration des particules est reliée exponentiellement au potentiel  $\phi$  par la relation VI.2, ainsi que l'illustre la courbe  $n$  de la figure 47, qui montre également la variation de l'intensité de  $\vec{B}$ , dont l'hodogramme est représenté à la figure 45. On voit ainsi que la variation de  $B$  reste significative sur une épaisseur de l'ordre de 1500 km. Une épaisseur de cet ordre est quelquefois observée à la magnétopause (Willis, 1971).

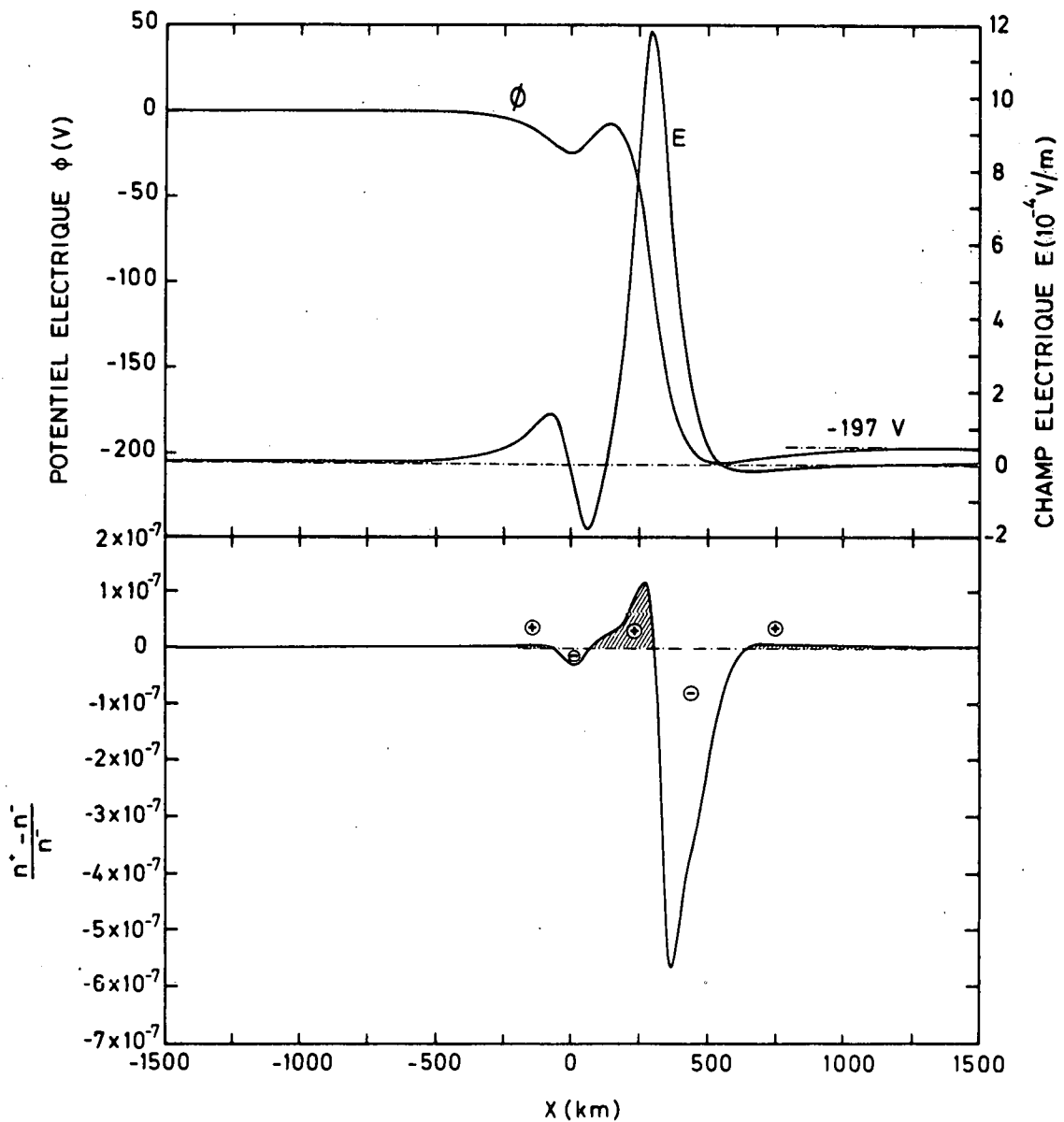


Fig. 46.- Le potentiel électrique ( $\phi$ ) et le champ électrique ( $E$ ) sont représentés dans la partie supérieure de cette figure, tandis que la densité relative de charge  $(n^+ - n^-)/n^-$  est représentée dans la partie inférieure. Ces grandeurs sont relatives à la transition dont les conditions frontières sont explicitées au tableau 5. La magnétogaine correspond aux grandes valeurs négatives de  $x$ , tandis que la magnétosphère correspond aux grandes valeurs positives de  $x$ . Le champ électrique est normal au plan de la discontinuité et est orienté suivant  $x$ . La densité relative de charge atteint  $-6 \times 10^{-7}$ , donnant naissance au champ électrique de polarisation ( $E$ ) dérivant du potentiel  $\phi$  nécessaire à la quasi-neutralité du plasma.

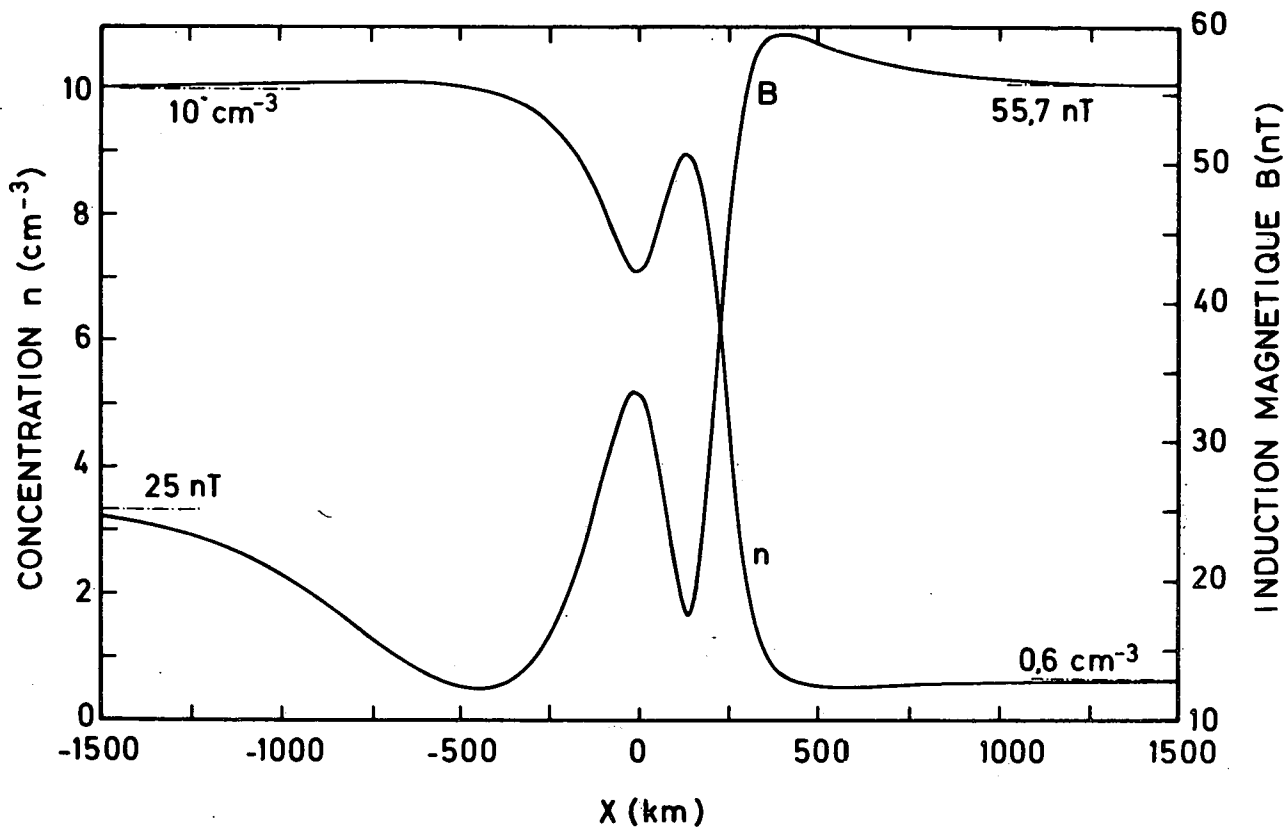


Fig. 47.- Variation de la concentration des particules ( $n$ ) et de l'intensité de l'induction magnétique ( $B$ ) au travers de la transition dont les conditions frontières sont explicitées au tableau 5. Cette transition est relative à la région du nez de la magnétosphère. Dans cette couche ionique, la concentration ( $n$ ) est reliée exponentiellement au potentiel électrique ( $\phi$ ) illustré à la figure 46 (équation VI.2). La variation de l'intensité de  $\vec{B}$ , dont l'hodogramme est représenté à la figure 45, reste significative sur une épaisseur de l'ordre de 1500 km.

La densité de courant électrique (ionique) possède une composante non nulle, parallèle à  $\vec{B}$ . Celle-ci, illustrée par la courbe  $J_{\parallel}$  de la figure 48, est responsable de la rotation de  $\vec{B}$  dans le plan y-z. Ce courant aligné le long des lignes de force peut atteindre  $2,5 \cdot 10^{-7} \text{ A/m}^2$ . Comme toutes les lignes de force de la magnétopause convergent dans les régions polaires, ces courants constituent une partie des courants alignés de Birkeland que l'on observe dans les cornets polaires (Iijima et Potemra, 1976). On constate également, qu'au travers de la magnétopause, ces courants alignés changent plusieurs fois de signe. Un tel renversement de polarité a déjà été observé dans les régions polaires (Mc Diarmid et al., 1977). On remarque aussi que l'intensité de la composante perpendiculaire ( $J_{\perp}$ ) est comparable à l'intensité de la composante parallèle ( $J_{\parallel}$ ).

Enfin, les distributions des températures des ions et des électrons au travers de la magnétopause sont représentées à la figure 49. La température électronique ( $T^-$ ) restant constante et isotrope égale sa valeur asymptotique (70 eV). Par contre, la température ionique devient anisotrope et varie depuis 1 KeV dans la magnétogaine jusqu'à 7,5 keV dans la magnétosphère.

Une comparaison détaillée, avec des données d'observation, des caractéristiques théoriques du plasma, telles que nous les déduisons de notre modèle (par exemple, la concentration de la figure 47 ou les températures de la figure 49) ne peut cependant être envisagée à l'heure actuelle. En effet, la meilleure résolution temporelle des instruments de mesure atteint 3 secondes (Eastman et Hones, 1979a), et, durant ce laps de temps, un satellite traversant la magnétopause aura parcouru plusieurs dizaines de kilomètres.

#### VI.4. LA MAGNETOPAUSE : COUCHE FRONTIERE OU S'INTER- PENETRENT DEUX PLASMAS D'HYDROGENE

Les observations (voir paragraphe II.4.4 du chapitre II)

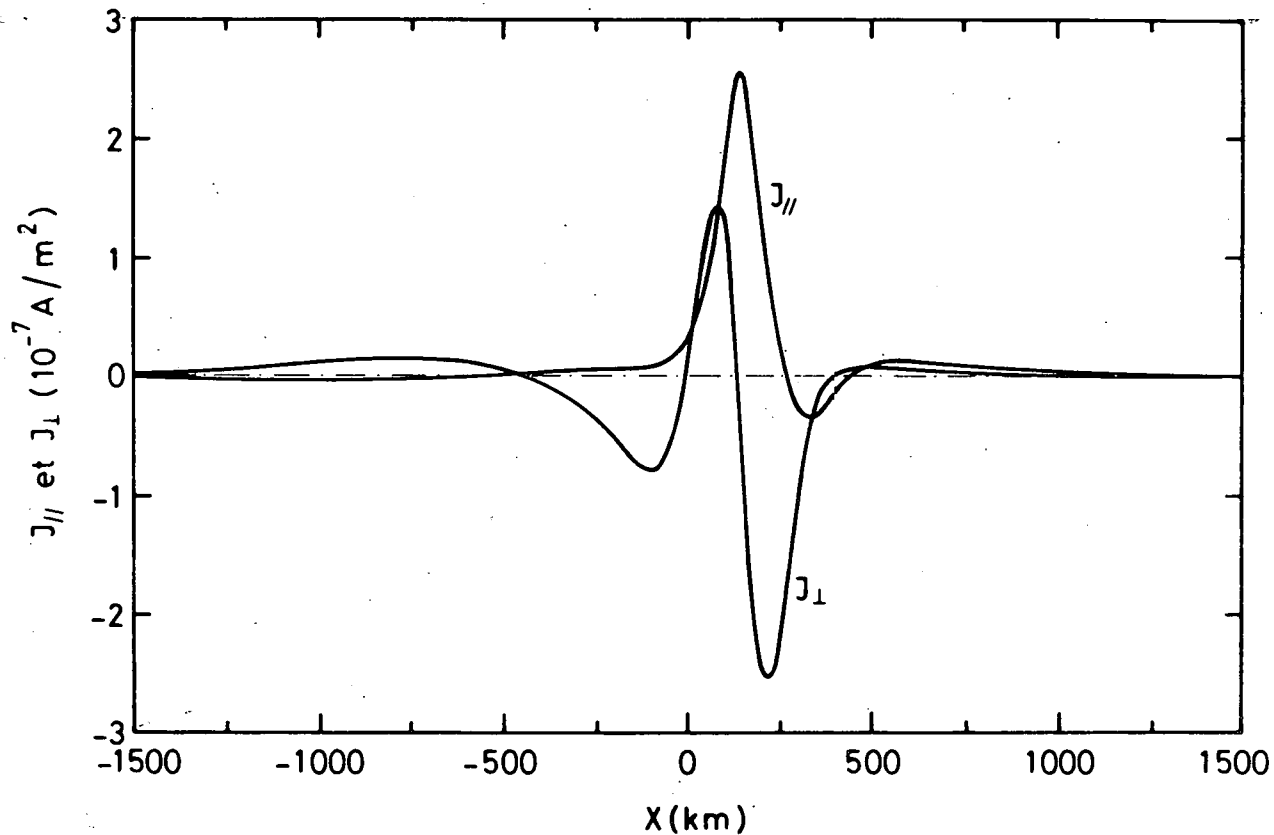


Fig. 48.- Variations des composantes parallèle ( $J_{//}$ ) et perpendiculaire ( $J_{\perp}$ ) de la densité de courant total (ionique) au travers de la transition dont les conditions frontières sont explicitées au tableau 5. Cette transition est relative à la région du nez de la magnétosphère. La composante parallèle du courant est associée à la rotation de  $\vec{B}$  dans le plan  $y-z$ . Ce courant aligné le long des lignes de force peut atteindre  $2,5 \times 10^{-7} \text{ A/m}^2$  au voisinage de  $x = 125 \text{ km}$ . Ces courants alignés changent plusieurs de fois de signe dans la transition et ont une intensité comparable aux courants perpendiculaires.



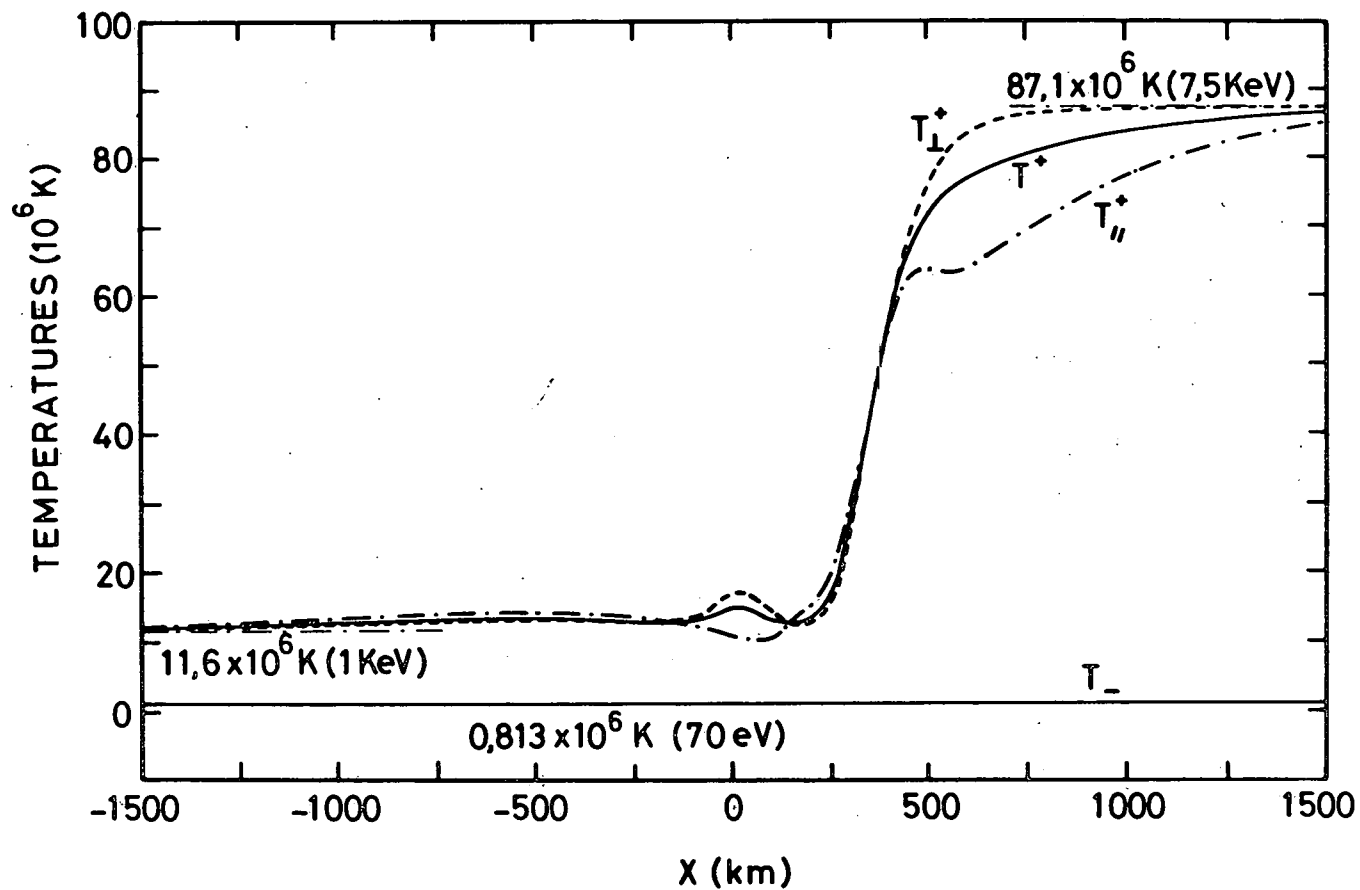


Fig. 49.- Variations des températures au travers de la transition dont les conditions frontières sont explicitées au tableau 5. Cette transition est relative à la région du nez de la magnétosphère. Dans cette couche ionique, la température des électrons ( $T^-$ ) reste constante et isotrope, égale à sa valeur asymptotique de 70 eV. Par contre, la température ionique varie depuis 1 KeV dans la magnétogaine, jusqu'à 7,5 KeV dans la magnétosphère en devenant anisotrope de part et d'autre du centre de la transition.

révèlent qu'aux basses latitudes, la magnétopause est une couche de transition que l'on reconnaît d'abord à une variation significative de l'orientation de  $\vec{B}$ , alors que la plupart des autres paramètres physiques (concentrations et intensité B) varient peu. En même temps, aucun changement significatif du spectre énergétique des électrons n'apparaît généralement à la magnétopause. Ces observations indiquent ainsi que la magnétopause est adjacente à la couche frontière magnétosphérique dont la présence dépend du caractère non stationnaire de l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère, suivant le modèle de Lemaire et Roth (1978), énoncé au chapitre I (section I.6).

C'est pourquoi, nous allons considérer la magnétopause comme une couche de courant dans laquelle s'interpénètrent deux plasmas d'hydrogène. C'est une transition pour laquelle  $\vec{C}_1 = \vec{C}_2$ ,  $\vec{B}_1 \neq \vec{B}_2$ . Les électrons originaires de la magnétogaine sont représentés par l'indice  $\nu = 1$ , les électrons magnétosphériques, par  $\nu = 2$ , les ions originaires de la magnétogaine, par  $\nu = 3$  et les ions magnétosphériques, par  $\nu = 4$ .

Les conditions frontières dans la magnétogaine ( $i = 1$ ) et dans la magnétosphère ( $i = 2$ ) sont explicitées, sous forme numérique, au tableau 6.

Pour  $i = 1, 2$  et  $\nu = 1, \dots, 4$

$$v_{y_i}^{(\nu)} = C_{y_i} = 320 \text{ km/s}$$

$$v_{z_i}^{(\nu)} = C_{z_i} = 320 \text{ km/s}$$

$$\vec{p}_{oi}^{(\nu)} = 0$$

TABEAU 6. - Conditions aux frontières de la magnétopause, lorsque s'interpénètrent deux plasmas d'hydrogène. L'indice inférieur 1 désigne la magnétogaine et l'indice inférieur 2, la magnétosphère. Les indices supérieurs représentent, dans l'ordre, les électrons originaires de la magnétogaine (1), les électrons magnétosphériques (2), les ions originaires de la magnétogaine (3) et les ions magnétosphériques (4).

$N_1^{(1)}$	$N_2^{(1)}$	$N_1^{(2)}$	$N_2^{(2)}$	$N_1^{(3)}$	$N_2^{(3)}$	$N_1^{(4)}$	$N_2^{(4)}$
25 cm <sup>-3</sup>	20 cm <sup>-3</sup>	1,038 cm <sup>-3</sup>	1 cm <sup>-3</sup>	25 cm <sup>-3</sup>	20 cm <sup>-3</sup>	1,038 cm <sup>-3</sup>	1 cm <sup>-3</sup>
$T_1^{(1)}$	$T_2^{(1)}$	$T_1^{(2)}$	$T_2^{(2)}$	$T_1^{(3)}$	$T_2^{(3)}$	$T_1^{(4)}$	$T_2^{(4)}$
$5 \cdot 10^5$ K	$5 \cdot 10^5$ K	$3 \cdot 10^6$ K	$3 \cdot 10^6$ K	$3 \cdot 10^6$ K	$3 \cdot 10^6$ K	$4 \cdot 10^7$ K	$4 \cdot 10^7$ K

Les composantes initiales de l'induction magnétique sont  $B_{y_1} = -35,45$  nT et  $B_{z_1} = 6,25$  nT. On définit aussi  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 4$ ,  $k_3 = 1$ ,  $k_4 = 2$ , avec les valeurs suivantes pour les constantes  $c_i^{(v)}(k)$

$$c_1^{(v)}(k_1) = 1 \quad (\text{IV.93})$$

$$c_1^{(v)}(k_2) = 0 \quad (\text{IV.92})$$

$$c_2^{(v)}(k_1) = 0 \quad (\text{IV.91})$$

$$c_1^{(v)}(k_3) = c_1^{(v)}(k_4) = 1$$

$$c_2^{(v)}(k_3) = c_2^{(v)}(k_4) = 1$$

$$c_2^{(1)}(k_2) = 1$$

et, d'après (IV.124),

$$c_2^{(2)}(k_2) = 1$$

$$c_2^{(3)}(k_2) = 0,77$$

$$c_2^{(4)}(k_2) = 0,96$$

Ainsi, les pressions cinétiques de plasma, associées aux domaines asymptotiques des quadrants  $k_3$  et  $k_4$ , sont toutes deux plus grandes que la pression totale (de plasma + magnétique) associée au domaine asymptotique du quadrant  $k_1$ . (Intervenant dans la spécification des fonctions de distribution des vitesses, ces quadrants  $E_k$  divisent

l'espace  $(p_y, p_z)$  des composantes de l'impulsion généralisée. Ils sont définis à la figure 27 du chapitre IV). En  $x = +\infty$ , l'extrémité du potentiel vecteur  $\vec{a}$  se trouvera, de cette façon, dans un domaine asymptotique du quadrant  $E'_{k2}$ . (Les quadrants  $E'_k$  divisent l'espace  $(a_y, a_z)$  des composantes du potentiel vecteur. Ils sont liés aux quadrants  $E_k$ , de la manière décrite à la figure 27 du chapitre IV). L'intégration du système des équations différentielles du problème (voir section IV.9, chap. IV) commence au point  $a_{y1}^* = -539$ ,  $a_{z1}^* = -2540$ . Ces conditions initiales, correspondant à un angle de  $88^\circ$  entre  $\vec{a}$  et  $\vec{B}$ , ont été choisies de façon à produire une rotation de  $\vec{B}$  d'un angle compris entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ . Après cette intégration, un nouveau système de coordonnées a été adopté. Dans ce système, l'axe Oz coïncide avec la direction de  $\vec{B}_2$ , le champ magnétosphérique. Dans ce qui suit, tous les résultats sont donnés dans ce système de coordonnées.

La figure 50 représente les composantes  $B_y$  et  $B_z$  de l'induction magnétique. Dans la partie gauche de cette figure, l'hodogramme correspondant montre que  $\theta_2 - \theta_1 = 136^\circ$ . L'épaisseur de cette transition est d'environ 200 km et l'intensité ( $B$ ) varie de 36 nT dans la magnétogaine à 44 nT dans la magnétosphère, avec un minimum de 23 nT au centre de la couche ( $x \sim 0$  km). Une représentation de cette variation de  $\vec{B}$ , à caractère tridimensionnel, est illustrée à la figure 51.

La densité de courant  $\vec{J}$ , associée à la variation de  $\vec{B}$ , est reproduite à la figure 52, suivant ses composantes parallèle ( $J_{//}$ ) et perpendiculaire ( $J_{\perp}$ ). Un hodogramme de  $\vec{J}$ , relativement à  $\vec{B}$ , est aussi représenté sur cette figure. On constate que le courant est fortement aligné le long des lignes de force. L'intensité maximale (courbe J) atteint  $7,5 \cdot 10^{-7}$  A/m<sup>2</sup> au centre de la transition. Comme dans le cas de la figure 48, ces courants alignés constituent une partie des courants de Birkeland observés dans les cornets polaires. Ils constituent un mécanisme de transfert d'énergie du vent solaire vers l'ionosphère. Ces

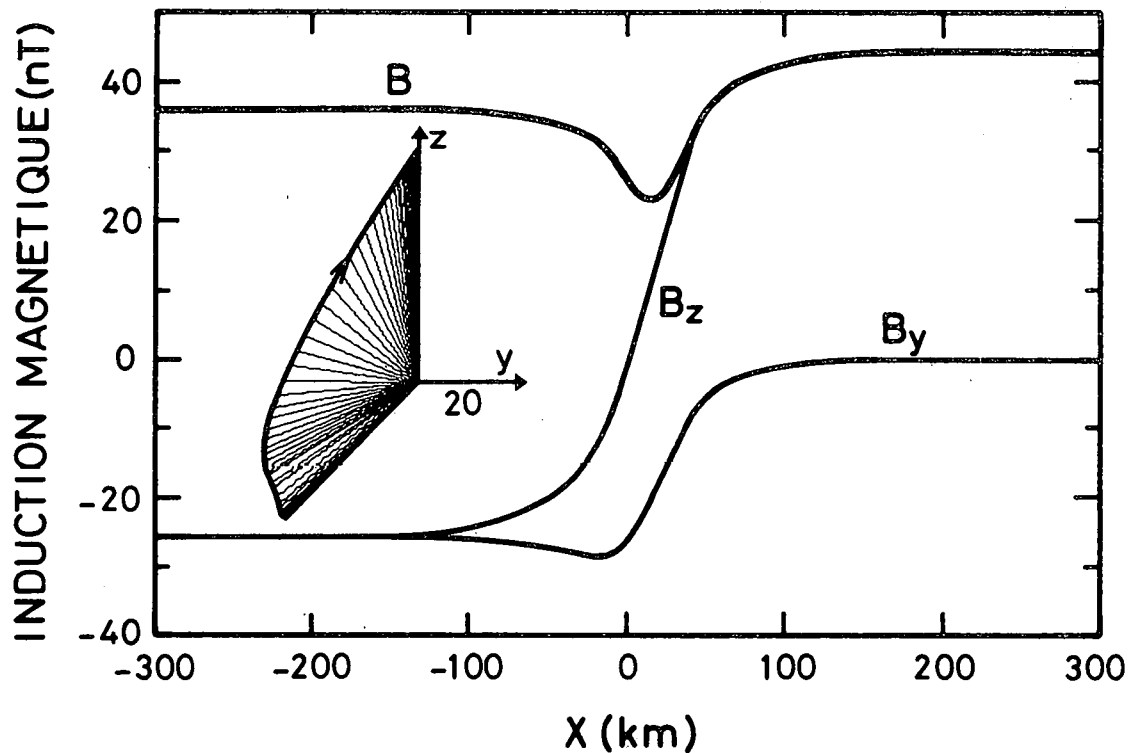


Fig. 50.- Variations des composantes ( $B_y$  et  $B_z$ ) et de l'intensité ( $B$ ) de l'induction magnétique au travers de la magnétopause, à partir de la magnétogaine (grandes valeurs négatives de  $x$ ) jusqu'à la magnétosphère (grandes valeurs positives de  $x$ ). Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 6. L'hodogramme, représenté dans la partie gauche de cette figure, montre que l'induction magnétique subit une rotation égale à  $136^\circ$ . La longueur de l'axe  $y$  de cet hodogramme représente 20 nT. L'intensité  $B$  a un minimum de 23 nT au centre de la transition, mais ne varie pas appréciablement de part et d'autre de ce minimum.

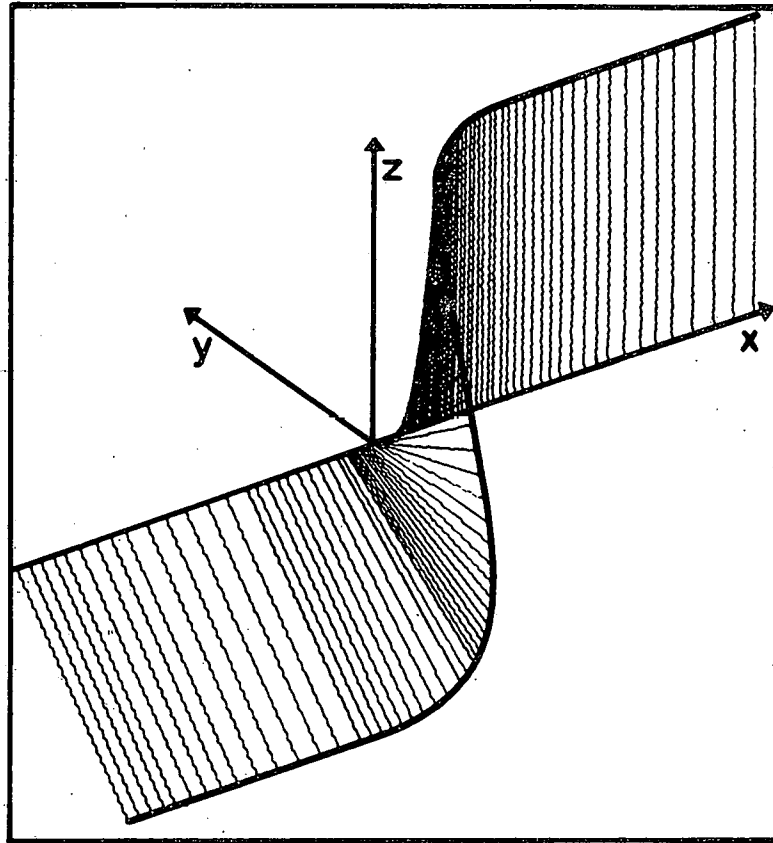


Fig. 51.- Une représentation dans l'espace de la variation de l'induction magnétique au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 6. La longueur de l'axe des  $x$  représente 1075 km, tandis que les longueurs des axes  $y$  et  $z$  représentent toutes deux 45 nT.

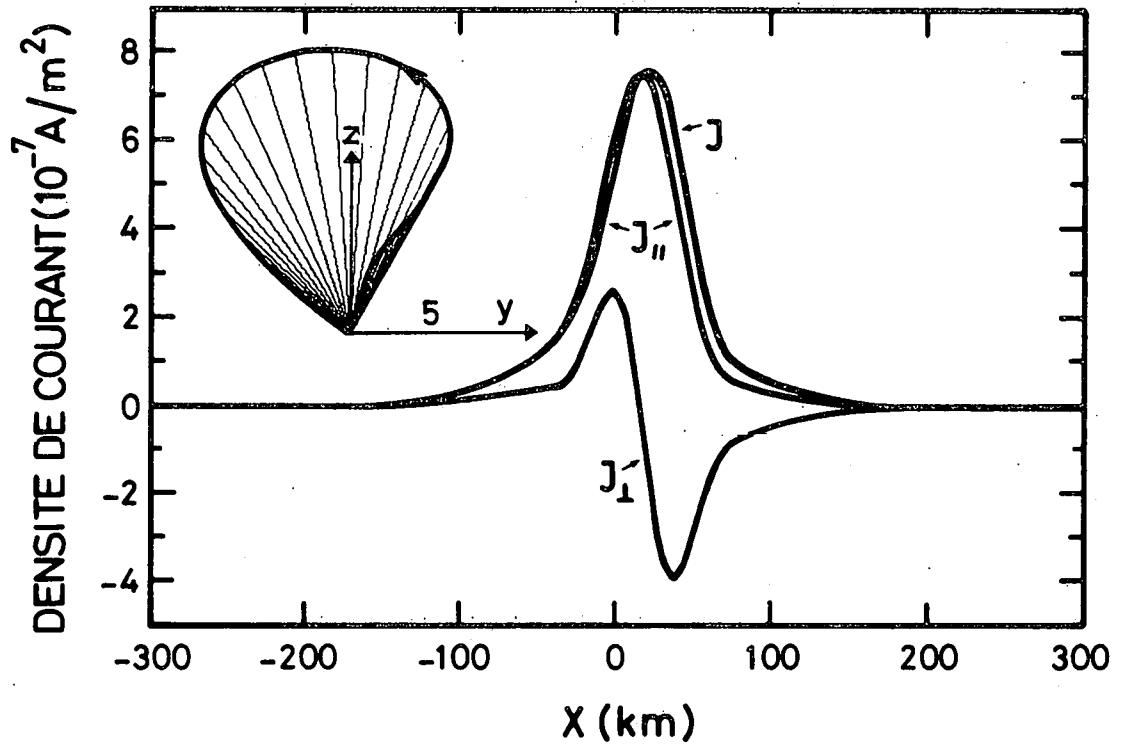


Fig. 52.- Variations de l'intensité ( $J$ ) et des composantes parallèle ( $J_{||}$ ) et perpendiculaire ( $J_{\perp}$ ) de la densité de courant total au travers de la transition, dont les conditions frontières sont explicitées au tableau 6. La composante parallèle du courant est associée à la rotation de  $\vec{B}$  dans le plan  $y-z$ . L'hodogramme, représenté dans la partie supérieure gauche de cette figure, est relatif à un système de référence local dont l'axe des  $z$  est orienté suivant la direction de  $\vec{B}$ . La longueur de l'axe  $y$  représente  $5 \times 10^{-7} \text{ A/m}^2$ . On constate que le courant électrique est fortement aligné le long des lignes de force de  $\vec{B}$ .



courants  $y$  sont en effet dissipés, puisque la conductivité électrique des couches ionosphériques est finie.

Les composantes  $C_y$  et  $C_z$ , l'intensité  $C$ , ainsi que les composantes  $C_{//}$  et  $C_{\perp}$  de la vitesse de masse ont également été déterminées et sont représentées à la figure 53. On voit que cette vitesse de masse reste inchangée de part et d'autre de la transition ( $C \sim 450$  km/s), mais qu'elle augmente cependant au centre ( $C \sim 600$  km/s) tout en changeant quelque peu d'orientation, comme le montre l'hodogramme correspondant. Dans la magnétosphère, la vitesse de masse devient fortement alignée le long des lignes de force ( $C_{//2} = 444$  km/s) en raison de la rotation du champ  $\vec{B}$ .

Les profils du champ électrique ( $E$ ), du potentiel électrique ( $\phi$ ) et de la densité relative de charge ( $(n^+ - n^-)/n^-$ ) sont reproduits à la figure 54. Le potentiel  $\phi$  est celui qui assure la quasi-neutralité du plasma. Les valeurs asymptotiques du champ électrique correspondent au champ électrique de convection engendré par le mouvement du plasma au travers des lignes de force. Comme, aux deux extrémités de la transition, la direction de l'induction magnétique a subi une rotation d'un angle supérieur à  $90^\circ$ , tandis que la vitesse de masse reste inchangée, ce champ électrique change de signe dans la magnétopause. Dans la magnétogaine, la vitesse de masse a une composante perpendiculaire significative (figure 53) et est associée à un champ électrique de convection égal à  $-13$  mV/m. Cependant, dans la magnétosphère, la majorité de la vitesse de masse est alignée le long des lignes de force (figure 53). Par conséquent, le champ électrique associé n'y est que de  $3$  mV/m. La densité relative de charge, illustrée dans la partie inférieure de la figure 54, est partout négligeable, étant inférieure à  $6 \cdot 10^{-7}$ .

Les figures 55 et 56 traduisent les variations des concentrations et des températures moyennes au travers de la couche.

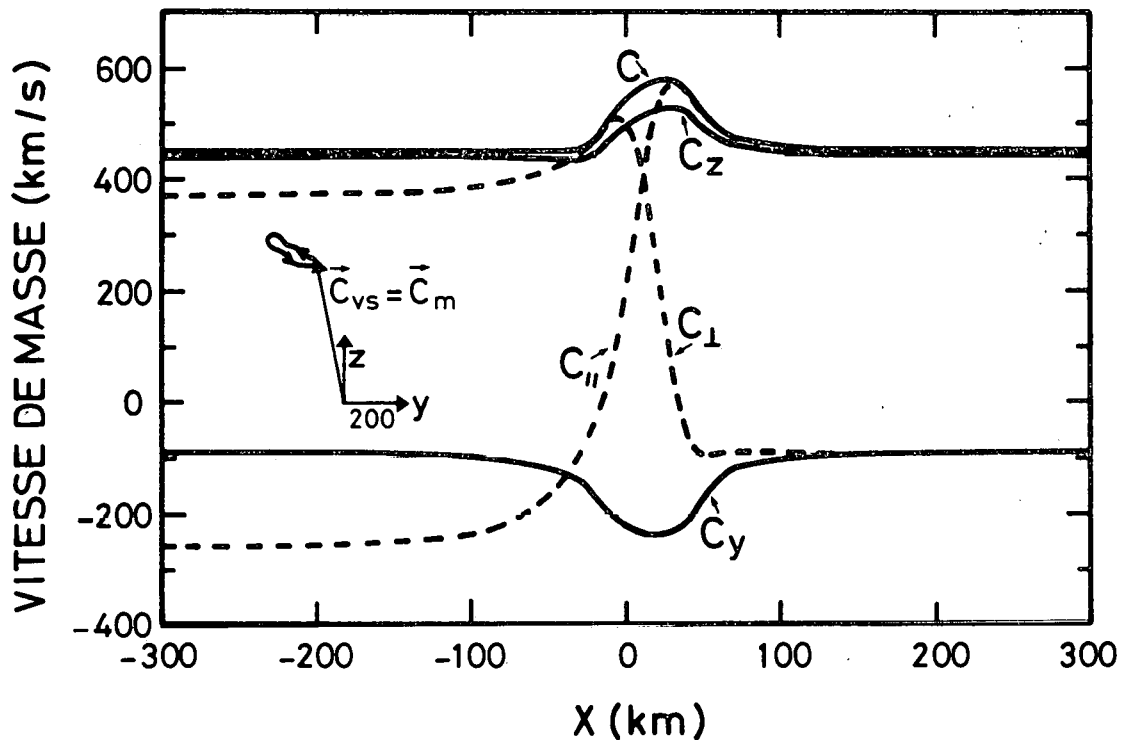


Fig. 53.- Variations de l'intensité ( $C$ ) et des composantes ( $C_y$ ,  $C_z$ ,  $C_{\parallel}$  et  $C_{\perp}$ ) de la vitesse de masse au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 6. L'hodogramme, représenté dans la partie gauche de cette figure, montre que la vitesse de masse change peu d'orientation, mais atteint un maximum voisin de 600 km/s vers  $x = 25$  km. La vitesse de masse reste inchangée de part et d'autre de la magnétopause où les vitesses moyennes de chaque constituant du plasma lui sont toutes égales. La longueur de l'axe  $y$  représente 200 km/s. A cause de la rotation du champ  $\vec{B}$ , représentée aux figures 50 et 51, les composantes parallèle ( $C_{\parallel}$ ) et perpendiculaire ( $C_{\perp}$ ) varient de manière significative. Dans la magnétosphère, la vitesse de masse devient hautement alignée le long des lignes de force.

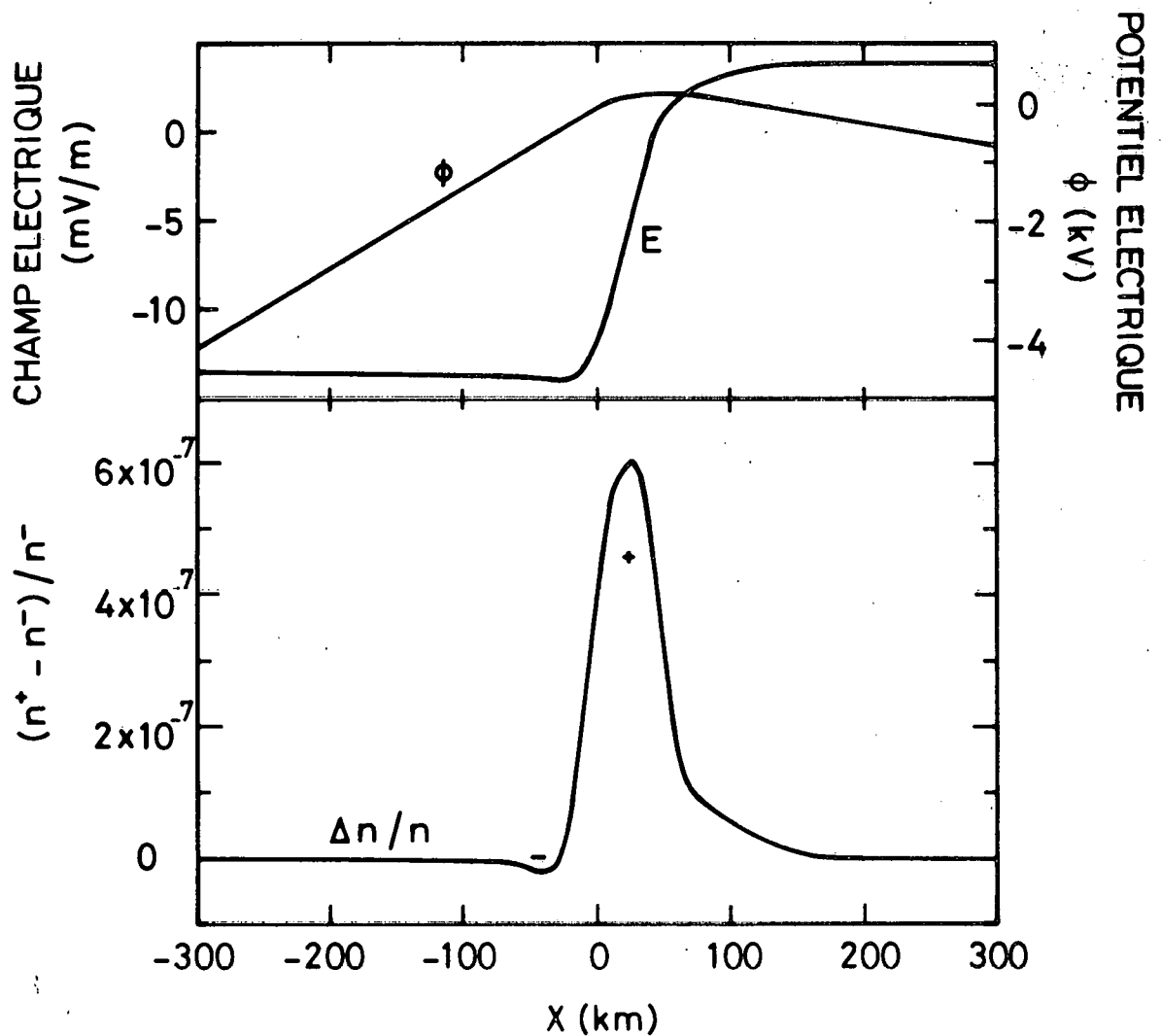


Fig. 54.- Le potentiel électrique ( $\phi$ ) et le champ électrique ( $E$ ), au travers de la magnétopause, sont illustrés dans la partie supérieure de cette figure. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 6. Le potentiel ( $\phi$ ) est déduit de la condition de neutralité du plasma. Le champ électrique est normal au plan de la discontinuité. Asymptotiquement, ce champ électrique est le champ électrique de convection, dû au mouvement du plasma perpendiculairement à  $\vec{B}$ . La densité relative de charge est illustrée dans la partie inférieure. Ici,  $n^+$  désigne la concentration totale des ions et  $n^-$  la concentration totale des électrons.

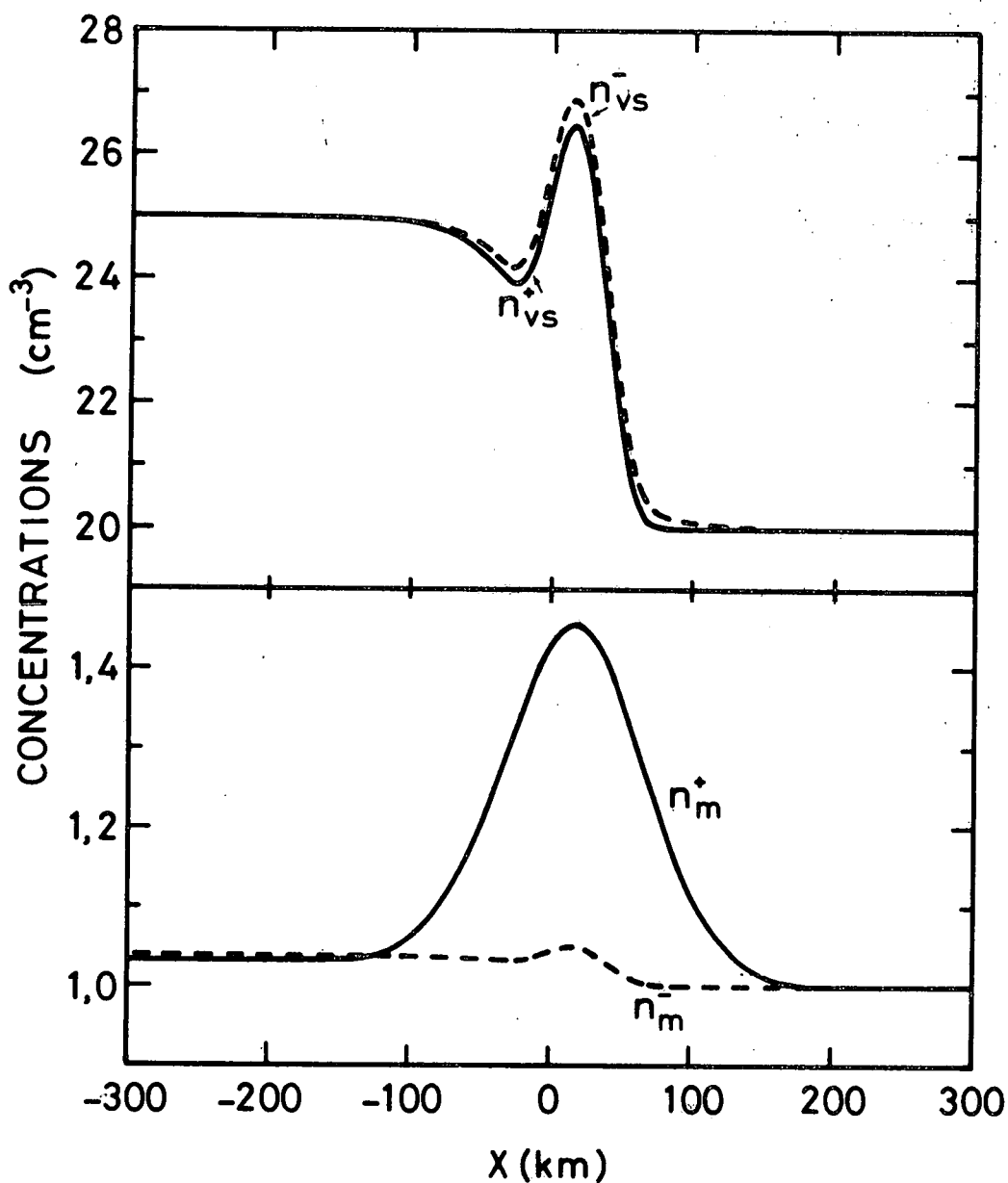


Fig. 55.- Variations des différentes concentrations de particules chargées au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 6. Dans la partie supérieure de cette figure,  $n_{vs}^{+}$  et  $n_{vs}^{-}$  représentent, respectivement, les concentrations ionique ( $\nu = 3$ ) et électronique ( $\nu = 1$ ) des particules originaires du vent solaire. Par contre, dans la partie inférieure,  $n_m^{+}$  et  $n_m^{-}$  désignent, respectivement, les concentrations ionique ( $\nu = 4$ ) et électronique ( $\nu = 2$ ) des particules originaires de la magnétophère. On constate que les ions et les électrons d'origine identique n'ont pas la même concentration dans toute la couche, bien que celle-ci reste quasi-neutre.

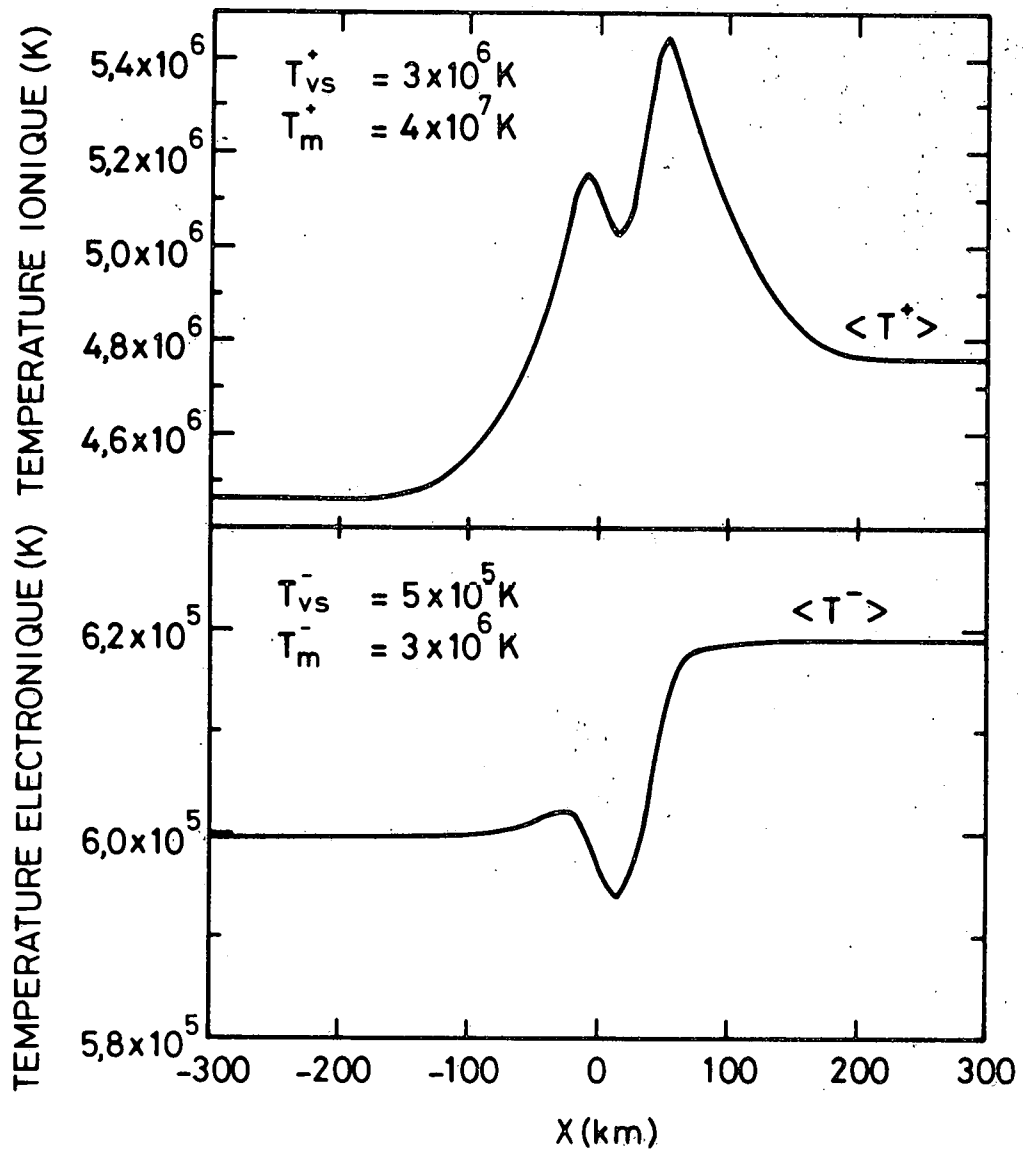


Fig. 56.- Variations des températures moyennes des ions,  $\langle T^+ \rangle$ , (partie supérieure) et des électrons,  $\langle T^- \rangle$ , (partie inférieure) au travers de la magnétopause. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 6. Les températures des différents constituants du plasma sont inchangées de part et d'autre de la transition et leurs valeurs asymptotiques sont indiquées dans la partie supérieure gauche de chaque figure.

Les concentrations  $n_{vs}^{\pm}$  représentent les concentrations électronique (-) et ionique (+) des particules originaires du vent solaire, pour lesquelles  $\nu = 1$  (électrons) ou  $\nu = 3$  (ions). De manière similaire,  $n_m^{\pm}$  sont les concentrations des particules d'origine magnétosphérique, pour lesquelles  $\nu = 2$  (électrons) ou  $\nu = 4$  (ions). Les températures sont désignées par la même notation. Les courbes  $\langle T^+ \rangle$  et  $\langle T^- \rangle$  de la figure 56 sont les températures moyennes des ions et des électrons définies par

$$\langle T^{\pm} \rangle = (n_{vs}^{\pm} \Theta_{vs}^{\pm} + n_m^{\pm} \Theta_m^{\pm}) / (n_{vs}^{\pm} + n_m^{\pm}) \quad (\text{VI.9})$$

où  $\Theta_{vs}$  et  $\Theta_m$  sont les températures des particules originaires du vent solaire (vs) et de la magnétosphère (m).

On constate (figure 55) que les concentrations sont maximales pour  $x \approx 0$ , mais la variation de ces quantités reste peu importante. On remarque également que les ions et les électrons d'origine identique n'ont pas la même concentration, bien que le plasma reste quasi-neutre localement. Les températures moyennes représentées à la figure 56 varient également peu dans la transition. Ces températures moyennes sont plus élevées du côté magnétosphérique que du côté de la magnétogaine.

#### VI.5. LE BORD INTERNE DE LA COUCHE FRONTIERE MAGNETO-SPHERIQUE

La couche frontière magnétosphérique (voir section II.4, chapitre II), adjacente à la magnétopause, est située à l'intérieur de la magnétosphère. Son épaisseur est généralement beaucoup plus grande que l'épaisseur de la magnétopause. Le bord interne de cette couche, du côté de la Terre, est aussi une couche de transition, où l'on détecte

des variations importantes de la concentration des particules et de la vitesse d'écoulement du plasma. La direction et l'intensité de l'induction  $\vec{B}$  varient peu puisque ce champ est principalement le champ dipolaire de la Terre. Le tableau 7 fournit les valeurs numériques relatives aux conditions frontières dans la couche frontière magnétosphérique ( $x = -\infty$ ,  $i = 1$ ) et dans la magnétosphère ( $x = +\infty$ ,  $i = 2$ ). Nous considérons encore cette couche de transition comme une couche où s'interpénètrent deux plasmas d'hydrogène. Les quatre constituants du plasma sont numérotés de la même façon que dans la section VI.4.

Pour  $v = 1, \dots, 4$

$$V_{y_1}^{(v)} = V_{y_2}^{(v)} = C_{y_1} = C_{y_2} = 17 \text{ km/s}$$

$$\vec{p}_{01}^{(v)} = \vec{p}_{02}^{(v)} = 0$$

tandis que

$$V_{z_1}^{(1)} = V_{z_2}^{(1)} = 189,277 \text{ km/s}$$

$$V_{z_1}^{(2)} = V_{z_2}^{(2)} = -308,744 \text{ km/s}$$

$$V_{z_1}^{(3)} = V_{z_2}^{(3)} = 189,277 \text{ km/s}$$

$$V_{z_1}^{(4)} = V_{z_2}^{(4)} = -308,774 \text{ km/s}$$

$$C_{z_1} = 144 \text{ km/s}$$

$$C_{z_2} = 26,4 \text{ km/s}$$

TABLEAU 7.- Conditions aux frontières du bord interne de la couche frontière magnétosphérique, lorsque s'interpénètrent deux plasmas d'hydrogène. L'indice inférieur 1 désigne la magnétogaine et l'indice inférieur 2, la magnétosphère. Les indices supérieurs représentent, dans l'ordre, les électrons originaires de la magnétogaine (1), les électrons magnétosphériques (2), les ions originaires de la magnétogaine (3) et les ions magnétosphériques (4).

$N_1^{(1)}$	$N_2^{(1)}$	$N_1^{(2)}$	$N_2^{(2)}$	$N_1^{(3)}$	$N_2^{(3)}$	$N_1^{(4)}$	$N_2^{(4)}$
$10 \text{ cm}^{-3}$	$1,5 \text{ cm}^{-3}$	$1 \text{ cm}^{-3}$	$0,729 \text{ cm}^{-3}$	$10 \text{ cm}^{-3}$	$1,5 \text{ cm}^{-3}$	$1 \text{ cm}^{-3}$	$0,729 \text{ cm}^{-3}$
$T_1^{(1)}$	$T_2^{(1)}$	$T_1^{(2)}$	$T_2^{(2)}$	$T_1^{(3)}$	$T_2^{(3)}$	$T_1^{(4)}$	$T_2^{(4)}$
$5 \cdot 10^5 \text{ K}$	$5 \cdot 10^5 \text{ K}$	$3 \cdot 10^6 \text{ K}$	$3 \cdot 10^6 \text{ K}$	$3 \cdot 10^6 \text{ K}$	$3 \cdot 10^6 \text{ K}$	$4 \cdot 10^7 \text{ K}$	$4 \cdot 10^7 \text{ K}$



Les composantes initiales de l'induction magnétique sont  $B_{y_1} = 0$  nT et  $B_{z_1} = 80$  nT. On définit aussi  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 3$  et  $k_4 = 4$ , avec les valeurs suivantes pour les constantes  $c_i^{(v)}(k)$

$$c_1^{(v)}(k_1) = 1 \quad (\text{IV.93})$$

$$c_1^{(v)}(k_2) = 0 \quad (\text{IV.92})$$

$$c_2^{(v)}(k_1) = 0 \quad (\text{IV.91})$$

$$c_1^{(v)}(k_3) = 1$$

$$c_1^{(v)}(k_4) = 0$$

$$c_2^{(v)}(k_3) = 0$$

$$c_2^{(v)}(k_4) = 1$$

et, d'après (IV.124),

$$c_2^{(1)}(k_2) = c_2^{(2)}(k_2) = 1$$

$$c_2^{(3)}(k_2) = 0,109$$

$$c_2^{(4)}(k_2) = 0,712$$

L'intégration du système des équations différentielles du problème (voir section IV.9, chap. IV) commence au point  $a_{y_1}^* = -1500$ ,

$a_{z_1}^* = 0$ . Donc,  $\vec{a}_1 \cdot \vec{B}_1 = 0$ . Les conditions frontières satisfont les équations (IV.95), (IV.97), (IV.98), (IV.102), (IV.103) et (IV.104). Ces équations doivent en effet être satisfaites pour que le plasma reste homogène en  $x = \pm \infty$  (§ IV.5.3, chapitre IV). Comme les fonctions de distribution des vitesses sont symétriques par rapport à l'axe  $p_y$ , l'induction magnétique restera orientée suivant Oz, puisqu'aucun courant parallèle ne peut être engendré. La condition (IV.122) sur les composantes parallèles des vitesses moyennes est alors satisfaite, puisque  $a_{//1} = a_{//2} = 0$ . De plus, pour  $v = 1, 2$ , les conditions (IV.125) et (IV.126) sont aussi satisfaites, montrant que cette transition est une couche ionique, où les vitesses moyennes des deux populations électroniques restent constantes dans toute la couche.

La figure 57 est une illustration de la variation de la vitesse de masse. Une faible composante perpendiculaire existe de chaque côté de la transition ( $C_{y_i} = 17$  km/s), mais, dans la couche frontière magnétosphérique, la composante parallèle de la vitesse de masse est très importante ( $C_{z_1} = 144$  km/s). Au travers de la transition, la composante parallèle décroît de façon monotone, tandis que la composante perpendiculaire atteint un maximum voisin de 400 km/s au centre de la couche. Dans la partie inférieure gauche de la figure 57, l'hodogramme montre que la rotation de  $\vec{C}$  est supérieure à  $180^\circ$ . Une représentation de cette vitesse de masse, à caractère tridimensionnel, est aussi illustrée à la figure 58.

Comme la vitesse de masse est très proche de la vitesse moyenne des ions, le déplacement des ions par rapport aux électrons engendre le maximum atteint par la composante perpendiculaire  $C_y$  au centre de la couche. En fait,  $C_y$  est pratiquement proportionnel à  $J_y / (n^{(2)} + n^{(4)})$ , comme on pourra le constater à l'aide des figures 59 et 61.

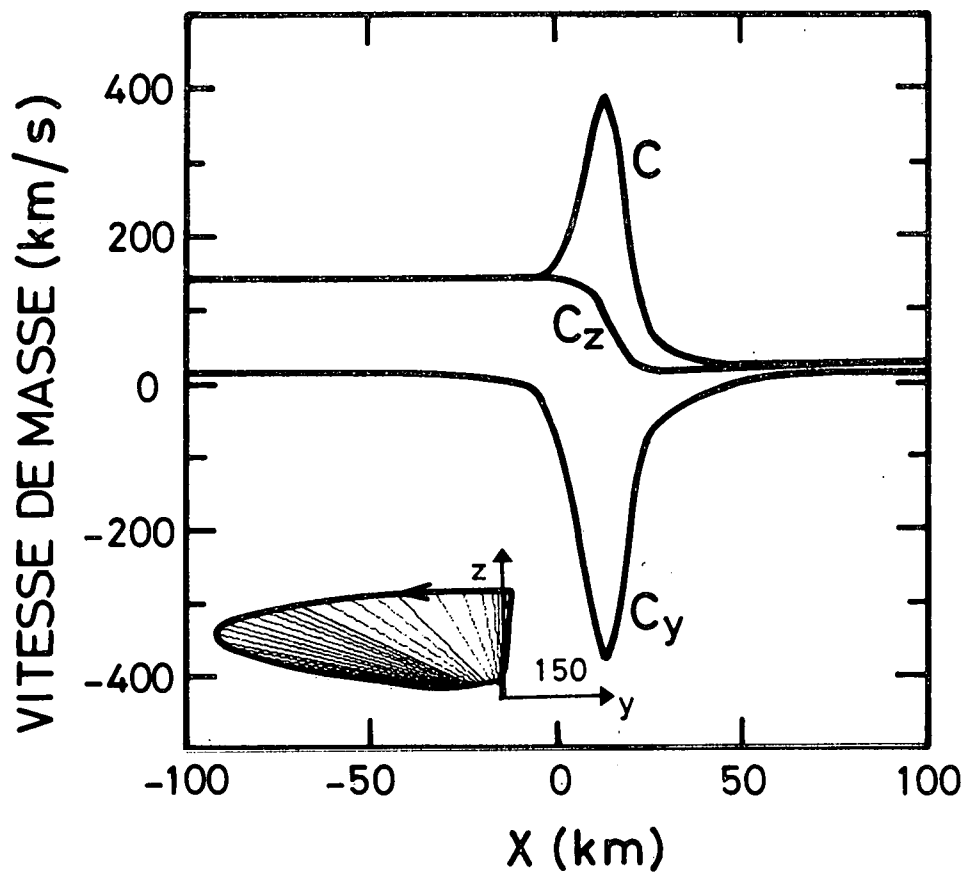


Fig. 57.- Variations des composantes ( $C_y$  et  $C_z$ ) et de l'intensité ( $C$ ) de la vitesse de masse au travers du bord interne de la couche frontière magnétosphérique, à partir de la couche frontière (grandes valeurs négatives de  $x$ ) jusqu'à la magnétosphère (grandes valeurs positives de  $x$ ). Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 7. L'hodogramme de la partie inférieure gauche indique que la vitesse de masse a subi une rotation d'un angle supérieur à  $180^\circ$ . La longueur de l'axe  $y$  représente 150 km/s. La composante parallèle ( $C_z$ ) décroît de façon monotone de 144 km/s à 26,4 km/s, tandis que la composante perpendiculaire ( $C_y$ ) atteint un maximum proche de 400 km/s vers  $x = 25$  km. Asymptotiquement, tous les constituants du plasma ont la même vitesse moyenne perpendiculaire, égale à 17 km/s.

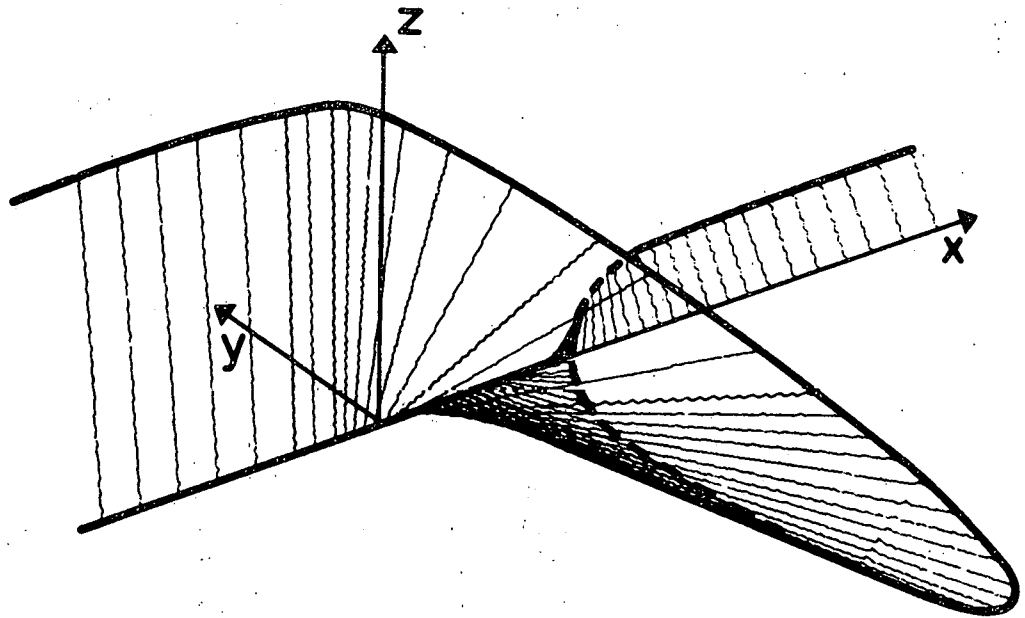


Fig. 58.- Une représentation à trois dimensions de la vitesse de masse, montrant la variation spatiale des vecteurs  $\vec{C}$  au travers du bord interne de la couche frontière magnétosphérique. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 7. La longueur de l'axe x représente 205 km, tandis que les longueurs des axes y et z représentent, respectivement, 125 km/s et 175 km/s.

La figure 59 reproduit la forme des variations de l'induction magnétique ( $B_z$ ) et de la densité de courant ( $J_y$ ). Comme ces deux vecteurs sont perpendiculaires, il n'y a pas de courant aligné le long des lignes de force. L'amplitude de la variation de l'induction magnétique est relativement faible ( $\approx 8$  nT) et la densité de courant atteint un maximum négatif de  $3,5 \cdot 10^{-7}$  A/m<sup>2</sup>. L'épaisseur de la transition est de l'ordre de 100 km.

Le champ électrique ( $E$ ), le potentiel électrique  $\phi$  et la densité relative de charge ( $(n^+ - n^-)/n^-$ ) sont représentés à la figure 60. De chaque côté de la transition, le champ électrique est négatif et égal au champ électrique de convection,  $-\vec{C}_i \wedge \vec{B}_i$ . Au centre de la transition, le champ électrique est maximum et atteint une valeur proche de 4 mV/m. Ce champ est créé par la séparation de charge illustrée dans la partie inférieure de la figure 60. Cette séparation reste petite puisque la densité relative de charge (négative) n'excède pas  $1,25 \cdot 10^{-5}$ .

Finalement, à l'aide des figures 61 et 62, on reproduit les variations des concentrations et des températures moyennes, définies par l'équation (VI.9), les notations étant similaires à celles des figures 55 et 56. On peut remarquer que les concentrations décroissent de façon monotone tandis qu'une variation inverse est caractéristique des températures moyennes. En fait, ces variations sont typiques de la couche frontière magnétosphérique de basse latitude.

## CONCLUSIONS

Si la théorie magnétohydrodynamique s'est avérée fort utile pour apprécier la forme et la localisation de la magnétopause terrestre, elle s'est révélée cependant inadéquate lorsqu'il s'est agi d'en déduire la structure interne dont l'épaisseur est au plus égale à quelques rayons de gyration des ions. D'ailleurs, les observations de la magnétopause

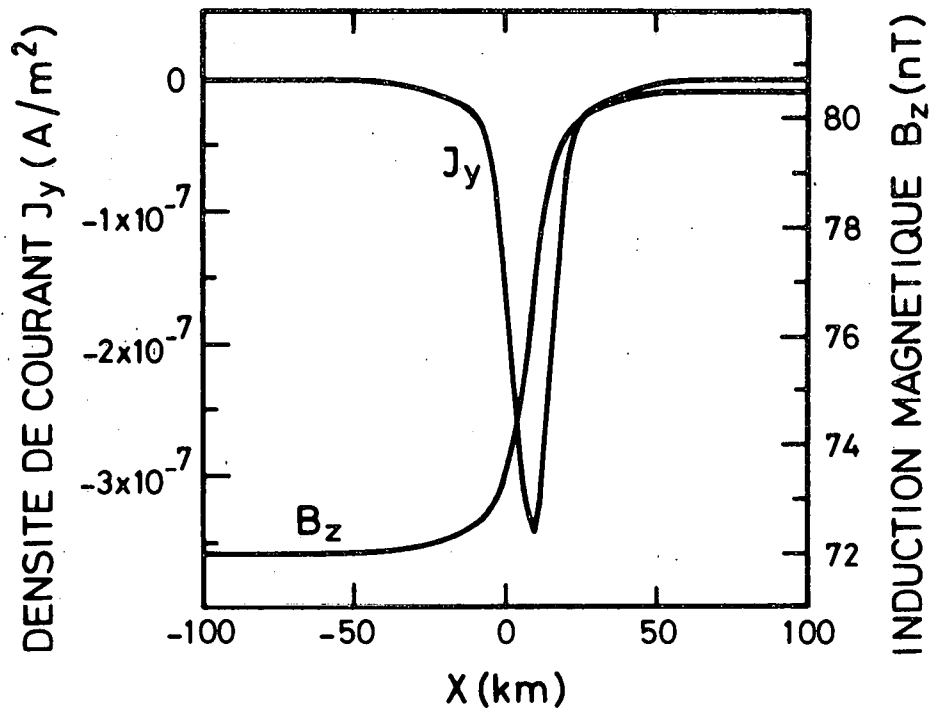


Fig. 59.- Variations de l'induction magnétique ( $B_z$ ) et de la densité totale de courant ( $J_y$ ) au travers du bord interne de la couche frontière magnétosphérique. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 7. Dans cette couche ionique, le courant n'est dû qu'à la variation de la dérive perpendiculaire des ions. Comme  $\vec{J}$  et  $\vec{B}$  sont partout perpendiculaires, il n'y a pas de courant aligné le long des lignes de force.

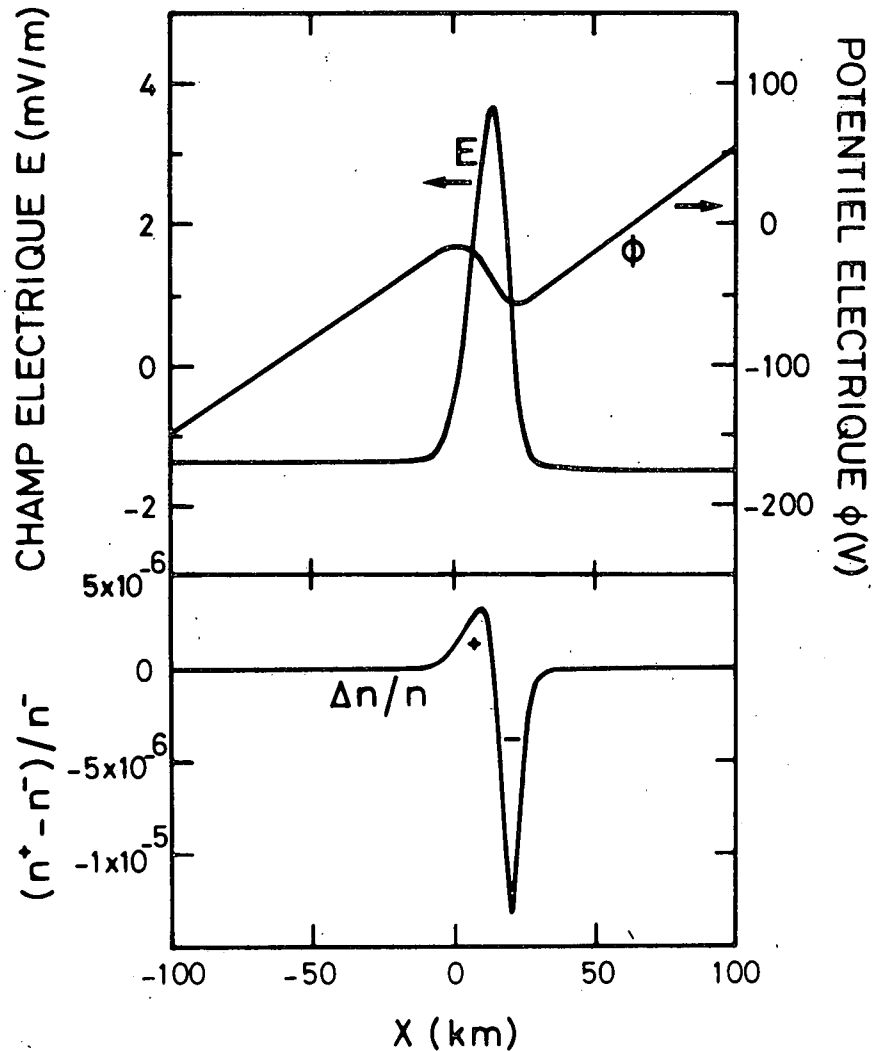


Fig. 60.- Le potentiel électrique ( $\phi$ ) et le champ électrique ( $E$ ), au travers du bord interne de la couche frontière magnétosphériques, sont illustrés dans la partie supérieure de cette figure. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 7. Le potentiel  $\phi$  est déduit de la condition de neutralité du plasma. Le champ électrique est normal au plan de la discontinuité. Asymptotiquement, ce champ électrique est le champ électrique de convection dû au mouvement du plasma perpendiculairement à  $\vec{B}$ . Au centre de la transition, une séparation de charges donne naissance à un maximum du champ électrique, proche de 4 mV/m. Cette séparation de charges, illustrée dans la partie inférieure de cette figure, reste petite. Ici,  $n^+$  désigne la concentration totale des ions et  $n^-$  la concentration totale des électrons.

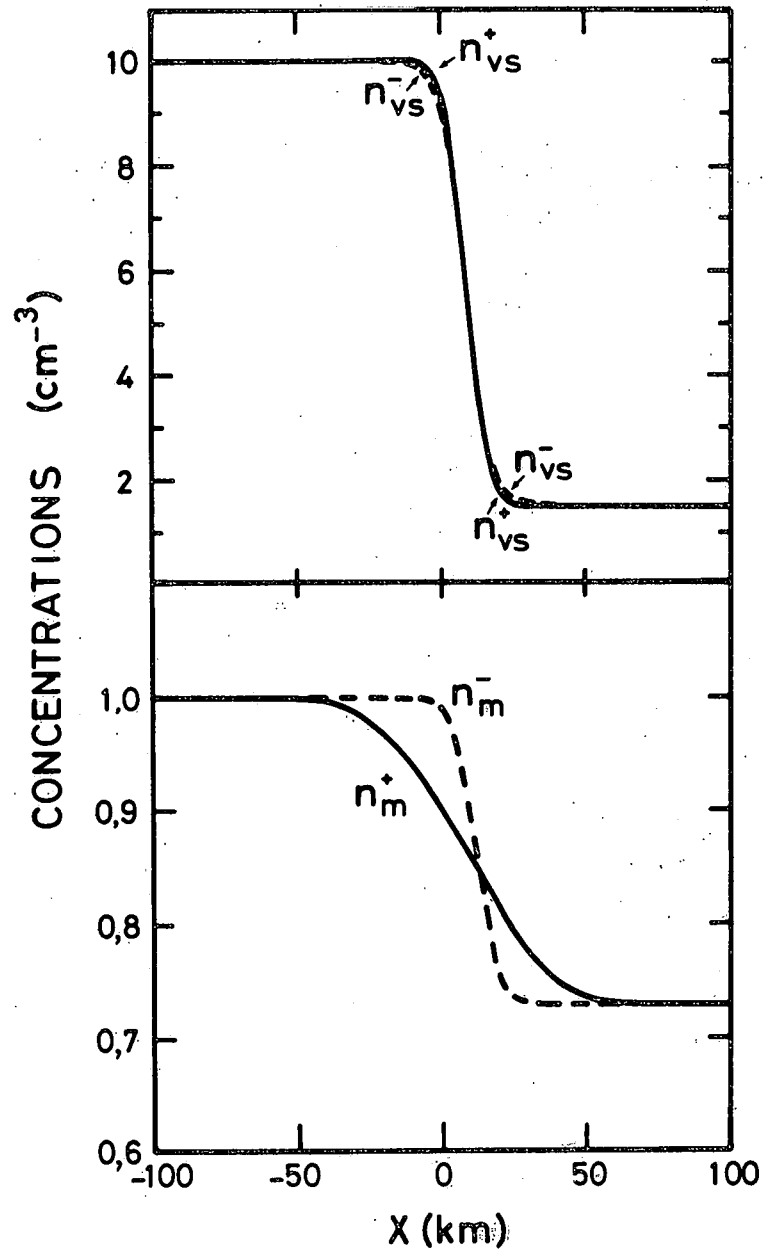


Fig. 61.- Variations des différentes concentrations de particules chargées au travers du bord interne de la couche frontière magnétosphérique. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 7. Dans la partie supérieure de cette figure,  $n_{vs}^+$  et  $n_{vs}^-$  représentent, respectivement, les concentrations ionique ( $v = 3$ ) et électronique ( $v = 1$ ) des particules originaires du vent solaire. Par contre, dans la partie inférieure,  $n_m^+$  et  $n_m^-$  désignent, respectivement, les concentrations ionique ( $v = 4$ ) et électronique ( $v = 2$ ) des particules originaires de la magnétosphère. On constate que les ions et les électrons d'origine identique n'ont pas la même concentration dans toute la couche, bien que celle-ci reste quasi-neutre.



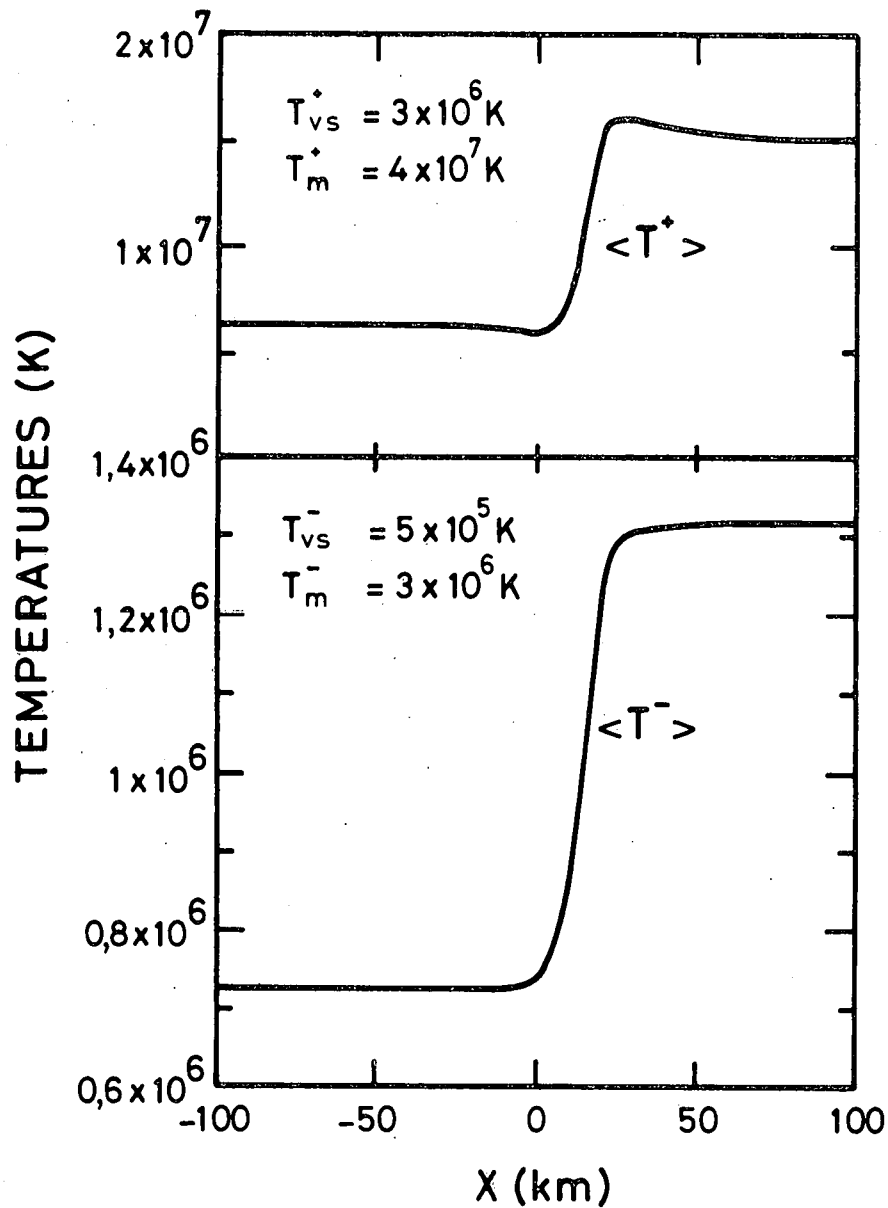


Fig. 62.- Variations des températures moyennes des ions,  $\langle T^+ \rangle$ , (partie supérieure) et des électrons,  $\langle T^- \rangle$ , (partie inférieure), au travers du bord interne de la couche frontière magnétosphérique. Cette transition correspond aux conditions frontières explicitées au tableau 7. Les températures des différents constituants du plasma sont inchangées de part et d'autre de la transition et leurs valeurs asymptotiques sont indiquées dans la partie supérieure gauche de chaque figure.

terrestre et de ses régions adjacentes, recueillies depuis 1972 grâce à des mesures effectuées in situ, ont dévoilé, à la fois, l'énorme complexité et la grande variabilité de cette structure. En outre, ces observations infirment les modèles stationnaires de magnétosphère fermée et de magnétosphère ouverte, mais sont néanmoins compatibles avec le modèle non stationnaire de Lemaire et Roth pour lequel des inhomogénéités du vent solaire, possédant un excès de densité par rapport au milieu ambiant, pénètrent impulsivement dans la magnétosphère.

Au surplus, la résolution temporelle croissante des analyseurs électrostatiques de plasma a également permis l'identification de la couche frontalière magnétosphérique, adjacente à la magnétopause. Si la formation de cette couche ne peut s'expliquer que par des processus non stationnaires, comme la pénétration impulsive d'inhomogénéités de plasma ou des microinstabilités, la structure interne de la magnétopause peut cependant être décrite par un modèle stationnaire, puisque, les collisions entre particules étant rares, les processus de dissipation sont négligeables.

Les différents modèles théoriques, qui ont été développés principalement dans le but de représenter la structure interne de la magnétopause, ont tous été basés sur la considération des trajectoires des particules individuelles et n'ont pas tenu compte de l'agitation thermique de ces particules ni du champ magnétique interplanétaire. Aussi, une telle idéalisation ne leur a pas permis de rendre compte quantitativement des observations.

Le modèle cinétique que nous avons développé dans ce travail permet, par contre, une analyse quantitative de la structure interne de la magnétopause. De part et d'autre de cette transition, les treize premiers moments des fonctions de distribution des vitesses sont, dans la théorie, identifiés aux treize premiers moments des fonctions de

distribution réelles. Ce modèle détermine la structure d'une discontinuité tangentielle dans un plasma sans collisions, à plusieurs constituants. Il peut donc être utilisé pour étudier la magnétopause terrestre, puisque la plupart des observations montrent que celle-ci est une discontinuité de ce type. Une de ses particularités est la présence d'un champ électrique normal au plan de la transition. Ce champ est "auto-consistant", puisqu'il résulte de la distribution du potentiel électrique nécessaire à la quasi-neutralité du plasma. La faible séparation de charges qui est présente ne viole cependant pas cette condition de quasi-neutralité.

Bien que discontinues dans le plan des impulsions généralisées, les fonctions de distribution des vitesses de notre modèle sont, non seulement des solutions de l'équation de Vlasov, mais aussi des solutions des équations de transport. Elles constituent un ensemble de combinaisons linéaires de fonctions bi-maxwelliennes, qui n'est d'ailleurs qu'une classe de fonctions parmi une infinité d'autres ne dépendant que des constantes du mouvement. Elles sont donc, mathématiquement, très simples, mais incluent néanmoins tous les paramètres décrivant les propriétés asymptotiques du plasma, telles que la vitesse moyenne de chaque constituant, sa concentration et ses températures. Tous les moments d'ordre quelconque de ces fonctions de distribution ont été déterminés analytiquement en fonction du potentiel électrique  $\phi$  et du potentiel vecteur  $\vec{a}$ . Le programme de résolution numérique que nous avons mis au point permet, par ailleurs, de résoudre les équations de Maxwell. La distribution des potentiels étant alors connue, tous les moments susdits peuvent ainsi être calculés, ce qui permet la détermination complète de la structure interne de la transition.

Dans un plasma d'hydrogène, l'instabilité modifiée à deux faisceaux se produit pratiquement toujours dans les couches électroniques, où le courant électrique n'est dû qu'à la dérive des électrons.

A l'intérieur de ces transitions, la vitesse moyenne de cette dérive devient en effet supérieure à la vitesse d'agitation thermique des ions, y provoquant ainsi l'instabilité. Par contre, les couches ioniques, pour lesquelles le courant électrique provient de la dérive des ions, peuvent être stables vis-à-vis des instabilités de faisceaux. Pour ces couches, il existe en fait une valeur critique du rapport  $N_2/N_1$  des concentrations asymptotiques en deçà de laquelle une instabilité de faisceaux entre en jeu. Cette valeur critique dépend du rapport  $T^+/T^-$  de la température asymptotique des ions à celle des électrons. Lorsque ce rapport est compris entre 10 et 2000, la valeur critique de  $N_2/N_1$  atteint 0,1. Si  $N_2/N_1$  est inférieur à cette valeur critique, l'instabilité modifiée à deux faisceaux se produit alors au sein de la couche ionique.

Lorsque  $T^+/T^-$  est supérieur à 10, l'épaisseur minimale des couches fondamentales (ionique ou électronique) est toujours égale à 2,5 rayons de Larmor des particules qui transportent le courant électrique. Avec des paramètres de plasma caractéristiques de la magnétopause, on trouve que les couches ioniques sont stables et qu'elles ont, en conséquence, une épaisseur minimale pouvant varier de 150 km à 500 km. C'est la raison pour laquelle il n'existe pas, à notre connaissance, d'observations montrant une magnétopause dont l'épaisseur serait inférieure à quelques dizaines de kilomètres. L'épaisseur de la magnétopause est, par ailleurs, une fonction croissante des rapports  $T^+/T^-$  et  $N_2/N_1$ .

En ce qui concerne la description quantitative de la magnétopause, la différence de température entre les ions froids de la magnétogaine et les ions chauds de la magnétosphère conduit à la formation d'une transition diamagnétique dans laquelle la concentration des particules varie exponentiellement avec le potentiel électrique. Le flux d'énergie ionique est de l'ordre de  $6,5 \times 10^{-4} \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$ . Les hodogrammes théoriques de l'induction magnétique, que l'on déduit lorsqu'on fait varier la direction de  $\vec{B}$ , ont une structure aussi prononcée que

celle des hodogrammes obtenus à partir des données de champ, recueillies par les magnétomètres à bord des satellites artificiels. Associés à cette variation de la direction de  $\vec{B}$ , il existe, à l'intérieur de la magnétopause, des courants électriques alignés le long des lignes de force du champ magnétique. Comme certaines de ces lignes de force convergent dans les cornets polaires, apparaît donc un mécanisme de transfert d'énergie du vent solaire vers l'ionosphère, où la conductivité électrique est finie. Dans la région F de l'ionosphère, la dissipation de ces courants alignés peut être envisagée comme une conséquence des collisions ions-électrons.

Lorsque la magnétopause est considérée comme une couche frontière où s'interpénètrent les plasmas de la magnétogaine et de la magnétosphère, on obtient une transition au sein de laquelle l'induction magnétique  $\vec{B}$  change d'orientation de façon arbitraire alors que la vitesse de masse reste inchangée de part et d'autre de la couche. De telles variations sont effectivement caractéristiques de certaines observations. A l'intérieur de cette transition, la densité de courant électrique est alors de l'ordre de  $10^{-6} - 10^{-7} \text{ A/m}^2$  et la composante parallèle de ce courant peut aussi atteindre cet ordre de grandeur. Le champ électrique  $E$ , normal à la magnétopause, peut atteindre des valeurs de 1 à 10 mV/m. Lorsque nous appliquons notre modèle à la description du bord interne de la couche frontière magnétosphérique, nous montrons que, conformément aux observations, la vitesse de masse peut varier tant en intensité qu'en direction, tandis que l'induction magnétique reste orientée suivant le champ géomagnétique.

Enfin, les nombreux paramètres qui caractérisent notre modèle rendent celui-ci très général. Ainsi, en choisissant judicieusement la forme des fonctions de distribution des vitesses, il est possible de reproduire la structure d'une grande variété de discontinuités tangentielles, observées à la magnétopause.

Ceci est particulièrement vrai en ce qui concerne la structure magnétique de ces couches, alors que la structure des autres grandeurs physiques ne peut encore être comparée avec précision aux données d'observation, en raison du manque de résolution temporelle des instruments servant à les mesurer. Ainsi, lorsque notre modèle fait appel aux moments d'ordre supérieur des fonctions de distribution des vitesses, comme les flux d'énergie, les résultats obtenus précèdent alors l'observation.

Plus généralement encore, le programme de calcul numérique que nous avons développé représente un outil de travail servant à étudier la structure interne, non seulement de la magnétopause, mais également des discontinuités tangentielle susceptibles d'apparaître dans tout plasma sans collisions, rencontré en géophysique, en astrophysique ou encore dans certaines expériences de laboratoire.

## APPENDICES

### 1. LES UNITES DES VARIABLES PHYSIQUES

Les quatres unités de base définies au chapitre IV sont les unités de longueur ( $\lambda_x$ ), de vitesse ( $\lambda_v$ ), de temps ( $\lambda_t$ ) et de masse ( $\lambda_m$ ). Rappelons que

$$\lambda_x = \left[ \frac{m^{(1)}}{e^2 \mu_o N_o^{(1)}} \right]^{1/2} \quad (\text{IV.135})$$

$$\lambda_v = \left( \frac{k T_{//1}^{(1)}}{m^{(1)}} \right)^{1/2} \quad (\text{IV.136})$$

$$\lambda_t = \frac{m^{(1)}}{e\lambda_B} \quad (\text{IV.137})$$

$$\lambda_m = m^{(1)} \quad (\text{IV.138})$$

d'où on déduit

$$\lambda_B = (\mu_o N_o^{(1)} k T_{//1}^{(1)})^{1/2} \quad (\text{IV.139})$$

Le potentiel vecteur unitaire,  $\lambda_a$ , est évidemment

$$\lambda_a = \lambda_B \cdot \lambda_x$$

soit,

$$\lambda_a = \frac{(m^{(1)} k T // 1)^{1/2}}{e} \quad (1.1)$$

De la même manière, l'unité de densité de courant électrique,  $\lambda_J$ , est reliée à  $\lambda_B$  et à  $\lambda_x$  par la relation

$$\lambda_J = \frac{1}{\mu_o} \frac{\lambda_B}{\lambda_x}$$

et donc,

$$\lambda_J = e N_o^{(1)} \left( \frac{k T // 1}{m^{(1)}} \right)^{1/2} \quad (1.2)$$

Dans ce cas, l'unité de densité de charge,  $\lambda_q$ , est donnée par

$$\lambda_q = e N_o^{(1)} \quad (1.3)$$

A partir des unités de masse et de vitesse, on déduit une impulsion unitaire,  $\lambda_p$ ,



$$\lambda_p = (m^{(1)} k T_{//1}^{(1)})^{1/2} \quad (1.4)$$

$Ze\vec{a}$  ayant aussi la dimension d'une impulsion, l'unité de charge électrique,  $\lambda_{Ze}$ , est le quotient de  $\lambda_p$  par  $\lambda_a$ , soit

$$\lambda_{Ze} = e \quad (1.5)$$

Dès lors, la concentration unitaire des particules,  $\lambda_n$ , quotient de  $\lambda_q$  par  $\lambda_{Ze}$ , est donnée par

$$\lambda_n = N_o^{(1)} \quad (1.6)$$

L'unité d'énergie,  $\lambda_H$ , est définie par le produit  $\lambda_m \cdot (\lambda_v)^2$ , c'est-à-dire,

$$\lambda_H = k T_{//1}^{(1)} \quad (1.7)$$

Puisque  $k T_{//1}^{(1)}$  est une énergie thermique, l'unité de température,  $\lambda_T$ , est donnée par

$$\lambda_T = T_{//1}^{(1)} \quad (1.8)$$

L'unité de pression (ou de densité d'énergie),  $\lambda_p$ , est le produit

$$\lambda_p = \lambda_n \lambda_m (\lambda_v)^2$$

soit,

$$\lambda_p = N_o^{(1)} k T_{//1}^{(1)} \quad (1.9)$$

L'unité de potentiel électrique,  $\lambda_\phi$ , est définie par

$$\lambda_\phi = \frac{\lambda_H}{\lambda_{Ze}}$$

soit,

$$\lambda_\phi = \frac{k T_{//1}^{(1)}}{e} \quad (1.10)$$

Dans ce cas, l'unité du champ électrique,  $\lambda_E$ , quotient de  $\lambda_\phi$  par  $\lambda_x$ , est donnée par

$$\lambda_E = \left( \frac{\mu_o N_o^{(1)}}{m^{(1)}} \right)^{1/2} k T_{//1}^{(1)} \quad (1.11)$$

L'unité du flux de densité d'énergie,  $\lambda_Q$ , est définie par le produit

$$\lambda_Q = \lambda_n \lambda_m (\lambda_v)^3$$

soit,

$$\lambda_Q = \frac{N_o^{(1)} (k T_{//1}^{(1)})^{3/2}}{m^{(1)1/2}} \quad (1.12)$$

Comme  $\varepsilon_o \operatorname{div} \vec{E} = q$ , il vient, à partir de (IV.135), (1.3) et (1.11)

$$\lambda_{\varepsilon_o} = \frac{m^{(1)}}{\mu_o k T_{//1}^{(1)}} \quad (1.13)$$

Comme  $\frac{B^2}{2\mu_o}$  est une pression, il vient aussi, à partir de (IV.139) et (1.9),

$$\lambda_{\mu_o} = 1 \quad (1.14)$$

De (1.7) et (1.8), on déduit aussi

$$\lambda_k = k \quad (1.15)$$

Si nous attachons un indice étoilé aux variables non dimensionnées, on déduit de (1.5), (1.14) et (1.15)

$$(Ze)^* = Z \quad (1.16)$$

$$\mu_o^* = 1 \quad (1.17)$$

$$k^* = 1 \quad (1.18)$$

En particulier, d'après (1.18), (1.8) et (IV.141),

$$k^* T_{\perp}^* = \frac{1}{\alpha} \quad (1.19)$$

Cette équation est en fait identique à l'équation (IV.144) puisque  $k^* = 1$ . D'après (1.13), on a également

$$\epsilon_o^* = k T_{\parallel 1}^{(1)} \cdot \frac{\epsilon_o \mu_o}{m^{(1)}} \quad (1.20)$$

Dans ce système d'unité, la constante diélectrique est donc égale au rapport de l'énergie d'agitation thermique des électrons, parallèlement à  $\vec{B}_1$ , à l'énergie de repos de l'électron.

Les équations (1.16), (1.17), (1.19) et (1.20) permettent d'écrire les relations entre variables physiques, sous forme non dimensionnée. Ainsi, l'équation de Maxwell (IV.14) s'écrit, en variables non dimensionnées, ( $c = 3 \times 10^8$  m/s),

$$\frac{d^2 \phi^*}{dx^{*2}} = - \frac{m^{(1)} c^2}{k T_{\parallel 1}^{(1)}} \sum_{\nu=1}^r Z^{(\nu)} n^{*(\nu)}$$

Dès lors, la densité de charge sera négligeable chaque fois que

$$\left| \frac{d^2 \phi^*}{dx^{*2}} \right| \ll \frac{m^{(1)} c^2}{k T_{\parallel 1}^{(1)}} \frac{1}{r} \sum_{\nu=1}^r \left| Z^{(\nu)} \right| n^{*(\nu)} \quad (1.21)$$

L'équation (1.21) traduit la condition de quasi-neutralité du plasma. Comme l'énergie de repos de l'électron  $m^{(1)} c^2$  ( $\sim 0,5$  MeV) est généralement beaucoup plus grande que l'énergie d'agitation thermique  $k T_{\parallel 1}^{(1)}$  ( $\sim 0,03$  keV pour les électrons de la magnétogaine), la condition (1.21) est satisfaite dans la plupart des cas.

## 2. CALCUL DE L'INTEGRALE $M_k^i$

L'intégrale  $M_k^i$  est définie par l'équation (IV.152). Comme  $Q_{rst}$  est nul lorsque  $r$  est impair (équation IV.128),  $r$  est donc pair dans tous les développements qui suivent. D'après (IV.154), (IV.162), (IV.163) et (IV.164), l'intégrand de  $M$  peut s'écrire (on peut omettre les indices  $i$  et  $k$  dans ce qui suit),

$$v_x^r v_y^s v_z^t = C_{rst} \frac{r-1}{(H - H'_0)^2} \exp(-\alpha H) f_s(P_y) f_t(P_y, P_z) \quad (2.1)$$

avec

$$C_{rst} = 2 \frac{r-2}{2} \pi^{-3/2} m^{-\left(\frac{r+s+t}{2}\right)} z^{2+s+t} \alpha^{3/2} A^{1/2} S c x \exp \left[ -\frac{1}{2} \wedge (w^2 + A^{-1} K \Gamma^2) \right] \quad (2.2)$$

et

$$f_s = (\varepsilon_y P_y - h_y)^s \exp(\Lambda \varepsilon_y \omega_y P_y) \quad (2.3)$$

$$f_t = (\varepsilon_z P_z - h_z)^t \exp(\Lambda \varepsilon_z \omega_z P_z) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \Lambda K [(\varepsilon_y P_y - \omega_y) \sin \theta - (\varepsilon_z P_z - \omega_z) \cos \theta]^2 \right\} \quad (2.4)$$

L'intégration de  $(H - H'_0)^{\frac{r-1}{2}} \exp(-\alpha H)$  est immédiate (Gröbner und Hofreiter, Zweiter Teil, p. 56, 19/3)

$$\int_{H'_0}^{+\infty} (H - H'_0)^{\frac{r-1}{2}} \exp(-\alpha H) dH = \frac{r!}{\left(\frac{r}{2}\right)! 2^r} \pi^{1/2} \alpha^{-\left(\frac{r+1}{2}\right)} \exp(-\alpha H'_0) \quad (2.5)$$

Dès lors

$$M = C'_{rst} q_{st} \quad (2.6)$$

avec, tenant compte de (IV.153), (2.2) et (2.5)

$$C'_{rst} = \frac{2^{-\left(\frac{r+2}{2}\right)} r!}{\pi \left(\frac{r}{2}\right)!} m^{-\left(\frac{r+s+t}{2}\right)} z^{2+s+t} \alpha^{-\left(\frac{r-2}{2}\right)} A^{1/2} \text{Sc } x \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \Lambda (\omega^2 + A^{-1} K r^2) \right] \cdot \exp(-\alpha Z \phi) \quad (2.7)$$

$$q_{st} = \int_{\varepsilon_y \Omega_y}^{+\infty} f_s(P_y) \exp \left[ -\frac{1}{2} \wedge (\varepsilon_y P_y - h_y)^2 \right] I(P_y) dP_y \quad (2.8)$$

$$I(P_y) = \int_{\varepsilon_z \Omega_z}^{+\infty} f_t(P_y, P_z) \exp \left[ -\frac{1}{2} \wedge (\varepsilon_z P_z - h_z)^2 \right] dP_z \quad (2.9)$$

En posant

$$P_z - \varepsilon_z \Omega_z = u_1$$

l'intégrale (2.9) s'écrit

$$I(P_y) = \exp(-e) \int_0^{+\infty} f_1(u_1) \exp \left[ -(\ell_1 u_1^2 + 2 m_1 u_1 + n_1) \right] du_1 \quad (2.10)$$

avec

$$e = \frac{1}{2} \wedge K (\varepsilon_y P_y - \omega_y) [(\varepsilon_y P_y - \omega_y) \sin \theta - 2 (\Omega_z - \omega_z) \cos \theta] \sin \theta \quad (2.11)$$

$$\ell_1 = \zeta_2 = \frac{1}{2} \wedge (1 + K \cos^2 \theta) \quad (2.12)$$

$$m_1 = \frac{1}{2} \wedge \varepsilon_z [(1 + K \cos^2 \theta) (\Omega_z - \omega_z) - h_z - K (\varepsilon_y P_y - \omega_y) \sin \theta \cos \theta] \quad (2.13)$$

$$n_1 = \frac{1}{2} \wedge [(h_z - \Omega_z)^2 - 2\omega_z \Omega_z + K (\Omega_z - \omega_z)^2 \cos^2 \theta] \quad (2.14)$$

$$f_1(u_1) = (\varepsilon_z u_1 - h_z + \omega_z)^t \quad (2.15)$$

L'intégrale (2.10) peut encore s'écrire (Gröbner und Hofreiter, Zweiter Teil, p. 65, 5a, 1973)

$$I(P_y) = \exp(-e) \ell_1^{-1/2} \exp\left(\frac{m_1^2 - \ell_1 n_1}{\ell_1}\right) \int_{\frac{m_1}{\sqrt{\ell_1}}}^{+\infty} e^{-y^2} f_1\left(\frac{y}{\sqrt{\ell_1}} - \frac{m_1}{\ell_1}\right) dy \quad (2.16)$$

Après intégration, on trouve

$$I(P_y) = (-1)^t \ell_1^{-1/2} \exp(-e) \exp\left(\frac{m_1^2 - \ell_1 n_1}{\ell_1}\right) \sum_{j_3=0}^t \sum_{j_4=0}^{t-j_3} (-1)^{-j_3} \varepsilon_z^{j_3+j_4} x^{j_3+j_4} \ell_1^{-\frac{(j_3 - 2j_4)}{2}} g(j_4, m_1) g(t - j_3 - j_4, h_z - \Omega_z) \phi_{j_3}\left(\frac{m_1}{\sqrt{\ell_1}}\right) \quad (2.17)$$

où  $C_m^n$  désigne les coefficients du binôme de Newton,

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$



et les fonctions  $g(i, a)$  et  $\phi_\ell(u)$  sont définies au chapitre IV (équation IV.176 et IV.178).

Après avoir posé

$$P_y - \varepsilon_y \Omega_y = u_2$$

l'intégrale (2.8) devient

$$u_{st} = (-1)^t \ell_1^{-1/2} \exp(-n_1) \sum_{j_3=0}^t \sum_{j_4=0}^{t-j_3} (-1)^{-j_3} \varepsilon_z^{j_3+j_4} C_t^{j_3} C_{t-j_3}^{j_4} x$$

$$\ell_1^{-\frac{(j_3+2j_4)}{2}} g(t - j_3 - j_4, h_z - \Omega_z) S_{j_3, j_4} \quad (2.18)$$

où

$$S_{j_3, j_4} = \int_0^{+\infty} f_2(u_2) \exp[-(\ell_2 u_2^2 + 2m_2 u + n_2)] du_2 \quad (2.19)$$

avec

$$\ell_2 = \xi_1^2 = \frac{1}{2} \wedge A(1 + K \cos^2 \theta)^{-1} \quad (2.20)$$

$$m_2 = -\varepsilon_y \xi_1^2 U_y \quad (2.21)$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \wedge [(h_y - \Omega_y)^2 - 2\omega_y \Omega_y] + \frac{1}{2} \wedge K (1 + K \cos^2 \theta)^{-1} (\omega_y - \Omega_y) \times$$

$$[(\omega_y - \Omega_y) \sin \theta + 2 h_z \cos \theta] \sin \theta$$

$$- \frac{1}{2} \wedge (1 + K \cos^2 \theta)^{-1} [h_z + (1 + K \cos^2 \theta) (\omega_z - \Omega_z)]^2 \quad (2.22)$$

$$f_2(u_2) = (\varepsilon_y u_2 - h_y + \Omega_y)^s g(j_4, m_1) \phi_{j_3} \left( \frac{m_1}{\sqrt{l_2}} \right) \quad (2.23)$$

où, d'après (IV.175) et (IV.161),

$$U_y = h_y + \tau_y - \Omega_y$$

Dès lors,

$$S_{j_3, j_4} = l_2^{-1/2} \exp \left( \frac{m_2^2 - l_2 n_2}{l_2} \right) \int_{\frac{m_2}{\sqrt{l_2}}}^{+\infty} e^{-y^2} f_2 \left( \frac{y}{\sqrt{l_2}} - \frac{m_2}{l_2} \right) dy$$

soit, après intégration,

$$S_{j_3, j_4} = (-1)^s (-1)^{j_4+1} \varepsilon_z^{j_4} \zeta_1^{-\frac{(s+j_4+1)}{2}} \exp(\zeta_1^2 U_y^2 - n_2) \wedge^{j_4} x$$

$$\sum_{j_2=0}^{j_4} \sum_{j_1=0}^s (-1)^{j_1+1} C_{j_4}^{j_2} C_s^{j_1} \varepsilon_y^{j_1+j_2} g(s - j_1, -\zeta_1 \tau_y) x$$

$$g(j_2, -K \sin \theta \cos \theta) g(j_4 - j_2, A^{1/2} \zeta_2 U_z) \times$$

$$R_{j_1+j_2, j_3} (-\varepsilon_y \zeta_1 U_y, -\varepsilon_z \zeta_2 U_z, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma). \quad (2.24)$$

où  $\zeta_1, \zeta_2, \vec{U}, \vec{\tau}$  et  $\sigma$  sont définis au chapitre IV (équations IV.172 - 173 - 175 - 171 et 174).

Ainsi (2.6) devient, tenant compte de (2.7), (2.18) et (2.24)

$$M = X_{rst} Y_{st} \quad (2.25)$$

avec

$$X_{rst} = (-1)^{s+t+1} 2^{-\frac{r}{2}} \pi^{-1} \frac{r!s!t!}{\left(\frac{r}{2}\right)!} \varepsilon_z^m \cdot \binom{r+s+t}{2} z^{s+t} \times$$

$$\alpha^{-\frac{r}{2}} A^{1/2} S_c \zeta_2^2 \zeta_1^{-s} \exp(-\varphi) \quad (2.26)$$

$$Y_{st} = \prod_{j_1=0}^s \left\{ \frac{(-1)^{j_1+1} \varepsilon_y^{j_1+1}}{j_1! (s-j_1)!} g(s-j_1, -\zeta_1 \tau_y) \right\} \times$$

$$\prod_{j_3=0}^t \left[ \frac{(-1)^{j_3+1} \varepsilon_z^{j_3+1}}{j_3! \zeta_2^{j_3+1}} \prod_{j_4=0}^{t-j_3} \prod_{j_2=0}^{j_4} \frac{(-1)^{j_4+1} g(t-j_3-j_4, h_z - \Omega_z)}{(t-j_3-j_4)! A^{\frac{j_4+1}{2}} \zeta_2^{j_4+1}} \right] \times$$

$$\frac{\varepsilon_y^{j_2+1} g(j_2, K \sin \theta \cos \theta) g(j_4 - j_2, A^{1/2} \zeta_2 U_z)}{j_2! (j_4 - j_2)!} \times$$

$$R_{j_1 + j_2, j_3} \left( -\varepsilon_y \zeta_1 U_y, -\varepsilon_z \zeta_2 U_z, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma \right) \Bigg] \quad (2.27)$$

avec

$$\varphi = \alpha Z (\phi - \vec{a} \cdot \vec{V}) - \frac{1}{2} \Lambda \cdot K A^{-1} (\Gamma^2 - \gamma^2) \quad (IV.169)$$

L'équation (2.27) se simplifie en intervertissant les sommations sur les indices  $j_4$  et  $j_2$ . En effet, comme

$$\sum_{j_4=0}^{t-j_3} \sum_{j_2=0}^{j_4} a_{j_4, j_2} = \sum_{j_2=0}^{t-j_3} \sum_{j_4=0}^{t-j_2-j_3} a_{j_2+j_4, j_2}$$

il vient

$$\sum_{j_4=0}^{t-j_3} \sum_{j_2=0}^{j_4} \dots R_{j_1+j_2, j_3} = \sum_{j_2=0}^{t-j_3} \left[ \frac{\varepsilon_y^{j_2+1} g(j_2, K \sin \theta \cos \theta) R_{j_1+j_2, j_3}}{j_2! (A^{1/2} \zeta_2)^{j_2+1}} \right] x$$

$$\sum_{j_4=0}^{t-j_2-j_3} \left[ \frac{(-1)^{j_2+j_4+1} g(t-j_2-j_3-j_4, h_z - \Omega_z) g(j_4, U_z)}{(t-j_2-j_3-j_4)! j_4!} \right]$$

$$= \sum_{j_2=0}^{t-j_3} \frac{(-1)^{t-j_3+1} \varepsilon_y^{j_2+1} g(j_2, (A^{1/2} \zeta_2)^{-1} K \sin \theta \cos \theta)}{j_2! (t-j_2-j_3)! A^{1/2} \zeta_2} x$$

$$g(t - j_2 - j_3, \tau_2) R_{j_1+j_2, j_3} \quad (2.28)$$

Comme :

$$\prod_{j_3=0}^t \prod_{j_2=0}^{t-j_3} a_{j_2, j_3} = \prod_{j_2=0}^t \prod_{j_3=0}^{j_2} a_{j_3, j_2-j_3}$$

et

$$\sigma = - K A^{-1/2} \sin \theta \cos \theta \quad (IV.174)$$

on obtient pour (2.27), tenant compte de (2.28),

$$Y_{st} = \varepsilon_2 \zeta_2^{-2} (-1)^{s+t+1} \zeta_1^s A^{-1/2} L(s, t) \quad (2.29)$$

où  $L(s, t)$  est donné par l'équation (IV.168).

Finalement (2.25) devient, tenant compte de (2.26) et (2.29),

$$M = S \xi_{rst} \Delta c L(s, t) \quad (IV.165)$$

où  $\xi_{rst}$  et  $\Delta$  sont données par les équations (IV.166) et (IV.167), respectivement.

### 3. LES FONCTIONS $\phi_\ell(u)$ et $R_{k,\ell}(y, z, A)$

Par définition

$$\phi_\ell(u) = \int_u^{+\infty} x^\ell e^{-x^2} dx \quad (\text{IV.178})$$

où  $u$  est réel et  $\ell$  est un entier positif ou nul.

Evidemment,

$$\phi_\ell(u) \geq 0 \quad (3.1)$$

Pour  $\ell = 0$ ,

$$\phi_0(u) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(u) \quad (3.2)$$

où  $\operatorname{erfc}(u)$  est la fonction d'erreur complémentaire

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{+\infty} e^{-x^2} dx \quad (\text{IV.179})$$

Si  $\ell = 2n+1$  ( $n \geq 0$ )

$$\phi_{2n+1}(u) = \frac{n!}{2} e^{-u^2} \sum_{j=0}^n \frac{u^{2j}}{j!} \quad (3.3)$$

Si  $\ell = 2n$  ( $n > 0$ )

$$\phi_{2n}(u) = \frac{(2n)!}{2^{2n+1} n!} \left[ \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(u) + e^{-u^2} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{j!}{(2j+1)!} (2u)^{2j+1} \right] \quad (3.4)$$

On a également

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} \phi_{2n+1}(u) = 0 \quad (n \geq 0) \quad (3.5)$$

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} \phi_{2n}(u) = \frac{(2n)!}{n! 2^{2n}} \sqrt{\pi} \quad (n \geq 0) \quad (3.6)$$

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} \phi_{\ell}(u) = 0 \quad (\ell \geq 0) \quad (3.7)$$

Pour  $y, z, A$  réels et  $k, \ell$  entiers positifs ou nuls, on définit

$$R_{k,\ell}(y, z, A) = \int_y^{+\infty} x^k e^{-x^2} \phi_{\ell}(Ax + z) dx \quad (\text{IV.177})$$

et les fonctions auxiliaires

$$I_{k,\ell}(y, z, A) = \int_y^{+\infty} x^k e^{-x^2} (Ax + z)^{\ell} e^{-(Ax + z)^2} dx \quad (3.8)$$

$$I_k(y, z, A) = \int_y^{+\infty} x^k f(x, z, A) dx \quad (3.9)$$

où

$$f(y, z, A) = e^{-y^2} \operatorname{erfc}(Ay + z) \quad (3.10)$$

En particulier,

$$I_0(y, z, A) = \int_y^{+\infty} f(x, z, A) dx \quad (3.11)$$

Le calcul de l'intégrale (3.8) donne

$$I_{k,\ell}(y, z, A) =$$

$$(1 + A^2)^{-\frac{k+\ell+1}{2}} \exp(-\tilde{y}^2) \prod_{i=0}^{\ell} \prod_{j=0}^k C_{\ell}^i C_k^j (-1)^{k-j} g(k+i-j, A) x$$

$$g(k + \ell - i - j, \tilde{y}) \phi_{i+j}(A\tilde{y} + \tilde{z}) \quad (3.12)$$

où

$$\tilde{z} = (1 + A^2)^{1/2} y \quad (3.13)$$

$$\tilde{y} = (1 + A^2)^{-1/2} z \quad (3.14)$$



$$C_{\ell}^i = \frac{\ell!}{i!(\ell - i)!} \quad , \quad C_k^j = \frac{k!}{j!(k - j)!}$$

Quant au calcul de l'intégrale (3.9), il donne

- pour  $k = 2n+1$  ( $n \geq 0$ )

$$I_{2n+1}(y, z, A) =$$

$$\frac{n!}{2} \left\{ \sum_{j=0}^n \frac{1}{j!} \left[ f(y, z, A) y^{2j} - \frac{2A}{\sqrt{\pi}} I_{0,2j}(y, z, A) \right] \right\} \quad (3.15)$$

- pour  $k = 2n$  ( $n > 0$ )

$$I_{2n}(y, z, A) =$$

$$\frac{(2n)!}{2^{2n} n!} \left\{ I_0(y, z, A) + \sum_{j=0}^{n-1} \frac{2^{2j} j!}{(2j+1)!} \times \right. \\ \left. \left[ f(y, z, A) y^{2j+1} - \frac{2A}{\sqrt{\pi}} I_{0,2j+1}(y, z, A) \right] \right\} \quad (3.16)$$

Si  $\phi_{\ell}(Ax + z)$  est remplacé par ses développements (3.2), (3.3) et (3.4) dans l'intégrand de (IV.177),  $R_{k,\ell}(y, z, A)$  peut alors être développé en termes de fonctions  $I_k(y, z, A)$  et  $I_{k,\ell}(y, z, A)$ . On obtient,

Si  $k \geq 0$

$$R_{k,0}(y, z, A) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_k(y, z, A) \quad (3.17)$$

Si  $\ell = 2n+1$  ( $n \geq 0$ ) et  $k \geq 0$

$$R_{k,2n+1}(y, z, A) = \frac{n!}{2} \sum_{j=0}^n \frac{I_{2j,k}(y, z, A)}{j!} \quad (3.18)$$

Si  $\ell = 2n$  ( $n > 0$ ) et  $k \geq 0$

$$R_{k,2n}(y, z, A) = \frac{(2n)!}{2^{2n+1} n!} \left\{ \sqrt{\pi} I_k(y, z, A) + \sum_{j=0}^{n-1} \left[ \frac{2^{2j+1} j!}{(2j+1)!} \times \right. \right. \\ \left. \left. I_{2j+1,k}(y, z, A) \right] \right\} \quad (3.19)$$

De ce qui précède, on voit donc que :

Si  $\ell$  est impair, la fonction  $R_{k,\ell}(y, z, A)$  peut être développée en termes de fonctions connues telles que polynôme, fonction exponentielle et fonction d'erreur complémentaire, à partir des formules (3.18), (3.12), (3.2), (3.3) et (3.4).

Par contre, si  $\ell$  est pair, la fonction  $R_{k,\ell}(y, z, A)$  peut encore être développée en termes de ces mêmes fonctions, mais comprendra toujours la fonction intégrale (3.11) dans son développement. Les formules (3.17), (3.19), (3.15), (3.16), (3.12), (3.2), (3.3) et (3.4) permettent d'en obtenir un développement explicite.

Ainsi,

$$R_{0,0}(y, z, A) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_0(y, z, A) \quad (3.20)$$

$$R_{1,0}(y, z, A) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} [f(y, z, A) - A(1 + A^2)^{-1/2} f(\tilde{y}, \tilde{z}, A)] \quad (3.21)$$

$$R_{0,1}(y, z, A) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} (1 + A^2)^{-1/2} f(\tilde{y}, \tilde{z}, A) \quad (3.22)$$

Si  $A = 0$ , il vient de (IV.177), (IV.178), (3.10), (3.11) et (3.2)

$$R_{k,\ell}(y, z, 0) = \phi_k(y) \phi_\ell(z) \quad (3.23)$$

$$I_0(y, z, 0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(y) \operatorname{erfc}(z) \quad (3.24)$$

Ainsi,

$$R_{0,0}(y, z, 0) = \frac{\pi}{4} \operatorname{erfc}(y) \operatorname{erfc}(z) \quad (3.25)$$

$$R_{1,0}(y, z, 0) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} e^{-y^2} \operatorname{erfc}(z) \quad (3.26)$$

$$R_{0,1}(y, z, 0) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} e^{-z^2} \operatorname{erfc}(y) \quad (3.27)$$

On a également les propriétés asymptotiques suivantes

$$R_{k,\ell}(y, +\infty, A) = 0 \quad (3.28)$$

$$R_{k,\ell}(+\infty, z, A) = 0 \quad (3.29)$$

$$R_{2n+1,\ell}(-\infty, -\infty, A) = R_{k,2n+1}(-\infty, -\infty, A) = 0 \quad (3.30)$$

$$R_{2n,2m}(-\infty, -\infty, A) = \frac{(2n)! (2m)!}{n! m! 2^{2n+2m}} \pi \quad (3.31)$$

#### 4. LA FONCTION $\tilde{R}_{k,\ell}(u, v, A)$ ET LA SERIE $L(s, t)$

On définit l'opérateur  $\sim$  comme étant l'opérateur qui, appliqué à une fonction  $\eta(b_y, b_z)$ , transforme celle-ci en la fonction  $\eta(b_z, b_y)$ .  
Explicitement

$$\tilde{\eta}(b_y, b_z) = \eta(b_z, b_y)$$

L'opération  $\sim$  consiste donc à permuter les composantes  $y$  et  $z$  de tout vecteur du plan  $y$ - $z$ .

Appliquons maintenant cet opérateur à la quantité  $M$  définie par l'intégrale (IV.152) (nous sous-entendons ici les indices  $i$  et  $k$  de  $M_k^i$ ). D'après (IV.152), (IV.153) et (IV.154), on voit que

$$\tilde{M}(s \rightarrow t, t \rightarrow s) = M \quad (4.1)$$

l'égalité n'étant vraie que si on permute également s et t dans  $\tilde{M}$ . Cette égalité ne traduit rien d'autre que l'invariance de l'intégration de  $v_x^r v_y^s v_z^t \psi$  par rapport à l'ordre des intégrations sur  $P_y$  et  $P_z$  dans l'intégrale (IV.152).

D'après (IV.165),

$$\tilde{M}(s \rightarrow t, t \rightarrow s) = S \xi_{rts} \Delta(r) c \tilde{L}(t,s) \quad (4.2)$$

Or, d'après (IV.166),

$$\xi_{rts} = \xi_{rst} \quad (4.3)$$

Comparant (IV.165) avec (4.2) et tenant compte de (4.1) et (4.3), on obtient

$$L(s,t) = \tilde{L}(t,s) \quad (4.4)$$

Dans l'équation (IV.168), les quantités  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  et  $\sigma$  sont dépendantes du système d'axes (y-z), puisqu'elles dépendent de  $-\sin \theta$  et  $\cos \theta$  qui sont les composantes  $e_y$  et  $e_z$  du vecteur unitaire de  $\vec{B}$  (équation IV.161). On vérifie alors (à partir de IV.172, IV.173, IV.174) que

$$\tilde{\sigma} = \sigma \quad (4.5)$$

$$\tilde{\zeta}_1 = (1 + \sigma^2)^{-1/2} \zeta_2 \quad (4.6)$$

$$\tilde{\zeta}_2 = (1 + \sigma^2)^{1/2} \zeta_1 \quad (4.7)$$

Dès lors, on a aussi, d'après (IV.168) et (4.4)

$$L(s, t) = \prod_{j_1=0}^t \left\{ \frac{g(t - j_1, \tau_z)}{j_1! (t - j_1)! (\varepsilon_z \tilde{\zeta}_1)^{j_1}} \prod_{j_2=0}^s \left[ \frac{g(s - j_2, \tau_y)}{(s - j_2)! (\varepsilon_y \tilde{\zeta}_2)^{j_2}} \right. \right. \\ \left. \left. \prod_{j_3=0}^{j_2} \frac{g(j_3, -\varepsilon_y \varepsilon_z \sigma)}{j_3! (j_2 - j_3)!} \right. \right. \\ \left. \left. R_{j_1 + j_3, j_2 - j_3} (-\varepsilon_z \tilde{\zeta}_1 U_z, -\varepsilon_y \tilde{\zeta}_2 U_y, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) \right] \right\} \quad (4.8)$$

Cependant, d'après (4.5) et (4.6)

$$\varepsilon_z \tilde{\zeta}_1 U_z = \tilde{\varepsilon}_y \tilde{\zeta}_1 \tilde{U}_y = (1 + \sigma^2)^{-1/2} \varepsilon_z \zeta_2 U_z \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_y \tilde{\zeta}_2 U_y = \tilde{\varepsilon}_z \tilde{\zeta}_2 \tilde{U}_z = (1 + \sigma^2)^{1/2} \varepsilon_y \zeta_1 U_y \quad (4.10)$$

On est ainsi amené à considérer la fonction  $\tilde{R}_{k,\ell}(u, v, A)$  définie par

$$\tilde{R}_{k,\ell}(u, v, A) = R_{k,\ell}(\tilde{u}, \tilde{v}, A) \quad (4.11)$$

pour laquelle l'opérateur  $\sim$  transforme les variables  $u$  et  $v$  comme suit

$$\tilde{u} = (1 + A^2)^{-1/2} v \quad (4.12)$$

$$\tilde{v} = (1 + A^2)^{1/2} u \quad (4.13)$$

On vérifie facilement que

$$\tilde{\tilde{u}} = (1 + A^2)^{-1/2} \tilde{v} = u$$

$$\tilde{\tilde{v}} = (1 + A^2)^{1/2} \tilde{u} = v$$

et donc que, d'après (4.11),

$$\tilde{\tilde{R}}_{k,\ell}(u, v, A) = R_{k,\ell}(u, v, A) \quad (4.14)$$

Tenant compte de (4.9) et (4.10), ainsi que des relations (4.11), (4.12) et (4.13) définissant  $\tilde{R}$ , on voit que

$$\begin{aligned} R_{j_1+j_3, j_2-j_3} &(-\varepsilon_z \zeta_1 U_z, -\tilde{\varepsilon}_y \zeta_2 U_y, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) = \\ \tilde{R}_{j_1+j_3, j_2-j_3} &(-\varepsilon_y \zeta_1 U_y, -\varepsilon_z \zeta_2 U_z, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) \end{aligned}$$

Dès lors, en intervertissant les sommations sur  $j_1$  et  $j_2$ , on peut réécrire (4.8) sous la forme suivante

$$L(s, t) = \sum_{j_1=0}^s \left[ \frac{g(s - j_1, \tau_y)}{j_1! (s - j_1)! (\varepsilon_y \zeta_1)^{j_1}} \right] \sum_{j_2=0}^t \left[ \frac{g(t - j_2, \tau_z)}{(t - j_2)! (\varepsilon_z \zeta_2)^{j_2}} \right] \times$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{j_1!}{j_2!} (1 + \sigma^2)^{\frac{j_2 - j_1}{2}} \sum_{j_3=0}^{j_1} \frac{g(j_3, -\varepsilon_y \varepsilon_z \sigma)}{j_3! (j_1 - j_3)!} \times \\ & \tilde{R}_{j_2 + j_3, j_1 - j_3} (-\varepsilon_y \zeta_1 U_y, -\varepsilon_z \zeta_2 U_z, \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) \end{aligned} \right\} (4.15)$$

L'égalité entre (IV.168) et (4.15) est valable quels que soient s et t. Ceci entraîne

$$\begin{aligned} & (1 + \sigma^2)^{-\frac{j_2}{2}} \sum_{j_3=0}^{j_2} C_{j_3}^{j_2} g(j_3, -\varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) R_{j_1 + j_3, j_2 - j_3} \\ & = (1 + \sigma^2)^{-\frac{j_1}{2}} \sum_{j_3=0}^{j_1} C_{j_3}^{j_1} g(j_3, -\varepsilon_y \varepsilon_z \sigma) \tilde{R}_{j_2 + j_3, j_1 - j_3} \end{aligned} \quad (4.16)$$

quels que soient  $j_2$  et  $j_1$ . De plus, cette égalité est vraie pour toutes valeurs des arguments de R et  $\tilde{R}$ . Donc (4.16) doit traduire une propriété générale de ces fonctions. Cette propriété est obtenue en posant



$$A = \varepsilon_y \varepsilon_z \sigma$$

$$u = - \varepsilon_y \zeta_1 U_y$$

$$v = - \varepsilon_z \zeta_2 U_z$$

et s'écrit

$$\begin{aligned} & (1 + A^2)^{-\frac{\ell}{2}} \sum_{i=0}^{\ell} C_i^{\ell} g(i, -A) \tilde{R}_{k+i, \ell-i} (u, v, A) \\ &= (1 + A^2)^{-\frac{k}{2}} \sum_{i=0}^k C_i^k g(i, -A) R_{\ell+i, k-i} (u, v, A) \end{aligned} \quad (4.17)$$

quels que soient  $k$  et  $\ell$  (entiers positifs ou nuls).

Si  $A = 0$ , seuls les termes  $i = 0$  sont différents de zéro dans l'égalité (4.17) et on obtient,

$$\tilde{R}_{k, \ell} (u, v, 0) = R_{\ell, k} (u, v, 0) \quad (4.18)$$

D'ailleurs, d'après (3.23), on a aussi

$$\tilde{R}_{k, \ell} (u, v, 0) = R_{k, \ell} (v, u, 0) = \phi_k(v) \phi_{\ell}(u) \quad (4.19)$$

Cette dernière égalité découle aussi de (4.11), (4.12) et (4.13).

Si  $A$  est quelconque, la relation (4.17) peut être résolue successivement pour  $\tilde{R}_{0,0}$ ;  $\tilde{R}_{1,0}$ ;  $\tilde{R}_{0,1}$ ; ... Il vient alors,

$$\tilde{R}_{0,0} = R_{0,0} \quad (4.20)$$

$$\tilde{R}_{1,0} = (1 + A^2)^{-1/2} (R_{0,1} - A R_{1,0}) \quad (4.21)$$

$$\tilde{R}_{0,1} = (1 + A^2)^{-1/2} (R_{1,0} + A R_{0,1}) \quad (4.22)$$

$$\tilde{R}_{1,1} = (1 + A^2)^{-1} [A R_{0,2} + (1 - A^2) R_{1,1} - A R_{2,0}] \quad (4.23)$$

$$\tilde{R}_{2,0} = (1 + A^2)^{-1} (A^2 R_{2,0} - 2A R_{1,1} + R_{0,2}) \quad (4.24)$$

$$\tilde{R}_{0,2} = (1 + A^2)^{-1} (A^2 R_{0,2} + 2A R_{1,1} + R_{2,0}) \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{2,1} = (1 + A^2)^{-3/2} [A R_{0,3} + (1 - 2A^2) R_{1,2} \\ + (A^3 - 2A) R_{2,1} + A^2 R_{3,0}] \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{1,2} = (1 + A^2)^{-3/2} [A^2 R_{0,3} - (A^3 - 2A) R_{1,2} \\ + (1 - 2A^2) R_{2,1} - A R_{3,0}] \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\tilde{R}_{3,0} = (1 + A^2)^{-3/2} [R_{0,3} - 3A R_{1,2} + 3A^2 R_{2,1} - A^3 R_{3,0}] \quad (4.28)$$

$$\tilde{R}_{0,3} = (1 + A^2)^{-3/2} [R_{3,0} + 3A^2 R_{1,2} + 3A R_{2,1} + A^3 R_{0,3}] \quad (4.29)$$

$$\tilde{R}_{k,\ell} = (1 + A^2)^{-\frac{k+\ell}{2}} \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{\ell} C_k^i C_{\ell}^j (-1)^i g(\ell + i - j, A) R_{i+j, k+\ell-i-j} \quad (4.30)$$

Les relations inverses s'obtiennent facilement en 'tildant' les relations précédentes. Il vient, pour  $k$  et  $l$  quelconques (entiers  $\geq 0$ ),

$$R_{k,l} = (1 + A^2)^{-\frac{k+l}{2}} \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^l C_k^i C_l^j (-1)^i g(l + i - j, A) \tilde{R}_{i+j, k+l-i-j} \quad (4.31)$$

## 5. DETERMINATION DU CHAMP ELECTRIQUE E ET DE LA DENSITE DE CHARGE ELECTRIQUE q

Dans l'hypothèse de quasi-neutralité du plasma, le potentiel électrique  $\phi(x)$  est implicitement solution de l'équation,

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} Q_{000}^{(v)} = 0 \quad (IV.259)$$

Explicitement, cette équation s'écrit, tenant compte de (IV.129), (IV.165), (IV.167), (IV.189) et (IV.197)

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} S^{(v)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 c_i^{(v)}(k) \exp(-\phi_i^{(v)}) R_{0,0}^{(v)}(k,i) = 0 \quad (5.1)$$

où l'on a posé

$$R_{0,0}^{(v)}(k,i) = R_{0,0}^{(v)} (-\varepsilon_{ky} \zeta_{1i}^{(v)} U_y^i, -\varepsilon_{kz} \zeta_{2i}^{(v)} U_z^i, \varepsilon_{ky} \varepsilon_{kz} \sigma_i^{(v)})$$

En dérivant l'équation (5.1) une fois et deux fois par rapport

à  $x$ , on obtient deux relations du type

$$F_1 \left( \phi, a_y, a_z, \frac{d\phi}{dx}, \frac{da_y}{dx}, \frac{da_z}{dx} \right) = 0 \quad (5.2)$$

et

$$F_2 \left( \phi, a_y, a_z, \frac{d\phi}{dx}, \frac{da_y}{dx}, \frac{da_z}{dx}, \frac{d^2\phi}{dx^2}, \frac{d^2a_y}{dx^2}, \frac{d^2a_z}{dx^2} \right) = 0 \quad (5.3)$$

La relation (5.2) est linéaire par rapport à  $\frac{d\phi}{dx}$  tandis que la relation (5.3) est linéaire par rapport à  $\frac{d^2\phi}{dx^2}$ .

Les dérivées successives de (5.1) s'obtiennent en dérivant le produit

$$G^{(v)}(k, i) = \exp(-\phi^{i(v)}) R_{0,0}^{(v)}(k, i)$$

Ainsi,

$$\frac{d}{dx} G^{(v)}(k, i) = -\frac{d\phi^{i(v)}}{dx} G^{(v)}(k, i) + \exp(-\phi^{i(v)}) \frac{dR_{0,0}^{(v)}(k, i)}{dx} \quad (5.4)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} G^{(v)}(k, i) = -\frac{d^2\phi^{i(v)}}{dx^2} G^{(v)}(k, i) - \frac{d\phi^{i(v)}}{dx} \frac{dG^{(v)}(k, i)}{dx}$$

$$- \exp(-\varphi^{i(v)}) \left[ \frac{d\varphi^{i(v)}}{dx} - \frac{dR_{0,0}^{(v)}(k,i)}{dx} - \frac{d^2 R_{0,0}^{(v)}(k,i)}{dx^2} \right] \quad (5.5)$$

Tenant compte de (IV.169), (IV.10) et (IV.11), on obtient

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi^{i(v)}}{dx} = & \alpha_i^{(v)} Z^{(v)} \frac{d\phi}{dx} - \alpha_i^{(v)} Z^{(v)} (V_{y_i}^{(v)} B_z - V_{z_i}^{(v)} B_y) \\ & + \alpha_i^{(v)} Z^{(v)2} K_i^{(v)} A_i^{(v)-1} \gamma^{i(v)} \frac{dy^{i(v)}}{dx} \end{aligned} \quad (5.6)$$

avec, tenant compte de (IV.170) et (IV.161),

$$\frac{dy^{i(v)}}{dx} = - m^{(v)-1/2} (B_y \cos \theta_i + B_z \sin \theta_i) \quad (5.7)$$

A partir de (5.2), et tenant compte de (5.4) et (5.6), on détermine le champ électrique E

$$\begin{aligned} E = - \frac{d\phi}{dx} = & \frac{-1}{\sum_{v=1}^r Z^{(v)2} S^{(v)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 \alpha_i^{(v)} c_i^{(v)}(k) G^{(v)}(k,i)} \times \\ & \sum_{v=1}^r Z^{(v)} S^{(v)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 c_i^{(v)}(k) \exp(-\varphi^{i(v)}) \left[ \alpha_i^{(v)} Z^{(v)} (V_{y_i}^{(v)} B_z - V_{z_i}^{(v)} B_y) \right. \\ & \left. - Z^{(v)} K_i^{(v)} A_i^{(v)-1} \gamma^{i(v)} \frac{dy^{i(v)}}{dx} \right] R_{0,0}^{(v)}(k,i) + \frac{dR_{0,0}^{(v)}(k,i)}{dx} \end{aligned} \quad (5.8)$$

En posant

$$W_1^{(v)}(k, i) = \exp \left( - \zeta_{1i}^{(v)2} U_y^{i(v)2} \right) \operatorname{erfc} \left[ - \varepsilon_{kz} (\sigma_i^{(v)} \zeta_{1i}^{(v)} U_y^{i(v)} + \zeta_{2i}^{(v)} U_z^{i(v)}) \right] \quad (5.9)$$

et, tenant compte de (IV.174) et (IV.175), on calcule facilement que

$$\frac{dR_{0,0}^{(v)}(k, i)}{dx} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \varepsilon_{ky} \zeta_{1i}^{(v)} \frac{dU_y^{i(v)}}{dx} W_1^{(v)}(k, i) + \varepsilon_{kz} \tilde{\zeta}_{1i}^{(v)} \frac{dU_z^{i(v)}}{dx} \tilde{W}_1^{(v)}(k, i) \right] \quad (5.10)$$

avec, d'après (IV.158) et (IV.171),

$$\frac{d\vec{U}^{i(v)}}{dx} = m^{(v)-1/2} \frac{d\vec{a}}{dx} - K_i^{(v)} A_i^{(v)-1} \frac{d\gamma^{i(v)}}{dx} \vec{e}_i \quad (5.11)$$

où, d'après (IV.10), (IV.11) et (IV.161)

$$\frac{d\vec{a}}{dx} = (B_z, -B_y) \quad (5.12)$$

$$\vec{e}_i = (-\sin \theta_i, \cos \theta_i) \quad (\text{IV.161})$$

les quantités tildées  $\tilde{\zeta}_{1i}^{(v)}$  et  $\tilde{W}_1^{(v)}(k, i)$  étant égales à

$$\tilde{\zeta}_{1i}^{(v)} = (1 + \sigma_i^{(v)2})^{-1/2} \zeta_{2i} \quad (4.6)$$

$$\tilde{W}_1^{(v)} = \exp \left( - \tilde{\zeta}_{1i}^{(v)2} U_z^{i(v)2} \right) \operatorname{erfc} \left[ - \varepsilon_{ky} (\sigma_i^{(v)} \tilde{\zeta}_{1i}^{(v)} U_z^{i(v)} + \tilde{\zeta}_{2i}^{(v)} U_y^{i(v)}) \right] \quad (5.13)$$

où

$$\tilde{\zeta}_{2i}^{(v)} = (1 + \sigma_i^{(v)2})^{1/2} \zeta_{1i} \quad (4.7)$$

Les équations (5.7) à (5.13) déterminent donc le champ électrique  $E$  en fonction de  $\phi$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ ,  $B_y$  et  $B_z$  qui sont déterminés numériquement.

La dérivée seconde du potentiel électrique qui détermine la densité de charge ( $q$ ) est solution de l'équation (5.3). En dérivant (5.6) par rapport à  $x$ , on obtient

$$\frac{d^2 \psi^{i(v)}}{dx^2} = \alpha_i^{(v)} z^{(v)} \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \alpha_i^{(v)} z^{(v)} (\vec{V}_i^{(v)} \cdot \vec{J}) + \alpha_i^{(v)} z^{(v)2} K_i^{(v)} A_i^{(v)-1} \left[ \left( \frac{d\gamma^{i(v)}}{dx} \right)^2 + \gamma^{i(v)} \frac{d^2 \gamma^{i(v)}}{dx^2} \right] \quad (5.14)$$

où  $\vec{J}$  est la densité de courant total ( $\mu_0 = 1$ )

$$J_y = - \frac{dB_z}{dx}$$

$$J_z = \frac{dB_y}{dx}$$

A partir de (5.3), et tenant compte de (5.4), (5.5) et (5.14), on détermine la densité de charge  $q$

$$q = - \epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{- \epsilon_0}{\sum_{v=1}^r Z^{(v)2} S^{(v)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 \alpha_i^{(v)} c_i^{(v)}(k) G^{(v)}(k,i)} x$$

$$\sum_{v=1}^r Z^{(v)} S^{(v)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^4 c_i^{(v)}(k) \exp(-\phi_i^{(v)}) \left\{ \frac{d^2 R_{0,0}^{(v)}(k,i)}{dx^2} - \frac{d\phi_i^{(v)}}{dx} x \right.$$

$$\left. \left( 2 \frac{dR_{0,0}^{(v)}(k,i)}{dx} - R_{0,0}^{(v)}(k,i) \frac{d\phi_i^{(v)}}{dx} \right) - \alpha_i^{(v)} Z^{(v)} R_{0,0}^{(v)}(k,i) x \right.$$

$$\left. \left[ \vec{V}_i^{(v)} \cdot \vec{J} + Z^{(v)} K_i^{(v)} A_i^{(v)-1} \left[ \left( \frac{d\gamma_i^{(v)}}{dx} \right)^2 + \gamma_i^{(v)} \frac{d^2 \gamma_i^{(v)}}{dx^2} \right] \right] \right\}$$

(5.15)

La dérivée seconde de  $R_{0,0}(k,i)$  s'obtient aisément en dérivant l'équation (5.10). On obtient,



$$\frac{d^2 R_{0,0}^{(\nu)}(k,i)}{dx^2} = \sqrt{\pi} \left\{ Z_1^{(\nu)}(k,i) + \tilde{Z}_1^{(\nu)}(k,i) + Z_2^{(\nu)}(k,i) + \tilde{Z}_2^{(\nu)}(k,i) \right\} \quad (5.16)$$

avec

$$Z_1^{(\nu)}(k,i) = \varepsilon_{ky} \zeta_{1i}^{(\nu)} \left[ \frac{1}{2} \frac{d^2 U_y^{i(\nu)}}{dx^2} - U_y^{i(\nu)} \left( \zeta_{1i}^{(\nu)} \frac{dU_y^{i(\nu)}}{dx} \right)^2 \right] W_1^{(\nu)}(k,i) \quad (5.17)$$

$$Z_2^{(\nu)}(k,i) = \varepsilon_{ky} \varepsilon_{kz} \zeta_{1i}^{(\nu)} \frac{dU_y^{i(\nu)}}{dx} \left[ \sigma_i^{(\nu)} \zeta_{1i}^{(\nu)} \frac{dU_y^{i(\nu)}}{dx} + \zeta_{2i}^{(\nu)} \frac{dU_z^{i(\nu)}}{dx} \right] W_2^{(\nu)}(k,i) \quad (5.18)$$

$$W_2^{(\nu)}(k,i) = \tilde{W}_2^{(\nu)}(k,i) = \exp - \left\{ \left( \zeta_{2i}^{(\nu)} U_z^{i(\nu)} \right)^2 + \left( \tilde{\zeta}_{2i}^{(\nu)} U_y^{i(\nu)} \right)^2 + 2 \sigma_i^{(\nu)} \zeta_{1i}^{(\nu)} \zeta_{2i}^{(\nu)} U_y^{i(\nu)} U_z^{i(\nu)} \right\} \quad (5.19)$$

$$\frac{d^2 \vec{U}^{i(\nu)}}{dx^2} = -m^{(\nu)-1/2} \left[ \vec{J} - A_i^{(\nu)} K_i^{(\nu)} (\vec{J} \cdot \vec{e}_i) \vec{e}_i \right] \quad (5.20)$$

$$\frac{d^2 \gamma^i(v)}{dx^2} = - m^{(v)-1/2} \vec{J} \cdot \vec{e}_i \quad (5.21)$$

Les équations (5.15) à (5.21) et (5.6) à (5.13) déterminent la densité de charge électrique ( $q$ ) en fonction de  $\phi$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ ,  $B_{y'}$ ,  $B_{z'}$ ,  $J_y$  et  $J_z$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- AKASOFU, S.-I., HONES, E.W., Jr., BAME, S.J., ASBRIDGE, J.R. and LUI, A.T.Y., Magnetotail and boundary layer plasmas at geocentric distance of  $18 R_E$  : Vela 5 and 6 observations, *J. Geophys. Res.*, 78, 7257-7274, 1973.
- ALFVEN, H., On frozen-in field lines and field-line reconnection, *J. Geophys. Res.*, 81, 4019-4021, 1976.
- ALPERS, W., Steady state charge neutral models of the magnetopause, *Astrophys. Space Sci.*, 5, 425-437, 1969.
- ALPERS, W., On the equilibrium of an exact charge neutral magnetopause, *Astrophys. Space Sci.*, 11, 471-474, 1971.
- AUBRY, M.P., RUSSELL, C.T. and KIVELSON, M.G., Inward motion of the magnetopause before a substorm, *J. Geophys. Res.*, 75, 7018-7031, 1970.
- AUBRY, M.P., KIVELSON, M.G. and RUSSELL, C.T., Motion and structure of the magnetopause, *J. Geophys. Res.*, 76, 1673-1696, 1971.
- AXFORD, W.I., The interaction between the solar wind and the Earth's magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 67, 3791-3796, 1962.
- AXFORD, W.I., Viscous interaction between the solar wind and the Earth's magnetosphere, *Planet. and Space Sci.*, 12, 45-53, 1964.
- AXFORD, W.I., Magnetospheric convection, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 7, 421-459, 1969.
- AXFORD, W.I. and HINES, C.O., A unifying theory of high-latitude geophysical phenomena and geomagnetic storms, *Can. J. Phys.*, 39, 1433-1464, 1961.
- AXFORD, W.I., PETSCHKE, H.E. and SISCOE, G.L., Tail of the magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 70, 1231-1236, 1965.
- BAKER, D.A. and HAMMEL, J.E., Experimental studies of the penetration of a plasma stream into a transverse magnetic field, *Phys. Fluids*, 8, 713-722, 1965.

- BAVASSANO-CATTANEO, M.B. and FORMISANO, V., Low energy electrons and protons in the magnetosphere, *Planet. Space Sci.*, 26, 51-63, 1978.
- BEARD, D.B., The interaction of the terrestrial magnetic field with the solar corpuscular radiation, *J. Geophys. Res.*, 65, 3559-3568, 1960.
- BEARD, D.B., The solar wind geomagnetic field boundary, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 2, 335-365, 1964.
- BEARD, D.B. and CHOE, J.Y., The magnetospheric boundary, in "Correlated interplanetary and magnetospheric observations", ed. by D.E. Page, D. Reidel Pub. Co., Dordrecht, Holland, p. 97-114, 1974.
- BOSTIK, W.H., Experimental study of ionized matter projected across a magnetic field, *Phys. Rev.*, 104, 292-299, 1956.
- BUNEMAN, O., Dissipation of currents in ionized media, *Phys. Rev.*, 115, 503, 1959.
- BUNEMAN, O., Maintenance of equilibrium by instabilities, *J. Nucl. Energy*, C2, 119, 1961.
- BURLAGA, L.F., LEMAIRE, J. and TURNER, J.M., Interplanetary current sheets at 1 AU, *J. Geophys. Res.*, 82, 3191-3200, 1977.
- CAHILL, L.J. and AMAZEEN, P.G., The boundary of the geomagnetic field, *J. Geophys. Res.*, 68, 1835-1843, 1963.
- CAP, F.F. and LEUBNER, M.P., A model of the magnetopause using an angular distribution function for the incident particles, *J. Geophys. Res.*, 79, 5304-5306, 1974.
- CAP, F.F., LEUBNER, M.P. and STOSSEL, F.P., New theoretical aspects of the shape of the magnetospheric boundary, in "The scientific satellite programme during the IMS study", ed. K. Knott and B. Battrock, Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland, p. 169-186, 1976.
- CAUFFMAN, D.P. and GURNETT, D.A., Satellite measurements of high-latitude convection electric fields, *Space Sci. Rev.*, 13, 369-410, 1972.

- CHAPMAN, S. and FERRARO, V.C.A., A new theory of magnetic storms : Part I - The initial phase, Terr. Magn. Atmos. Electr., 36, 77-97; 171-186, 1931.
- CHAPMAN, S. and FERRARO, V.C.A., A new theory of magnetic storms : Part I - The initial phase, Terr. Magn. Atmos. Electr., 37, 147-156; 421-429, 1932.
- CHAPMAN, S. and FERRARO, V.C.A., A new theory of magnetic storms : Part II - The main phase, Terr. Magn. Atmos. Electr., 38, 79-96, 1933.
- CHAPMAN, S. and FERRARO, V.C.A., The theory of the first phase of a geomagnetic storm, Terr. Magn. Atmos. Electr., 45, 245-268, 1940.
- CHAPMAN, S. and FERRARO, V.C.A., The geomagnetic ring current : I. Its radial stability, Terr. Magn. Atmos. Electr., 46, 1-6, 1941.
- CHOE, J.Y., BEARD, D.B. and SULLIVAN, E.C., Precise calculation of the magnetosphere surface for a tilted dipole, Planet. Space Sci., 21, 485-498, 1973.
- COWLEY, S.W.H., A qualitative study of the reconnection between the Earth's magnetic field and an interplanetary field of arbitrary orientation, Radio Science, 8, 903-913, 1973.
- CROOKER, N.U., Explorer 33 entry layer observations, J. Geophys. Res., 82, 515-522, 1977.
- DAVIES, C.M., Charge separation effects in the Ferraro-Rosenbluth cold plasma sheath model, Phys. Fluids, 10, 391-395, 1967.
- DAVIES, C.M., The boundary layer between a cold plasma and a confined magnetic field when the plasma is not normally incident on the boundary, Planet. Space Sci., 16, 1249-1257, 1968.
- DAVIES, C.M., The structure of the magnetopause, Planet. Space Sci., 17, 333-338, 1969.
- DOLIQUE, J.M., Pénétration d'un faisceau neutralisé ions-électrons dans une barrière magnétique. Conditions portant sur la hauteur de la barrière, Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 256, 3984-3987, 1963a.

- DOLIQUE, J.M., Pénétration d'un faisceau neutralisé ions-électrons dans une barrière magnétique. Condition portant sur le gradient du champ magnétique, *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 256, 4170-4172, 1963b.
- DUNGEY, J.W., *Cosmic electrodynamics*, Cambridge University Press, 183 p, 1958.
- DUNGEY, J.W., Interplanetary magnetic field and the auroral zones, *Phys. Rev. Lett.*, 6, 47-48, 1961.
- EASTMAN, T.E., The plasma boundary layer and magnetopause layer of the Earth's magnetosphere, Ph. D. Thesis, The University of Alaska, Fairbanks, 1979.
- EASTMAN, T.E., HONES, E.W., Jr., BAME, S.J. and ASBRIDGE, J.R., The magnetospheric boundary layer : Site of plasma, momentum and energy transfer from the magnetosheath into the magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, 3, 685-688, 1976.
- EASTMAN, T.E. and HONES, E.W., Jr., Characteristics of the magnetospheric boundary layer and magnetopause layer as observed by IMP 6, *J. Geophys. Res.*, 84, 2019-2028, 1979a.
- EASTMAN, T.E. and HONES, E.W., Jr., The magnetopause layer and plasma boundary layer of the magnetosphere, in "Quantitative Modeling of Magnetospheric Processes", edited by W.P. Olson, Washington D.C., American Geophysical Union, *Geophys. Monogr. Ser.*, 21, 401-411, 1979b.
- EASTMAN, T.E. and GARY, S.P., Cross-field diffusion induced by the lower hybrid drift instability as a source for the plasma boundary layer, *Proceedings of the Sidney Chapman Conference on Magnetospheric Boundary Layers*, Alpbach 11-15 June 1979, edited by B. Battrock and J. Mort, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, ESA SP-148, 73, 1979. Submitted to *Geophys. Research Letters*.
- EVIATAR, A. and WOLF, R.A., Transfer processes in the magnetopause, *J. Geophys. Res.*, 73, 5561-5576, 1968.

- FAIRFIELD, D.H., Average and unusual locations of the Earth's magnetopause and bow shock, *J. Geophys. Res.*, 76, 6700-6716, 1971.
- FAIRFIELD, D.H., Waves in the vicinity of the magnetopause, in "Magnetospheric Particles and Fields", ed. by B.M. McCormac, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland, p. 67-77, 1976.
- FALTHAMMAR, C.-G., AKASOFU, S.-I and ALFVEN, H., The significance of magnetospheric research for progress in astrophysics, *Nature*, 275, 185-188, 1978.
- FERRARO, V.C.A., On the theory of the first phase of a geomagnetic storm : a new illustrative calculation based on an idealised (plane not cylindrical) model field distribution, *J. Geophys. Res.*, 57, 15-49, 1952.
- FERRARO, V.C.A. and DAVIES, C.M., Discussion of paper by E.N. Parker, "Confinement of a magnetic field by a beam of ions", *J. Geophys. Res.*, 73, 3605-3606, 1968.
- FORBES, T.G. and SPEISER, T.W., Mathematical models of the open magnetosphere : application to dayside auroras, *J. Geophys. Res.*, 76, 7542-7551, 1971.
- FORMISANO, V., DOMINGO, V. and WENZEL, K.P., The three-dimensional shape of the magnetopause, *Planet. Space Sci.*, 27, 1137-1149, 1979.
- FRANK, L.A., Plasma in the Earth's polar magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 76, 5202-5219, 1971.
- FRANK, L.A., ACKERSON, K.L. and LEPPING, R.P., On hot tenuous plasmas, fireballs, and boundary layers in the earth's magnetotail, *J. Geophys. Res.*, 81, 5859-5881, 1976.
- FREDRICKS, R.W., SCARF, F.L. and RUSSELL, C.T., Field-aligned currents, plasma waves, and anomalous resistivity in the disturbed polar cusp, *J. Geophys. Res.*, 78, 2133-2141, 1973.
- FREEMAN, J.W., Jr., WARREN, C.S. and MAGUIRE, J.J., Plasma flow directions at the magnetopause on January 13 and 14, 1967, *J. Geophys. Res.*, 73, 5719-5731, 1968.

- GRAD, H., Boundary layer between a plasma and a magnetic field, *Phys. Fluids*, 4, 1366-1375, 1961.
- GROBNER, W. and HOFREITER, N., *Integraltafel, Zweiter Teil, Bestimmte Integrale, Funfte, verbesserte Auflage*, Wien, Springer-Verlag, 204 p., 1973.
- HAERENDEL, G., Microscopic plasma processes related to reconnection, *J. Atm. Terr. Phys.*, 40, 343-353, 1978.
- HAERENDEL, G., PASCHMANN, G., SCKOPKE, N., ROSENBAUER, H. and HEDGECOCK, P.C., The frontside boundary layer of the magnetosphere and the problem of reconnection, *J. Geophys. Res.*, 83, 3195-3216, 1978.
- HARDY, D.A., HILLS, H.K. and FREEMAN, J.W., A new plasma regime in the distant geomagnetic tail, *Geophys. Res. Lett.*, 2, 169-172, 1975.
- HARDY, D.A., FREEMAN, J.W. and HILLS, H.K., Plasma observations in the magnetotail, in "Magnetospheric Particles and Fields", edited by B.M. McCormac, D. Reidel, Dordrecht, Holland, p. 89-98, 1976.
- HARRIS, E.G., On a plasma sheath separating regions of oppositely directed magnetic field, *Nuovo Cimento*, 23, 115-121, 1962.
- HEIKKILA, W.J., Criticism of reconnection models of the magnetosphere, *Planet. Space Sci.*, 26, 121-129, 1978.
- HEPPNER, J.P., Polar cap electric field distributions related to the interplanetary magnetic field direction, *J. Geophys. Res.*, 77, 4877-4887, 1972.
- HEPPNER, J.P., MAYNARD, N.C. and AGGSON, T.L., Early results from ISEE-1 electric field measurements, *Space Sci. Rev.*, 22, 777-789, 1978.
- HEWISH, A. and SYMONDS, M.D., Radio investigation of the solar plasma, *Planet. Space Sci.*, 17, 313-320, 1969.
- HINES, C.O., The magnetopause : A new frontier in space, *Science*, 141, 130-136, 1963.



- HONES, E.W., Jr., ASBRIDGE, J.R., BAME, S.J., MONTGOMERY, M.D., SINGER, S. and AKASOFU, S.I., Measurements of magnetotail plasma flow made with Vela 4B, *J. Geophys. Res.*, 77, 5503-5522, 1972.
- HONES, E.W., Jr., BAME, S.J. and ASBRIDGE, J.R., Proton flow measurements in the magnetotail plasma sheet made with IMP 6, *J. Geophys. Res.*, 81, 227-234, 1976.
- HOUMINER, Z., Power spectrum of small-scale irregularities in the solar wind, *Planet. Space Sci.*, 21, 1367-1379, 1973.
- IJIMA, T. and POTEIRA, T.A., Field-aligned currents in the dayside cusp observed by Triad, *J. Geophys. Res.*, 81, 5971-5979, 1976.
- INTRILIGATOR, D.S. and WOLFE, J.H., Evidence of a diffuse magnetopause boundary, *J. Geophys. Res.*, 77, 5480-5486, 1972.
- KAN, J.R., Equilibrium configurations of Vlasov plasmas carrying a current component along an external magnetic field, *J. Plasma Phys.*, 7, 445-459, 1972.
- KAN, J.R. and AKASOFU, S.-I., A model of the open magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 79, 1379-1384, 1974.
- KAUFMAN, R.L. and KONRADI, A., Explorer 12 magnetopause observations : Large-scale nonuniform motion, *J. Geophys. Res.*, 74, 3609-3627, 1969.
- KELLOG, P.J., Flow of plasma around the Earth, *J. Geophys. Res.*, 67, 3805-3811, 1962.
- KENNEL, C.F. and REES, M.H., Dayside auroral-oval plasma density and conductivity enhancements due to magnetosheath electron precipitation, *J. Geophys. Res.*, 77, 2294-2302, 1972.
- LANDAU, L. et LIFCHITZ, E., *Electrodynamique des milieux continus, Physique théorique, tome VIII*, 536 p., Editions Mir, Moscou, 1969.
- LEMAIRE, J., The magnetospheric boundary layer : A stopper region for a gusty solar wind, in "Quantitative Modeling of Magnetospheric Processes", edited by W.P. Olson, Washington D.C., American Geophysical Union, *Geophys. Mongr. Ser.*, 21, 412-422, 1979.

- LEMAIRE, J. and BURLAGA, L.F., Diamagnetic boundary layers : a kinetic theory, *Astrophys. Space Sci.*, 45, 303-325, 1976.
- LEMAIRE, J. and ROTH, M., Penetration of solar wind plasma elements into the magnetosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 40, 331-335, 1978.
- LEMAIRE, J. and SCHERER, M., Field-aligned distribution of plasma mantle and ionospheric plasmas, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 40, 337-342, 1978.
- LEMAIRE, J., RYCROFT, M.J. and ROTH, M., Control of impulsive penetration of solar wind irregularities into the magnetosphere by the interplanetary magnetic field direction, *Planet. Space Sci.*, 27, 47-57, 1979.
- LEMAIRE, J. and ROTH, M., Magnetic field distribution produced by solar wind plasmoids engulfed in the magnetosphere, paper presented at the "first international symposium on IMS results" at La Trobe University, Melbourne, Australia, 27 November - 1 December, 1979; submitted to *Planet. Space Sci.*, 1980.
- LEPPING, R.P. and BURLAGA, L.F., Geomagnetopause surface fluctuations observed by Voyager 1, *J. Geophys. Res.*, 7099-7106, 1979.
- LERCHE, I., On the boundary layer between a warm, streaming plasma and a confined magnetic field, *J. Geophys. Res.*, 72, 5295-5310, 1967.
- LERCHE, I. and PARKER, E.N., Non-equilibrium and enhanced mixing at a plasma-field interface, *Astrophys. J.*, 150, 731-732, 1967.
- LERCHE, I. and PARKER, E.N., Comments on "Steady state charge neutral models of the magnetosphere", *Astrophys. Space Sci.*, 8, 140, 1970.
- LEVY, R.H., PETSCHKE, H.E. and SISCOE, G.L., Aerodynamic aspects of the magnetospheric flow, *AIAA J.*, 2, 2065-2076, 1964.

- LONGMIRE, C.L., Elementary Plasma Physics, Interscience Publishers, New York, 296 p., 1963.
- McBRIDE, J.B., OTT, E., BORIS, J.P. and ORENS, J.H., Theory and simulation of turbulent heating by the modified two-stream instability, *Phys. Fluids*, 15, 2367-2383, 1972.
- McDIARMID, I.B., BUDZINSKI, E.E., WILSON, M.D. and BURROWS, J.R., Reverse polarity field-aligned currents at high latitudes, *J. Geophys. Res.*, 82, 1513-1518, 1977.
- MEAD, G.D., Deformation of the geomagnetic field by the solar wind, *J. Geophys. Res.*, 69, 1181-1195, 1964.
- MEAD, G.D. and BEARD, D.B., Shape of the geomagnetic field solar wind boundary, *J. Geophys. Res.*, 69, 1169-1179, 1964.
- MIDGLEY, J.E. and DAVIS, L., Jr., Calculation by a moment technique of the perturbation of the geomagnetic field by the solar wind, *J. Geophys. Res.*, 68, 5111-5123, 1963.
- MOZER, F.S., GONZALES, W.D., BOGOTT, F., KELLEY, M.C. and SCHUTZ, S., High-latitude electric fields and the three-dimensional interaction between the interplanetary and terrestrial magnetic fields, *J. Geophys. Res.*, 79, 56-63, 1974.
- MOZER, F.S., TORBERT, R.B., FAHLESON, U.V., FALTHAMMAR, C.-G., GONFALONE, A. and PEDERSEN, A., Electric field measurements in the solar wind, bow shock, magnetosheath, magnetopause and magnetosphere, *Space Sci. Rev.*, 22, 791-804, 1978.
- NEUGEBAUER, M., The enhancement of solar wind fluctuations at the proton thermal gyroradius, *J. Geophys. Res.*, 80, 998-1002, 1975.
- OLSON, W.P., The shape of the tilted magnetopause, *J. Geophys. Res.*, 74, 5642-5651, 1969.
- PALMER, I.D. and HONES, E.W., Jr., Characteristics of energetic electrons in the vicinity of the magnetospheric boundary layer at Vela orbit, *J. Geophys. Res.*, 83, 2584-2596, 1978.

- PARKER, E.N., Confinement of a magnetic field by a beam of ions, J. Geophys. Res., 72, 2315-2322, 1967a.
- PARKER, E.N., Small-scale nonequilibrium of the magnetopause and its consequences, J. Geophys. Res., 72, 4365-4374, 1967b.
- PARKER, E.N., Dynamical properties of the magnetosphere, in "Physics of the Magnetosphere", edited by R.L. Carovillano, J.F. McClay and H.F. Radoski, D. Reidel, Dordrecht, Netherlands, p. 3-64, 1968a.
- PARKER, E.N., Reply to Ferraro and Davies (1968), J. Geophys. Res., 73, 3607, 1968b.
- PARKER, E.N., Solar wind interaction with the geomagnetic field, Rev. Geophys., 7, 3-10, 1969.
- PASCHMANN, G., HAERENDEL, G., SCKOPKE, N., ROSENBAUER, H. and HEDGECOCK, P.C., Plasma and magnetic field characteristics of the distant polar cusp near local noon : The entry layer, J. Geophys. Res., 81, 2883-2899, 1976.
- PASCHMANN, G., SCKOPKE, N., HAERENDEL, G., PAPAMASTORAKIS, J., BAME, S.J., ASBRIDGE, J.R., GOSLING, J.T., HONES, E.W., Jr. and TECH, E.R., ISEE plasma observations near the subsolar magnetopause, Space Sci. Rev., 22, 717-737, 1978.
- PETSCHEK, H.E., Magnetic field annihilation, Proc. AAS-NASA Symp. Phys. Solar Flares, edited by W.N. Hess, Washington, D.C., NASA SP-50, 425-439, 1964.
- PETSCHEK, H.E., Reconnection and annihilation of magnetic fields, in "The Solar Wind", edited by R.J. Mackin, Jr. and M. Neugebauer, Pergamon Pres, New York, p. 221-228, 1966a.
- PETSCHEK, H.E., The mechanism for reconnection of geomagnetic and interplanetary field lines, in "The Solar Wind", edited by R.J. Mackin, Jr. and M. Neugebauer, Pergamon Press, New York, p. 257-273, 1966b.
- PHELPS, A.D.R., Interactions of plasmas with magnetic field boundaries, Planet. Space Sci., 21, 1497-1509, 1973.

- RALSTON, A. and WILF, H.S., Méthodes mathématiques pour calculateurs arithmétiques, Dunod, Paris, 482 p., 1965.
- ROSENBAUER, H., GRUNWALDT, H., MONTGOMERY, M.D., PASCHMANN, G. and SCKOPKE, N., HEOS 2 plasma observations in the distant polar magnetosphere : The plasma mantle, J. Geophys. Res., 80, 2723-2737, 1975.
- ROSENBLUTH, M.N., Dynamics of a pinched gas, dans "Magnetohydrodynamics", Ed. R. Landshoff, Stanford University Press, p. 57-66, 1957. Originellement publié dans "Los Alamos Laboratory Report LA-1850", 1954.
- ROTH, M., The plasmopause as a plasma sheath : a minimum thickness, J. Atmos. Terr. Phys., 38, 1065-1070, 1976.
- ROTH, M., Structure of tangential discontinuities at the magnetopause : the nose of the magnetopause, J. Atmos. Terr. Phys., 40, 323-329, 1978.
- ROTH, M., A microscopic description of interpenetrated plasma regions, Proceedings of Magnetospheric Boundary Layers Conference, Alpbach, 11-15 June 1979, edited by B. Battrock and J. Mort, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, ESA SP-148, 295-309, 1979.
- RUSSELL, C.T. and ELPHIC, R.C., Initial ISEE magnetometer results : magnetopause observations, Space Sci. Rev., 22, 681-715, 1978.
- SCHMIDT, G., Plasma motion across magnetic fields, Phys. Fluids, 3, 961-965, 1960.
- SCHMIDT, G., Physics of high temperature plasmas, Academic Press, New York and London, 1966.
- SCKOPKE, N. and PASCHMANN, G., The plasma mantle. A survey of magnetotail boundary layer observations, J. Atmos. Terr. Phys., 40, 261-278, 1978.
- SESHADRI, S.R., Fundamentals of plasma physics, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 545 p., 1973.

- SESTERO, A., Structure of plasma sheaths, *Phys. Fluids*, 7, 44-51, 1964.
- SESTERO, A., Charge separation effects in the Ferraro-Rosenbluth cold plasma sheath model, *Phys. Fluids*, 8, 739-744, 1965.
- SESTERO, A., Vlasov equation study of plasma motion across magnetic fields, *Phys. Fluids*, 9, 2006-2013, 1966.
- SONNERUP, B.U.O., Magnetic field re-connexion in a highly conducting incompressible fluid, *J. Plasma Phys.*, 4, 161-164, 1970.
- SONNERUP, B.U.O., Magnetopause structure during the magnetic storm of September 27, 1961, *J. Geophys. Res.*, 76, 6717-6735, 1971.
- SONNERUP, B.U.O., Magnetopause and boundary layer, in "Physics of Solar Planetary Environments", vol. 2, edited by D.J. Williams, Proceedings of International Symposium on Solar-Terrestrial Physics, Boulder Co., June 1976, Am. Geophys. U., p. 541-557, 1976.
- SONNERUP, B.U.O., Transport mechanisms at the magnetopause, invited paper presented at the AGU Chapman Conference on Magnetospheric Substorms and Related Plasma Processes, Los Alamos, NM, October 1978.
- SONNERUP, B.U.O. and CAHILL, L.J., Jr., Magnetopause structure and attitude from Explorer 12 observations, *J. Geophys. Res.*, 72, 171-183, 1967.
- SONNERUP, B.U.O. and LEDLEY, B.G., Magnetopause rotational forms, *J. Geophys. Res.*, 79, 4309-4314, 1974.
- SPREITER, J.R., SUMMERS, A.L. and ALKSNE, A.Y., Hydromagnetic flow around the magnetosphere, *Planet. Space Sci.*, 14, 223-253, 1966a.
- SPREITER, J.R., ALKSNE, A.Y. and ABRAHAM-SHRAUNER, B., Theoretical proton velocity distribution in the flow around the magnetosphere, *Planet. Space Sci.*, 14, 1207-1220, 1966b.
- SPREITER, J.R., ALKSNE, A.Y. and SUMMERS, A.L., External aerodynamics of the magnetosphere, in "Physics of the Magnetosphere", edited by R.L. Carovillano, J.F. McClay and H.R. Radoski, D. Reidel, Dordrecht, Holland, p. 301-375, 1968.

- SPREITER, J.R. and ALKSNE, A.Y., Comparison of theoretical predictions of the flow and magnetic field exterior to the magnetosphere with the observations of Pioneer 6, Planet. Space Sci., 16, 971-979, 1968.
- SPREITER, J.R. and ALKSNE, A.Y., Plasma flow around the magnetosphere, Rev. Geophys. Space Phys., 7, 11-50, 1969.
- STERN, D.P., A study of the electric field in an open magnetospheric model, J. Geophys. Res., 78, 7292-7305, 1973.
- STOREY, L.R.O. and CAIRO, L., On the boundary layer between a flowing plasma and a magnetic field. I- The conditions for equilibrium, Centre de Recherches en Physique de l'Environnement, Orléans, Tech. Note n° CRPE/63, 48 p., 1978.
- STOREY, L.R.O. and CAIRO, L., Kinetic theory of the boundary layer between a flowing isotropic plasma and a magnetic field, Proc. of Magnetospheric Boundary Layers Conference, Alpbach, 11-15 June 1979, edited by B. Battrock and J. Mort, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, ESA SP-148, 289-293, 1979.
- STRATTON, J.A., Electromagnetic theory, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 615 p., 1941.
- SU, S.-Y. and SONNERUP, B.U.O., On the equilibrium of the magnetopause current layer, J. Geophys. Res., 76, 5181-5188, 1971.
- THOMAS, J.O., RYCROFT, M.J., COLIN, L. and CHAN, K.L., The topside ionosphere. II. Experimental results from the Alouette 1 satellite, in "Electron Density Profiles in the Ionosphere and Exosphere", edited by J. Frihagen, North-Holland, Amsterdam, p. 322-357, 1966.
- TITHERIDGE, J.E., Ionospheric heating beneath the magnetospheric cleft, J. Geophys. Res., 81, 3221-3226, 1976.
- VOIGT, G.H., A static-state field-line reconnection model for the Earth's magnetosphere, J. Atmos. Terr. Phys., 40, 355-365, 1978.
- VOIGT, G.H., Influence of the interplanetary magnetic field on the position of the dayside magnetopause, Proc. of Magnetospheric Boundary Layers Conference, Alpbach, 11-15 June 1979, edited by B. Battrock and J. Mort, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, ESA SP-148, 315-321, 1979.

- WHITTEKER, J.H., The magnetospheric cleft - Ionospheric effects, J. Geophys. Res., 81, 1279-1288, 1976.
- WILLIS, D.M., The electrostatic field at the magnetopause, Planet. Space Sci., 18, 749-769, 1970.
- WILLIS, D.M., Structure of the magnetopause, Rev. Geophys. Space Phys., 9, 953-985, 1971.
- WILLIS, D.M., The microstructure of the magnetopause, Geophys. J.R. Astr. Soc., 41, 355-389, 1975.
- WILLIS, D.M., The magnetopause : microstructure and interaction with magnetospheric plasma, J. Atmos. Terr. Phys., 40, 301-332, 1978.
- YEH, T. and AXFORD, W.I., On the re-connexion of magnetic field lines in conducting fluids, J. Plasma Phys., 4, 207-229, 1970.