

issn 0065-3713

INSTITUT D'AERONOMIE SPATIALE DE BELGIQUE

3 · Avenue Circulaire

B · 1180 BRUXELLES

AERONOMICA ACTA

A - N° 401 - 1997

Fonctions de distribution
des vitesses des particules
s'échappant de l'ionosphère

par

V. PIERRARD

BELGISCH INSTITUUT VOOR RUIMTE-AERONOMIE

3 · Ringlaan

B · 1180 BRUSSEL

Avant-propos

Ce travail a été présenté comme thèse en vue de l'obtention du grade de Docteur en Sciences Physiques (février 1997, Université Catholique de Louvain-La-Neuve).

Voorwoord

Dit werk werd eerder voorgedragen als proefschrift tot het behalen van de graad van Doctor in de toegepaste Wetenschappen (february 1997, Université Catholique de Louvain-La-Neuve).

Foreword

This work has been submitted earlier in fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Physical Sciences (February 1997, Université Catholique de Louvain-La-Neuve).

Vorwort

Diese Dissertation wurde vorgestellt zur Erlangung der Doktorwürde in die angewandeten Wissenschaften (February 1997, Université Catholique de Louvain-La-Neuve).

Fonctions de distribution des vitesses des particules s'échappant de l'ionosphère

Viviane PIERRARD

Résumé

La thèse est consacrée au développement de modèles cinétiques permettant de décrire l'échappement des ions hors de l'ionosphère terrestre.

Dans la première partie, nous développons un nouveau modèle analytique non collisionnel sur la base d'une fonction qui est proche d'une distribution maxwellienne aux faibles énergies mais décroît en loi de puissance de la vitesse aux énergies très supérieures à l'énergie moyenne.

Les observations dans la magnétosphère montrent en effet que, aux énergies supérieures à l'énergie moyenne, les particules ont toujours un spectre d'énergie décroissant comme l'inverse d'une puissance de l'énergie: $F(E) \propto (E/E_0)^{-(\kappa+1)}$, et non pas comme une fonction exponentielle de l'énergie. Nous avons donc développé un nouveau modèle cinétique basé sur la fonction Kappa qui possède ces propriétés et qui est solution de l'équation de Vlasov régissant le transport des particules dans un gaz ou un plasma sans collisions.

Nous comparons les distributions de densité, température et de vitesse moyenne obtenues à l'aide de ce nouveau modèle exosphérique avec les anciennes distributions qui étaient basées sur la fonction de distribution des vitesses maxwellienne. Le cas maxwellien constitue un cas limite correspondant à une fonction Kappa d'indice $\kappa = \infty$.

Avec ce nouveau modèle exosphérique, nous montrons qu'il est possible d'obtenir des gradients de température positifs comparables à ceux qui sont observés dans la magnétosphère sans ajouter de mécanismes ad hoc tels que d'hypothétiques interactions ondes-particules. Nous montrons également les conséquences intéressantes que l'excédent de particules suprathermiques peut avoir sur les flux de précipitation des électrons auroraux, sur la vitesse du vent polaire et sur celle du vent solaire.

Mais les collisions ne sont pas négligeables à basse altitude. La fonction de distribution des vitesses doit en réalité être déterminée à partir de l'équation de Fokker-Planck tenant compte des collisions entre particules chargées dans un plasma.

C'est pourquoi dans la seconde partie de cette thèse de doctorat, nous développons un nouveau modèle cinétique collisionnel de vent polaire, dans lequel on ne néglige plus l'effet des collisions coulombiennes.

Nous nous restreignons à étudier la fonction de distribution des vitesses des ions H^+ qui est un constituant minoritaire de l'ionosphère terrestre, principalement composée d'ions O^+ et d'électrons. Nous supposons que la fonction de distribution des vitesses des ions O^+ est connue. Une méthode spectrale est utilisée pour résoudre l'équation indépendante du temps et obtenir la distribution des vitesses à 3 dimensions des ions légers en fonction de l'altitude. Nous déterminons les conditions aux limites à imposer afin d'obtenir des solutions physiquement valables dans le cas du vent polaire.

Les résultats de ce modèle cinétique sont comparés avec les résultats de précédents modèles cinétiques, hydrodynamiques et Monte Carlo ainsi qu'avec les observations de vent polaire. Nous montrons la bonne concordance des résultats du modèle avec les observations et insistons sur les effets des collisions coulombiennes sur la fonction de distribution des vitesses.

Samenvatting

De thesis is gewijd aan de ontwikkeling van kinetische modellen voor het beschrijven van het ontsnappen van ionen buiten de aard-ionosfeer.

In het eerste gedeelte ontwikkelen wij een nieuw collisionsvrij analytisch model, uitgaand van een functie die de Maxwell-distributie benadert bij zwakke energiewaarden, maar afneemt volgens de snelheidspotentiewet bij snelheden boven het gemiddelde.

Waarnemingen in de magnetosfeer tonen namelijk aan dat de deeltjes bij energiewaarden boven het gemiddelde steeds een energiespectrum bezitten dat omgekeerd afneemt volgens de energiemacht: $F(E) \propto (E/E_0)^{-(\kappa+1)}$, en niet als exponentiële energiefunctie. Wij hebben derhalve een nieuw kinetisch model uitgewerkt op basis van de Kappa functie, die bedoelde eigenschappen bezit en een oplossing vertegenwoordigt van de Vlasov vergelijking betreffende de stroom van de deeltjes in een collisionsvrij gas of plasma.

Wij vergelijken de met dit nieuw exospherisch model verkregen distributies van de dichtheid, temperatuur en gemiddelde snelheid met de vroegere distributies gebaseerd op de Maxwellse snelheidsdistributiefunctie. De Maxwell is een grensgeval dat overeenstemt met een Kappa functie $\kappa = \infty$.

Met behulp van dit nieuw exospherisch model tonen wij aan dat het mogelijk is positieve temperatuurgradiënten te verkrijgen, vergelijkbaar met die van de magnetosfeer, zonder een beroep te doen op ad hoc mechanismen zoals hypotetische interacties van golven en deeltjes. Tevens belichten wij de interessante mogelijke gevolgen van de overtollige suprathermische deeltjes voor de neerslagstromen van de dageraadelektronen, voor de snelheid van de poolwind en voor die van de zonnwind.

Botsingen zijn echter op zwakke hoogte niet te verwaarlozen. De snelheidsdistributiefunctie moet feitelijk bepaald worden op grond van de Fokker-Planck vergelijking, met inachtneming van de botsingen van geladen deeltjes in een plasma.

Daarom ontwikkelen wij in een tweede gedeelte van onderhavige doctoraatsthesis een nieuw collisioneel kinetisch poolwindmodel, waarin de uitwerking van de Coulombse botsingen niet meer genegeerd wordt. Wij beperken ons tot de studie van de snelheidsdistributiefunctie van de ionen H^+ , een minderheidsbestanddeel van de aardionosfeer, die hoofdzakelijk bestaat uit O^+ ionen en elektronen. Wij nemen aan dat de snelheidsdistributiefunctie van de O^+ ionen gekend is. Een spectrale methode wordt toegepast voor het oplossen van de Fokker-Planck vergelijking en het verkrijgen van de 3-dimensionale snelheidsdistributie der lichte ionen als functie van de hoogte. Wij bepalen de vereiste grensvoorwaarden voor het uitwerken van fysisch relevante oplossingen betreffende de poolwind.

De resultaten van dit kinetisch model worden vergeleken met die van vroegere, kinetische, hydrodynamische en Monte Carlo modellen, alsmede met de waarnemingen inzake de poolwind. Wij tonen de goede overeenstemming aan tussen de resultaten van het model en de waarnemingen, en beklemtonen de uitwerking van de Coulombse botsingen op de snelheidsdistributiefunctie.

Zusammenfassung

Diese Arbeit schildert die Entwicklung kinetischer Modelle zur Erläuterung des Entweichens von Ionen ausserhalb der Erdionosphäre.

Im erste Teil entwickeln wir ein neues aufpralloses analytisches Modell aufgrund einer Funktion, die bei schwachen Energien einer Maxwell'schen Verteilung nahe kommt, jedoch bei Energien, die weit über dem Durchschnitt liegen, nach dem Geschwindigkeitspotenzgesetz abnimmt.

Die Beobachtungen in der Magnetosphäre zeigen nämlich, dass oberhalb der durchschnittlichen Energie, das Energiespektrum der Teilchen immer als Kehrwert einer Energiepotenz abnimmt: $F(E) \propto (E/E_0)^{-(\kappa+1)}$ und nicht als Exponentialfunktion der Energie. Daher wurde aufgrund der Kappa-Funktion ein neues, diese Eigenschaften aufweisendes kinetisches Modell entwickelt, das eine Lösung der Vlasov'schen Gleichung über den Teilchentransport im aufprallosen Gas oder Plasma darstellt. Die mit Hilfe dieses neuen exosphärischen Modells erhaltenen Dichte-, Temperatur- und durchschnittliche Geschwindigkeitsverteilungen werden mit den alten, auf die Verteilungsfunktion der Maxwell'schen Geschwindigkeiten gegründeten Verteilungen verglichen. Der Maxwell'sche Fall ist ein Grenzfall, der einer Tiefzahl Kappa-Funktion, $\kappa = \infty$, entspricht.

Mit diesem neuen exosphärischen Modell zeigen wir, dass positive mit den in der Magnetosphäre beobachteten vergleichbare Temperaturgradienten erreicht werden können, ohne ad hoc Mechanismen, wie z. B. etwaige Wellen-Teilchen-Wechselwirkungen hinzuzufügen. Des weiteren zeigen wir die interessanten Auswirkungen, die der Überschuss suprathemischer Teilchen auf die Niederschlagsströmung der Polarlichtelektronen, auf die Geschwindigkeit des Polar- und die des Sonnenwindes haben kann.

Kollisionen sind jedoch in geringeren Höhenlagen nicht unbedeutend. In Wirklichkeit ist die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion aufgrund der Fokker-Planck-Gleichung zu bestimmen, unter Berücksichtigung des Aufpralls von geladenen Teilchen in einem Plasma.

Deshalb wird im zweiten Teil dieser Doktorarbeit ein neues kinetisches Polarwind-Kollisionsmodell entwickelt, in dem die Wirkung der Coulombschen Kollision nicht mehr vernachlässigt wird.

Wir beschränken uns auf die Untersuchung der Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der H^+ -Ionen, die in der hauptsächlich aus O^+ -Ionen und Elektronen bestehenden Erddionosphäre eine Minderheitskomponente bilden. Die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der O^+ -Ionen wird als bekannt vorausgesetzt.

Durch eine spektrale Methode geben wir der Gleichung eine zeitunabhängige Lösung und gewinnen so eine dreidimensionale Geschwindigkeitsverteilung der leichten Ionen aufgrund der Höhenlage. Sodann legen wir die notwendigen Grenzbedingungen fest, um im Fall des Polarwindes physikalisch brauchbare Ergebnisse zu erhalten.

Die Ergebnisse dieses kinetischen Modells werden mit den früheren kinetischen, hydrodynamischen und Monte Carlo-Resultaten sowie mit Polarwind-Beobachtungen verglichen. Wir zeigen die gute Übereinstimmung zwischen Ergebnissen des Modells und den Beobachtungen und insbesondere der Wirkungen der Coulombschen Kollisionen auf die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion.

Abstract

In this work, we have developed new kinetic models describing the escapement of charged particles outside the ionosphere.

In the first part of the thesis, we have developed a new kinetic model for the collisionless exosphere. Most of the earlier exospheric models assumed that the velocity distribution function of the particles is a maxwellian function. But the observations in the magnetosphere show that the particles generally have an energy spectrum decreasing as a power law of energy: $F(E) \propto (E/E_0)^{-(\kappa+1)}$ for energy larger than the mean energy of the particles. Their spectrum is not an exponential function of energy. Thus we have developed a kinetic model on the Kappa velocity distribution function which has these properties and is solution of the Vlasov equation describing the transport of particles in a collisionless plasma.

We applied the Kappa exospheric model to the edge of the plasmasphere, to the polar wind and to the field-aligned currents observed in the aurora. We compare the density, temperature and mean velocity distributions obtained with the Kappa model with the earlier distributions based on maxwellian functions. We show that the positive temperature gradients are comparable to those observed in the magnetosphere. There is no need to add ad hoc heating mechanisms like hypothetical wave-particle interactions. The excess of suprathermic particles has also interesting consequences on the auroral precipitation fluxes and on the polar and solar wind velocities.

At low altitudes, the collisions are not negligible and the analytic model used in the first part is not available. The velocity distribution function of the particles have to be determined by the Fokker-Planck equation for charged particles in a plasma. In the second part of the thesis, we develop a collisional kinetic model for the polar wind. We take into account the effects of the Coulomb collisions in the transition region between the collision dominated barosphere and the collisionless exosphere. We studied especially the velocity distribution function of the minor constituent H^+ of the polar terrestrial ionosphere in a plasma composed in majority by O^+ ions. A spectral method is used to solve the Fokker-Planck equation and obtain the stationary velocity distributions function of the H^+ ions as a function of the altitude. We determine the boundary conditions to impose to obtain physical solutions in the polar wind.

The results of our kinetic model are compared to those of earlier kinetic models, hydrodynamic models, Monte Carlo simulations and polar wind observations. We show the advantages and limits of our model compared to other models. We insist on the transformation of the velocity distribution function of the particles in the transition region between the collision dominated region and the collisionless region.

Table des matières

Introduction	1
Partie 1: Modèle cinétique sans collisions	11
1 Exosphère: théorie du nouveau modèle cinétique Kappa	11
1.1 Régions de la magnétosphère	11
1.2 Altitude de l'exobase	13
1.2.1 Hauteur d'échelle	13
1.2.2 Libre parcours moyen	13
1.2.3 Exobase aux basses latitudes	15
1.2.4 Exobase aux hautes latitudes	15
1.3 Les champs de forces extérieures	17
1.3.1 La distribution du champ magnétique	17
1.3.2 La distribution du champ gravifique	18
1.3.3 La distribution du champ électrique	19
1.4 L'équation de Vlasov	21
1.5 Fonction de distribution des vitesses	22
1.5.1 La fonction de distribution des vitesses localement maxwellienne	22
1.5.2 La fonction de distribution des vitesses localement Kappa . . .	23
1.6 Les trajectoires des particules	26
1.7 Calcul des moments de la distribution Kappa	30
1.7.1 Définitions des grandeurs physiques	33
1.7.2 Expressions analytiques des moments de la fonction Kappa . .	35
2 Applications du modèle exosphérique Kappa	37
2.1 La région en bordure de la plasmasphère	37
2.1.1 Hypothèses de base de la modélisation	38
2.1.2 Protonosphère	39
2.1.3 Chauffage de la plasmasphère	42
2.1.4 Effet de filtrage des vitesses	43

2.1.5	Exosphère composée de H^+ , O^+ et e^-	47
2.2	Vent polaire	49
2.2.1	Hypothèses de base de la modélisation	50
2.2.2	Comparaison des résultats et des observations	52
2.3	Courants électriques alignés	55
2.3.1	Hypothèses de base de la modélisation	56
2.3.2	Comparaison des résultats et des observations	57
2.4	Autres applications possibles du modèle	60
2.5	Discussion	62
Partie 2: Modèle cinétique avec collisions		69
3	Région de transition: théorie du modèle cinétique collisionnel	69
3.1	L'équation de Fokker-Planck	70
3.1.1	L'équation de Fokker-Planck sans collisions	71
3.1.2	Le terme de collision	72
3.2	Méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck	76
3.2.1	Décomposition spectrale de la solution suivant la variable $\mu = \cos \theta$	76
3.2.2	Calcul des dérivées de $f_i(r, y)$ par rapport à la vitesse réduite y	78
3.2.3	Résolution en altitude	80
3.3	Calcul des moments de la fonction de distribution des vitesses	82
4	Evaporation de l'ionosphère: solutions cinétiques collisionnelles	85
4.1	La fonction de distribution des vitesses localement maxwellienne	85
4.2	Conditions aux limites au niveau de référence	86
4.3	Fonction de distribution des vitesses suprathermique	88
4.4	Etude perturbative de la solution maxwellienne	89
4.4.1	Modification du flux	89
4.4.2	Analyse des résultats	90
4.4.3	Modification de la température	92
4.4.4	Analyse des résultats	92
4.4.5	Analyse de la convergence du développement en polynômes	97
4.5	Application au vent polaire	98
5	Comparaison avec les précédents modèles de vent polaire	107
5.1	Les modèles hydrodynamiques	107
5.1.1	Hypothèses de base	107
5.1.2	Avantages et inconvénients des modèles hydrodynamiques	111
5.2	Les modèles cinétiques collisionnels	112
5.2.1	Résolution à deux conditions aux limites	112

TABLE DES MATIERES

iii

5.2.2	Avantages et inconvénients des modèles cinétiques	115
5.3	Les simulations Monte Carlo	116
5.3.1	Hypothèses de base	116
5.3.2	Avantages et inconvénients des simulations Monte Carlo	117
5.4	Autres modèles de vent polaire	119
5.5	Discussion	121
Conclusions et perspectives		125
 Annexes		 133
A	Libre parcours moyen d'une particule dans un plasma	133
B	Coefficients de diffusion et de friction	137
C	Les polynômes de Legendre	141
D	Utilité des polynômes orthogonaux	143
E	La méthode de Runge-Kutta	149
F	Article 1: Lorentzian ion exosphere model	151
G	Article 2: New model of magnetospheric current-voltage relationship	153
H	Article 3: A kinetic model of the solar wind with Kappa distributions in the corona	155
Références		157
Liste des figures		169
Liste des tables		171

Introduction

Dans toute atmosphère planétaire, les particules passent d'un régime dominé par les collisions à basse altitude à un régime faiblement collisionnel à haute altitude. La densité des particules diminue en effet avec l'altitude. Selon l'importance des collisions, le problème du transport des particules dans les gaz ou les plasmas atmosphériques est résolu de façon différente. Le passage du régime fortement collisionnel au régime faiblement collisionnel dans une atmosphère planétaire constitue un des problèmes fondamentaux de la théorie cinétique des gaz qui n'a pas encore été résolu de manière entièrement satisfaisante à ce jour.

Les régimes collisionnels et non-collisionnels se distinguent par la valeur du nombre de Knudsen. Celui-ci est défini par le rapport du libre parcours moyen¹ des particules du gaz et d'une longueur représentative de l'échelle des gradients des quantités physiques:

$$Kn = \frac{\text{Libre parcours moyen}}{\text{Hauteur d'échelle du système}}. \quad (0.1)$$

A basse altitude où $Kn \ll 1$, le système est dominé par les collisions. Cette région est généralement traitée à l'aide de la théorie hydrodynamique qui permet de calculer un certain nombre de quantités physiques telles que la densité n , la vitesse d'expansion u ou la température T qui sont des fonctions du temps et de la position dans l'espace (x, y, z) . Pour déterminer ces fonctions, on résout des équations de transport avec des conditions aux frontières à un instant initial t_0 . Ces équations de transport sont connues sous le nom d'équations hydrodynamiques.

A haute altitude où $Kn \gg 1$, le libre parcours moyen des particules devient très grand et les collisions peuvent être ignorées en première approximation. La théorie cinétique est alors utilisée pour déterminer la fonction de distribution des vitesses des particules. On obtient celle-ci en résolvant l'équation de Vlasov avec des conditions aux frontières à l'instant initial t_0 . Les différents moments de la fonction de distribution des vitesses correspondent aux quantités physiques telles que la densité, la température, les flux de particules et d'énergie.

Dans la région de transition où $Kn \simeq 1$, la fonction de distribution des vitesses des particules est plus difficile à obtenir mais peut être déterminée en résolvant

¹Distance moyenne parcourue par les particules entre deux collisions.

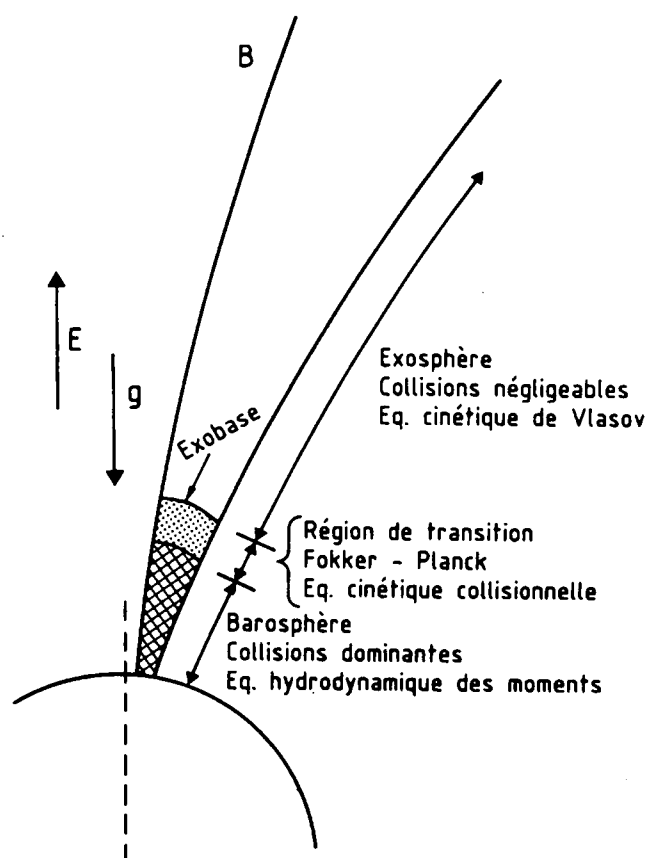


Figure 0.1. Illustration schématique des différentes régions de l'atmosphère ionique en fonction de leur régime collisionnel. Les formalismes généralement utilisés dans chaque région sont également indiqués.

l'équation de Boltzmann dans le cas de collisions binaires à courte portée lorsque les particules peuvent être assimilées par exemple à des sphères rigides, ou en résolvant l'équation de Fokker-Planck dans le cas de collisions coulombiennes qui sont des interactions à longue portée.

Les différentes régions de la barosphère (où $Kn \ll 1$), de la région de transition (où $Kn \simeq 1$) et de l'exosphère (où $Kn \gg 1$) sont illustrées dans la Figure 0.1. L'altitude où Kn devient égal à l'unité pour les atomes neutres est située vers 500 km dans l'atmosphère de la Terre. Cette altitude correspond à celle de l'exobase des atomes neutres. Dans le cas des ions et des électrons constituant l'ionosphère supérieure des régions polaires de la Terre, l'exobase est située entre 1000 et 3000 km d'altitude suivant la latitude et la température du plasma.

Exosphère ionique: modèles cinétiques

L'exosphère est la région située au-dessus de l'exobase où la densité est suffisamment faible pour que les collisions entre les particules de l'atmosphère y soient négligeables. En vue d'établir des modèles cinétiques de cette région, on suppose généralement que les particules n'y subissent plus aucune collision. Dans l'exosphère, qui s'étend de l'exobase jusqu'à l'infini, les particules se déplacent alors en vol libre sous l'influence des forces gravitationnelles, magnétiques et électriques lorsque les particules sont chargées électriquement. Ces modèles sont appelés des modèles exosphériques ou modèles cinétiques d'ordre zéro.

Les particules chargées effectuent un mouvement de giration autour des lignes du champ magnétique et leur centre de giration se déplace en suivant une direction parallèle aux lignes de champ magnétique. La structure quasi-dipolaire du champ magnétique terrestre confine donc les particules chargées des basses et moyennes latitudes à l'intérieur d'un volume annulaire encerclant la Terre parallèlement au plan équatorial. Par contre, le plasma ionosphérique des régions polaires peut s'échapper vers les régions éloignées de la queue magnétosphérique et finalement vers l'espace interplanétaire. L'équation de Boltzmann sans collision, aussi appelée équation de Vlasov, régit le transport des particules dans le plasma exosphérique. Lorsque la fonction de distribution des vitesses des particules est donnée à une altitude de référence (par exemple à l'exobase), la résolution de cette équation détermine la fonction de distribution des vitesses aux autres altitudes de l'exosphère. En l'absence de collisions, l'énergie des particules est une constante du mouvement et toute fonction des constantes du mouvement est solution de l'équation de Vlasov.

Des modèles exosphériques ont été développés dès 1923 [*Jeans*] pour évaluer le nombre de particules neutres s'échappant de l'exosphère d'une planète. Ce type de modèle a connu un regain d'attention dans les années 1960 et plusieurs générations de modèles exosphériques ont été développés durant les 40 dernières années [*Opik and Singer, 1961; Chamberlain, 1963; Brandt and Cassinelli, 1966; Lemaire and Scherer, 1970; 1983; Lemaire, 1972; Barakat and Lemaire, 1990; Wilson et al., 1992*].

Les modèles cinétiques ont permis d'étudier les distributions de particules neutres et ionisées dans l'exosphère. Les principales améliorations apportées au modèle exosphérique ont consisté à tenir compte de la rotation planétaire qui a pour effet de réduire la force gravifique à grande distance [*Lemaire, 1976*] et à tenir compte de conditions non symétriques dans les deux hémisphères [*Hartle, 1969*].

Des modèles cinétiques où les collisions sont prises en considération ont également été développés: on les appelle des modèles post-exosphériques. Des articles de synthèse sur les modèles cinétiques ont été publiés par *Lemaire and Scherer [1973b]* et *Fahr and Shizgal [1983]*.

Les modèles que nous développons dans cette thèse sont basés sur le formalisme cinétique.

Barosphère: Modèles hydrodynamiques

En dessous du niveau de l'exobase, les collisions ne peuvent pas être négligées et déterminent la fonction de distribution des vitesses des particules. La région dominée par les collisions est appelée barosphère et les équations de transport de l'hydrodynamique permettent d'y déterminer la distribution de densité, de vitesse d'expansion et de température du gaz neutre ou ionisé [*Banks and Holzer*, 1968, 1969; *Schunk*, 1975; *Raitt et al.*, 1975; *Gombosi et al.*, 1985; *Chen and Ashour-Abdalla*, 1990; *Demars and Schunk*, 1994]. Les équations hydrodynamiques peuvent être déduites de l'équation de Boltzmann ou de Fokker-Planck en calculant les moments appropriés de la fonction de distribution des vitesses. Le moment d'ordre zéro de la fonction de distribution des vitesses correspond par définition à la densité². Celle-ci est déterminée par l'équation de continuité du flux de matière. Le moment d'ordre un correspond au flux de particules et est déterminé par l'équation de conservation du moment d'impulsion. Le moment d'ordre deux correspond à la pression et est déterminé par l'équation de conservation de l'énergie. Des équations d'ordres supérieurs peuvent également être obtenues de façon similaire. Elles déterminent l'évolution dans le temps de la distribution spatiale des moments d'ordres supérieurs à deux [*Chapman and Cowling*, 1970; *Balescu*, 1988].

Cependant, chacune des équations déterminant la distribution spatiale et temporelle du moment d'ordre n contient également la valeur du moment d'ordre supérieur $n + 1$. Une relation doit donc être établie afin de fermer ce système infini d'équations de conservation: on utilise généralement des lois phénoménologiques obtenues sous l'hypothèse que la fonction de distribution des vitesses des particules est proche d'une fonction maxwellienne.

De plus amples détails sur les modèles hydrodynamiques et leur application au cas du vent polaire sont exposés au Chapitre 5. On appelle vent polaire le flux d'ions et d'électrons qui s'échappe de l'ionosphère terrestre aux hautes latitudes.

Région de transition: Modèles hybrides

Dans certaines régions de la plasmasphère, dans le vent polaire ou dans le vent solaire, le nombre de collisions est insuffisant pour justifier une approche hydrodynamique basée sur l'hypothèse que le plasma est dominé par les collisions et trop élevé pour privilégier une approche exosphérique non collisionnelle. Cette situation a conduit dans le passé à des controverses entre les partisans de chacune de ces approches.

²Dans ce travail, nous utilisons les termes généralement adoptés par l'ensemble des géophysiciens et astrophysiciens. Le terme de "densité" est ici utilisé pour désigner le nombre de particules par unité de volume, c'est-à-dire ce qui est appelé la "concentration" dans d'autres domaines de la physique.

Considérons le cas du vent solaire, par exemple, qui est constitué d'électrons et de protons s'échappant de la couronne du Soleil. Les modèles cinétiques d'ordre zéro [*Chamberlain*, 1960; *Jockers*, 1970; *Lemaire and Scherer*, 1971] reproduisent des densités, des vitesses moyennes d'expansion et des températures moyennes en bon accord avec les valeurs moyennes observées dans le vent solaire calme à 1 unité astronomique (UA). Néanmoins, ces modèles furent fortement critiqués dans les années 60 du fait qu'ils conduisent à des anisotropies de température trop élevées à grande distance. Par contre, les modèles hydrodynamiques [*Chapman*, 1961; *Parker*, 1963] donnent des anisotropies de température nettement moins élevées mais leur justification devient caduque au-delà de 7 rayons solaires environ.

Pourtant, l'approche hydrodynamique et l'approche cinétique non-collisionnelle sont complémentaires dans le sens où les équations de transport hydrodynamiques décrivent bien le transport du plasma dans la région dominée par les collisions à basse altitude, alors que l'équation de Vlasov peut s'appliquer au plasma sans collisions dans les hautes altitudes. *Lemaire* [1972] a combiné ces deux approches dans un modèle hybride, en supposant que la transition entre la barosphère et l'exosphère se réalise au travers de l'exobase. Ce type d'approche hybride n'élimine cependant pas les discontinuités à l'exobase des gradients de la densité et des autres moments de la fonction de distribution des vitesses.

En réalité, les particules de l'ionosphère passent de manière continue du régime collisionnel à basse altitude au régime non-collisionnel aux très hautes altitudes. Ce problème peut être résolu soit en utilisant des méthodes du type Monte Carlo, soit en résolvant l'équation de Fokker-Planck, c'est-à-dire en utilisant un formalisme cinétique tenant compte des collisions dans la région de transition. L'équation de Fokker-Planck permet de décrire la fonction de distribution des vitesses des particules dans la région de transition aussi bien que dans la région dominée par les collisions ou à haute altitude dans l'exosphère. Dans la région de l'exosphère, le terme de collision est négligeable par rapport au terme d'accélération due aux forces extérieures et à la force d'inertie. Notons que des simulations de type Monte Carlo ou "particules en cellules" (PIC) permettent également de traiter le problème du transport des particules dans les différentes régions collisionnelles. Bien que peu élégantes d'un point de vue mathématique, ces simulations permettent de tester a posteriori la validité des solutions obtenues par d'autres méthodes analytiques et numériques comme celle qui sera décrite dans la seconde partie de ce travail.

Présentation et intérêt de la première partie

Les modèles actuels d'exosphère ionique et de la région de transition ne rendent pas compte de l'ensemble des caractéristiques de l'exosphère terrestre (et solaire) et de la région de transition. C'est pourquoi il est intéressant de développer de nouveaux modèles.

La première partie de cette thèse est consacrée à un nouveau modèle cinétique d'exosphère ionique sans collisions. Dans la plupart des modèles cinétiques précédents, on a supposé que la fonction de distribution des vitesses à l'exobase est une fonction maxwellienne dont certaines classes de trajectoires de particules seraient éventuellement absentes. Ce choix est souvent justifié par le fait que les particules émergent d'une région où les collisions sont fréquentes et où l'on présume que la fonction de distribution des vitesses devrait être proche d'une fonction maxwellienne. Cependant, les observations dans la magnétosphère montrent que les particules ont généralement un spectre d'énergie décroissant comme l'inverse d'une puissance de l'énergie: $F(E) \propto (E/E_0)^{-(\kappa+1)}$ aux énergies supérieures à l'énergie moyenne des particules. Leur spectre n'est pas bien reproduit par une fonction exponentielle de l'énergie. Pour les grandes vitesses en particulier, les particules ont une fonction de distribution des vitesses non-maxwellienne. Nous avons donc développé un nouveau modèle cinétique basé sur une fonction de distribution des vitesses qui possède les caractéristiques suivantes:

- aux vitesses très supérieures à la vitesse moyenne, les particules ont un spectre d'énergie variant comme $E^{-(\kappa+1)}$ en fonction de l'énergie cinétique.
- aux faibles vitesses (ou énergies), la fonction de distribution des vitesses est proche d'une distribution maxwellienne.

La fonction Kappa possède ces propriétés. De plus, comme cette fonction ne dépend que de l'énergie totale des particules qui est une constante du mouvement, elle est solution de l'équation de Vlasov régissant le transport des particules dans un gaz ou un plasma sans collisions. C'est pourquoi nous pensons qu'il était intéressant de développer un nouveau modèle exosphérique sur la base d'une fonction Kappa au lieu de la fonction maxwellienne généralement utilisée par le passé.

Dans le second chapitre, nous appliquons ce nouveau modèle exosphérique à la région en bordure de la plasmasphère, au vent polaire et aux courants électriques alignés observés dans les aurores boréales. Nous comparons les distributions de densité, de température et de vitesse moyenne obtenues à l'aide du nouveau modèle exosphérique avec les anciennes distributions qui étaient basées sur la fonction maxwellienne. Le cas maxwellien constitue un cas limite correspondant à une fonction Kappa d'indice $\kappa = \infty$.

Nous montrons qu'il est possible d'obtenir des gradients de température positifs comparables à ceux qui sont observés dans la magnétosphère sans ajouter de mécanismes ad hoc tels que des interactions ondes-particules. Alors que de tels gradients positifs de température sont observés dans la magnétosphère de la Terre et des autres planètes, ils n'avaient jamais pu être expliqués par les précédents modèles exosphériques et hydrodynamiques sans invoquer des sources d'énergie supplémentaires ad hoc capables de chauffer le plasma.

L'excédent de particules suprathermiques a également des conséquences intéressantes sur les flux de précipitation des électrons auroraux et sur la vitesse du vent polaire. Nous montrons l'importance de ces effets en fonction de la valeur de l'indice κ .

Enfin, comme le problème d'expansion du plasma des couronnes stellaires est similaire au cas d'échappement du vent polaire hors de l'ionosphère terrestre, notre modèle a pu être utilisé pour étudier le cas du vent solaire par le Dr. M. Maksimovic, chercheur au Département de Physique Spatiale de l'Observatoire de Paris. Le modèle exosphérique Kappa appliqué au cas du vent solaire permet d'obtenir des vitesses d'expansion du vent solaire égales ou supérieures à 600 km/s, similaires à celles qui sont observées dans le vent solaire rapide au voisinage de la Terre sans ajouter de sources d'énergie supplémentaires ad hoc.

Présentation et intérêt de la seconde partie

A basse altitude, les collisions ne sont pas négligeables et le modèle analytique considéré dans la première partie n'est pas applicable. La fonction de distribution des vitesses doit en réalité être déterminée à partir de l'équation de Boltzmann tenant compte des collisions entre particules neutres ou de l'équation de Fokker-Planck pour des particules chargées dans un plasma.

Dans la seconde partie de cette thèse de doctorat, nous développons un nouveau modèle cinétique *collisionnel* de vent polaire. Ce modèle est un modèle cinétique d'ordre un ou modèle post-exosphérique. On y tient compte de l'effet des collisions coulombiennes dans la région de transition entre l'exosphère et la barosphère en résolvant l'équation de transport de Fokker-Planck. Nous étudions en particulier la fonction de distribution des vitesses du constituant minoritaire H^+ de l'ionosphère polaire de la Terre dans le plasma composé en majorité d'électrons et d'ions O^+ dont la distribution est supposée connue. Dans le vent polaire, les ions H^+ s'échappent avec des vitesses d'expansion supersoniques.

Une méthode spectrale spéciale est utilisée pour résoudre l'équation de Fokker-Planck indépendante du temps et ainsi obtenir la fonction de distribution des vitesses stationnaire des ions H^+ en fonction de l'altitude. Nous déterminons les conditions aux limites à imposer afin d'obtenir des solutions physiquement acceptables dans le cas du vent polaire.

Les résultats de ce modèle cinétique sont comparés avec les résultats de modèles exosphériques antérieurs, de modèles hydrodynamiques, ceux obtenus par des simulations de Monte Carlo ainsi qu'avec les observations de vent polaire. Nous montrons les avantages et les limites de notre modèle par rapport aux autres types de modèles ainsi que la bonne concordance des résultats avec les observations. Nous insistons particulièrement sur la transformation de la fonction de distribution des vitesses des

particules lorsqu'elles passent du régime fortement collisionnel de la barosphère au régime faiblement collisionnel dans l'exosphère.

Partie 1: Modèle cinétique sans collisions

Chapitre 1

Exosphère: théorie du nouveau modèle cinétique Kappa

Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les différentes régions de la magnétosphère. Après avoir évalué l'altitude de l'exobase et établi l'équation de Vlasov qui régit le transport des particules dans l'exosphère, nous décrivons les bases de la théorie cinétique utilisée pour décrire l'exosphère ionique terrestre. Nous expliquons la méthode utilisée pour développer un nouveau modèle exosphérique basé sur des fonctions de distribution des vitesses suprathermiques de type Kappa. Le modèle analytique tient compte des effets du champ gravitationnel, du champ électrique de polarisation et du champ magnétique.

1.1 Régions de la magnétosphère

Commençons par décrire brièvement ce que les observations ont révélé sur l'atmosphère ionique terrestre.

La magnétosphère de la Terre est définie comme la région de l'espace où sont confinées les lignes du champ magnétique d'origine terrestre. La structure géométrique du champ magnétique y est quasi-dipolaire jusqu'à des distances radiales de 4-5 rayons terrestres (R_T). A plus grande distance, le vent solaire comprime le champ magnétique terrestre du côté du Soleil¹ et détend les lignes de champ en une longue queue de plusieurs centaines de rayons terrestres du côté opposé au Soleil [*Lyons and Williams*, 1984]. Les lignes du champ magnétique sont dites "ouvertes" aux hautes latitudes ($\lambda > 75^\circ$) car elles sont interconnectées avec la queue de la magnétosphère ou l'espace interplanétaire. Aux basses et moyennes latitudes, les lignes de champ sont dites "fermées". La Figure 1.1 illustre la structure de la magnétosphère et les principales régions où le plasma est caractérisé par des densités et des températures

¹La magnétosphère s'étend jusqu'à environ 10 rayons terrestres dans la direction du Soleil.

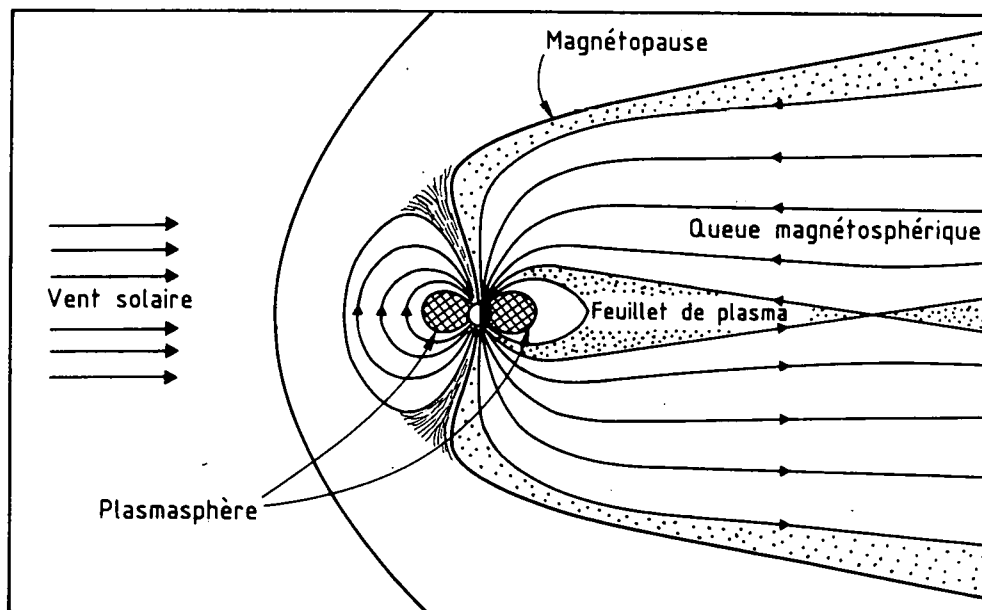


Figure 1.1. Structure de la magnétosphère [Russell, 1987].

différentes.

L'**ionosphère** est la partie de l'atmosphère qui s'étend de 50 km environ à plus de 1000 km au-dessus de la surface de la Terre et qui est partiellement ionisée. Elle est peuplée de particules relativement froides (densité électronique moyenne $n_e = 10^4 \text{ cm}^{-3}$, température moyenne $T_e = 2500 \text{ K}$). La **plasmasphère** constitue l'extension magnétosphérique de l'ionosphère aux basses et moyennes latitudes. Comme l'ionosphère, cette région toroïdale encerclant la Terre est relativement dense et remplie de plasma froid. La température y augmente graduellement en fonction de l'altitude. A la frontière extérieure de cette région toroïdale, on a observé que la distribution de la densité du plasma varie parfois d'un facteur 100 sur une distance équatoriale inférieure à $0.5 R_T$. Cette discontinuité dans la distribution radiale du plasma est appelée **plasmopause**. Au-delà de la plasmopause, vers la queue de la magnétosphère, s'étend le **feuillet de plasma** (ou **plasma sheet**) qui est peuplé de particules relativement chaudes ($n_e = 0.1 \text{ cm}^{-3}$, $T_e = 10^7 \text{ K}$). Cette région constitue en quelque sorte un réservoir d'électrons auroraux qui, en bombardant l'atmosphère supérieure, excitent des atomes neutres. En se désexcitant, les atomes émettent la lumière qui produit les aurores.

Afin de décrire l'échappement des ions hors de l'ionosphère vers la plasmasphère ou la queue magnétosphérique, différents modèles ont été proposés. Les modèles sont

Table 1.1. Valeurs typiques de la densité des particules neutres n_N , de la densité des électrons n_e , de la température des électrons T_e , de leur libre parcours moyen \bar{l}_e , de la hauteur d'échelle H_e et du rayon de giration moyen des électrons autour de la ligne de champ $r_{L,e}$ pour différentes altitudes dans l'ionosphère aux basses latitudes (nombres sans parenthèses) et aux hautes latitudes (nombres entre parenthèses) [Lemaire and Scherer, 1974].

ALT. KM	n_N cm ⁻³	n_e cm ⁻³	T_e °K	PRIN. -CIPAL ION	\bar{l}_e cm	H_e cm	$r_{L,e}$ cm
10000	1.10 ³	8.10 ² (3.10 ⁰)	5000 (3000)	H ⁺ (H ⁺)	1.10 ⁸ (9.10 ⁹)	3.10 ⁹ (5.10 ⁸)	150 (100)
3000	2.10 ⁴	5.10 ³ (6.10 ¹)	3000 (3000)	H ⁺ (O ⁺)	5.10 ⁶ (4.10 ⁸)	1.10 ⁹ (6.10 ⁷)	22 (20)
1000	7.10 ⁵	2.10 ⁴ (2.10 ⁰)	2500 (3000)	H ⁺ (O ⁺) He ⁺	9.10 ⁵ (2.10 ⁶)	5.10 ⁸ (4.10 ⁷)	10 (9)
300	1.10 ⁹	1.10 ⁶	1500	O ⁺	7.10 ³	-	6.5
170							
115	1.10 ¹²	1.10 ⁵	350	O ₂ ⁺ , Ca ⁺	8.10 ²	-	2.5
80	1.10 ¹⁵	5.10 ²	200	NO ⁺ O ₂ ⁺	8.10 ⁰	-	2.0

Cela implique que l'exobase des particules de grandes vitesses se situe à plus basse altitude que celle des particules de vitesses plus faibles. On a coutume de définir un niveau de référence unique, dépendant seulement de la température du plasma, en utilisant le libre parcours *moyen* des particules dont la vitesse est égale à la vitesse thermique moyenne:

$$\frac{m\langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3kT}{2} \quad (1.3)$$

où m est la masse des particules, v leur vitesse, T leur température et k est la constante de Boltzmann. A ce niveau de référence qui correspond à l'exobase, on a $Kn = 1$ où Kn était défini à l'équation (0.1).

Notons que le calcul du libre parcours moyen dépend de la forme de la fonction de distribution des vitesses des particules. Nous avons déterminé en Annexe A l'expression du libre parcours moyen des particules dans un plasma dont la fonction de distribution des vitesses (FDV) est une distribution Kappa isotrope et nous la comparons avec celle généralement utilisée dans le cas d'une distribution maxwellienne isotrope.

basés sur des formalismes différents selon la valeur du nombre de Knudsen défini à l'équation (0.1). Comme nous l'avons expliqué dans l'introduction, l'atmosphère ionique d'une planète ou d'une étoile peut être divisée en trois régions différentes, caractérisées par la valeur du nombre de Knudsen: la barosphère où les collisions sont dominantes ($Kn \ll 1$), la région de transition ($Kn \simeq 1$) et l'exosphère où les collisions sont peu importantes ($Kn \gg 1$). Dans la prochaine section, nous allons déterminer à quelles altitudes se situent ces différentes régions.

1.2 Altitude de l'exobase

Evaluons l'altitude où se situe la base de l'exosphère ionique de la Terre, qui est appelée **exobase**, c'est-à-dire l'altitude au-delà de laquelle le libre parcours moyen des particules chargées (\bar{l}) est supérieur à la hauteur d'échelle des densités (H) de l'atmosphère ionique. L'emplacement exact du niveau de l'exobase est affaire de convention: nous donnons ici l'altitude correspondant à un nombre de Knudsen égal à un.

1.2.1 Hauteur d'échelle

La hauteur d'échelle de la densité ionique et électronique dans l'atmosphère terrestre est évaluée à partir des mesures de densité d'électrons n_e :

$$H_e = - \left(\frac{d \ln n_e}{dr} \right)^{-1}. \quad (1.1)$$

Les mesures satellitaires montrent que la densité des particules dans l'ionosphère décroît plus rapidement avec la distance radiale aux hautes latitudes qu'aux basses et moyennes latitudes [Hoffman, 1970; Taylor, 1971; Comfort et al., 1985]. Par conséquent, la hauteur de l'exobase dépend de la latitude. Des valeurs typiques de la densité des particules neutres n_N , de la densité des électrons n_e et de la température des électrons T_e sont données dans la Table 1.1 pour différentes altitudes et latitudes.

1.2.2 Libre parcours moyen

Dans toute atmosphère planétaire, la fréquence des collisions diminue avec la distance radiale du fait de la décroissance de la densité avec l'altitude. En effet, le libre parcours moyen des particules est inversement proportionnel à la densité n . Dans le cas de collisions coulombiennes, le libre parcours moyen dépend également de manière cruciale de la vitesse relative v des particules [Spitzer, 1956]:

$$\bar{l} \propto \frac{v^4}{n}. \quad (1.2)$$

Au-delà d'une certaine altitude, le libre parcours moyen des particules devient toujours suffisamment grand pour que les collisions puissent être négligées. Considérons l'exobase comme la surface pour laquelle $Kn = 1$ [Jeans, 1923]. La comparaison aux différentes latitudes de la hauteur d'échelle H_e et du libre parcours moyen des électrons \bar{l}_e permet d'évaluer l'altitude de l'exobase. La Table 1.1 donne des valeurs typiques de H_e et \bar{l}_e pour différentes altitudes dans l'ionosphère aux basses latitudes (nombres sans parenthèses) et aux hautes latitudes (nombres entre parenthèses) [Lemaire and Scherer, 1974].

1.2.3 Exobase aux basses latitudes

Aux basses latitudes ($\lambda < 60^\circ$), l'exobase se confond pratiquement avec la surface de la plasmopause, où la densité du plasma décroît de manière discontinue d'un facteur 100 sur une très faible distance qui est inférieure à un demi rayon terrestre. La surface de la plasmopause est pratiquement parallèle à la ligne de champ magnétique croisant le plan équatorial à une distance de 4-5 R_T terrestres. La plasmopause peut se rapprocher de la Terre jusqu'à 2.5 R_T lors des périodes magnétiquement très perturbées.

La plasmasphère est constituée d'un plasma collisionnel. Néanmoins, avec une densité numérique de l'ordre de 500 cm^{-3} , les régions en bordure extérieure de la plasmasphère ne sont pas des régions dominées par les collisions². La Figure 1.2 illustre des profils typiques de densité électronique et ionique observés dans l'ionosphère aux basses latitudes et son extension à l'intérieur de la plasmasphère.

1.2.4 Exobase aux hautes latitudes

Lemaire and Scherer [1974] ont montré que, dans les régions de haute latitude, l'exobase ionique est située à beaucoup plus basse altitude³, entre 1000 et 3000 km. On peut considérer que les collisions sont négligeables au-dessus de 2000 à 3000 km d'altitude dans les régions polaires [Chan et al., 1966; Donley, 1968; Thomas and Andrews, 1969]. L'altitude approximative du niveau de l'exobase ionique aux différentes latitudes terrestres est illustrée dans la Figure 1.3.

²Le nombre de collisions subies par les ions de différentes énergies a été calculé par Lemaire [1989]. Un proton de 0.25 eV se déplaçant le long d'une ligne de champ croisant l'équateur à une distance de 4 rayons terrestres à l'intérieur de la plasmasphère y subit 5 collisions en moyenne sur son parcours le long de la ligne de force entre les deux hémisphères. Cependant, pour les protons de plus hautes énergies, ce nombre de collisions est significativement réduit. Par exemple, pour un proton de 2.3 eV, la fréquence de collisions est réduite d'un facteur 50.

³L'exobase de l'atmosphère neutre se situe environ à 500 km d'altitude. Le libre parcours moyen des particules neutres est beaucoup plus grand que celui des ions et des électrons. Les collisions entre particules neutres sont des collisions binaires à courte portée alors que les collisions coulombiennes entre ions sont à longue portée.

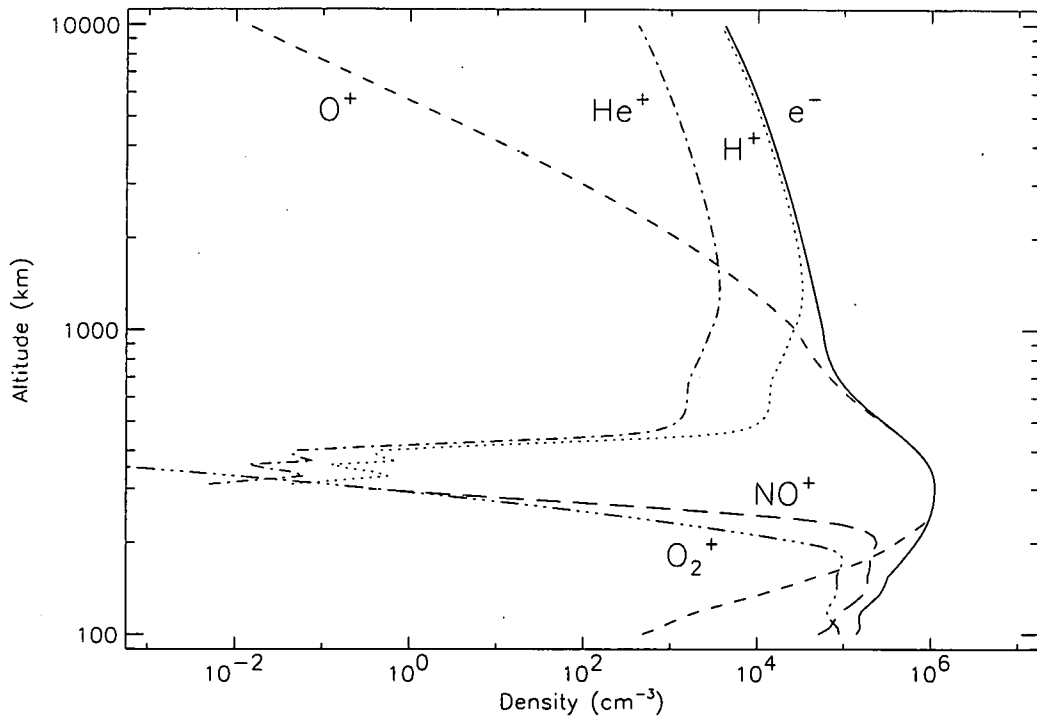


Figure 1.2. Profils des densité électronique et ionique typiques de l'ionosphère et de son extension dans la plasmasphère aux basses latitudes. Ce profil est obtenu à l'aide du modèle empirique IRI-90 donnant la densité des ions dans l'ionosphère terrestre en fonction de la latitude, de l'altitude ou des conditions d'activité solaire. Les données de IRI-90 sont basées sur de nombreuses mesures réalisées par sondages ionosphériques, radar à diffusion incohérente et satellites artificiels [Bilitza, 1990].

Dans les régions de hautes latitudes, le problème de l'exosphère se complique du fait de l'échappement d'ions légers (H^+ et He^+) provenant de l'ionosphère. Ce flux d'échappement a été appelé vent polaire [Axford, 1968] par analogie avec l'expansion du vent solaire [Parker, 1963]. Près des pôles ($\lambda > 75^\circ - 78^\circ$), les lignes de champ sont "ouvertes" et peuvent s'étendre à plusieurs centaines de rayons terrestres dans la queue magnétosphérique⁴. Les ions H^+ s'échappent le long de ces lignes de champ, avec des vitesses qui deviennent supersoniques à haute altitude [Banks and Holzer, 1968]. Les ions H^+ sont néanmoins des constituants minoritaires de l'atmosphère polaire, composée en majorité par des ions O^+ et des électrons aux altitudes inférieures à 5000 km.

⁴Les lignes de champ "fermées" s'étendent dans le plan équatorial jusqu'à une distance radiale de $10 R_T$ du côté jour et à une distance supérieure à $15 R_T$ du côté nuit.

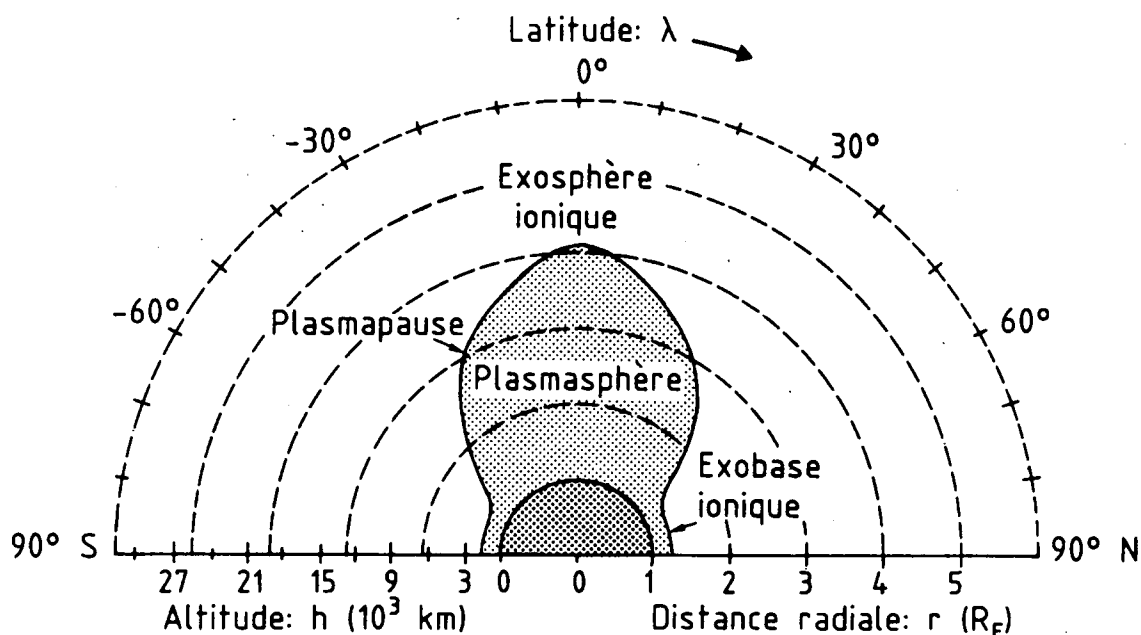


Figure 1.3. Altitude de l'exobase ionique en fonction de la latitude, d'après *Lemaire and Scherer* [1974].

1.3 Les champs de forces extérieures

Au-dessus du niveau de l'exobase, les particules sont supposées se déplacer sous l'influence des champs de forces extérieures, sans subir aucune collision. Le champ magnétique, le champ gravitationnel et le champ électrique déterminent le mouvement des particules chargées dans l'exosphère ionique. Dans le cas des particules neutres, seul le champ gravitationnel joue un rôle.

1.3.1 La distribution du champ magnétique

Le champ magnétique de la Terre peut, en très bonne approximation, être considéré comme un dipôle jusqu'à une distance radiale de 5 rayons terrestres. Au-delà de cette distance, les lignes de champ sont déformées sous l'effet des courants électriques induits dans la magnétosphère par le vent solaire (cf Figure 1.1).

Dans le nouveau modèle cinétique d'exosphère terrestre que nous avons développé comme dans les modèles antérieurs, le champ magnétique terrestre est supposé être un dipôle situé au centre de la Terre. Nous négligeons les perturbations d'ordre quadripolaire et multipolaire du champ magnétique terrestre. Ces complications géométriques n'apportent rien à la physique du problème.

L'intensité de l'induction magnétique B du dipôle est donnée par:

$$\frac{B(r, \lambda)}{B(r_0, \lambda_0)} = \frac{r_0^3 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}}{r^3 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_0}} \quad (1.4)$$

où λ et λ_0 sont respectivement les latitudes magnétiques à la distance radiale r et à l'exobase r_0 . L'équation d'une ligne de force magnétique dipolaire est donnée par:

$$r = LR_E \cos^2 \lambda \quad (1.5)$$

où LR_E est la distance équatoriale.

1.3.2 La distribution du champ gravifique

L'accélération gravifique est donnée par

$$g(r) = -\frac{d\phi_g}{dr} = -\frac{GM_T}{r^2} \quad (1.6)$$

où M_T est la masse de la Terre, G est la constante de gravitation universelle, $\phi_g = -GM_T/r$ le potentiel gravifique à la distance radiale r et $\phi_g = 0$ en $r = \infty$.

La force gravifique agissant sur une particule de masse m est dirigée radialement vers le centre de la Terre. Au-dessus des pôles magnétiques, la force gravifique mg est parallèle à la direction du champ magnétique. Mais partout ailleurs, cette force possède également une composante perpendiculaire à la direction du champ magnétique. La composante perpendiculaire n'a pas d'effet sur la distribution des particules le long d'un tube magnétique. Elle a pour seul effet d'induire un lent mouvement de dérive azimuthale perpendiculaire aux lignes de champ. La vitesse azimuthale due à la force gravifique est donnée par

$$\mathbf{v}_g = \frac{m\mathbf{g} \times \mathbf{B}}{ZeB^2} \quad (1.7)$$

où m est la masse des particules et Ze leur charge. Pour un proton situé à 2000 km d'altitude et ayant une latitude magnétique de 60° , la valeur de v_g est égale à 2×10^{-3} m/s. Cette vitesse de dérive azimuthale est petite vis-à-vis de la vitesse de corotation $v_E = |\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}| = 264$ m/s à cette même altitude et latitude. Elle est également petite vis-à-vis de la vitesse thermique v_T des protons dans le plasma ionosphérique dont la température est de 3000 K: $\langle v_T \rangle = \sqrt{3kT/m} = 8.6 \times 10^3$ m/s. La vitesse moyenne des protons dans la direction parallèle aux lignes de force est donnée par $\langle v_{\parallel} \rangle = \sqrt{kT/m} = 5 \times 10^3$ m/s.

La vitesse de dérive azimuthale due à la force gravifique peut donc être négligée par rapport à toutes les autres vitesses dans les situations considérées dans notre

travail. Nous ne considérerons que le mouvement des particules parallèlement aux lignes de forces magnétiques.

En vue de simplifier la géométrie du système, nous examinerons la distribution du plasma le long des lignes du champ magnétique pour lesquelles la force gravifique est parallèle au champ magnétique. Cette situation ne se rencontre qu'au-dessus des deux pôles magnétiques. La généralisation à des lignes de force non radiales complique la formulation géométrique et mathématique des équations sans toutefois changer les aspects physiques du problème. Une telle généralisation pourrait être envisagée dans une étude ultérieure où l'on souhaite tenir compte de la réduction de la composante parallèle de la force gravifique en raison de l'inclinaison des lignes de force par rapport à la direction radiale. Cette extension devrait se faire dans le cas où l'on voudrait comparer les résultats théoriques à une série d'observations spatiales. Mais dans cette thèse, nous sommes plutôt intéressés à étudier du point de vue théorique la déformation des fonctions de distribution des vitesses (FDV) dans la région de transition entre le régime collisionnel et le régime non-collisionnel (l'exosphère). Nous supposerons donc que la force gravifique est partout parallèle à **B**.

1.3.3 La distribution du champ électrique

Le champ gravifique induit au sein du plasma une faible séparation des charges positives et négatives du fait que la masse des ions positifs est beaucoup plus grande que celle des électrons de charges négatives. Dès lors, les électrons et les ions sont soumis à un champ électrique de polarisation qui rétablit la quasi-neutralité du plasma et est déterminé par la répartition des charges positives et négatives le long du tube de champ magnétique.

Lorsque le plasma est en équilibre hydrostatique dans le champ gravifique et électrique, le champ électrique de polarisation qui résulte de la séparation des charges est le champ électrique de *Pannekoek* [1922] et *Rosseland* [1924] dont la direction est opposée à la force gravifique mg . Ce champ empêche les électrons de diffuser par rapport aux ions sous l'effet de la force gravifique. Cette force est beaucoup plus grande pour les protons que pour les électrons du fait de leur masse. La présence du champ électrique de polarisation de Pannekoek-Rosseland permet d'assurer la quasi-neutralité locale du plasma.

Lorsque le plasma n'est pas en équilibre hydrostatique mais possède un mouvement d'ensemble vers l'extérieur, l'intensité du champ électrique est plus grande que celle correspondant au champ de Pannekoek-Rosseland [*Lemaire and Scherer*, 1969]. La force électrique agissant sur les ions s'oppose à la force gravifique. Dans le vent polaire et le vent solaire, la force électrique devient supérieure à la force gravifique et accélère les protons vers le haut. Ces derniers atteignent des vitesses supersoniques [*Lemaire and Scherer*, 1974].

La distribution du potentiel électrique V doit satisfaire à l'équation de Poisson

$$\nabla^2 V = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_j Z_j e n_j \quad (1.8)$$

où ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide, $Z_j e$ est la charge des différentes espèces de particules et n_j leur densité et où le champ électrique est

$$\mathbf{E} = -\nabla V. \quad (1.9)$$

Une densité de charge électrique

$$q = \sum_j Z_j e n_j \quad (1.10)$$

extrêmement faible ($q \simeq 10^{-9} n_e$) suffit à produire le champ électrique \mathbf{E} qui est requis pour assurer la quasi-neutralité du plasma [Lemaire and Scherer, 1974].

Dans les modèles exosphériques que nous étudions dans les chapitres suivants, la distribution radiale du champ électrique de polarisation \mathbf{E} n'est pas connue a priori, comme c'est le cas pour le champ magnétique et le champ gravifique. Nous devons déterminer E ou V en chaque point de manière à satisfaire l'équation de Poisson. Comme la distribution de densité des électrons $n_e(r)$ est très sensible à la distribution du potentiel électrique $V(r)$, nous pouvons déterminer celui-ci en cherchant, par une méthode itérative, la valeur pour laquelle la densité des électrons est en chaque point égale à la somme des densités des charges ioniques, c'est-à-dire que nous cherchons la distribution de $V(r)$ pour laquelle la quasi-neutralité du plasma est satisfaite.

Dès que l'on a ainsi déterminé $V(r)$ en un ensemble discret de points d'altitude croissante, il est possible d'en déduire par différentiation numérique l'intensité du champ électrique $E(r)$ en ces mêmes points à l'aide de l'équation (1.9). D'autre part, on peut calculer par une seconde différentiation numérique de $V(r)$ quelle est la distribution de densité de charge électrique $q(r)$ qui produit un tel champ électrique. On vérifie ainsi a posteriori que la solution de l'équation de neutralité du plasma [$\sum_j Z_j e n_j(V) = q = 0$] constitue une très bonne approximation de la solution de l'équation de Poisson.

La différence de potentiel électrique entre l'infini et un niveau de référence r_0 (par exemple l'exobase) est définie par

$$\int_{r_0}^{\infty} E_{\parallel} dl = -\Delta V. \quad (1.11)$$

Pour s'échapper définitivement du système, les électrons doivent avoir une énergie cinétique suffisante leur permettant de franchir la différence de potentiel $-e\Delta V - m\phi_g$. Leur flux d'échappement ou d'évaporation sera donc essentiellement contrôlé

par la valeur de ΔV , c'est-à-dire par la hauteur du puits de potentiel électrique dont les électrons doivent s'extraire pour s'éloigner à l'infini. Les électrons et les ions sortants créent des courants électriques parallèles aux lignes de forces magnétiques: les courants de Birkeland.

Dans le second chapitre, nous déterminerons la relation qui existe entre les courants électriques et la différence de potentiel ΔV entre l'infini et la base de l'exosphère. Nous verrons qu'il existe une différence de potentiel ΔV_0 pour laquelle la somme des courants partiels est nulle. Ceci correspond au cas du vent polaire.

Mais avant cela, établissons l'équation de Vlasov qui régit le transport des particules dans le plasma exosphérique.

1.4 L'équation de Vlasov

Dans les modèles cinétiques sans collisions (ou modèles exosphériques d'ordre zéro), on suppose que les particules sont en vol libre au-dessus du niveau de l'exobase. La distribution des vitesses des ions et des électrons dans l'exosphère ionique non collisionnelle y est alors régie par l'équation de Vlasov. Cette équation est aussi appelée "équation de Boltzmann sans collision":

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}})f_\alpha + (\mathbf{a} \cdot \nabla_{\mathbf{v}})f_\alpha = 0 \quad (1.12)$$

où $f_\alpha = f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ représente la fonction de distribution des vitesses des particules, \mathbf{v} désigne leur vecteur vitesse, \mathbf{r} leur position dans l'espace et \mathbf{a} l'accélération des particules dans le champ magnétique, le champ gravitationnel et le champ électrique. Le fait de négliger le terme de collision permet de déduire des expressions analytiques pour les distributions de densité et de flux.

Dans ce travail, nous étudions les solutions stationnaires de cette équation. En vertu du théorème de Liouville, toute fonction des constantes du mouvement est une solution de l'équation de Vlasov.

L'énergie totale est une constante du mouvement:

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} + m_\alpha \phi_g(r) + Z_\alpha eV(r) = \frac{m_\alpha v_0^2}{2} + m_\alpha \phi_g(r_0) + Z_\alpha eV(r_0) = \text{Cste} \quad (1.13)$$

où ϕ_g est le potentiel gravitationnel, V le potentiel électrique, m_α la masse des particules, $Z_\alpha e$ leur charge, v_0 leur vitesse à l'exobase et r_0 la distance radiale de l'exobase.

D'autre part, nous appliquons l'approximation du centre guide à l'exosphère c'est-à-dire que nous pouvons considérer que le rayon de giration des particules autour de la ligne de champ est largement inférieur au rayon de courbure des lignes de champ. Sous cette hypothèse, le moment magnétique est un invariant adiabatique:

$$\frac{m_\alpha v_\perp^2}{2B(r)} = \frac{m_\alpha v_{\perp 0}^2}{2B(r_0)} = \text{Cste.} \quad (1.14)$$

où B est l'intensité du champ magnétique⁵ et v_{\perp} est la composante de la vitesse perpendiculaire aux lignes de champ.

Le mouvement des particules chargées est déterminé par la loi de conservation de l'énergie totale et le premier invariant adiabatique. Les trajectoires des particules sont des hélices dont l'axe de rotation est parallèle à \mathbf{B} .

Lorsque la FDV est donnée comme condition aux frontières à la distance radiale r_0 de l'exobase, le théorème de Liouville permet d'obtenir la FDV à n'importe quelle distance $r > r_0$ dans l'exosphère:

$$f(r, v^2, v_{\perp}^2) = f_0(r_0, v_0^2, v_{0\perp}^2). \quad (1.15)$$

Les variables v^2 et v_{\perp}^2 calculées à la distance radiale r peuvent être déterminées à l'aide des équations (1.13) et (1.14) à partir de v_0^2 et $v_{0\perp}^2$ évaluées à l'exobase r_0 . L'équation de Vlasov et la fonction de distribution des vitesses en r_0 permettent donc de déterminer la FDV aux distances radiales $r > r_0$.

1.5 Fonction de distribution des vitesses

Il existe de nombreuses solutions de l'équation de Vlasov. Toutes les fonctions des constantes du mouvement sont des solutions de cette équation. La fonction de distribution maxwellienne et la fonction lorentzienne généralisée isotropes qui sont fonctions de l'énergie sont solutions de l'équation de Vlasov.

1.5.1 La fonction de distribution des vitesses localement maxwellienne

La FDV localement maxwellienne est définie par:

$$f_{\alpha}^M(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{n_{0\alpha}}{(\pi w_{\alpha}^2)^{3/2}} \exp\left(\frac{-v^2}{w_{\alpha}^2}\right) \exp\left[-\frac{R_{\alpha}(\mathbf{r})}{w_{\alpha}^2}\right] \quad (1.16)$$

où

$$w_{\alpha} = \sqrt{2kT_{0\alpha}/m_{\alpha}} \quad (1.17)$$

est la vitesse thermique et où $n_{0\alpha}$ et $T_{0\alpha}$ représentent respectivement la densité numérique et la température des particules au niveau de référence r_0 . Le spectre d'énergie donné par cette expression décroît exponentiellement avec l'énergie cinétique des particules.

⁵Les géophysiciens utilisent généralement le terme d'intensité du champ magnétique pour désigner l'induction magnétique.

La fonction localement maxwellienne décroît également exponentiellement avec l'énergie potentielle $R_\alpha(\mathbf{r})$ des particules qui est une fonction de la distance radiale:

$$\frac{R_\alpha(\mathbf{r})}{w_\alpha^2} = \frac{m_\alpha \phi_g(\mathbf{r}) + Z_\alpha eV(\mathbf{r}) - m_\alpha \phi_g(\mathbf{r}_0) - Z_\alpha eV(\mathbf{r}_0)}{kT_{0\alpha}} = q_\alpha(\mathbf{r}) \quad (1.18)$$

où V est le potentiel électrostatique induit dans le plasma par la séparation de charge des électrons et des ions dans le champ gravitationnel.

Bien qu'il existe une infinité d'autres fonctions de l'énergie totale et du moment magnétique des particules qui sont également solutions de l'équation de Vlasov, la fonction de distribution maxwellienne des vitesses a souvent été utilisée dans les modèles exosphériques [*Lemaire and Scherer*, 1970, 1973a, 1974, 1983; *Knight*, 1973; *Chiu and Schulz*, 1978; *Fridman and Lemaire*, 1980; *Lyons*, 1980, 1981; *Chiu et al.*, 1981; *Stern*, 1981]. Cette distribution avait déjà été adoptée antérieurement pour étudier l'échappement des atomes neutres d'une atmosphère planétaire par *Jeans* [1923].

Ce choix était justifié par le fait que la fonction maxwellienne (1.16) est également solution de l'équation de Boltzmann et de Fokker-Planck, correspondant à des régions où les collisions sont prédominantes et où le flux d'échappement est nul. En effet, dans la barosphère, le flux d'échappement des particules est faible et les collisions ont tendance à faire évoluer la fonction de distribution des vitesses vers une maxwellienne.

La fonction de Maxwell est donc une solution de l'équation de Vlasov. Néanmoins, les FDV observées dans les plasmas spatiaux et en particulier dans la magnétosphère ne sont généralement pas des fonctions maxwelliennes. C'est pourquoi dans la section suivante, nous envisageons une autre fonction, qui est également solution de l'équation de Vlasov, mais qui en outre permet d'ajuster les spectres d'énergie observés dans la magnétosphère.

1.5.2 La fonction de distribution des vitesses localement Kappa

Les ions et les électrons suprathermiques observés dans la magnétosphère n'ont pas des spectres qui décroissent exponentiellement avec l'énergie cinétique mais plutôt des spectres qui varient selon une loi de puissance de type $E^{-(\kappa+1)}$ où κ est un exposant déterminé empiriquement à partir des observations. La queue de la fonction de distribution des vitesses est généralement caractérisée par un excédent de particules de haute énergie. De telles distributions peuvent être représentées mathématiquement par des fonctions Kappa:

$$f_\alpha^\kappa(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}) = \frac{n_{0\alpha}}{2\pi(\kappa w_\alpha^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\Gamma(3/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa w_\alpha^2}\right)^{-(\kappa+1)} \quad (1.19)$$

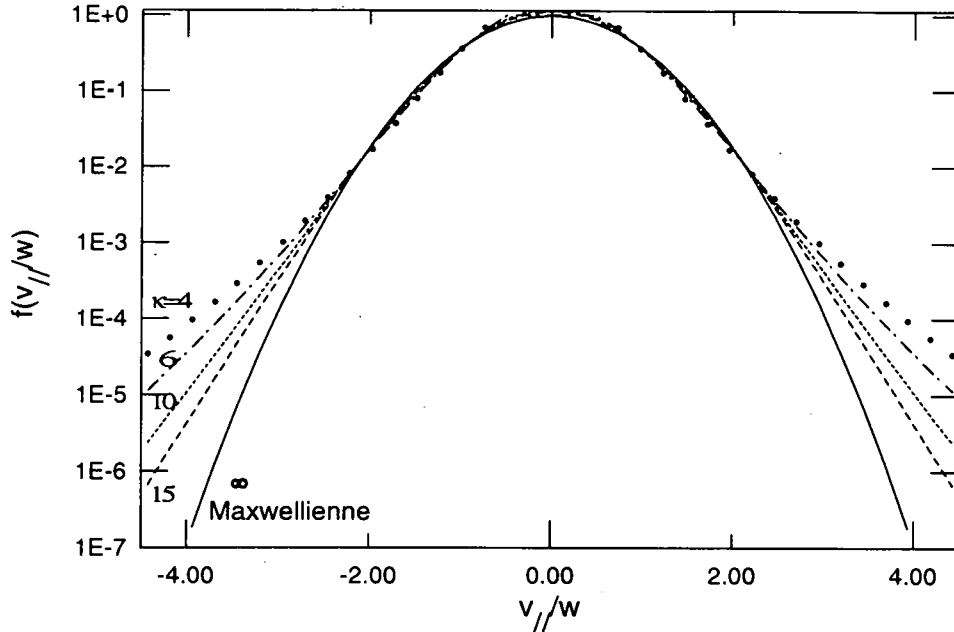


Figure 1.4. Exemples de fonctions Kappa pour différentes valeurs du paramètre κ . Pour les petites valeurs de la vitesse v , la fonction Kappa se différencie peu de la fonction maxwellienne, quelle que soit la valeur de κ . Pour les valeurs de v supérieures à la vitesse d'agitation thermique, la fonction Kappa décroît comme $v^{-2(\kappa+1)}$. Lorsque $\kappa \rightarrow \infty$, la fonction Kappa tend rapidement vers une maxwellienne.

où le paramètre κ est un réel supérieur ou égal à deux et $\Gamma(x)$ est la fonction Gamma.

Dans la Figure 1.4, nous avons représenté des fonctions Kappa pour différentes valeurs du paramètre κ . Les distributions Kappa se différencient principalement de la maxwellienne aux hautes énergies. En effet, elles décroissent en loi de puissance, donc beaucoup moins vite en fonction de l'énergie E ou de la vitesse v que la distribution maxwellienne. L'excédent de particules suprathermiques est d'autant plus important que la valeur du paramètre κ est petite. Par contre, lorsque la valeur de l'indice κ tend vers l'infini, la fonction Kappa tend vers une maxwellienne. Les fonctions Kappa, aussi appelées lorentziennes généralisées, forment donc une classe de FDV plus étendue que la maxwellienne: la fonction maxwellienne représente le cas limite $\kappa = \infty$.

Supposant que la FDV des particules à l'exobase est une fonction Kappa, la FDV à une autre altitude dans l'exosphère est alors donnée par:

$$\begin{aligned}
f_{\alpha}^{\kappa}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) &= \frac{n_{0\alpha}}{2\pi(\kappa w_{\alpha}^2)^{3/2}} A_{\kappa} \left[1 + \frac{v^2 + R_{\alpha}(\mathbf{r})}{\kappa w_{\alpha}^2} \right]^{-(\kappa+1)} \\
&= \frac{n_{0\alpha}}{2\pi(\kappa w_{\alpha}^2)^{3/2}} A_{\kappa} \left[1 + \frac{R_{\alpha}(\mathbf{r})}{\kappa w_{\alpha}^2} \right]^{-(\kappa+1)} \left[1 + \frac{v^2}{R_{\alpha}(\mathbf{r}) + \kappa w_{\alpha}^2} \right]^{-(\kappa+1)}
\end{aligned} \tag{1.20}$$

où

$$A_{\kappa} = \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\Gamma(3/2)} \tag{1.21}$$

et $R_{\alpha}(\mathbf{r})$ était donnée par l'équation (1.18). Ceci résulte de l'équation (1.15) et de l'équation de conservation de l'énergie totale (1.13).

Tout comme la distribution de Maxwell, la distribution Kappa est solution de l'équation de Vlasov, car elle conserve l'énergie totale des particules. Cette propriété justifie son utilisation pour un nouveau modèle d'exosphère.

Les fonctions Kappa furent introduites dans le domaine des plasmas magnétosphériques en 1968 par *Vasyliunas* pour ajuster les distributions de particules de plus de 1 MeV observées dans le feuillet de plasma. Depuis lors, la fonction Kappa a été utilisée à de nombreuses reprises pour ajuster les spectres d'énergie observés dans la magnétosphère de la Terre et des autres planètes [*Christon et al.*, 1988; *Summers and Thorne*, 1991; *Thorne and Summers*, 1991; *Meyer-Vernet et al.*, 1995] ainsi que dans le vent solaire [*Scudder*, 1994; *Maksimovic et al.*, 1996b].

La Figure 1.5 présente un exemple de spectre d'énergie électronique mesuré dans le feuillet de plasma et ajusté par une fonction Kappa, une fonction maxwellienne et une fonction exponentielle. La fonction Kappa donne clairement les meilleurs résultats, en particulier aux hautes énergies. Dans la magnétosphère terrestre, l'ajustement des spectres indique que la valeur de l'indice κ est généralement comprise entre 3 et 8 [*Lui and Krimigis*, 1981, 1983; *Gloeckler and Hamilton*, 1987; *Williams et al.*, 1988]. Comme ceci semble être une propriété générale des FDV des ions et des électrons magnétosphériques, nous supposons qu'il en est de même pour les particules ionosphériques. Les spectres d'énergie des particules ionosphériques n'ont pas encore été déterminés de manière expérimentale en raison de la difficulté de mesurer des flux de particules dont l'énergie est inférieure à 1 eV. Cette difficulté est liée au fait que des différences de potentiel s'établissent entre les satellites artificiels et le milieu ambiant. Ces différences de potentiel sont souvent supérieures à 1 Volt et varient continuellement en fonction du temps.

Du fait de ses diverses propriétés détaillées ci-dessus, la fonction Kappa peut être utilisée pour développer un nouveau modèle d'exosphère ionique. En effet, la fonction Kappa est solution de l'équation de Vlasov régissant le transport des particules dans un plasma non collisionnel. En outre, elle ajuste bien les spectres observés dans les plasmas spatiaux et constitue une généralisation du cas maxwellien

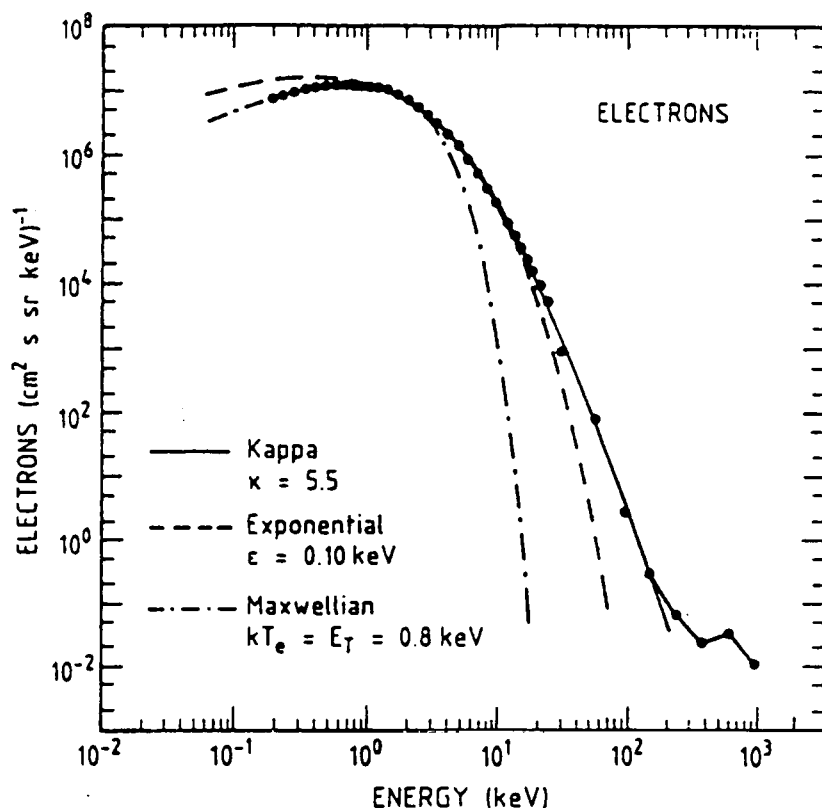


Figure 1.5. Exemple d'ajustements d'un spectre d'énergie de particules observées dans le feuillet de plasma de la magnétosphère. La distribution d'énergie des électrons, de 0.215 keV à 45 keV (observations LEPDEEA de *Frank et al.* [1978] à bord du satellite ISEE1) et de 22.5 keV à 1200 keV (observations MEPI de *Williams et al.* [1978]), a été ajustée par *Christon et al.* [1988] à l'aide de trois fonctions de distribution des vitesses: (1) une distribution maxwellienne $f \sim e^{-E/E_T}$ où E est l'énergie et $E_T = kT_{0e}$ est l'énergie thermique, (2) une distribution exponentielle ($f \sim e^{-E/\epsilon^{1/2}}$ où ϵ est le paramètre d'ajustement) et (3) une distribution Kappa ($f \sim (1 + E/(\kappa E_T))^{-\kappa-1}$). On voit que la fonction Kappa avec $\kappa = 5.5$ donne le meilleur des trois ajustements, surtout à haute énergie.

correspondant au cas limite $\kappa = \infty$. Etablissons à présent les différentes trajectoires des particules en fonction de leur énergie et de leur angle d'attaque.

1.6 Les trajectoires des particules

Les fonctions maxwelliennes (1.16) et Kappa (1.20) sont isotropes car elles ne dépendent pas de l'angle d'attaque θ ("pitch angle" en anglais) entre leur vitesse et la

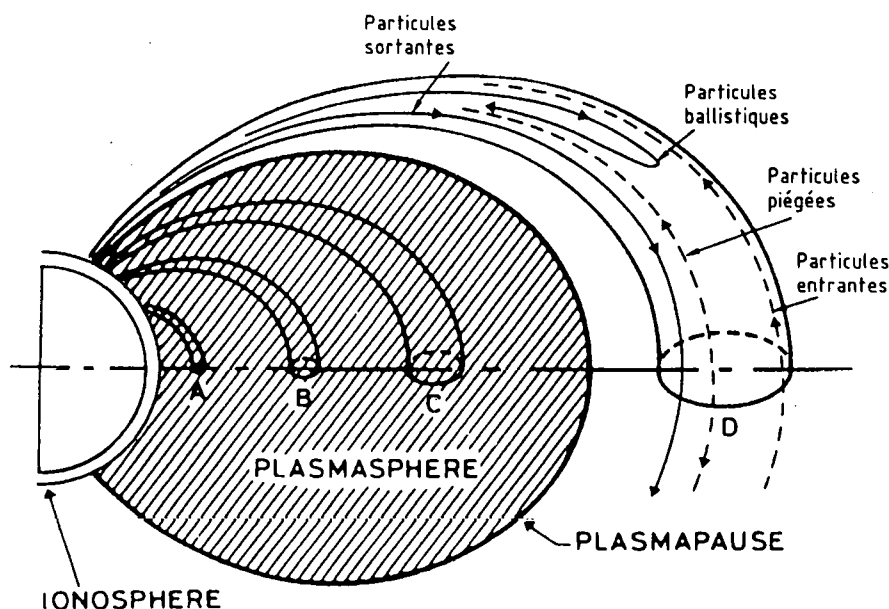


Figure 1.6. Les classes de trajectoires des particules du modèle cinétique non collisionnel.

direction du champ magnétique. Elles ne donnent lieu à aucun flux d'échappement du fait qu'elles sont uniquement fonctions de l'énergie totale. De telles distributions isotropes sont représentées par des cercles dans l'espace des vitesses parallèles et perpendiculaires aux lignes du champ magnétique (cf Figures 1.7 et 1.8).

Lorsqu'il y a un flux d'échappement, il faut introduire une anisotropie de la FDV. Cette asymétrie, nous l'introduisons en partitionnant l'espace des vitesses des particules en différentes classes de trajectoires.

Quatre classes de trajectoires de particules peuvent être identifiées. Ces différentes classes sont obtenues en résolvant les équations de conservation de l'énergie (1.13) et de conservation du moment magnétique (1.14), dans la mesure où le moment magnétique des particules peut être assimilé à une constante du mouvement alors qu'il ne s'agit que d'un invariant adiabatique [Lemaire and Scherer, 1971]. Les trajectoires des particules sont représentées dans la Figure 1.6:

- Les particules **ballistiques** émergent de la région de transition mais n'ont pas assez d'énergie cinétique ou bien sont réfléchies magnétiquement avant d'atteindre l'équateur. Ces particules "spiralent" le long des lignes de champ dans l'exosphère et retombent dans le même hémisphère.
- Des particules ayant une énergie cinétique suffisante pour vaincre la barrière de potentiel total (gravitationnel et électrique) sont appelées particules sor-

tantes. Pour des lignes de champ dites ouvertes, elles quittent le système vers la queue magnétosphérique ou vers le milieu interplanétaire. Par contre, lorsqu'elles "spiralent" le long de lignes de champ fermées, ces particules quittent un hémisphère pour pénétrer dans l'hémisphère opposé.

- Les particules **entrantes** sont les particules en provenance soit de la queue magnétosphérique, soit du milieu interplanétaire (lignes de champ "ouvertes"), soit de l'autre hémisphère (lignes de champ "fermées").
- Enfin, les particules **piégées** oscillent entre deux points miroirs situés dans l'exosphère. Elles ne subissent donc pas de collisions.

Les limites des vitesses v et angles d'attaque θ déterminant chacune de ces classes dans l'espace des vitesses (v_{\parallel}, v_{\perp}) sont données dans les Tables 1.2 et 1.3. Elles sont obtenues en utilisant les relations de conservation de l'énergie et de conservation du moment magnétique.

Le premier invariant adiabatique (1.14) implique que

$$\frac{v_{\perp}^2}{B(r)} = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{B(r)} = \text{Cste.} \quad (1.22)$$

D'autre part, on a:

$$v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 \quad (1.23)$$

où les vitesses parallèles et perpendiculaires sont définies par

$$v_{\parallel} = v \cos \theta \quad (1.24)$$

$$v_{\perp} = v \sin \theta. \quad (1.25)$$

Lorsque la valeur du champ magnétique B augmente le long d'une ligne de force, l'angle θ augmente depuis une valeur minimum à l'équateur où B est minimum, jusqu'à $\theta_m = 90^\circ$ où $B = B_m$. Ce point est un point miroir car les particules y ont une vitesse parallèle nulle et elles repartent en sens inverse par réflexion magnétique. La valeur limite θ_m donnée par

$$\sin^2 \theta_m(r) = \frac{B(r)}{B(r_0)} \left[1 + \frac{R(r)}{v^2} \right] \quad (1.26)$$

définit le cône de perte des particules. Elle opère donc une distinction entre les particules qui sont réfléchies magnétiquement dans l'exosphère et celles qui ne le sont pas. Selon la valeur de leur vitesse et de leur angle d'attaque θ , les particules suivent des trajectoires différentes (cf Tables 1.2 et 1.3).

Lorsque l'énergie potentielle totale d'une des espèces de particules présente dans le plasma est une fonction croissante de r , c'est-à-dire lorsque ces particules sont

Table 1.2. Classes de trajectoires des particules dans l'espace des vitesses. La table décrit comment les limites entre les différentes classes dépendent de la vitesse $v(r)$ et de l'angle d'attaque $\theta(r)$ à la distance radiale r lorsque l'énergie potentielle totale $R(r)$ est une fonction positive et croissante de r .

$v(r)$	$\theta(r)$	Classe de trajectoire
$[v_\infty(r), \infty]$	$[0, \theta_m(r)]$	Sortantes
$[v_b(r), v_\infty(r)]$	$[0, \theta_m(r)], [\pi - \theta_m(r), \pi]$	Ballistiques
$[0, v_b(r)]$	$[0, \pi]$	Ballistiques
$[v_\infty(r), \infty]$	$[\theta_m(r), \pi]$	Entrantes
$[v_b(r), v_\infty(r)]$	$[\theta_m(r), \pi - \theta_m(r)]$	Piégées

où

$$\begin{aligned}
 v_\infty^2(r) &= -2 \left(\phi_g(r) + \frac{Z_\alpha e}{m_\alpha} V(r) \right) \\
 \sin^2 \theta_m(r) &= \eta \left(1 + \frac{R(r)}{v^2} \right) \\
 v_b^2(r) &= R(r) \frac{\eta}{1 - \eta} \\
 R(r) &= 2 \left(\phi_g(\mathbf{r}) + \frac{Z_\alpha e}{m_\alpha} V(\mathbf{r}) - \phi_g(\mathbf{r}_0) - \frac{Z_\alpha e}{m_\alpha} V(\mathbf{r}_0) \right) \\
 \eta &= B(r)/B(r_0) = (r_0/r)^3
 \end{aligned}$$

Table 1.3. Classes de trajectoires des particules dans l'espace des vitesses. La table décrit comment les limites entre les différentes classes de particules dépendent de la vitesse $v(r)$ et de l'angle d'attaque $\theta(r)$ à la distance radiale r lorsque l'énergie potentielle totale $R(r)$ est une fonction négative et décroissante de r .

$v(r)$	$\theta(r)$	Classe de trajectoire
$[v_\psi(r), \infty]$	$[0, \theta_m(r)]$	Sortantes
$[v_\psi(r), \infty]$	$[\theta_m(r), \pi]$	Entrantes
$[0, v_\psi(r)]$	$[0, \pi]$	Entrantes

où

$$\begin{aligned}
 v_\psi^2(r) &= -R(r) \\
 \sin^2 \theta_m(r) &= \eta \left(1 + \frac{R(r)}{v^2} \right)
 \end{aligned}$$

attirées vers la Terre, il existe une barrière de potentiel que ces particules chargées émergeant de la barosphère doivent franchir. Par conséquent, il existe une vitesse d'échappement à la distance radiale $r > r_0$ donnée par

$$v_{\infty}^2(r) = -2 \left[\phi_g(r) + \frac{Z_{\alpha} e}{m_{\alpha}} V(r) \right]. \quad (1.27)$$

Au contraire, lorsque l'énergie potentielle totale d'une espèce de particules est une fonction décroissante de r c'est-à-dire lorsqu'elles sont repoussées de la Terre, ces particules sont accélérées vers le haut et aucune particule ballistique ni piégée n'est présente. Les particules entrantes ne pourront atteindre le niveau r que si elles possèdent une vitesse suffisante et les particules sortantes auront toujours une vitesse minimale au niveau r donnée par $v_{\psi}^2(r) = -R(r)$.

Les différentes trajectoires des particules sont représentées dans la Figure 1.6. Elles sont également illustrées dans l'espace des vitesses parallèles et perpendiculaires aux lignes du champ magnétique par des zones de noircissements différents sur les Figures 1.7 et 1.8. Les cercles concentriques représentent une fonction de distribution des vitesses Kappa isotrope d'indice élevé. Les Figures 1.7 et 1.8 montrent comment se répartissent les différentes classes de trajectoires dans le plan des vitesses parallèles et perpendiculaires selon l'altitude au-dessus du niveau de l'exobase et selon que le potentiel dans lequel se trouvent les particules est attractif ou répulsif.

En fonction des problèmes physiques considérés (plasmasphère, vent polaire, courants alignés), certaines classes de particules seront supposées absentes. Dans les modèles barométriques⁶ correspondant aux lignes de champ "fermées", toutes les classes de trajectoires de particules sont peuplées de manière isotrope. Dans les modèles de vent polaire, les particules entrantes sont supposées absentes et la distribution est tronquée. Mais avant d'étudier ces différentes situations (cf Chapitre 2), établissons les moments de la fonction de distribution des vitesses Kappa. La densité, le flux de particules, la pression parallèle, la pression perpendiculaire et le flux d'énergie peuvent être déterminés analytiquement à toutes les altitudes dans l'exosphère lorsque la FDV est une fonction Kappa de densité et de température connues à l'exobase.

1.7 Calcul des moments de la distribution Kappa

Comme les FDV sont généralement non-maxwelliennes dans le plasma magnétosphérique, nous avons développé un nouveau modèle d'exosphère ionique similaire à celui développé par *Lemaire and Scherer* [1970, 1971], mais avec des fonctions de distribution de type Kappa au lieu de fonctions maxwelliennes.

⁶Le terme de modèle barométrique est repris de la terminologie de *Lemaire and Scherer* [1970] et désigne un modèle en équilibre hydrostatique.

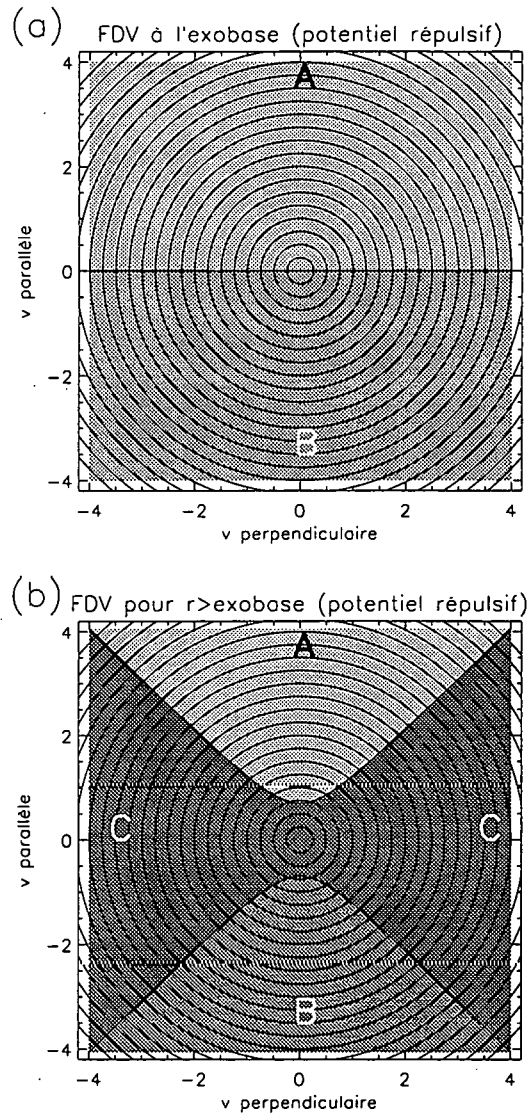


Figure 1.7. Isocontours d'une fonction de distribution des vitesses Kappa de particules dont l'énergie potentielle totale est une fonction décroissante de r . C'est par exemple le cas des protons du vent polaire. (a) La figure supérieure montre la distribution à l'exobase r_0 . (b) La figure inférieure montre la distribution en $r > r_0$. Les lignes d'isocontours représentent une fonction de distribution Kappa isotrope d'indice κ élevé dans le plan v_{\perp} et v_{\parallel} . Les régions de noircissements différents montrent la subdivision de l'espace des vitesses en différentes classes de particules: (A) Particules sortantes, (B) Particules entrantes qui atteignent l'exobase, (C) Particules entrantes qui n'atteignent pas l'exobase. Dans les modèles barométriques, toutes les classes de trajectoires de particules sont supposées présentes et peuplées de manière isotrope. Dans les modèles de vent polaire, les particules entrantes (B) et (C) sont supposées absentes et la distribution est tronquée.

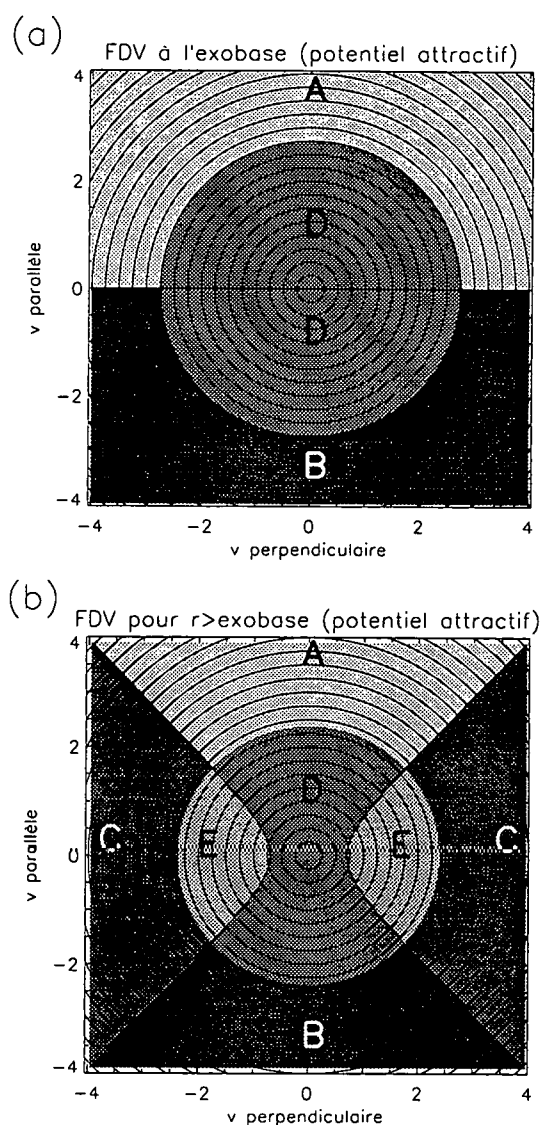


Figure 1.8. Isocontours d'une fonction de distribution des vitesses de particules dont l'énergie potentielle totale est une fonction croissante de r . C'est le cas des ions oxygène et des électrons dans le vent polaire. (a) La figure supérieure montre la distribution à l'exobase r_0 des ions O^+ qui se trouvent dans un potentiel attractif. (b) La figure inférieure montre la distribution en $r > r_0$ des ions O^+ qui se trouvent dans un potentiel attractif. Les lignes d'isocontours représentent une fonction de distribution Kappa isotrope d'indice κ élevé dans le plan v_{\perp} et v_{\parallel} . Les régions de noircissements différents montrent la subdivision de l'espace des vitesses en différentes classes de particules: (A) Particules sortantes, (B) Particules entrantes qui atteignent l'exobase, (C) Particules entrantes qui n'atteignent pas l'exobase, (D) Particules ballistiques, (E) Particules piégées.

1.7.1 Définitions des grandeurs physiques

Dans cette section, nous rappelons les définitions des quantités macroscopiques qui caractérisent un gaz de particules de masse m et de fonction de distribution des vitesses $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$. La densité des particules, leur flux, les composantes parallèles et perpendiculaires de la température et le flux d'énergie qu'elles transportent peuvent être calculés à partir de la FDV des particules, déterminée en résolvant l'équation de Vlasov. Ces variables physiques correspondent respectivement aux moments d'ordres 0, 1, 2 et 3 de la FDV.

La densité numérique à la distance radiale r correspond au moment d'ordre zéro:

$$n(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (1.28)$$

Le flux de particules parallèle aux lignes du champ magnétique correspond à un moment d'ordre un:

$$F(\mathbf{r}) = \int v_{\parallel} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (1.29)$$

Les flux du moment d'impulsion dans la direction parallèle et dans la direction perpendiculaire au champ magnétique sont donnés par des moments d'ordre deux:

$$P_{\parallel}(\mathbf{r}) = m \int v_{\parallel}^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (1.30)$$

$$P_{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \int v_{\perp}^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (1.31)$$

Enfin, le flux d'énergie parallèle aux lignes de champ est donné par un moment d'ordre trois:

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \int v^2 v_{\parallel} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (1.32)$$

Les flux de particules et d'énergie perpendiculairement aux lignes de forces sont nuls. En effet, nous considérons un système de référence dans lequel la composante perpendiculaire à \mathbf{B} de la vitesse moyenne du plasma est nulle. Dans ce système, la composante perpendiculaire du champ électrique est nulle également. (Rappelons que l'on peut toujours se placer dans un système où $E_{\perp} = 0$ par une transformation de Lorentz.)

En coordonnées sphériques, les intégrales (1.28) à (1.32) prennent la forme

$$\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) v^2 \sin \theta dv \quad (1.33)$$

où v est le module de la vitesse, θ est l'angle d'attaque entre le vecteur vitesse et le vecteur radial, et ϕ est l'angle azimuthal du vecteur vitesse.

Les limites d'intégration données en (1.33) correspondent aux moments de la FDV évalués sur la totalité de l'espace des vitesses. On peut aussi définir les moments de la FDV calculés sur certaines portions de l'espace des vitesses, comme par exemple la portion accessible à un détecteur de particules dont l'angle de vue et la gamme des énergies observables sont tous les deux limités⁷. On peut aussi définir les moments partiels sur les portions de l'espace des vitesses qui correspondent à certaines classes de trajectoires des particules, comme par exemple les particules piégées ou les particules qui s'échappent définitivement du système, c'est-à-dire celles qui contribuent au courant électrique. Les limites d'intégration pour les différentes classes de particules basées sur leur type d'orbite sont données dans les Tables 1.2 et 1.3.

On peut également déterminer, pour chaque espèce de particules, la vitesse moyenne d'expansion:

$$u(\mathbf{r}) = \frac{F(\mathbf{r})}{n(\mathbf{r})}, \quad (1.34)$$

les pressions cinétiques en composante transversale et en composante longitudinale:

$$p_{\perp}(\mathbf{r}) = P_{\perp}(\mathbf{r}) \quad (1.35)$$

$$p_{\parallel}(\mathbf{r}) = P_{\parallel}(\mathbf{r}) - mu(\mathbf{r})F(\mathbf{r}), \quad (1.36)$$

qui permettent de déduire les températures en composante perpendiculaire et parallèle:

$$T_{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{p_{\perp}(\mathbf{r})}{kn(\mathbf{r})} \quad (1.37)$$

$$T_{\parallel}(\mathbf{r}) = \frac{p_{\parallel}(\mathbf{r})}{kn(\mathbf{r})}, \quad (1.38)$$

la température moyenne:

$$\langle T(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{3} [T_{\parallel}(\mathbf{r}) + 2T_{\perp}(\mathbf{r})], \quad (1.39)$$

l'anisotropie de température:

$$\frac{T_{\parallel}(\mathbf{r})}{T_{\perp}(\mathbf{r})}, \quad (1.40)$$

⁷Les expérimentateurs interprètent généralement leurs mesures de flux de particules dans les différents canaux d'énergie et les différents angles solides, en admettant que la FDV est maxwellienne dans et en dehors du domaine d'énergie réellement observé. Une telle extrapolation peut donner lieu à des résultats faussés, surtout dans l'évaluation des moments de la FDV d'ordres supérieurs.

les flux de chaleur en composante parallèle et perpendiculaire:

$$Q_{\parallel}(\mathbf{r}) = m \int (v_{\parallel} - u)^3 f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (1.41)$$

$$Q_{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m \int v_{\perp}^2 (v_{\parallel} - u) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (1.42)$$

Nous allons utiliser ces définitions pour calculer la distribution en altitude des différents moments de la FDV, dans le cadre du nouveau modèle exosphérique décrit dans la suite de ce chapitre et dans le cadre du modèle cinétique obtenu en résolvant l'équation de Fokker-Planck (voir Chapitre 3).

1.7.2 Expressions analytiques des moments de la fonction Kappa

A partir des équations (1.28) à (1.32), nous avons déterminé les expressions analytiques des moments de la FDV lorentzienne généralisée (1.20) pour chaque classe de trajectoires des particules (ballistiques, sortantes, entrantes, piégées) afin de les comparer à celles du modèle maxwellien. Nous souhaitons déterminer l'effet des particules suprathermiques sur le flux total $F(r)$ ainsi que sur la valeur des autres moments de la FDV.

Il est important de noter que la fonction Kappa pose un problème de principe pour le calcul de son intégrale sur l'espace des vitesses entre $v = 0$ et $v = \infty$. En effet, ses moments d'ordres supérieurs à $n > 2\kappa$ sur le domaine $[0, \infty]$ deviennent infinis. Mais il est évident que sur un domaine fini de l'espace des vitesses, les moments sont finis. Les particules qui possèdent des énergies supérieures à 3 ou 4 fois l'énergie moyenne appartiennent généralement à des populations d'origines différentes. La limitation mathématique qui apparaît pour le calcul des moments d'ordres élevés de la fonction Kappa peut donc être éliminée physiquement en intégrant sur une partie seulement de l'espace des vitesses. D'autre part, lorsque $\kappa \geq 2$, les moments définis aux équations (1.28) à (1.32) peuvent tous être calculés analytiquement.

Les expressions analytiques du modèle Kappa que nous avons calculées pour la densité, le flux, les pressions cinétiques parallèles et perpendiculaires et le flux d'énergie sont explicitement données dans l'Annexe F aux équations (5) à (52). Nous ne répétons pas ici ces équations qui ont été publiées dans *Journal Geophysical Research* (Vol. 101, 7923–7934, 1996). Le lecteur y trouvera également une présentation plus détaillée de notre nouveau modèle.

Lorsque l'indice κ devient grand, nous avons vérifié que les expressions analytiques des moments tendent bien vers celles déduites antérieurement dans les modèles exosphériques de *Lemaire and Scherer* [1971] et *Lemaire* [1972].

Dans le prochain chapitre, nous utilisons ces expressions et les appliquons à la plasmasphère, au vent polaire, aux courants alignés et au vent solaire. Nous

comparons nos résultats avec ceux des modèles de *Lemaire and Scherer* [1971] et nous tirons les conclusions de ces applications.

Chapitre 2

Applications du modèle exosphérique Kappa

Dans ce chapitre, nous appliquons le nouveau modèle lorentzien généralisé à différents cas: la région en bordure de la plasmasphère, le vent polaire et les courants électriques parallèles aux lignes du champ magnétique. Le modèle a également été appliqué au cas du vent solaire, en collaboration avec M. Maksimovic de l'Observatoire de Meudon. Les résultats obtenus à l'aide du modèle sont comparés aux résultats des modèles cinétiques maxwelliens existants et à des observations satellitaires. Le modèle permet de rendre compte des principales caractéristiques du plasma dans les différents cas étudiés et de simuler certains aspects non reproduits par les modèles antérieurs.

2.1 La région en bordure de la plasmasphère

A l'intérieur de la plasmasphère, la fréquence des collisions est suffisamment grande pour maintenir la FDV des particules approximativement isotrope et le plasma en équilibre hydrostatique. Cependant, des écarts à la FDV maxwellienne peuvent y apparaître car la section efficace de transfert d'énergie est plus petite que celle qui correspond au transfert de quantité de mouvement. En d'autres termes, les écarts à la distribution des vitesses maxwellienne mettent plus de temps à se résorber dans un plasma que des écarts à l'isotropie de la FDV. Le long des bords extérieurs de la plasmasphère, la densité est suffisamment faible pour que les collisions puissent être négligées en première approximation. Notre modèle cinétique Kappa peut donc être utilisé pour décrire la distribution du plasma thermique dans cette partie de la magnétosphère.

2.1.1 Hypothèses de base de la modélisation

Etant donné que les lignes de champ sont “fermées”¹ dans la région en bordure de la plasmasphère, il est raisonnable de considérer que les particules sont en équilibre barométrique, c’est-à-dire que toutes les classes de particules sont peuplées et possèdent la même distribution des vitesses.

Pour chaque classe de trajectoire de particule, nous supposons que la FDV est représentée par une distribution Kappa caractérisée par une même température et un même indice κ . Cette hypothèse n’est pas fondamentale. On peut imaginer des situations où les valeurs des paramètres κ sont différentes pour les différentes classes de trajectoires des particules. Une infinité d’autres modèles exosphériques peuvent être générés à partir des expressions de l’Annexe F. Pour ce faire, il suffit d’attribuer des valeurs différentes aux paramètres κ , aux températures et aux densités pour les différentes classes de trajectoires identifiées dans les Tables 1.2 et 1.3. On suppose que la fonction Kappa est isotrope dans chaque région de l’espace des vitesses délimitant les différentes classes de trajectoires. Ne disposant pas d’observations suffisamment détaillées sur les FDV des électrons et des ions thermiques d’énergie inférieure à 1 eV, nous nous limitons ici à considérer le cas le plus simple où κ , T , et n sont identiques dans tout l’espace des vitesses. Les expressions que nous avons établies sont suffisamment générales pour décrire des modèles exosphériques plus complexes avec plusieurs espèces d’ions ou plusieurs espèces d’électrons (électrons magnétosphériques, ionosphériques, photoélectrons, ...).

Dans le cas que nous avons choisi, la FDV de l’ensemble des particules est donc une fonction Kappa isotrope. Les expressions des moments totaux de la FDV correspondent à la somme des moments des particules ballistiques, sortantes, entrantes et piégées qui étaient donnés dans l’Annexe F. Ces expressions analytiques des moments totaux se simplifient du fait de l’isotropie de la FDV: elles sont données à la Table 2.1 pour le cas barométrique. Ces expressions sont comparées à celles donnant les moments totaux de la distribution maxwellienne isotrope. Dans les deux cas, les flux de particules et d’énergie sont nuls, de même que le courant électrique total transporté par les électrons et les ions. En effet, le flux de particules sortantes est compensé par le flux de particules entrantes.

Dans cette étude, le mouvement de corotation de la plasmasphère n’est pas considéré; il pourrait cependant être inclu dans un travail ultérieur.

¹Les lignes de champ dont le paramètre de McIlwain $L < 15$ ou dont la latitude invariante $\Lambda < 75^\circ$ sont dites “fermées”. Le paramètre de McIlwain correspond approximativement à la distance, évaluée en rayons terrestres, à laquelle la ligne de champ croise l’équateur magnétique. La plasmopause correspond aux lignes de champ dont le paramètre de McIlwain $L = 4$. La position de la plasmopause peut cependant varier de $L = 2.5$ à 6 selon l’activité géomagnétique.

Table 2.1. Expressions analytiques de la densité, de la température, du flux parallèle au champ et du flux d'énergie dans le modèle barométrique Kappa et dans le modèle maxwellien.

Kappa (nouveau modèle)	Maxwellienne (ancien modèle)
$n_\alpha(\mathbf{r}) = n_\alpha(\mathbf{r}_0) \left(1 + \frac{R_\alpha(\mathbf{r})}{\kappa w_\alpha^2}\right)^{-\kappa+1/2}$	$n_\alpha(\mathbf{r}) = n_\alpha(\mathbf{r}_0) \exp\left(-\frac{R_\alpha(\mathbf{r})}{w_\alpha^2}\right)$
$T_\alpha(\mathbf{r}) = T_{0\alpha} \frac{\kappa}{\kappa - 3/2} \left(1 + \frac{R_\alpha(\mathbf{r})}{\kappa w_\alpha^2}\right)$	$T_\alpha(\mathbf{r}) = T_{0\alpha}$
$F_\alpha(\mathbf{r}) = \epsilon_\alpha(\mathbf{r}) = 0$	$F_\alpha(\mathbf{r}) = \epsilon_\alpha(\mathbf{r}) = 0$

2.1.2 Protonosphère

Les observations montrent que l'hydrogène ionisé est l'ion qui peuple majoritairement les bords de la plasmasphère à haute altitude (cf Figure 1.2 par exemple). Nous allons donc tout d'abord considérer le cas d'une protonosphère, c'est-à-dire d'une exosphère exclusivement composée d'hydrogène ionisé et bien sûr d'un nombre égal d'électrons pour assurer la quasi-neutralité du plasma.

Etant proportionnelle à la masse des particules, la force gravifique est beaucoup plus grande pour les protons que pour les électrons. De ce fait, le champ gravifique induit un champ électrique de polarisation qui empêche les électrons de diffuser par rapport aux ions. Ce champ électrique tend à réduire la force exercée sur les protons et à augmenter celle qui agit sur les électrons, assurant ainsi la quasi-neutralité du plasma.

En imposant que les densités des électrons et des protons soient égales dans ce plasma en équilibre hydrostatique,

$$n_{p+}(\mathbf{r}) = n_{e-}(\mathbf{r}) \quad (2.1)$$

où $n_\alpha(\mathbf{r})$ est donné dans la Table 2.1 et R_α est donné par l'équation (1.18), et en imposant que les hauteurs d'échelle des densités soient identiques pour les deux espèces,

$$\frac{dn_{p+}}{dr} = \frac{dn_{e-}}{dr}, \quad (2.2)$$

on obtient le champ électrique de polarisation qui est appelé champ électrique de Pannekoek-Rosseland

$$e\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{m_{p+} - m_{e-}}{2} \mathbf{g}(\mathbf{r}) \quad (2.3)$$

où e est la charge électrique de l'électron, m_{p+} est la masse du proton, m_{e-} est la masse de l'électron et $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ est l'accélération gravitationnelle en \mathbf{r} . On obtient

également le potentiel électrique qui est

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{m_{p^+} - m_{e^-}}{2e} \phi_g(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

où $\phi_g(\mathbf{r})$ est le potentiel gravitationnel (cf Chapitre 1). Lorsque les distributions de densités correspondent aux expressions du modèle maxwellien (cf Table 2.1), le champ électrique assurant la quasi-neutralité du plasma est également le champ de Pannekoek-Rosseland. On retrouve alors le modèle hydrostatique isotherme généralement utilisé pour déterminer les distributions de densités dans les atmosphères neutres et ionisées de la Terre ou des planètes.

Comme le potentiel gravifique augmente avec l'altitude, le potentiel électrique de signe opposé diminue avec l'altitude. Le champ électrique $\mathbf{E} = -\nabla V$ est donc dirigé vers le haut c'est-à-dire dans la direction opposée au champ gravitationnel.

Pour les protons, dont la masse est grande par rapport à celle des électrons, la force gravitationnelle (attractive donc dirigée vers la Terre) est plus grande que la force électrique (répulsive donc dirigée vers l'extérieur). Pour les électrons, dont la charge est négative, la force électrique est attractive tout comme la force gravitationnelle. Les protons et les électrons se trouvent donc tous deux dans un potentiel total attractif [$R(\mathbf{r}) > 0$] de sorte que leur vitesse diminue avec l'altitude.

A titre d'exemple, prenons les conditions aux limites suivantes: $T(r_0) = 4000$ K, $n(r_0) = 500 \text{ cm}^{-3}$ à l'exobase située à 3000 km. Les profils de densité et de température obtenus avec le modèle barométrique Kappa pour différentes valeurs de l'indice κ sont illustrés dans la Figure 2.1. Nous donnons également les résultats obtenus avec le modèle maxwellien afin de les comparer.

Deux différences fondamentales apparaissent entre le nouveau modèle Kappa et le modèle maxwellien:

- Dans le modèle Kappa, les densités décroissent avec l'altitude suivant une loi de puissance alors que dans le modèle maxwellien, la densité diminuait exponentiellement avec la distance radiale. Le gradient de la densité est moins grand que dans le cas maxwellien. Par conséquent, la hauteur d'échelle des densités est augmentée et la densité dans l'exosphère est également augmentée lorsque l'indice κ est petit.
- Dans le modèle Kappa, les températures augmentent avec l'altitude. Dans le modèle maxwellien correspondant au cas particulier $\kappa \rightarrow \infty$, la température est constante.

Notons que les différences entre le modèle maxwellien et la modèle Kappa sont d'autant plus marquées que l'indice κ est petit.

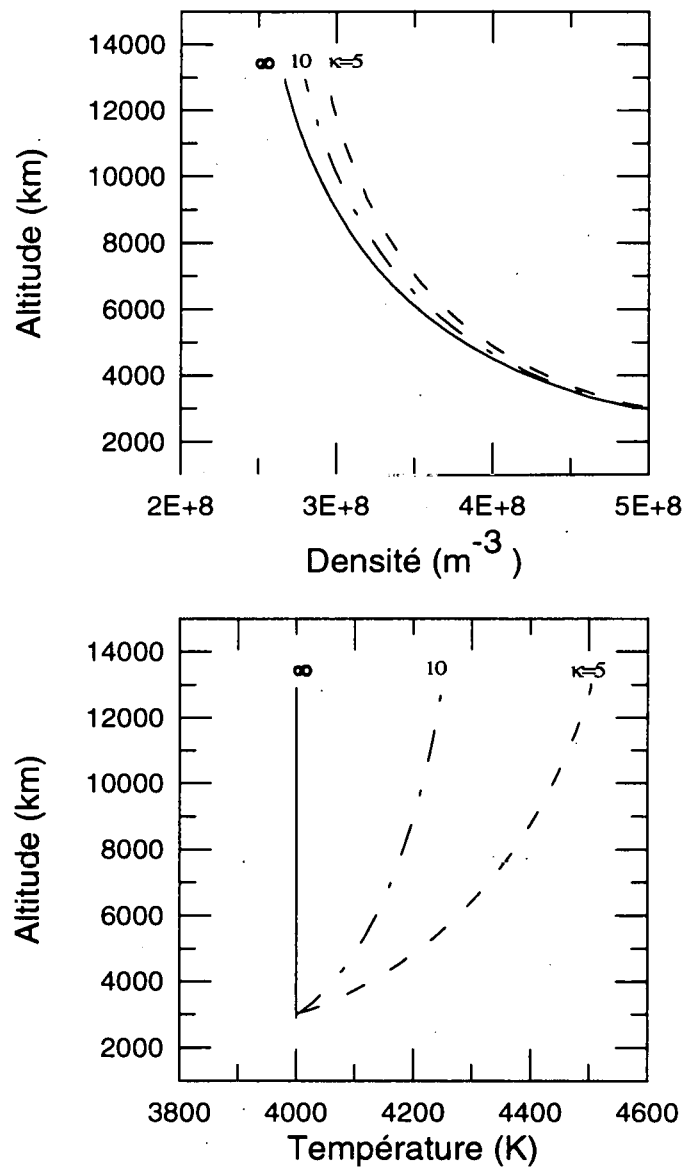


Figure 2.1. Profils de densité et de température dans le cas d'un modèle barométrique Kappa de protonosphère pour différentes valeurs de κ ainsi que pour le modèle maxwellien. La température et la densité des électrons ainsi que des ions à l'exobase sont respectivement $T(r_0) = 4000$ K, $n(r_0) = 500$ cm⁻³. L'altitude de l'exobase est de 3000 km.

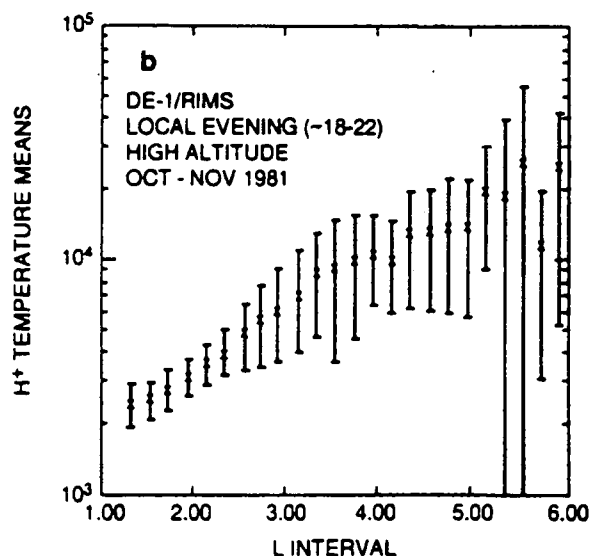


Figure 2.2. Profils de la température moyenne mesurée par le satellite DE-1 de octobre à novembre 1981 en fonction de la distance radiale équatoriale exprimée en rayons terrestres [Comfort, 1996].

2.1.3 Chauffage de la plasmasphère

Toutes les observations satellitaires effectuées dans la plasmasphère et dans la région en bordure de la plasmasphère indiquent que la température des particules augmente avec la distance radiale. La Figure 2.2 illustre un exemple de profil de la température moyenne des ions H⁺ en fonction de la distance radiale à l'équateur observé par le satellite DE-1.

L'utilisation dans notre modèle de FDV isotropes possédant un excédent de particules suprathermiques nous permet de montrer que l'augmentation de température observée dans la plasmasphère extérieure n'est pas nécessairement la conséquence d'un chauffage des régions de haute altitude par d'hypothétiques mécanismes d'interactions entre des ondes et les particules chargées qui y sont présentes, comme on l'invoque souvent. Nous voyons dans la Figure 2.1b qu'une augmentation de la température dans l'exosphère peut aussi être la conséquence d'une fonction de distribution non-maxwellienne à basse altitude. Cette augmentation apparente de la température correspond en réalité à une augmentation de la vitesse d'agitation thermique ou, en d'autres termes, à une augmentation de la dispersion des vitesses caractérisant la FDV.

Plusieurs théories ont été proposées pour expliquer les gradients de température positifs observés dans la plasmasphère terrestre. La plus répandue suppose que les couches extérieures de la plasmasphère sont réchauffées par des interactions ondes-

particules dont l'énergie proviendrait du courant annulaire² et dont la chaleur se propagerait vers le bas [Olsen et al., 1987]. Récemment, des simulations par ordinateur ont montré que l'instabilité cyclotron conduite par l'anisotropie des protons chauds de la magnétosphère peut chauffer les protons froids pour former une distribution anisotrope à la fois dans la plasmasphère et la magnétosphère extérieure [Gary et al., 1995]. Kozyra et al. [1987] et Fok et al. [1995, 1996] ont quant à eux envisagé un réchauffement de la plasmasphère proche de l'équateur dû aux collisions coulombiennes entre les électrons et les protons. Enfin, les photoélectrons ont également été utilisés pour expliquer certains aspects des distributions de température et de densité dans la plasmasphère et dans l'ionosphère [Horwitz et al., 1990; Comfort, 1996; Khazanov et al., 1996].

Sans rejeter ces théories alternatives, nous constatons ici qu'une partie au moins du gradient de température positif observé entre l'ionosphère et la plasmasphère extérieure, peut être expliquée par l'abandon de l'hypothèse maxwellienne, en admettant que la FDV est enrichie en particules suprathermiques. En d'autres termes, pour obtenir des températures plus élevées dans l'exosphère que dans l'ionosphère, il suffirait qu'à l'exobase le spectre d'énergie des particules varie comme une loi de puissance de l'énergie au lieu de décroître exponentiellement.

2.1.4 Effet de filtrage des vitesses

La raison pour laquelle la température reste constante dans le cas maxwellien mais augmente dans le cas d'une FDV suprathermique peut être expliquée comme suit.

La Figure 2.3a illustre la fonction de distribution des vitesses dans la direction parallèle au champ magnétique $f(r, v_{\parallel})$ en fonction de v_{\parallel}/w où $w = \sqrt{2kT_0/m}$ dans le cas d'une FDV maxwellienne (courbes [1] et [3]) et dans le cas d'une FDV Kappa de paramètre $\kappa = 5$ (courbes [2] et [4]). La densité n_0 et la température T_0 sont identiques pour les deux FDV. Les courbes [1] et [2] représentent ces distributions au niveau de référence r_0 où $R_{\alpha}(r_0) = 0$. Les courbes [3] et [4] correspondent respectivement aux mêmes FDV mais à une altitude plus élevée $r > r_0$ lorsque le potentiel total est attractif. Dans ce cas, les vitesses des particules diminuent avec l'altitude: elles gagnent de l'énergie potentielle au détriment de leur énergie cinétique.

La Figure 2.3b montre ces mêmes courbes normalisées à l'unité. On voit bien que les ailes de la courbe [4] (en $r > r_0$) ont une pente plus faible que celles de la courbe [2] (en $r = r_0$). A une altitude plus élevée où $q_{\alpha}(\mathbf{r}) > 0$, la largeur ou l'étalement caractérisant la température de la distribution lorentzienne généralisée augmente en fonction de l'altitude.

²Ce courant annulaire est créé par le mouvement de dérive azimuthale, en sens opposé, des électrons et des ions de 1 à 100 keV piégés dans le champ magnétique de la Terre.

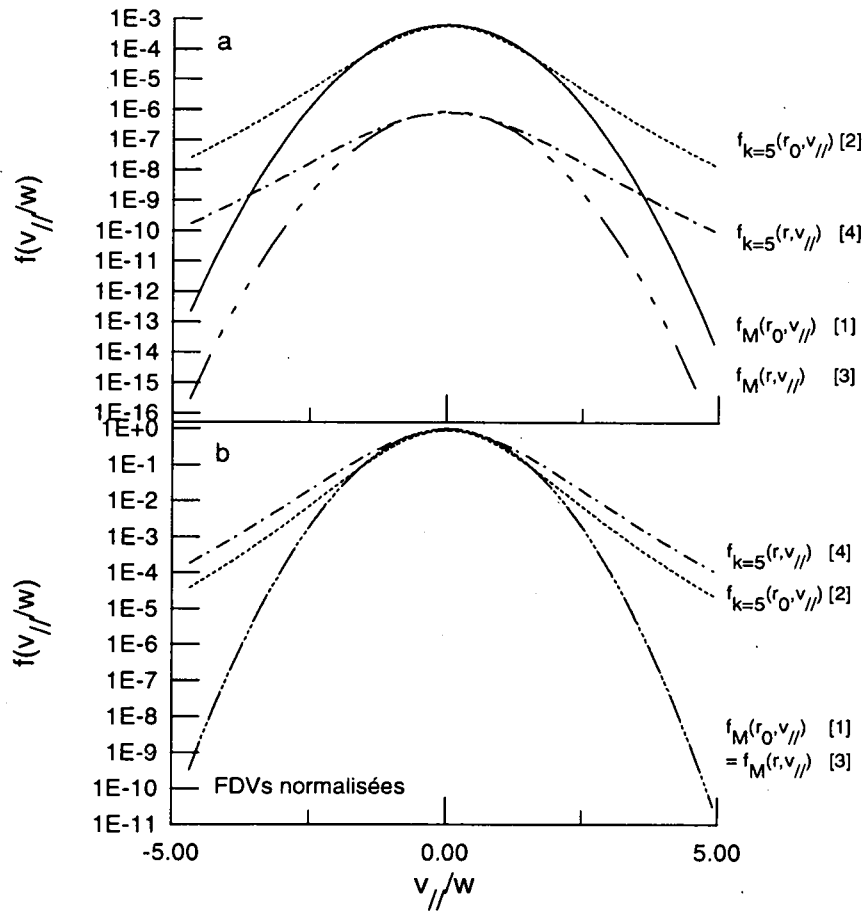


Figure 2.3. Illustration de l'effet de filtrage des vitesses des fonctions Kappa. (a) Les courbes [1] et [2] représentent respectivement une distribution maxwellienne et une distribution Kappa ($\kappa = 5$) de même température T_0 et densité n_0 en r_0 . Les courbes [3] et [4] représentent respectivement la même maxwellienne et la même distribution Kappa ($\kappa = 5$) en $r > r_0$ lorsque l'énergie potentielle totale augmente avec l'altitude. (b) Dans la figure inférieure, les courbes [1] à [4] sont normalisées à l'unité en $v_{||} = 0$. Dans le cas maxwellien (courbes [1] et [3]), la dispersion des vitesses est identique et la température est indépendante de l'altitude et égale à T_0 . Dans le cas d'une fonction Kappa (courbes [2] et [4]), la dispersion des vitesses augmente quand r augmente. La température caractérisant la dispersion des vitesses augmente avec l'altitude.

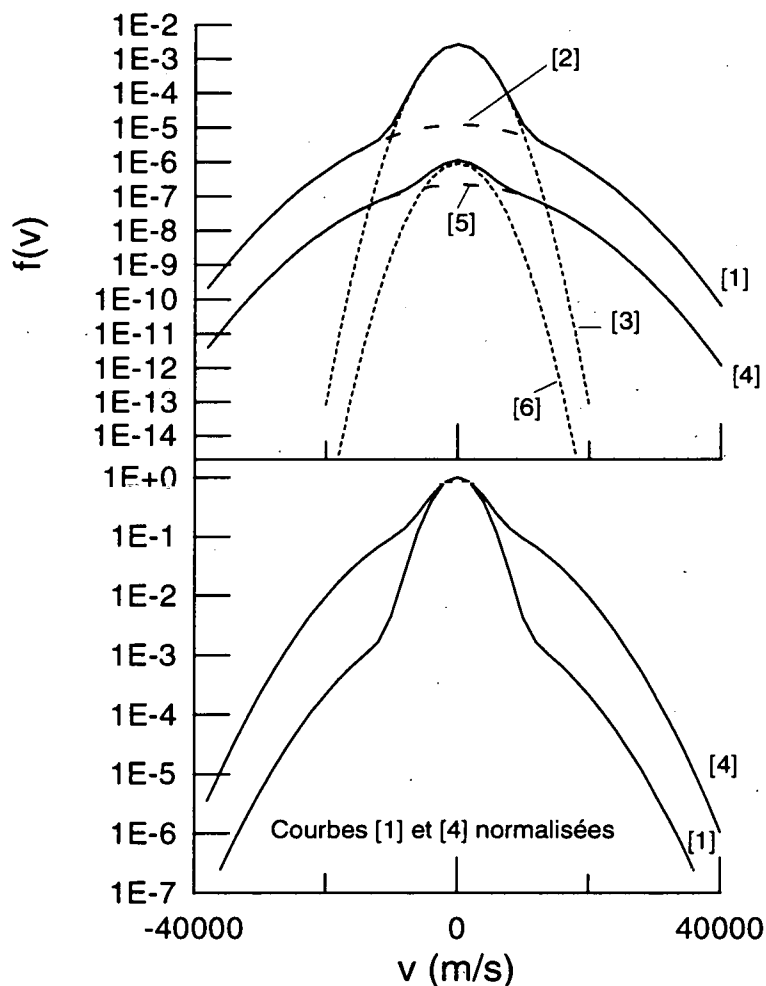


Figure 2.4. Effet de filtrage des vitesses pour une FDV représentée par la somme de deux maxwelliennes de températures différentes. (a) Dans la figure supérieure, les courbes [2] et [3] représentent respectivement des distributions maxwelliennes de température et de densité $T_1 = 8000$ K et $n_1 = 100 \text{ cm}^{-3}$ et $T_2 = 1000$ K et $n_2 = 1000 \text{ cm}^{-3}$, à la distance radiale r_0 . La somme de ces deux fonctions maxwelliennes (courbe [1]) est représentée par un trait plein. Les courbes [5] et [6] représentent respectivement les maxwelliennes de température et de densité T_1 et n_1 et T_2 et n_2 , à la distance radiale $r > r_0$. La somme de ces deux maxwelliennes (courbe [4]) est donnée en trait plein. (b) Dans la figure inférieure, les courbes [1] et [4] sont normalisées à l'unité en $v_{||} = 0$. On voit que la température de la distribution totale augmente, jusqu'à ce qu'elle atteigne la température T_{01} à haute altitude où $n_1(r) > n_2(r)$.

Par contre, la dispersion des vitesses de la FDV maxwellienne est identique à toutes les altitudes dans l'exosphère. Dans ce cas, la température $T(r)$ est indépendante de l'altitude et reste égale à la température au niveau de référence T_0 alors que lorsque $\kappa < \infty$, $T(r) > T(r_0)$ en $r > r_0$.

L'isothermie de la FDV localement maxwellienne donnée par l'équation (1.16) est due au fait que dans ce cas, les variables de vitesses (v_x, v_y, v_z) et les coordonnées spatiales (x, y, z) sont séparables. Il n'en est pas ainsi pour la FDV Kappa donnée par l'équation (1.19): la dispersion des vitesses dépend alors de la valeur de $q_\alpha(\mathbf{r})$ qui est une fonction de r . Cet effet a été appelé "effet de filtrage des vitesses" par *Scudder* [1992a et b]. Celui-ci explique l'augmentation de température observée dans la couronne solaire par un effet de filtrage des vitesses similaire.

Il est important de noter que ce pseudo-chauffage de la plasmasphère et de la couronne n'est pas inhérente à la seule fonction Kappa. Toute fonction ayant un excédent de particules suprathermique conduit à un chauffage apparent. Le choix d'une autre expression mathématique pour une FDV enrichie en particules suprathermiques nous amènerait en effet à des conclusions similaires. Ainsi, la somme de deux fonctions maxwelliennes de densités et températures différentes peut également être utilisée pour ajuster des distributions suprathermiques et est solution de l'équation de Vlasov. Dans ce cas particulier, le profil de la température totale est également une fonction croissante de l'altitude. Considérons par exemple que le plasma à l'exobase est la superposition de deux maxwelliennes de température T_{01} et T_{02} et de densité n_{01} et n_{02} . Si $T_{01} > T_{02}$ et $n_{01} < n_{02}$, on peut montrer que:

$$T(r) > T(r_0) \quad (2.5)$$

où

$$T(r) = \frac{n_{01}T_{01} \exp\left[-\frac{mR(r)}{2kT_{01}}\right] + n_{02}T_{02} \exp\left[-\frac{mR(r)}{2kT_{02}}\right]}{n_{01} \exp\left[-\frac{mR(r)}{2kT_{01}}\right] + n_{02} \exp\left[-\frac{mR(r)}{2kT_{02}}\right]} \quad (2.6)$$

$$T(r_0) = \frac{n_{01}T_{01} + n_{02}T_{02}}{n_{01} + n_{02}}. \quad (2.7)$$

La somme de deux fonctions maxwelliennes est représentée dans la Figure 2.4 supérieure en trait plein (courbe [1]) à l'altitude de référence r_0 . Dans l'exemple présenté, nous avons choisi $n_{01} = 100 \text{ cm}^{-3}$, $T_{01} = 8000 \text{ K}$, $n_{02} = 1000 \text{ cm}^{-3}$, $T_{02} = 1000 \text{ K}$. On voit que la maxwellienne de température T_{01} (courbe [2]) contribue à la FDV de manière plus importante aux hautes énergies, alors que la maxwellienne de faible température T_{02} contribue surtout aux faibles énergies (courbe [3]). Au fur et à mesure que l'altitude augmente, la maxwellienne de faible température (courbe [6] dans la Figure 2.4) contribue de moins en moins par rapport à celle de haute température (courbe [5]). En effet, la densité des particules de faible température diminue plus rapidement que celle des particules dont la température est plus grande à l'exobase.

La somme des deux maxwelliennes (courbe [4]) possède de ce fait une température totale croissante comme l'illustre la Figure 2.4 inférieure où les courbes sont normalisées à l'unité en $v_{||} = 0$. La température possède une valeur proche de T_{02} à l'exobase et augmente jusqu'à une valeur maximale égale à T_{01} . Une fois ce maximum atteint, la maxwellienne de plus faible température ne contribue pratiquement plus et la température devient indépendante de l'altitude.

2.1.5 Exosphère composée de H^+ , O^+ et e^-

Le modèle hydrostatique que nous avons envisagé jusqu'à présent concernait une exosphère constituée d'électrons et d'une seule espèce d'ions, en l'occurrence des ions H^+ . Les observations satellitaires ont montré que les ions hydrogène sont majoritaires aux hautes altitudes de l'exosphère (cf Table 1.1). Mais à basse altitude, les ions H^+ ne sont présents qu'en faible quantité et ce sont les ions O^+ qui sont prédominants [Bilitza, 1990].

En vue de décrire les distributions en altitude des différentes espèces d'ions et des électrons dans une exosphère multi-ionique, nous appliquons les formules données dans l'Annexe F au cas d'une exosphère en équilibre barométrique constituée de trois espèces de particules O^+ , H^+ et e^- . Nous considérons pour notre exemple que l'exobase r_0 est située à 1000 km d'altitude où $n_{O^+}(r_0) = 2000 \text{ cm}^{-3}$, $n_{H^+}(r_0) = 200 \text{ cm}^{-3}$, $n_{e^-}(r_0) = 2200 \text{ cm}^{-3}$ et $T_0 = 4000 \text{ K}$.

Les Figures 2.5a et 2.6 illustrent les profils de densité et de température obtenus avec le modèle barométrique Kappa, lorsque les fonctions de distribution des vitesses de chaque espèce de particules sont des fonctions Kappa isotropes de même indice $\kappa = 10$. On peut directement constater que les ions H^+ deviennent dominants dès 3000 km et que l'exosphère devient une protonosphère à haute altitude. Le modèle multi-ionique est donc en bon accord avec les observations.

La Figure 2.5b illustre les profils de densité des différentes sortes de particules dans le modèle maxwellien (trait plein) et dans le modèle Kappa pour $\kappa = 100$. Comme κ est très grand, ces profils de densité sont pratiquement identiques. Même pour des valeurs plus faibles de κ , les différences entre le modèle maxwellien et le modèle Kappa sont peu marquées car la densité correspond au moment d'ordre zéro. Au plus l'ordre des moments est élevé, au plus les moments sont affectés par les particules de haute énergie qui forment la queue de la FDV. Notons cependant que la densité des électrons dans l'exosphère augmente lorsque la valeur de l'indice κ diminue. La hauteur d'échelle des densités $H = -(d \ln n / dr)^{-1}$ est donc plus grande dans un modèle barométrique Kappa que dans un modèle barométrique maxwellien.

Ces profils de densité peuvent être expliqués par la distribution du champ électrique en fonction de l'altitude. En effet, à basse altitude où les ions O^+ sont majoritaires, le champ électrique de polarisation est pratiquement égal au champ de Pannekoek-Rosseland pour une exosphère constituée d'une seule espèce d'ion (cf

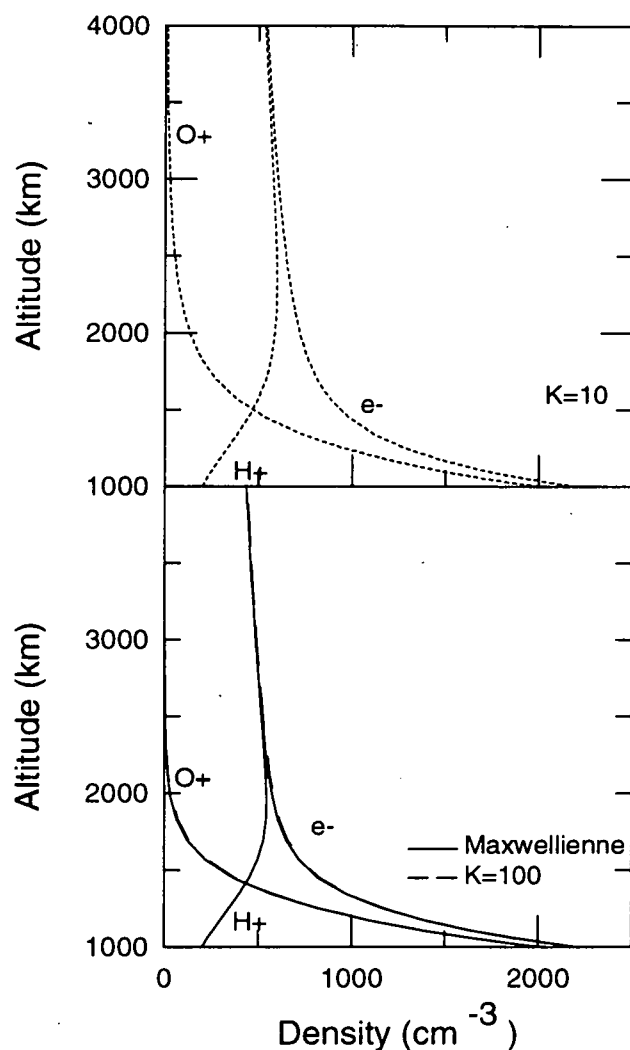


Figure 2.5. Modèle d'exosphère en équilibre barométrique, constituée de trois espèces de particules O^+ , H^+ et e^- . r_0 est située à 1000 km d'altitude où $n_{O^+}(r_0) = 2000 \text{ cm}^{-3}$, $n_{H^+}(r_0) = 200 \text{ cm}^{-3}$, $n_{e^-}(r_0) = 2200 \text{ cm}^{-3}$ et $T_0 = 4000 \text{ K}$. (a) La figure supérieure donne les profils de densité de O^+ , H^+ et e^- lorsque la FDV des particules est une fonction lorentzienne généralisée d'indice $\kappa = 10$. (b) La figure inférieure donne ces mêmes profils de densité lorsque la FDV des particules est maxwellienne (trait plein) et une lorentzienne généralisée d'indice $\kappa = 100$ (trait tireté).

équation (2.3)):

$$\mathbf{E} = -\frac{m_{O^+} - m_{e^-}}{2e} \mathbf{g}. \quad (2.8)$$

L'intensité de ce champ y est relativement grande. Les ions H^+ , dont la masse est inférieure à celle des ions oxygène, sont accélérés vers le haut par cette force électrique. La force gravifique agissant sur eux est insuffisante pour les maintenir dans le puits de potentiel gravifique. Leur hauteur d'échelle devient alors négative, ce qui entraîne une augmentation de la densité de ces ions avec l'altitude.

Par contre, les électrons et les ions O^+ ressentent un potentiel total attractif ($R_{e^-} > 0$ et $R_{O^+} > 0$), c'est-à-dire qu'ils sont confinés dans un puits de potentiel. Leur hauteur d'échelle des densités est définie positive et leur densité diminue donc avec l'altitude. C'est pourquoi il existe toujours une altitude de transition où la densité des protons devient égale à celles des ions oxygène. Au-delà de cette altitude de transition, le potentiel total des ions H^+ devient également attractif et leur densité diminue avec l'altitude. Lorsque les ions H^+ deviennent majoritaires ($n_{H^+} \gg n_{O^+}$), le champ électrique devient égal au champ de Pannekoek-Rosseland donné par (2.8) où m_{O^+} est remplacé par m_{H^+} .

Le profil de température des protons dépend également du potentiel, comme l'illustre la Figure 2.6. A basse altitude où le potentiel total ressenti par les ions H^+ est répulsif, leur température diminue avec l'altitude. Au-dessus de la région où n_{H^+} devient supérieur à n_{O^+} , le potentiel devient attractif et la température augmente lentement avec l'altitude. Notez que les températures des ions O^+ et des e^- augmentent partout avec l'altitude lorsque la FDV est une fonction Kappa. Dans un modèle maxwellien à trois espèces de particules, les températures de chaque espèce sont indépendantes de l'altitude.

2.2 Vent polaire

Aux hautes latitudes, les lignes de force du champ magnétique s'étendent très loin dans la queue magnétosphérique, comme l'illustre la Figure 1.1, et sont alors considérées comme "ouvertes". Dans ces régions, le plasma est composé d'un nombre égal d'électrons et d'ions dont le constituant dominant reste O^+ jusqu'à de très hautes altitudes (cf Table 1.1). De faibles quantités d'ions plus légers tels que H^+ et He^+ sont également présentes. Ces ions légers se trouvent dans un potentiel répulsif, qui les accélère vers le haut de la magnétosphère le long des lignes de champ ouvertes. Ce mécanisme engendre un échappement continu des particules de faible masse. Le phénomène est connu sous le nom de vent polaire et constitue une lente perte évaporative des particules de l'atmosphère.

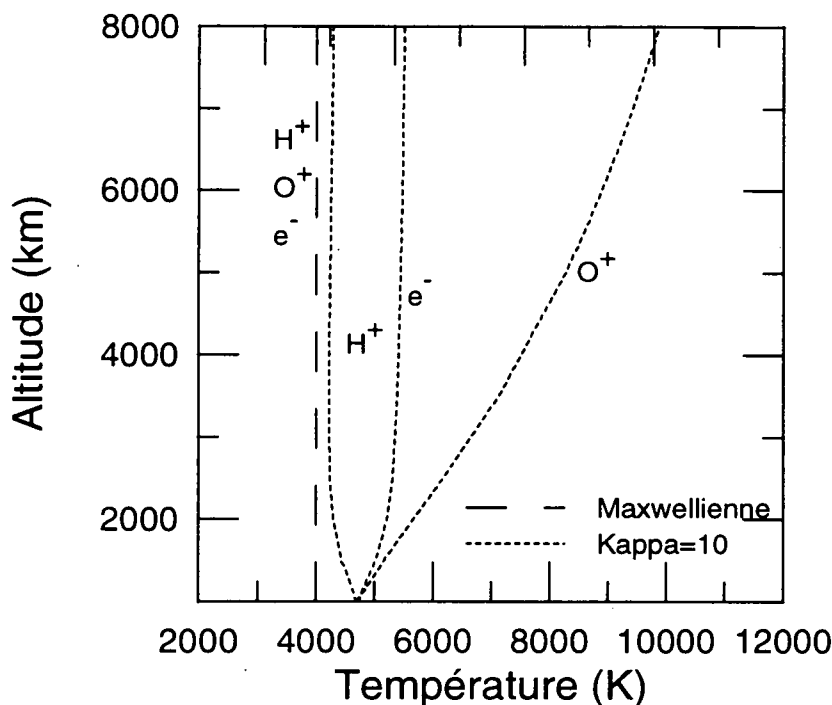


Figure 2.6. Modèle d'exosphère en équilibre barométrique formée de trois espèces de particules O^+ , H^+ et e^- . Profils de température lorsque les FDV sont des fonctions lorentziennes généralisées d'indice $\kappa = 10$ (traits pointillés) et des maxwelliennes de même température (trait tireté).

2.2.1 Hypothèses de base de la modélisation

Le modèle de vent polaire se différencie du modèle barométrique par l'hypothèse que les particules entrantes sont absentes de la FDV. En effet, les lignes de champ sont interconnectées avec celles de l'espace interplanétaire ou avec celles de la queue magnétosphérique où la densité des particules est nettement inférieure aux régions ionosphériques.

Nous avons vu que les régions de l'espace de noircissements différents dans la Figure 1.7a donnaient la répartition en classe de trajectoires des particules se trouvant dans un potentiel répulsif au niveau de l'exobase. C'est le cas des protons du vent polaire. En effet, la condition de quasi-neutralité impose un potentiel électrique qui accélère ces ions légers hors de l'ionosphère. Les cercles concentriques de la Figure représentaient les isocontours d'une FDV lorentzienne généralisée isotrope dans le plan déterminé par les vitesses v_{\parallel} et v_{\perp} . La fonction Kappa isotrope correspondait au cas barométrique. Pour les protons du vent polaire, nous supposons que la fonction de distribution des vitesses à l'exobase peut être représentée par une fonction

Kappa tronquée de telle façon qu'il n'y ait aucune particule entrante (classe B). Ceci signifie que les particules ont toutes une vitesse positive dans la direction parallèle aux lignes de champ (c'est-à-dire qu'elles s'échappent) alors qu'on considère qu'aucune particule n'a de vitesse parallèle négative (c'est-à-dire n'arrive en provenance de l'espace interplanétaire). Les caractéristiques des particules entrantes sont données dans la Table 1.3 lorsque les particules sont dans un potentiel répulsif. Nous supposons aussi que la FDV est "pseudo isotrope" c'est-à-dire isotrope au sein d'une même classe de trajectoires des particules.

La Figure 1.7b illustre comment la FDV tronquée des ions H^+ se transforme aux altitudes $r > r_0$. Puisque la vitesse des protons augmente avec l'altitude dans un potentiel répulsif, les particules sortantes ont toutes des vitesses supérieures à $v_\psi(r) = -R(r)$ (cf Table 1.3).

Contrairement aux ions H^+ , les ions O^+ et les e^- se trouvent dans un potentiel attractif. Dans la Table 1.2, on donne les caractéristiques des différentes trajectoires lorsque les particules se trouvent dans un potentiel attractif. Les différentes classes de trajectoires de ces particules étaient également illustrées sur les Figures 1.8a et b, respectivement à l'altitude de l'exobase et à une altitude r plus élevée. Les particules ballistiques maintiennent la FDV des ions O^+ isotrope aux faibles vitesses.

Afin d'étudier le comportement des particules dans le vent polaire, nous supposons que le niveau de l'exobase est situé à 1000 km d'altitude et qu'à cette altitude $n_{e^-}(r_0) = 1000 \text{ cm}^{-3}$, $n_{H^+}(r_0) = 10 \text{ cm}^{-3}$, $n_{O^+}(r_0) = 990 \text{ cm}^{-3}$ et $T_0 = 4000 \text{ K}$. Seules les particules sortantes contribuent au flux d'échappement.

L'absence de particules entrantes implique l'absence d'équilibre hydrostatique. La condition de quasi-neutralité du plasma impose une distribution du champ électrique qui ne correspond plus avec la distribution du champ de Pannekoek-Rosseland [équation (2.3)]. La condition de quasi-neutralité³ du plasma $n_{e^-} = n_{H^+} + n_{O^+}$ permet de déterminer la valeur du potentiel électrique en chacun des points intermédiaires entre l'exobase et l'infini. On impose également que le courant total parallèle aux lignes de champ est nul: $F_{e^-} = F_{H^+} + F_{O^+}$. Les densités, flux, températures et flux d'énergie totaux des protons sont obtenus par les formules (40) à (45) données en Annexe F pour les ions H^+ qui s'échappent (classe A) accélérés par un potentiel total répulsif.

³En toute rigueur, il faudrait résoudre l'équation de Poisson qui détermine les valeurs exactes des densités de charge en fonction du potentiel de polarisation. Mais lorsque les densités des particules varient peu sur une distance égale à la longueur de Debye du plasma c'est-à-dire quelques mètres dans notre cas, la condition de quasi-neutralité constitue une excellente première approximation. La longueur de Debye d'un plasma est une longueur critique d'interaction collective dépendant de la température et de la densité du plasma: $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k T_{e^-} / n_{e^-} e^2}$.

2.2.2 Comparaison des résultats et des observations

Les distributions de densité et de vitesse d'expansion des différentes particules obtenues pour l'exemple présenté dans la section précédente sont illustrées dans la Figure 2.7. Les FDV de chaque espèce de particules sont des fonctions Kappa d'indice $\kappa = 10$. Les profils de température sont illustrés dans la Figure 2.8.

Comme le champ électrique dans le vent polaire est plus grand que dans l'ionosphère hydrostatique, les ions H^+ sont plus fortement accélérés vers le haut. Les densités diminuent avec l'altitude alors que dans le modèle hydrostatique, la densité des ions H^+ augmentait avec l'altitude dans la région inférieure de la protonosphère (cf Figure 2.5). Les ions H^+ deviennent majoritaires à plus haute altitude (> 5000 km) dans le modèle de vent polaire que dans le modèle hydrostatique correspondant au cas de la plasmasphère. Ceci est en bonne concordance avec les observations (voir Table 1.1 pour un exemple).

La vitesse d'ensemble des ions H^+ augmente. Les observations effectuées par *Hoffman* [1968, 1970, 1971] montrent que le vent polaire est en effet supersonique et que la vitesse moyenne d'expansion des ions H^+ à 3000 km d'altitude correspond à des valeurs d'environ 15 km/s, ce qui est en bon accord avec les valeurs obtenues dans notre modèle.

On peut également constater que la vitesse d'expansion des ions lourds O^+ est beaucoup plus petite que celle des protons. Les observations montrent effectivement que la vitesse d'expansion des ions O^+ est plus faible que celle des ions H^+ . Néanmoins, les modèles maxwelliens sous-estiment fortement la vitesse d'expansion de ces ions lourds. Avec le modèle Kappa, il est possible d'augmenter la vitesse d'expansion de ces ions en diminuant la valeur du paramètre κ . Dans son application au vent polaire, le modèle Kappa permet donc de reproduire des vitesses d'expansion en meilleur accord avec les observations que celles obtenues avec le modèle maxwellien.

Dans la Table 2.2, nous comparons l'expression du flux d'échappement de *Jeans* [1923] déterminé dans le cadre d'un modèle maxwellien, avec l'expression du flux de protons obtenu avec notre nouveau modèle Kappa donné en Annexe F. Le flux du modèle Kappa est toujours plus grand que celui du modèle maxwellien, à cause de l'excédent de particules suprathermiques. Mais dans les deux modèles (maxwellien et Kappa), le flux d'échappement est proportionnel à $\eta = B/B_0$ (cf équation 1.4), c'est-à-dire à la section droite du tube de flux magnétique. Celui-ci coïncide avec le tube d'écoulement du plasma. Ceci explique que le flux de particules et le flux magnétique au travers des sections droites du tube d'écoulement sont indépendants de l'altitude et satisfont donc bien aux équations de conservation de flux de particules ($\text{div } \mathbf{F} = 0$) et d'induction magnétique ($\text{div } \mathbf{B} = 0$).

Les modèles non collisionnels donnent des résultats qualitatifs en bon accord avec les observations de vent polaire. Faute d'observations de flux et de densités

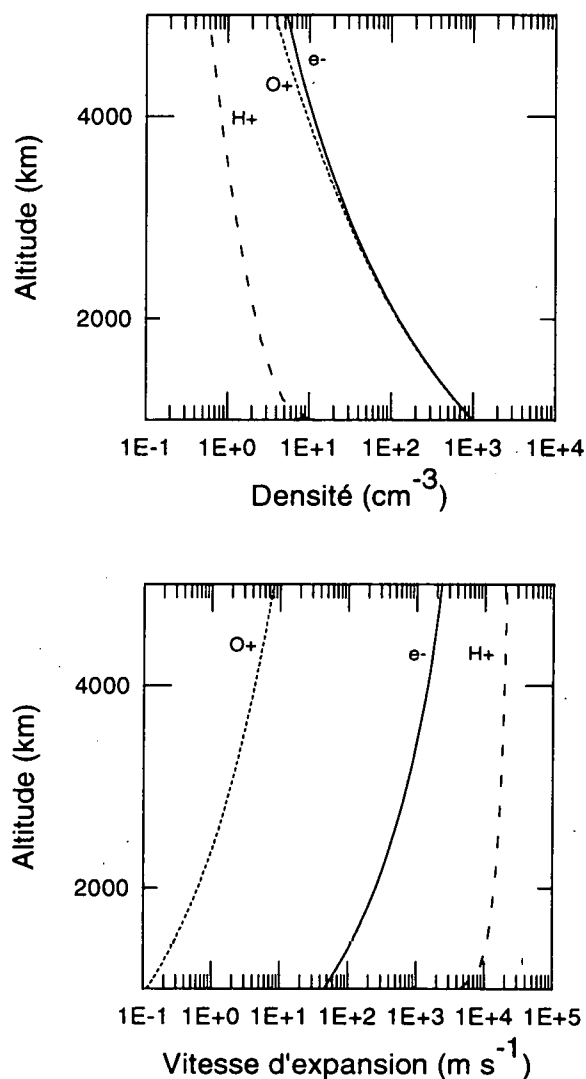


Figure 2.7. Profils de densité et de vitesse d'expansion pour les particules H⁺, O⁺ et e⁻ dans le vent polaire. Dans cet exemple, on a considéré $T_0 = 4000$ K, $n_{0e^-} = 1000$ cm⁻³, $n_{0H^+} = 10$ cm⁻³, $n_{0O^+} = 990$ cm⁻³ à 1000 km d'altitude.

ioniques simultanées à différentes altitudes dans un même tube de flux magnétique, il nous est impossible de faire une comparaison quantitative. Là n'est pas l'objectif de notre étude théorique des modèles de plasmasphère et de vent polaire. Il est en effet toujours possible d'ajuster les conditions à l'exobase pour obtenir une quelconque valeur observée à l'aide d'un satellite en un point déterminé et à un instant donné. Encore faut-il être sûr que les mesures ont été réalisées dans un intervalle de temps où la FDV du plasma était dans un état stationnaire comme les modèles décrits dans

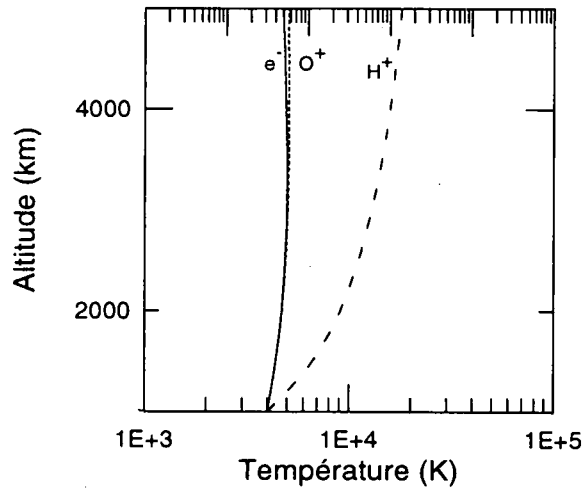


Figure 2.8. Profils de température des particules H^+ , O^+ et e^- dans le vent polaire. Dans cet exemple, on a considéré $T_0 = 4000$ K, $n_{0e^-} = 1000$ cm $^{-3}$, $n_{0H^+} = 10$ cm $^{-3}$, $n_{0O^+} = 990$ cm $^{-3}$ à 1000 km d'altitude.

Table 2.2. Expressions analytiques des flux d'échappement des ions H^+ dans le modèle maxwellien et le modèle Kappa de vent polaire. La formule de droite correspond à l'expression que Jeans a établi le premier pour calculer le flux d'évaporation planétaire. La fonction η est inversement proportionnelle à la section droite du tube magnétique et est définie Table 1.2. La constante A_κ est définie à l'équation (1.21).

Kappa	Maxwellienne
$F(r) = \frac{\eta n_0}{4} \frac{A_\kappa}{\kappa - 1} \left(\frac{2kT_0}{m\kappa} \right)^{1/2}$	$F(r) = \frac{\eta}{4} n_0 \left(\frac{8kT_0}{m\pi} \right)^{1/2}$

cette étude. Bien que des distributions tronquées de façon aussi abrupte à l'exobase soient sans doute peu réalistes, elles permettent cependant d'obtenir des distributions de densité, de flux et de température qu'il est intéressant de comparer entre elles pour comprendre et illustrer de manière élémentaire (en première approximation) les phénomènes physiques qui les déterminent dans les différentes conditions aux limites concernées ici. Nous verrons au Chapitre 4 comment l'effet des collisions coulombiennes modifie la FDV de la Figure 1.7 ainsi que les distributions de densité et les vitesses d'échappement des Figures 2.7.

Mais avant cela, nous appliquons notre modèle aux courants électriques alignés

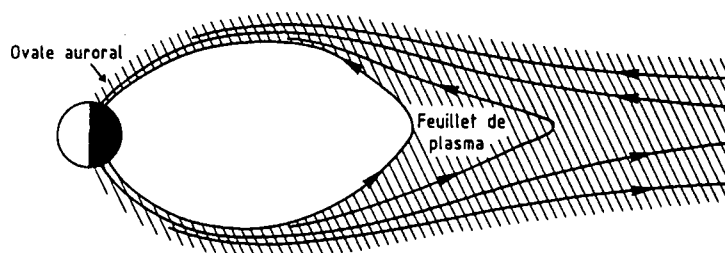


Figure 2.9. Configuration des lignes de champ reliant les particules chaudes du feuillet de plasma aux régions ionosphériques plus froides.

circulant entre l'ionosphère et le feuillet de plasma.

2.3 Courants électriques alignés

Les modèles exosphériques peuvent également être appliqués à l'étude des particules magnétosphériques injectées dans les régions aurorales de l'ionosphère terrestre [Evans, 1974; Lundin and Sandahl, 1978; Lyons et al., 1979; Chiu et al., 1981].

Les électrons magnétosphériques de haute énergie (~ 500 eV) qui peuplent le feuillet de plasma (cf Figure 2.9) sont accélérés par la différence de potentiel V qui s'établit le long des lignes du champ magnétique. Cette différence de potentiel est créée par effet thermoélectrique entre le plasma relativement froid de l'ionosphère et les électrons chauds du feuillet de plasma. Les observations ont indiqué que la densité de courant aligné J_{\parallel} est proportionnelle à la différence de potentiel V dans les régions aurorales [Evans, 1974; Fälthammar, 1983].

Un exemple est illustré dans la Figure 2.10 pour des mesures de la sonde Polar 3. Le flux d'énergie électronique mesuré, $\epsilon = VJ_{\parallel}$, dû à la différence de potentiel, est figuré en trait plein en fonction du temps. Les points montrent les mesures du potentiel, prises au carré et multipliées par une constante K appelée conductance. Cette constante est calculée de façon à donner le meilleur ajustement des mesures du flux d'énergie. La figure montre bien que le flux d'énergie varie proportionnellement au carré de la différence de potentiel: $\epsilon = KV^2$. Il existe donc une relation linéaire entre la densité de courant transportée par les électrons auroraux J_{\parallel} et V .

Lemaire and Scherer [1973ab], Knight [1973] et Fridman and Lemaire [1980] ont été les premiers à déduire une relation théorique entre J_{\parallel} et V . Cette relation qui est en général non linéaire comporte une partie linéaire entre 0.1 et 10 kV. De telles différences de potentiel correspondent effectivement à celles qui sont mesurées dans les régions aurorales: elles sont suffisamment élevées pour précipiter les électrons magnétosphériques dans l'atmosphère terrestre.

Les modèles cinétiques de Knight [1973], Lemaire and Scherer [1973a et b] et

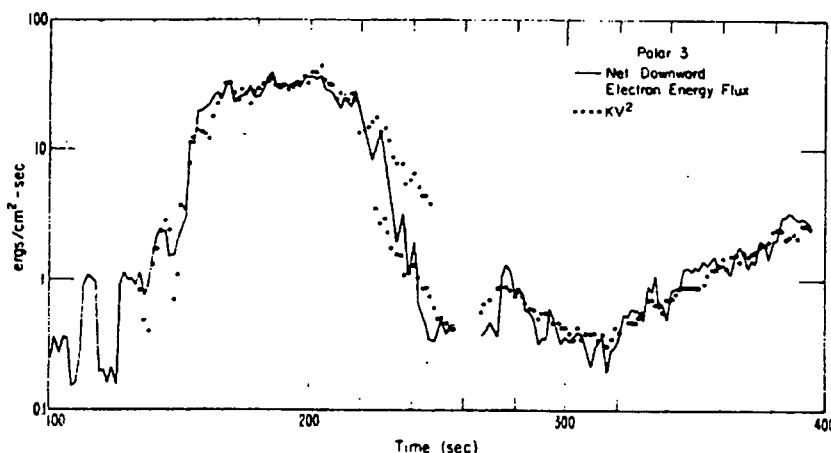


Figure 2.10. Flux d'énergie $\epsilon = V J_{\parallel}$ des électrons précipités vers l'ionosphère et KV^2 mesuré pendant 265 s par la sonde Polar 3. La valeur de la conductance donnant le meilleur ajustement dans cet exemple est $K = 4.7 \times 10^{-6} \text{ amps}/(\text{Vm}^2)$ [Lyons et al., 1979].

Fridman and Lemaire [1980] reposent sur l'hypothèse que les FDV des électrons et des protons sont maxwelliennes. Knight considérait uniquement la précipitation des électrons dans l'ionosphère. Lemaire et Scherer ont ajouté les effets des ions H^+ présents dans le feuillet de plasma et dans l'ionosphère. Nous avons utilisé notre nouveau modèle cinétique basé sur la fonction lorentzienne généralisée pour établir de nouvelles relations entre le courant électrique J_{\parallel} et la différence de potentiel V entre la magnétosphère et l'ionosphère. Nous montrerons ainsi que les courants négatifs qui sont fréquemment observés dans la magnétosphère peuvent s'établir pour des différences de potentiel beaucoup plus élevées dans les modèles Kappa que dans le modèle maxwellien.

2.3.1 Hypothèses de base de la modélisation

Nous considérons que des électrons et des ions froids s'évaporent du sommet de l'ionosphère et peuplent l'exosphère ionique. Ces particules froides ont des trajectoires sortantes ou ballistiques et nous supposons qu'elles ont une FDV donnée par une fonction lorentzienne généralisée dont la distribution angulaire est isotrope dans ces classes de trajectoires. Les particules froides entrantes sont absentes de la FDV. Par contre, des électrons et des protons chauds émanant du feuillet de plasma spiralent le long des lignes de champ et précipitent dans l'atmosphère en suivant des trajectoires entrantes. Ces particules entrantes chaudes sont supposées avoir des FDV également de type Kappa mais dont la température est plus élevée.

Les courants partiels

$$J_{\parallel\alpha}(r_0) = n_{0\alpha} e \int f(r_0, \mathbf{v}) v_{\parallel} d\mathbf{v} \quad (2.9)$$

transportés par les électrons froids J_{ce-} (“cold electrons”) et les ions J_{H+} s’échappant de l’ionosphère et par les électrons chauds J_{he-} (“hot electrons”) et les ions J_{p+} y entrant, dépendent de la différence de potentiel électrique V entre l’infini et l’exobase. Lorsque les distributions de ces particules sont des fonctions Kappa d’indice κ , les expressions analytiques des courants partiels sont données par

$$J_{\parallel\alpha}(r_0) = \frac{1}{4} Z_{\alpha} e n_{0\alpha} \left(\frac{2kT_{0\alpha}}{m_{\alpha}} \right)^{1/2} \frac{A_{\kappa} \kappa^{-1/2}}{\kappa - 1} \quad (2.10)$$

lorsque l’énergie potentielle totale par rapport à l’infini⁴ $U(r) = Z_{\alpha} e V(r) + m_{\alpha} \phi_g(r)$ est positive et uniformément décroissante avec l’altitude, et

$$J_{\parallel\alpha}(r_0) = \frac{1}{4} Z_{\alpha} e n_{0\alpha} \left(\frac{2kT_{0\alpha}}{m_{\alpha}} \right)^{1/2} \frac{A_{\kappa} \kappa^{-1/2}}{\kappa - 1} \left[1 - \frac{U(r_0)}{kT_{0\alpha}} \right] \left[1 - \frac{U(r_0)}{\kappa(kT_{0\alpha})} \right]^{-\kappa} \quad (2.11)$$

lorsque $U(r)$ est négative et uniformément croissante avec l’altitude. Dans ces expressions, $n_{0\alpha}$ est la densité des particules à la distance radiale r_0 , $Z_{\alpha} e$ leur charge, $T_{0\alpha}$ leur température, m_{α} leur masse, k la constante de Boltzmann, κ est le paramètre Kappa et A_{κ} était défini à l’équation (1.21).

2.3.2 Comparaison des résultats et des observations

Adoptant des valeurs typiques de la température et de la densité pour les différentes espèces de particules à une altitude donnée (cf Table 2.3), on peut calculer tous les courants partiels ainsi que leur somme J_{tot} . Ces courants partiels sont des fonctions de $U(r)$ et sont illustrés dans la Figure 2.11 pour un modèle Kappa dont $\kappa = 5.5$.

Les densités de courant totales calculées pour différentes valeurs de l’indice κ sont illustrées dans la Figure 2.12. Les courbes des courants partiels en fonction de la différence de potentiel nous permettent de déduire les conclusions suivantes concernant les courants alignés circulant entre l’ionosphère et le feuillet de plasma. Ces conclusions ont été publiées dans l’article [Pierrard, 1996] donné en Annexe G. Nous ne reprenons ici que les principales:

- Lorsque $V > 10$ kV, la densité de courant est principalement transportée par les électrons du feuillet de plasma. Ceux-ci sont accélérés et précipités dans l’ionosphère où ils provoquent les aurores. Le courant transporté par les ions chauds de la magnétosphère est négligeable.

⁴En supposant $U(\infty) = 0$.

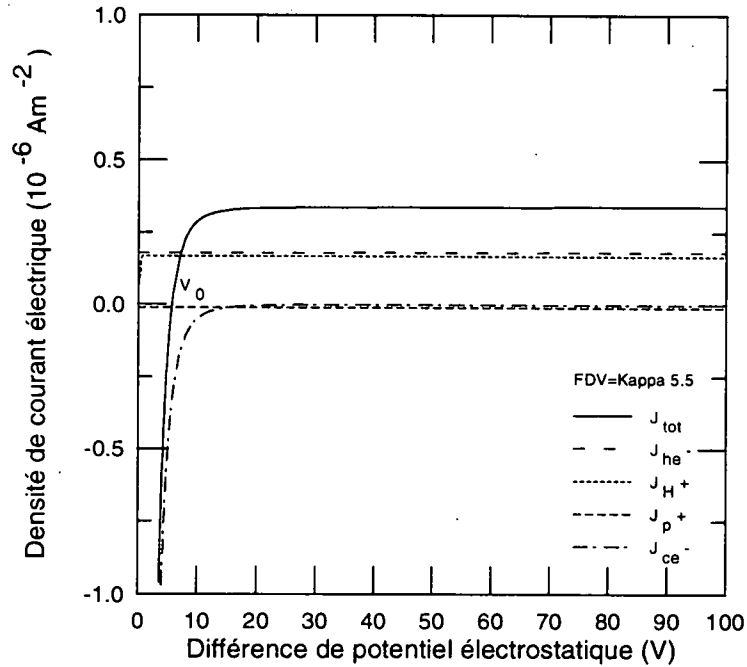


Figure 2.11. Courants alignés partiels et courant total en fonction de la différence de potentiel V parallèle aux lignes de champ magnétique entre l'ionosphère et la magnétosphère, dans un tube de flux magnétique auroral. Un indice $\kappa = 5.5$ a été utilisé pour la FDV de chaque espèce de particules. La valeur des densités et des températures des différentes espèces de particules à l'altitude de 1000 km sont données dans la Table 2.3. J_{ce-} est la densité de courant des électrons froids de l'ionosphère; J_{H+} est la densité de courant des ions hydrogène froids s'échappant de l'ionosphère; J_{he-} est la densité de courant des électrons chauds du feuillet de plasma; J_{p+} est la densité de courant des ions hydrogène chauds du feuillet de plasma; J_{tot} est la somme des densités de courant partiels.

Table 2.3. Valeurs des densités et des températures des différentes espèces de particules choisies à l'altitude de 1000 km pour l'exemple illustré aux Figures 2.11 et 2.12.

Particules et provenance	densité (cm^{-3})	température (K)
H^+ du feuillet de plasma	0.1	5×10^7
e^- du feuillet de plasma	0.1	10^7
O^+ de l'ionosphère	2000	1500
H^+ de l'ionosphère	200	4000
e^- de l'ionosphère	2200	4500

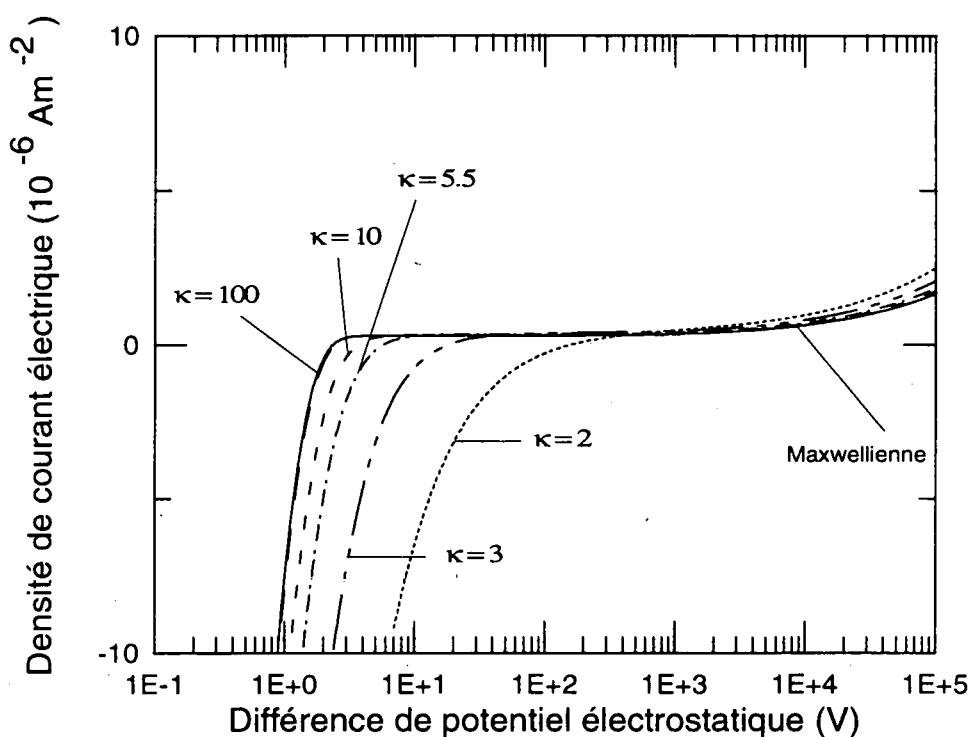


Figure 2.12. Densités de courant totales en fonction de la différence de potentiel entre l'ionosphère et la magnétosphère, pour des modèles Kappa d'indices κ différents. Pour des valeurs de V comprises entre 10 et 10^4 V, la relation entre la densité de courant électrique J_{\parallel} et la différence de potentiel V est quasi-linéaire.

- Quand l'indice κ diminue, c'est-à-dire quand il y a davantage de particules énergétiques dans la queue de la FDV, les intensités des courants alignés partiels augmentent en valeur absolue.
- Pour les valeurs de V comprises entre 0.1 et 10 kV correspondant aux potentiels alignés observés dans les arcs auroraux, le courant total est positif (dirigé vers le haut) et peut être représenté par une relation linéaire entre le courant et la différence de potentiel électrique:

$$J_{\parallel} = \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\kappa^{1/2}(\kappa - 1)} \frac{e^2 n_{0he^-}}{(2\pi m_e k T_{0he^-})^{1/2}} V = K_{\text{Kappa}} V. \quad (2.12)$$

Cette relation linéaire entre J_{\parallel} et V est confirmée par les observations (cf Figure 2.10). La pente de la droite représentant la relation linéaire courant-voltage correspond à une conductance K , dont la valeur dépend de l'indice κ de la FDV lorentzienne généralisée ainsi que de la température et de la densité

des électrons chauds provenant du feuillet de plasma. Quand la valeur de κ tend vers l'infini, la valeur de K_κ décroît vers la valeur maxwellienne obtenue par *Fridman and Lemaire* [1980]. Notons qu'il existe une relation linéaire entre le courant électrique et la différence de potentiel appliquée aux bornes d'une résistance ohmique. Toutefois, la relation linéaire obtenue ici n'est pas liée à une résistance ohmique puisque les particules qui transportent le courant ne subissent pas de collisions comme les électrons de conduction dans un matériau conducteur.

- Lorsque $V < 100$ Volts, les courbes reliant J_{\parallel} et V cessent d'être quasiment linéaires. Le courant total diminue en raison de l'augmentation de la contribution du courant transporté vers le bas par les électrons froids s'échappant de l'ionosphère. Ceci peut rendre compte des courants négatifs observés dans la magnétosphère. En effet, dans les modèles de couplage entre la magnétosphère et l'ionosphère, on n'a généralement pas tenu compte de la non-linéarité des courbes caractéristiques reliant J_{\parallel} et V illustrées dans la Figure 2.12. De nombreux auteurs [*Marklund and Blomberg*, 1991; *Lu et al.*, 1991] imposent un changement de signe de V afin de créer un changement de direction du courant électrique de positif à négatif. En réalité, on voit qu'une diminution de V légèrement en dessous de V_0 suffit pour créer des courants négatifs. Nous appelons V_0 la valeur du potentiel thermoélectrique pour lequel $J_{\text{tot}} = 0$.
- Dans notre modèle, des courants négatifs très importants sont obtenus quand $V < V_0$. Notez que la valeur de V_0 est positive et augmente lorsque κ diminue. Des courants négatifs peuvent donc exister avec des différences de potentiel plus grandes dans un modèle Kappa que dans un modèle maxwellien.

Les résultats du modèle appliqué aux courants électriques alignés, à la plasmasphère et au vent polaire sont donc qualitativement en bonne concordance avec les observations. Ils permettent de comprendre les mécanismes physiques responsables des profils de densité et de flux observés. D'autres applications du modèle sont encore envisageables.

2.4 Autres applications possibles du modèle

Les applications de notre modèle, dont les expressions sont données dans l'Annexe F, ne se limitent pas uniquement au plasma terrestre: il peut également être adapté pour étudier les exosphères des autres planètes et des étoiles.

Le Dr Milan Maksimovic, chercheur au Département de Physique Spatiale de l'Observatoire de Paris, s'est intéressé à notre modèle basé sur la FDV lorentzienne généralisée et a utilisé les relations que nous avons établies pour les appliquer au cas du vent solaire. Les résultats obtenus sont exposés en détail dans l'Annexe H.

Nous synthétisons ici les principales conclusions obtenues pour cette application du modèle au vent solaire.

Le vent solaire est un flot continu de plasma s'échappant radialement de la couronne solaire. Il est constitué principalement de protons et d'électrons. Ce problème d'expansion du plasma des couronnes stellaires est similaire au cas d'échappement du vent polaire hors de l'ionosphère terrestre. La principale différence tient au fait que dans le vent solaire, le champ magnétique n'est plus dipolaire, mais décroît avec la distance héliocentrique en $B(r)/B(r_0) \propto (r/r_0)^{-2}$. Les limites pour la distance de l'exobase tirées des relations (1.2) et (1.1) se situent entre 2 et 13 rayons solaires.

L'approche cinétique basée sur des fonctions Kappa permet de reproduire la plupart des propriétés du vent solaire observées à 1 UA [*Maksimovic et al.*, 1996a]. Les fonctions de distribution des vitesses électroniques observées dans le vent solaire possèdent effectivement des excédents de particules suprathermiques. Leur ajustement à l'aide de fonctions Kappa donne des paramètres κ_e dont les valeurs sont généralement de l'ordre de 3 à 7 [*Maksimovic et al.*, 1996b]. Contrairement aux FDV des électrons, les fonctions de distribution des vitesses des protons ne présentent pas systématiquement de caractère non-maxwellien. De ce fait, elles peuvent généralement être ajustées par des fonctions Kappa de paramètres κ élevés.

En particulier, le modèle ouvre de nouvelles pistes permettant d'expliquer certaines observations dont les précédents modèles ne rendaient pas compte.

Tout d'abord, les vitesses d'expansion élevées (> 600 km/s) observées dans le vent solaire rapide n'ont jamais pu être obtenues à l'aide des précédents modèles cinétiques du même type sans imposer des températures coronales trop hautes [*Lemaire and Scherer*, 1971]. Avec le modèle Kappa, il suffit de baisser la valeur de l'indice κ pour atteindre des vitesses élevées d'expansion du vent solaire, tout en maintenant une température constante dans la couronne.

De plus, les observations des sondes spatiales montrent qu'il existe deux types de vent solaire: un vent lent et un vent rapide. Le vent solaire lent, qui à 1 UA est relativement dense et froid, semble s'échapper des zones équatoriales du Soleil, où la température coronale est plutôt élevée. Le vent solaire rapide semble s'échapper des trous coronaux, où la température coronale est moins élevée. Or, ce fait paradoxal n'a jamais pu être expliqué par les modèles de vent solaire qui ont toujours donné des vitesses d'expansion croissantes avec la température coronale. Le fait que le vent solaire rapide provient des régions les plus froides de la couronne (les trous coronaux) peut être expliqué par le modèle Kappa en supposant que la FDV des électrons originaires des trous coronaux relativement froids possède un excès de particules de hautes énergies. Dans ce cas, nous pouvons la représenter par une fonctions Kappa dont le paramètre κ est petit. La vitesse du vent solaire issu de ces régions est alors élevée à 1 UA même si la température coronale est plus faible que dans les régions équatoriales. La FDV des électrons originaires des régions

équatoriales plus chaudes serait plus proche de l'équilibre maxwellien. Cette FDV pourrait donc être représentée par des fonctions Kappa dont le paramètre κ tend vers de grandes valeurs.

Le modèle Kappa permet ainsi de reproduire les vitesses d'expansion du vent solaire lent et rapide à 1 UA. De plus, il rend également compte des autres caractéristiques physiques du vent solaire lent et rapide observées à 1 UA, comme les températures des protons et des électrons ainsi que leur densité. En considérant des valeurs différentes de l'indice κ pour le vent solaire lent et rapide, le modèle Kappa permet d'obtenir des valeurs des paramètres physiques à 1 UA proches de celles observées.

Le nouveau modèle exosphérique Kappa appliqué au vent solaire est donc intéressant car il permet d'obtenir:

- des vitesses d'expansion du vent solaire supérieures à 600 km/s pour des températures coronales moins élevées que dans les modèles exosphériques maxwelliens de *Lemaire and Scherer* [1971].
- une piste pour l'anticorrélation observée entre la vitesse et la température coronale des protons observés à 1 UA dans le vent solaire.
- des densités et des températures électroniques et protoniques à 1 UA proches de celles observées.

Il faut préciser que *Scudder* [1992 ab] fut en fait le premier à suggérer que des distributions présentant un excédent de particules suprathermiques pouvaient avoir des conséquences importantes pour le vent solaire. Il montra notamment que les fonctions suprathermiques pouvaient chauffer la couronne solaire en y transportant leur énergie. Dans la section suivante, nous résumons les principales nouveautés apportées par notre modèle dans ses diverses applications ainsi que ses avantages et ses inconvénients.

2.5 Discussion

Les nouveautés du modèle exosphérique Kappa

La principale nouveauté de notre modèle exosphérique par rapport aux modèles exosphériques développés précédemment est de tenir compte de l'effet des particules de haute énergie en utilisant une FDV Kappa au lieu de se baser sur la distribution maxwellienne utilisée jusqu'à présent. En effet, les mesures spectrales dans le vent solaire ainsi que dans la magnétosphère de la Terre et des autres planètes témoignent de la présence de FDV possédant un excédent de particules suprathermiques. Les

fonctions de distribution des vitesses des particules magnétosphériques possèdent plus de particules de haute énergie que la distribution maxwellienne.

La fonction Kappa qui décroît comme une loi de puissance de la vitesse permet d'ajuster ce type de distribution: en effet, en diminuant la valeur du paramètre κ , l'abondance des particules de haute énergie présentes dans la FDV augmente. De plus, cette fonction est solution de l'équation de Vlasov car elle ne dépend que de l'énergie des particules qui est une constante du mouvement. Par conséquent, cette distribution convient mieux qu'une simple maxwellienne pour étudier l'exosphère. En effet, elle est plus générale que la fonction maxwellienne qui constitue un cas particulier correspondant à $\kappa = \infty$.

Il était donc important de développer un nouveau modèle d'exosphère basé sur ces fonctions Kappa. Il faut souligner que la fonction Kappa n'est qu'une des nombreuses fonctions mathématiques permettant de simuler des distributions de vitesses enrichies en particules suprathermiques. Les résultats obtenus sont globalement identiques si l'on utilise d'autres fonctions possédant des excédents de particules suprathermiques, comme par exemple la somme de deux maxwelliennes de températures différentes. Les conclusions obtenues à l'aide du modèle Kappa sont expliquées par l'excédent de particules suprathermiques et non pas uniquement par la forme mathématique particulière des fonctions Kappa. La fonction Kappa présente alors l'avantage d'ajuster les spectres observés à l'aide de trois paramètres (T_0 , n_0 et κ) au lieu de quatre pour la somme de deux maxwelliennes (n_{01} , T_{01} , n_{02} et T_{02}).

Jusqu'à présent, la formation de telles distributions de vitesses de particules suprathermiques n'a pas été expliquée physiquement. Mais le fait que les collisions coulombiennes ont des sections efficaces importantes pour les particules de faible vitesse alors qu'elles ont peu d'effet sur les particules de hautes énergies peut fournir une explication théorique de leur présence, comme nous le montrons au Chapitre 4.

Le fait d'utiliser des distributions enrichies en particules suprathermiques pour le développement de notre modèle d'exosphère ionique amène des résultats intéressants et nouveaux dont les principaux sont résumés dans le paragraphe suivant.

Accord entre les résultats du modèle et les observations

L'intérêt d'un modèle réside dans la convergence entre ses résultats et les observations: Les précédents modèles et notamment les modèles cinétiques basés sur la fonction maxwellienne offraient déjà un certain nombre de résultats en bon accord avec les observations lorsqu'ils étaient appliqués à la plasmasphère, au vent polaire ou aux courants électriques alignés. Par rapport à ces modèles, le nouveau modèle Kappa présente les principaux avantages suivants:

- La présence de FDV possédant un excédent de particules suprathermiques permet d'expliquer les gradients de température positifs observés entre l'iono-

sphère et la magnétosphère terrestre. L'effet de filtrage des vitesses permet également d'expliquer le chauffage de la couronne solaire.

- Le modèle Kappa permet de reproduire les vitesses d'expansion élevées des ions H^+ du vent polaire. De plus, il permet d'obtenir des vitesses d'expansion des ions O^+ plus élevées que dans le modèle maxwellien et donc en meilleur accord avec les observations de vent polaire.
- En ce qui concerne les courants alignés circulant entre l'ionosphère et le feuillet de plasma, le modèle confirme la relation linéaire observée entre le courant positif et la différence de potentiel qui s'établit entre l'ionosphère et la magnétosphère. Les courants en sens opposé, qui sont observés dans la magnétosphère, apparaissent pour des valeurs de potentiel positives et plus élevées dans le modèle Kappa que dans le modèle maxwellien.
- Les vitesses élevées (> 600 km/s) observées dans le vent solaire au voisinage de la Terre peuvent être obtenues avec le modèle en prenant de faibles valeurs de l'indice κ pour la distribution des électrons. Ni les modèles cinétiques maxwelliens, ni les modèles hydrodynamiques ne permettent d'obtenir des vitesses aussi élevées sans nécessiter l'adoption de températures coronales exagérément grandes ou l'introduction de sources d'énergie supplémentaires ad hoc.
- Le modèle permet de rendre compte des principales caractéristiques de la plasmasphère, du vent polaire, des courants électriques alignés et du vent solaire. Le paramètre κ donne un degré de liberté supplémentaire qui permet de tenir compte des effets des particules suprathermiques et d'obtenir des résultats plus proches des observations. Le modèle analytique permet de comprendre aisément les mécanismes physiques qui déterminent les distributions de densité, de flux ou de température des particules.

En faisant tendre κ vers l'infini, on retrouve les résultats des modèles maxwelliens.

Les limites du modèle

Ce modèle analytique possède évidemment des limites intrinsèques:

- Le modèle est basé sur la fonction Kappa dont les moments d'ordres élevés ne sont pas tous calculables. De plus, cette fonction ne possède pas de fondement physique autre que le fait qu'elle ajuste bien les FDV des plasmas spatiaux. Il s'agit seulement d'un outil de modélisation permettant de tenir compte des effets dus aux particules de haute énergie. Cependant, il faut souligner que les effets mis en évidence par le modèle ne sont pas seulement dus à

l'expression particulière de la fonction Kappa mais apparaissent pour toute fonction présentant un enrichissement en particules suprathermiques.

- En modifiant le paramètre κ , on s'octroie un degré de liberté supplémentaire qui permet d'obtenir une bonne concordance avec les observations. Cependant, le processus de formation des FDV enrichies en particules suprathermiques reste à expliquer. Des études ont été réalisées dans cet objectif et ont montré que la formation de fonctions de distributions de type Kappa pouvait être liée à l'immersion du plasma dans un champ de radiations suprathermiques [Hasegawa et al., 1985], à des effets de diffusion angulaire [Collier, 1993; Collier and Hamilton, 1995] ou à des interactions ondes-particules [Tsallis et al., 1995]. Il faut aussi noter que les valeurs choisies pour le paramètre κ ne sont pas bien définies au niveau de l'ionosphère où les spectres d'énergie des particules sont difficiles à mesurer en dessous de 10 eV.
- Les différentes classes de trajectoires de particules sont supposées peuplées de particules dont la distribution est une fonction Kappa isotrope dans chaque région. La fonction de distribution des vitesses des particules est supposée être une fonction Kappa isotrope, éventuellement tronquée dans le cas où les particules entrantes ou piégées sont absentes. Ce choix de fonction pseudo-isotrope est trop discontinu pour être réaliste, c'est pourquoi nous étudions les fonctions de distribution des vitesses des particules issues de la barosphère et de la région de transition dans la seconde partie de cette thèse.
- Le modèle ne tient pas compte des collisions, alors que les collisions coulombiennes ne sont jamais totalement négligeables dans un plasma, en particulier pour les particules de faible vitesse. L'effet des collisions coulombiennes sera pris en compte dans le prochain chapitre.

Partie 2: Modèle cinétique avec collisions

Chapitre 3

Région de transition: théorie du modèle cinétique collisionnel

L'intérêt des modèles cinétiques sans collisions réside dans le fait que leur résolution est analytique et qu'ils permettent de décrire facilement comment se transforme une fonction de distribution des vitesses dans un champ de force central. Néanmoins, les collisions ne peuvent pas être complètement négligées dans les plasmas magnétosphériques et astrophysiques. En vue de tenir compte de l'effet des collisions coulombiennes sur la FDV, nous proposons dans cette deuxième partie de résoudre l'équation de Fokker-Planck et d'appliquer cette résolution au cas du vent polaire. Il est possible d'étendre cette résolution de l'équation de Fokker-Planck à d'autres situations rencontrées en géophysique externe et en astrophysique (notamment lorsqu'un plasma s'échappe du champ gravifique au sommet de l'atmosphère d'une planète ou d'une étoile).

Dans le Chapitre 3, nous présentons les hypothèses de base du nouveau modèle cinétique collisionnel et établissons les équations de transport des particules dans le plasma atmosphérique. Dans le Chapitre 4, nous présentons les résultats obtenus dans le cadre d'une étude du vent polaire dans la région de transition et nous discutons les conditions aux frontières qui s'avèrent importantes pour obtenir des solutions réalistes. Enfin, dans le Chapitre 5, nous comparons les résultats de notre modèle dans son application à la région de transition avec les résultats obtenus à l'aide de simulations de Monte Carlo, de modèles hydrodynamiques et de modèles cinétiques de vent polaire. Nous insisterons particulièrement sur la comparaison avec le récent modèle cinétique de *Lie-Svendson and Rees* [1996] qui est également basé sur l'équation de Fokker-Planck mais dont la méthode de résolution numérique et les conditions aux frontières sont différentes.

3.1 L'équation de Fokker-Planck

Dans la région de transition, les particules passent de manière continue du régime fortement collisionnel au régime non collisionnel. Les ions y sont donc soumis aux effets des forces extérieures décrites au Chapitre 1 ainsi qu'à des collisions plus ou moins fréquentes en fonction de la densité et de la température du plasma. Nous supposons qu'il n'y a ni processus de perte des particules (recombinaison par exemple), ni de source (ionisation ou échange de charge par exemple) dans la région de transition considérée. En effet, on se trouve à des altitudes élevées où les processus de recombinaison et d'ionisation sont peu importants. L'addition de telles pertes ou sources de particules ne présente pas de réelle difficulté numérique et pourrait être envisagée dans le cadre d'une étude ultérieure d'exosphère planétaire générale. L'étude de ces effets complémentaires n'est cependant pas l'objectif principal de notre travail.

L'équation cinétique de transport décrivant la fonction de distribution des vitesses des particules en fonction de l'altitude et du temps est donnée par:

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}})f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + (\mathbf{a} \cdot \nabla_{\mathbf{v}})f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \left(\frac{df}{dt}\right)_c \quad (3.1)$$

où les notations sont identiques à celles de l'équation (1.12). Le terme dans le membre de droite $(df/dt)_c$ représente l'effet des collisions. Dans le cas des collisions coulombiennes, celui-ci peut s'écrire sous la forme de l'opérateur de Fokker-Planck [Landau, 1936; Spitzer, 1956; Rosenbluth *et al.*, 1957; Hinton, 1983]:

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_c = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left[\mathbf{A} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot (\mathbf{D} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)) \right] \quad (3.2)$$

où

$$\mathbf{A} = -4\pi \sum_{\beta} \frac{Z_\alpha^2 Z_\beta^2 e^4 \ln \Lambda}{m_\alpha^2} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \int d\mathbf{v}' f_\beta(\mathbf{v}') \frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}')}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|^3} \quad (3.3)$$

est appelé le vecteur de friction dynamique et

$$\mathbf{D} = 4\pi \sum_{\beta} \frac{Z_\alpha^2 Z_\beta^2 e^4 \ln \Lambda}{m_\alpha^2} \int d\mathbf{v}' f_\beta(\mathbf{v}') \left(\frac{\mathbf{I}}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|} - \frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}')(\mathbf{v} - \mathbf{v}')}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|^3} \right) \quad (3.4)$$

est le tenseur de diffusion de vitesse (\mathbf{I} est la matrice unité, Λ est le rapport entre la distance de Debye et la distance entre les particules dans le plasma et $\ln \Lambda \simeq 15$ dans les plasmas géophysiques). Chaque terme dans la somme sur l'indice β représente l'effet des collisions dû aux particules d'espèce β sur les particules d'espèce α . $f_\beta(\mathbf{v}')$ est la FDV des particules avec lesquelles la particule incidente entre en collision.

Si nous nous plaçons exactement au pôle magnétique, nous pouvons supposer que le champ magnétique est vertical et que le champ électrique possède uniquement une

composante parallèle au champ magnétique. La symétrie azimuthale qui en résulte permet de réduire le nombre de dimensions de l'espace de phase de 6 à 3, ce qui simplifie le problème d'un point de vue mathématique sans en aliéner les aspects physiques essentiels qui nous intéressent ici. La fonction de distribution des vitesses dépend uniquement de la distance radiale r , de la vitesse v et de $\mu = \cos \theta$, où θ est l'angle entre le vecteur vitesse et l'axe de symétrie vertical. La généralisation à une géométrie plus complexe ne présente pas de difficulté de principe sinon des complications d'ordre géométrique dont nous ne nous embarrassons pas ici pour mieux mettre en évidence les aspects qui nous concernent dans ce travail.

3.1.1 L'équation de Fokker-Planck sans collisions

Dans l'équation de Fokker-Planck, l'accélération \mathbf{a} d'une particule d'espèce α dépend de la force électrique $Z_\alpha e \mathbf{E}$ et gravitationnelle $m_\alpha \mathbf{g}$, agissant verticalement, et de la force de Lorentz:

$$\mathbf{a} = \left(\frac{Z_\alpha e \mathbf{E}}{m_\alpha} + \mathbf{g} \right) + \frac{Z_\alpha e}{m_\alpha} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{a}_r(\mathbf{r}) + \mathbf{a}_L. \quad (3.5)$$

Les distributions de la force gravifique et de la force électrique ont été décrites au Chapitre 1.

Exprimé dans les coordonnées (r, v, μ) définies dans le paragraphe précédent, le terme d'accélération verticale $\mathbf{a}_r(\mathbf{r})$ de (3.1) devient:

$$(\mathbf{a}_r(\mathbf{r}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}}) f_\alpha(r, v, \mu, t) = a(r) \left(\mu \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{(1 - \mu^2)}{v} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) \quad (3.6)$$

car le système de coordonnées est tel que $\mu = \cos \theta = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})/vr$. Pour alléger la notation, nous écrirons dorénavant f pour $f_\alpha(r, v, \mu, t)$.

La force de Lorentz ajoute un terme d'accélération non radial qui prend la forme:

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}_L \cdot \nabla_{\mathbf{v}}) f &= -\frac{1}{2} \frac{\partial \ln B}{\partial r} v (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \\ &= \frac{3v}{2r} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Le champ magnétique est dipolaire en première approximation. Les tubes magnétiques ont dès lors une section horizontale qui varie approximativement comme r^3 avec la distance radiale dans les régions polaires (cf équation (1.4)). Les expressions du terme d'accélération ont été obtenues en considérant que le champ magnétique est vertical et axialement symétrique.

Le terme d'advection de l'équation (3.1) s'écrit en coordonnées sphériques:

$$(\mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) f = v \mu \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v}{r} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu}. \quad (3.8)$$

Le second terme prend en compte la correction de sphéricité due à la courbure de la planète et correspond à 2/3 du terme dû à la force de Lorentz¹. Ce terme de correction ne sera pas ajouté à la force magnétique dans le cas de la Terre du fait que le rayon de giration des particules autour des lignes du champ magnétique est suffisamment petit pour que les particules ne ressentent plus la courbure de la Terre.

Introduisons la vitesse réduite y

$$y = \sqrt{\frac{m_{H^+}}{2kT_{H^+}}} v = \frac{v}{w_{H^+}}. \quad (3.9)$$

Cette nouvelle variable sans dimension correspond au rapport entre la vitesse d'une particule et la vitesse moyenne d'un ion H^+ dans un plasma dont la FDV est maxwellienne et caractérisée par une température T_{H^+} . En effectuant ce changement de variable, le terme du membre de gauche de l'équation de Fokker-Planck (3.1) devient:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}f = & \frac{\partial f}{\partial t} + w_{H^+} y \mu \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{a(r)}{w_{H^+}} \left(\mu \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{(1-\mu^2)}{y} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) \\ & + \frac{3}{2} w_{H^+} \frac{y}{r} (1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

On vérifie que les fonctions localement maxwelliennes définies par l'équation (1.16) ou lorentziennes généralisées définies par l'équation (1.20) sont toutes deux des solutions stationnaires de l'équation de Fokker-Planck sans collisions $\mathcal{D}f = 0$. Comme ces fonctions sont isotropes, elles ne dépendent pas de θ ou de μ mais seulement de l'énergie totale qui est une constante du mouvement. Nous avons montré dans le premier chapitre que toute fonction des constantes du mouvement est aussi solution de l'équation $\mathcal{D}f = 0$. On appelle cette équation l'équation de Vlasov lorsque le terme de collision est négligé. Les distributions de vitesses dans l'exosphère sont déterminées par leur valeur à l'exobase. Dans les Chapitres 1 et 2, nous avons établi les expressions des moments de la FDV Kappa dans l'exosphère.

Dans le paragraphe qui suit, nous établissons l'expression du terme de collision qui est négligé dans les modèles exosphériques des chapitres précédents.

3.1.2 Le terme de collision

Hinton [1983] a montré que le terme de collision peut s'écrire sous la forme:

$$\left(\frac{df}{dt} \right)_c = \sum_{\beta} 4\pi \frac{Z_{\alpha}^2 Z_{\beta}^2 e^4 \ln \Lambda}{m_{\alpha}^2} \left[- \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\beta}} \right) \frac{\partial}{\partial v_i} \left(f \frac{\partial h_{\beta}}{\partial v_i} \right) \right]$$

¹La correction de sphéricité décroît en r^{-2} alors que le dipôle magnétique décroît en r^{-3} .

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial v_j} \left(f \frac{\partial^2 g_\beta}{\partial v_i \partial v_j} \right) \Big] \quad (3.11)$$

où les fonctions $h_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ et $g_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ sont définies par

$$h_\beta = \int \frac{f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{v}')}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|} d\mathbf{v}' \quad (3.12)$$

$$g_\beta = \int f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{v}') |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| d\mathbf{v}'. \quad (3.13)$$

$f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{v}')$ sont les fonctions de distribution des vitesses des particules β avec lesquelles les particules d'espèce α entrent en collision. Nous utilisons également la variable suivante:

$$x = \sqrt{m_\beta / (2kT_\beta)} v = y w_\alpha / w_\beta. \quad (3.14)$$

Nous désirons étudier l'échappement des ions H^+ dans le vent polaire. Comme nous l'avons expliqué au Chapitre 2, ces ions légers sont accélérés par le champ électrique de polarisation et s'échappent avec des vitesses qui peuvent atteindre plusieurs dizaines de km/s. Le fait que les ions H^+ soient minoritaires dans les régions polaires permet de négliger les collisions des ions H^+ avec eux-mêmes. Ainsi, nous pouvons restreindre le problème au transport d'une espèce minoritaire ($\alpha = \text{H}^+$) dans un milieu composé majoritairement par une autre espèce d'ions ($\beta_1 = \text{O}^+$) et par des électrons ($\beta_2 = e^-$). Comme la fonction de distribution des ions H^+ est inconnue, il n'est en effet pas possible de calculer analytiquement les intégrales (3.12) et (3.13). Les collisions H^+H^+ sont écartées par la plupart des auteurs dans le vent polaire (cf Chapitre 5).

Les collisions H^+e^- peuvent également être négligées car la fréquence des collisions H^+e^- est $\sqrt{m_{\text{O}^+}/m_{e^-}}$ fois plus faible que la fréquence de collisions H^+O^+ . Seules les collisions H^+O^+ seront donc prises en compte.

Comme les ions O^+ ont une masse 16 fois plus grande que celle des ions H^+ , leur vitesse d'agitation thermique est 4 fois plus faible. Leur vitesse moyenne est beaucoup plus petite que la vitesse critique d'échappement. Par conséquent, la grande majorité des ions O^+ sont piégés dans le champ gravifique comme nous l'avons montré au Chapitre 2. De ce fait, leur distribution est proche d'une maxwellienne dont la vitesse de déplacement verticale u est voisine de zéro car la distribution maxwellienne correspond à la distribution vers laquelle tendent les particules dans un plasma collisionnel en équilibre hydrostatique. Nous supposons donc comme la plupart des auteurs que la FDV des particules majoritaires O^+ est connue et non perturbée par les collisions avec l'espèce minoritaire. Nous considérerons également que f_{O^+} est une fonction maxwellienne isotrope de température T_β et de vitesse d'ensemble $\mathbf{u} = 0$. L'hypothèse que la fonction de distribution des vitesses des ions O^+ est maxwellienne permet le calcul analytique des intégrales (3.12) et (3.13).

La condition de quasi-neutralité dans un tel plasma, constitué principalement par les ions O^+ en équilibre barométrique dans le champ gravitationnel, implique que le champ électrique est proche du champ de Pannekoek-Rosseland, du fait de la prédominance des ions O^+ par rapport aux ions H^+ :

$$\mathbf{E}(r) \doteq -\frac{(m_{O^+} - m_{e^-})}{2e} \mathbf{g}(r). \quad (3.15)$$

La FDV localement maxwellienne (1.16) des particules majoritaires O^+ est donnée par:

$$f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{v}') = n_\beta \left(\frac{m_\beta}{2\pi kT_\beta} \right)^{3/2} \exp(-x'^2) \exp(-q_\beta(r)) \quad (3.16)$$

où $x' = \sqrt{m_\beta/(2kT_\beta)}v'$ est le rapport entre la vitesse v' des ions cibles O^+ et leur vitesse d'agitation thermique.

Les intégrales (3.12) et (3.13) peuvent être calculées analytiquement. Pour une distribution maxwellienne, on trouve que le terme de collision (3.11) peut s'écrire:

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dt} \right)_c &= 2\pi \frac{Z_\alpha^2 Z_\beta^2 e^4 \ln \Lambda}{m_\alpha^2} \left(\frac{m_\beta}{2kT_\beta} \right)^{3/2} n_\beta \exp(-q_\beta(r)) \\ &\quad \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} : \left(f \frac{\partial^2 g}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \right) - 2 \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \left(f \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

où

$$\begin{aligned} h(x) &= \int \frac{1}{\pi^{3/2}} \frac{\exp(-x'^2)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d\mathbf{x}' \\ &= \frac{\operatorname{erf}(x)}{x} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} g(x) &= \int \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp(-x'^2) |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| d\mathbf{x}' \\ &= \operatorname{erf}(x) \left(x + \frac{1}{2x} \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

où $\operatorname{erf}(x)$ est la fonction d'erreur.

Les principales étapes de ce long calcul établi par *Hinton* [1983] sont données en Annexe B pour ne pas alourdir le texte. Nous y avons également établi les expressions du vecteur de friction dynamique \mathbf{A} et du tenseur de diffusion des vitesses \mathbf{D} dans le cas où la FDV des ions O^+ est une fonction Kappa, ce qui n'avait jamais été fait auparavant. En effet, les FDV des particules $\beta = O^+$ qui constituent les cibles avec lesquelles les particules incidentes $\alpha = H^+$ entrent en collision peuvent s'éloigner des distributions maxwelliennes aux grandes vitesses. Dans l'Annexe B,

nous évaluons donc les intégrales (3.12) et (3.13) dans le cas où f_β est une fonction Kappa et nous y comparons ce résultat au cas où f_β est une fonction maxwellienne. Les expressions de \mathbf{A}_κ et \mathbf{D}_κ calculées pour la distribution Kappa tendent vers celles de \mathbf{A} et \mathbf{D} calculées pour la distribution maxwellienne lorsque $\kappa \rightarrow \infty$. Mais lorsque $\kappa \neq \infty$, le terme de collision prend une forme différente. D'autres fonctions de distribution des ions majoritaires O^+ pourraient également être considérées.

Le terme de collision (3.17) peut encore s'exprimer plus explicitement en coordonnées sphériques:

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dt}\right)_c &= \sum_{\beta} 2\pi \frac{Z_{\alpha}^2 Z_{\beta}^2 e^4 \ln \Lambda}{m_{\alpha}^2} \left(\frac{m_{\beta}}{2kT_{\beta}}\right)^{3/2} n_{\beta} \exp(-q_{\beta}(r)) \times \\ &\left[\frac{2}{x^2} \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{1}{x^3} \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right. \\ &\left. + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \Delta g}{\partial x} + f \Delta^2 g - 2 \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\beta}}\right) \left(f \Delta h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

où Δ représente le Laplacien

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu}. \quad (3.21)$$

Définissons maintenant la fonction

$$\mathcal{F}(x) = \frac{\operatorname{erf}(x)}{x} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2). \quad (3.22)$$

On vérifie que les dérivées et le Laplacien des fonctions h et g qui apparaissent dans (3.20) peuvent s'exprimer sous la forme:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\mathcal{F}(x)}{x} \quad (3.23)$$

$$\Delta h = -\frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x \mathcal{F}(x) \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = x \left(1 - \frac{1}{2x^2}\right) \mathcal{F}(x) + \frac{1}{2x} \frac{\partial}{\partial x} x \mathcal{F}(x) \quad (3.25)$$

$$\Delta g = 2h. \quad (3.26)$$

Le terme de collision dans le second membre de l'équation (3.1) peut alors s'écrire sous la forme:

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dt}\right)_c &= \frac{c_0}{m_{\alpha}^2} n_{\beta} \exp(-q_{\beta}(r)) \left(\frac{m_{\beta}}{2kT_{\beta}}\right)^{3/2} \left[\frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mathcal{F}(x) \left(2 \frac{m_{\alpha}}{m_{\beta}} x f + \frac{\partial f}{\partial x} \right) \right\} \right. \\ &\left. + \frac{1}{x^3} \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

avec $c_0 = 2\pi Z_\alpha^2 Z_\beta^2 e^4 \ln \Lambda$.

Pour plus de clarté dans l'écriture, nous remplaçons l'indice α par H^+ et β par O^+ . Sachant que

$$y = \sqrt{\frac{m_{H^+} T_{O^+}}{m_{O^+} T_{H^+}}} x = \frac{w_{O^+}}{w_{H^+}} x, \quad (3.28)$$

l'équation de Fokker-Planck totale peut finalement s'écrire:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial t} + w_{H^+} y \mu \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{a(r)}{w_{H^+}} \left(\mu \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{(1-\mu^2)}{y} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) + \frac{3}{2} w_{H^+} \frac{y}{r} (1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \\ &= \frac{c_0}{m_{H^+}^2} n_{O^+} \exp(-q_\beta(r)) \left(\frac{m_{O^+}}{2kT_{O^+}} \right)^{3/2} \left(\frac{w_{O^+}}{w_{H^+}} \right)^4 \times \\ & \left[\frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(2y f \frac{T_{H^+}}{T_{O^+}} + \frac{\partial f}{\partial y} \right) \mathcal{F} \left(\frac{w_{H^+}}{w_{O^+}} y \right) \right\} + \frac{1}{y^3} \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \mu} (1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \end{aligned} \quad (3.29)$$

C'est cette équation que nous allons résoudre numériquement pour déterminer comment se transforme la FDV des ions H^+ dans la région de transition du vent polaire. Les caractéristiques de la FDV de ces ions légers se modifient en passant d'une FDV proche d'une maxwellienne à la base de la région de transition vers une FDV qui s'écarte de manière importante de la fonction maxwellienne au sommet de cette région.

Il reste donc à résoudre numériquement cette équation aux dérivées partielles et à déterminer les conditions aux frontières pour lesquelles f est une fonction partout positive dans l'espace des vitesses et dans toute la région de transition. Nous verrons qu'il y a des restrictions sur les conditions aux frontières et qu'elles ne sont pas toutes physiquement acceptables. Nous trouverons ainsi que certaines des hypothèses faites dans le cadre des modèles hydrodynamiques du vent polaire sont incompatibles avec les solutions de l'équation cinétique de Fokker-Planck (cf Chapitre 5).

3.2 Méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck

Notre méthode de résolution de cette équation aux dérivées partielles est basée sur une décomposition spectrale de la solution en polynômes de Legendre et en polynômes des vitesses.

3.2.1 Décomposition spectrale de la solution suivant la variable $\mu = \cos \theta$

Comme nous recherchons une solution stationnaire de l'équation de Fokker-Planck, la dérivée temporelle de (3.29) est nulle. Il s'agit d'une équation aux dérivées par-

tielles en (r, y, μ) que nous allons résoudre à l'aide d'une méthode mathématique qui consiste à décomposer la solution en polynômes $P_l(\mu)$ de Legendre sur l'intervalle $[-1, 1]$:

$$f(r, y, \mu) = \sum_{l=0}^{n-1} f_l(r, y) P_l(\mu) \quad (3.30)$$

où les $f_l(r, y)$ sont les n fonctions de r et y représentant f dans la base polynomiale.

Multiplions les deux membres de l'équation (3.29) par $P_l(\mu)$ et intégrons sur μ :

$$\int_{-1}^1 \left[\mathcal{D}f = \left(\frac{df}{dt} \right)_c \right] P_l(\mu) d\mu. \quad (3.31)$$

En tenant compte des propriétés d'orthogonalité et de la relation de récurrence des polynômes de Legendre décrites en Annexe C, l'équation (3.29) se décompose en n équations aux dérivées partielles dont les inconnues sont les n fonctions $f_l(r, y)$:

$$\begin{aligned} & w_{H+y} \left(\beta_1(l) \frac{\partial f_{l-1}}{\partial r} + \beta_2(l) \frac{\partial f_{l+1}}{\partial r} \right) + \frac{a(r)}{w_{H+}} \left(\beta_1(l) \frac{\partial f_{l-1}}{\partial y} + \beta_2(l) \frac{\partial f_{l+1}}{\partial y} \right) \\ & + \left(\frac{a(r)}{y w_{H+}} + \frac{3 w_{H+y}}{2 r} \right) \left(\beta_3(l) f_{l-1} + \beta_4(l) f_{l+1} \right) \\ & = C_0 \left[\frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(2y f_l \frac{T_{H+}}{T_{O+}} + \frac{\partial f_l}{\partial y} \right) \mathcal{F} \left(\frac{w_{H+}}{w_{O+}} y \right) \right\} \frac{2}{2l+1} \right. \\ & \left. + \frac{1}{y^3} \frac{\partial g}{\partial y} \left(\frac{-2l(l+1)}{2l+1} f_l \right) \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

où

$$C_0 = \frac{c_0}{m_{H+}^2} n_{O+} \exp[-q_{O+}(r)] \left(\frac{m_{O+}}{2kT} \right)^{3/2} \left(\frac{w_{O+}}{w_{H+}} \right)^4 \quad (3.33)$$

$$\beta_1(l) = \frac{2l}{(2l+1)(2l-1)} \quad (3.34)$$

$$\beta_2(l) = \frac{2(l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \quad (3.35)$$

$$\beta_3(l) = \frac{-2(l-1)l}{(2l+1)(2l-1)} \quad (3.36)$$

$$\beta_4(l) = \frac{2(l+1)(l+2)}{(2l+1)(2l+3)} \quad (3.37)$$

Les inconnues f_0, \dots, f_{n-1} sont des fonctions de l'altitude r et de y qui est la vitesse réduite des particules. Des exemples d'utilisations de méthodes spectrales similaires à celle que nous avons utilisée ici sont décrits dans *Canuto et al.* [1988].

3.2.2 Calcul des dérivées de $f_l(r, y)$ par rapport à la vitesse réduite y

Il faut maintenant résoudre ces n équations aux dérivées partielles. Nous utilisons à cet effet une nouvelle décomposition spectrale suivant la variable y et ensuite une intégration numérique par la méthode de Runge-Kutta pour obtenir la distribution des coefficients $f_l(r, y)$ en fonction de la distance radiale. La méthode spectrale (aussi appelée méthode de discrétisation) est basée sur le calcul des dérivées par rapport à la variable y en un ensemble de points de quadrature de Gauss.

Nous rappelons brièvement dans l'Annexe D comment calculer les points de quadrature de Gauss pour une base polynomiale quelconque.

Soient $Q_i(y)$ des polynômes orthogonaux de degré $i < N$, déterminés dans l'intervalle $[a, b]$ par rapport à une fonction de poids $W(y)$. L'intégrale définie d'une fonction continue $G(y)$ sur cet intervalle peut alors être évaluée par la somme²:

$$\int_a^b W(y)G(y)dy \simeq \sum_{i=0}^{N-1} w_i G(y_i) \quad (3.38)$$

où y_i sont les N racines du polynôme $Q_N(y)$ de degré N , $G(y_i)$ sont les valeurs de la fonction $G(y)$ en ces points de quadrature et w_i sont des poids associés à la fonction $W(y)$.

Les dérivées d'une fonction continue peuvent également être évaluées à l'aide des points de quadrature y_i :

$$\left(\frac{\partial G}{\partial y} \right)_{y=y_i} \simeq \sum_{j=0}^{N-1} D_{ij} G(y_j) \quad (3.39)$$

où D_{ij} sont les éléments de la matrice de dérivation [Shizgal, 1981; Shizgal and Blackmore, 1984]. Ces méthodes de discrétisation sont décrites en détail dans Gottlieb and Orszag [1977] et Canuto et al. [1988]. Elles ont été utilisées dans de nombreuses applications pour résoudre des équations différentielles partielles ou ordinaires, notamment pour le problème de Milne³ [Blackmore and Shizgal, 1985]. Celui-ci est similaire au nôtre bien que plus simple étant donné l'absence de forces extérieures.

²Si $G(y) \in \mathcal{S}^{2N-1}$ où \mathcal{S}^{2N-1} représente l'ensemble de tous les polynômes de degré inférieur ou égal à $2N - 1$, la somme donnée en (3.38) constituera le résultat exact de l'intégrale.

³Le problème de Milne consiste à étudier les propriétés de transport d'un ensemble minoritaire de particules chargées diffusant à travers une autre espèce de particules chargées considérée à l'état d'équilibre. Le plasma occupe la moitié de l'espace, alors que l'autre moitié est vide. Le problème consiste à déterminer la fonction de distribution des vitesses stationnaire des particules minoritaires dans les différentes régions de l'espace et en particulier dans la région formant la transition entre le plasma et le vide.

La fonction maxwellienne de même température et de même vitesse d'expansion que les ions majoritaires du plasma est la solution stationnaire vers laquelle tend la FDV des particules en présence de collisions lorsque la vitesse moyenne u est nulle. Dans ce cas, $f \propto \exp(-y^2)$. Afin de réduire la forte dépendance en y de la FDV, qui est proche d'une maxwellienne lorsque les collisions sont importantes, nous introduisons la fonction

$$f' = f \exp(y^2). \quad (3.40)$$

On résoud l'équation (3.32) par rapport à f' en remplaçant $\partial f_i / \partial y$ par $\partial f'_i / \partial y - 2y f'_i$. Introduire ces nouvelles fonctions f'_i au lieu de f_i permet de ramener la solution à une fonction proche d'un polynôme. Ainsi, si la FDV est une maxwellienne, la fonction $f'_i(y) = 1$ est un polynôme de degré zéro. Ses dérivées (et intégrales) sont alors calculables exactement avec les méthodes de quadrature.

En appliquant (3.39), nous pouvons calculer les dérivées par rapport à la vitesse des fonctions $f'_i(y)$ en effectuant une somme pondérée des valeurs des fonctions évaluées aux points y_j :

$$\left(\frac{\partial f'_i(r, y)}{\partial y} \right)_{y=y_i} \simeq \sum_{j=0}^{N-1} D_{ij} f'_i(r, y_j) \quad (3.41)$$

où les points y_j sont les racines de polynômes orthogonaux définis sur l'intervalle $[0, \infty]$. Nous avons choisi de prendre les polynômes des vitesses $S_N(y)$ (speed polynomials d'après la dénomination de *Shizgal* [1981]) dont la fonction de poids est $W(y) = y^2 \exp(-y^2)$. Cette fonction de poids a été choisie parce qu'elle apparaît dans chacune des intégrales des moments de la FDV (cf section 3.3) et que ces polynômes permettent de converger rapidement vers la solution. Les polynômes des vitesses ont également donné d'excellents résultats dans les problèmes concernant l'échappement des particules neutres de l'atmosphère et la résolution de l'équation de Boltzmann [*Shizgal and Blackmore*, 1985].

La méthode de calcul de la matrice de dérivation D_{ij} et des points y_j et w_j est présentée en détail dans *Shizgal and Blackmore* [1984] et *Shizgal* [1981; 1993]. Dans l'Annexe D, nous rappelons brièvement ces méthodes que nous avons également utilisées afin de créer de nouveaux polynômes orthogonaux définis sur l'intervalle $[0, c]$ par rapport à la fonction de poids $W(y) = y^2(1 + y^2/\kappa)^{-\kappa-1}$. De telles fonctions de poids sont utiles lorsque la FDV recherchée n'est pas proche d'une maxwellienne mais plutôt de type Kappa, comme dans la première partie de cette thèse. Dans ce cas, il faut poser $f = f'(1 + y^2/\kappa)^{-\kappa-1}$. Ces polynômes ont été utilisés pour vérifier que le programme mis au point pour résoudre numériquement l'équation de Fokker-Planck pouvait également résoudre l'équation de Vlasov lorsque le terme de collision est négligé et que la condition aux frontières imposée à basse altitude est une fonction Kappa. Les solutions de ce problème sont connues analytiquement (cf Chapitre 1) et constituent donc un bon test pour la méthode numérique de résolution.

3.2.3 Résolution en altitude

En appliquant ces méthodes d'expansion en polynômes, l'équation (3.29) est développée en terme de n polynômes de Legendre $P_l(\mu)$ suivant la variable μ . Les coefficients $f'_l(r, y)$ de cette combinaison linéaire sont ensuite développés en une combinaison linéaire de N polynômes des vitesses $S_i(y)$. Les valeurs des coefficients aux N points de quadrature déterminent de manière univoque la représentation des fonctions $f'_l(r, y)$ en fonction de y dans l'espace polynomial choisi.

Il reste à déterminer comment varient les valeurs de $f'_l(r, y_i)$ en fonction de la distance radiale r . Les équations différentielles qui donnent la dépendance des $f'_l(r, y_i)$ en fonction de r sont de la forme:

$$\frac{df'_l(r, y_i)}{dr} = \mathcal{L}(f'_k(r, y_j)) \quad (3.42)$$

où \mathcal{L} est une fonction linéaire des valeurs de f'_k calculés en tous les points de quadrature y_i .

Shizgal et al. [1986] et *Barakat et al.* [1995] ont montré qu'il était intéressant d'exprimer les altitudes en terme du libre parcours moyen des particules. A cet effet, on introduit la nouvelle variable

$$z = \int_{r_0}^R \sigma(r) n_{O^+}(r) dr, \quad (3.43)$$

où r_0 est la distance radiale de référence à laquelle la FDV est donnée comme condition frontière et R la distance radiale finale. Elle correspond à une altitude réduite non dimensionnée et équivalente à la profondeur optique dans le problème de transport radiatif dans les atmosphères stellaires ou planétaires. $\sigma(r) = c_0/(2kT)^2$ est la section efficace de collision coulombienne effective correspondant à l'épaisseur de la couche de transition. L'intégration numérique des équations (3.42) est appliquée à une portion de l'atmosphère située entre une altitude de départ $z_0 = 0$ et une altitude maximum Z .

Le système d'équation (3.32) s'écrit alors:

$$\begin{aligned} & w_{H^+} y_i \beta_2(0) \frac{df'_1(r, y_i)}{dz} = \\ & - \frac{a(r)}{w_{H^+} \sigma n_{O^+}(r)} \beta_2(0) \left[\sum_j D_{ij} f'_1(r, y_j) - 2y_i f'_1(r, y_i) \right] \\ & - \left(\frac{a(r)}{w_{H^+} y_i \sigma n_{O^+}(r)} + \frac{3}{2} \frac{y_i w_{H^+}}{r \sigma n_{O^+}(r)} \right) \beta_4(0) f'_1(r, y_i) \\ & + 2C_0 \frac{1}{y_i^2} \sum_j D_{ij} \left\{ \left[2y_i f'_0(r, y_i) \left(\frac{T_{H^+}}{T_{O^+}} - 1 \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_j D_{jk} f'_0(r, y_k) \right] \mathcal{F} \right\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}
& w_{H+} y_i \beta_1(n-1) \frac{df'_{n-2}(r, y_i)}{dz} = \\
& - \frac{a(r)}{w_{H+} \sigma n_{O+}(r)} \beta_1(n-1) \left[\sum_j D_{ij} f'_{n-2}(r, y_j) - 2y_i f'_{n-2}(r, y_i) \right] \\
& - \left(\frac{a(r)}{w_{H+} y_i \sigma n_{O+}(r)} + \frac{3}{2} \frac{y_i w_{H+}}{r \sigma n_{O+}(r)} \right) \beta_3(n-1) f'_{n-2}(r, y_i) \\
& + C_0 \left[\frac{1}{y_i^2} \frac{2}{2n-1} \sum_j D_{ij} \left\{ \left[2y_i f'_{n-1}(r, y_i) \left(\frac{T_{H+}}{T_{O+}} - 1 \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \sum_j D_{jk} f'_{n-1}(r, y_k) \right] \mathcal{F} \right\} \right. \\
& \left. + \frac{1}{y_i^3} \left(\frac{dg}{dy} \right)_{y_i} \left(\frac{-2(n-1)n}{2n-1} f'_{n-1}(r, y_i) \right) \right] \quad (3.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& w_{H+} y_i \left(\beta_1(l) \frac{df'_{l-1}}{dz} + \beta_2(l) \frac{df'_{l+1}}{dz} \right) = \\
& - \frac{a(r)}{w_{H+} \sigma n_{O+}(r)} \left\{ \beta_1(l) \left[\sum_j D_{ij} f'_{l-1}(r, y_j) - 2y_i f'_{l-1}(r, y_i) \right] \right. \\
& \left. + \beta_2(l) \left[\sum_j D_{ij} f'_{l+1}(r, y_j) - 2y_i f'_{l+1}(r, y_i) \right] \right\} \\
& + \left(\frac{a(r) w_{H+}}{y_i \sigma n_{O+}(r)} + \frac{3}{2} \frac{y_i w_{H+}}{r \sigma n_{O+}(r)} \right) \left(\beta_3(l) f'_{l-1} + \beta_4(l) f'_{l+1} \right) \\
& + C_0 \left[\frac{1}{y_i^2} \frac{2}{2l+1} \sum_j D_{ij} \left\{ \left[2y_i f'_l(r, y_i) \left(\frac{T_{H+}}{T_{O+}} - 1 \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \sum_j D_{jk} f'_l(r, y_k) \right] \mathcal{F} \right\} \right. \\
& \left. + \frac{1}{y_i^3} \left(\frac{-2l(l+1)}{2l+1} f'_l(r, y_i) \right) \left(\frac{dg}{dy} \right)_{y_i} \right]. \quad (3.46)
\end{aligned}$$

Du fait de la discrétisation, les équations sont devenues des équations différentielles ordinaires en fonction de la distance radiale r et donc en fonction de z [Canuto *et al.*, 1988]. Nous résolvons ce système par intégration numérique à l'aide de la méthode itérative de Runge-Kutta à pas adaptatif: $f'(z + \Delta z) = f(z) + \Delta f'(z)$ dont l'algorithme est donné dans Brankin *et al.* [1991]. Cet algorithme présente l'avantage de disposer de plusieurs paramètres permettant de contrôler la convergence et les erreurs sur la solution. De plus amples explications sur la méthode de Runge-Kutta utilisée sont données dans l'Annexe E.

Pour résoudre ce système par intégration numérique à partir d'une altitude de départ, il faut se donner les valeurs de $f'_l(y_i)$ à un niveau de référence z_0 . On évalue d'abord df'_1/dz et df'_{n-2}/dz à l'aide des équations (3.44) et (3.45) avec $l = 0$ et $l = n - 1$. Lorsque n , le degré maximal des polynômes de Legendre, est un nombre pair, les valeurs de df'_{l+1}/dz et de df'_{l-1}/dz peuvent être calculées en prenant respectivement les valeurs paires de l et les valeurs impaires de l .

3.3 Calcul des moments de la fonction de distribution des vitesses

En tenant compte des relations (3.30), (3.40) et (3.41), la FDV développée en polynômes de Legendre $P_l(\mu)$ et en polynômes des vitesses $S_j(y)$ s'écrit:

$$f(r, y, \mu) = \exp(-y^2) \left(\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=0}^{N-1} a_{lm}(r) P_l(\mu) S_m(y) \right). \quad (3.47)$$

Un des avantages des méthodes spectrales décrites ci-dessus est que les moments de la FDV peuvent être calculés en termes des coefficients de ces expansions. En effet, les coefficients $a_{lm}(r)$ sont directement liés aux grandeurs physiques de la FDV. Les moments d'ordres (j, k) de la FDV sont définis par:

$$M_{jk} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\infty dy \mu^k v^j v^2 f(r, y, \mu). \quad (3.48)$$

Le moment M_{00} fournit la densité, M_{11} le flux de particules, M_{11}/M_{00} la vitesse moyenne d'expansion.

Les principales grandeurs physiques correspondant aux différents moments de la FDV ont été définies aux équations (1.28) à (1.32).

Utilisant les expansions en polynômes de Legendre, la densité est donnée par:

$$\begin{aligned} n(r) &= M_{00} \\ &= 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\infty y^2 \exp(-y^2) \sum_{l=0}^{n-1} f'_l(r, y) P_l(\mu) dy \\ &= 4\pi \int_0^\infty f'_0(r, y) y^2 \exp(-y^2) dy \end{aligned} \quad (3.49)$$

où l'on a utilisé le fait que $P_0(\mu) = 1$ et que $\int_{-1}^1 P_0(\mu) P_l(\mu) d\mu = 2\delta_{l0}$ par orthogonalité des polynômes de Legendre.

Utilisant les expansions en polynômes des vitesses, la densité peut encore s'écrire:

$$\begin{aligned} n(r) &= 4\pi \int_0^\infty \sum_{j=0}^{N-1} a_{0j}(r) S_j(y) y^2 \exp(-y^2) dy \\ &= 2\pi \sqrt{\pi} a_{00} \end{aligned} \quad (3.50)$$

3.3. CALCUL DES MOMENTS DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DES VITESSES 83

où l'on a utilisé le fait que $S_0(y) = 2/\sqrt{\pi}$ et que $\int_0^\infty S_0(y)S_m(y)y^2 \exp(-y^2)dy = \delta_{j0}$ par orthonormalité des polynômes des vitesses.

La densité correspond donc simplement au coefficient a_{00} multiplié par une constante du fait que l'on a considéré des polynômes des vitesses définis sur $[0, \infty]$ par rapport à la fonction de poids $y^2 \exp(-y^2)$.

Procédant de manière identique pour les autres moments, on obtient des relations linéaires liant directement les coefficients a_{ij} aux différents moments:

$$\begin{aligned} F_{\parallel}(r) &= M_{11} = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} \int_0^\infty f'_1(r, y) y^3 \exp(-y^2) dy \\ &= \text{combinaison linéaire de } a_{11} \text{ et } a_{10}, \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} P_{\parallel}(r) &= mM_{22} = \frac{4\pi}{3} m \frac{2kT_0}{m} \int_0^\infty \left(f'_0(r, y) + \frac{2}{5} f'_2(r, y) \right) y^4 \exp(-y^2) dy \\ &= \text{combinaison linéaire de } a_{00}, a_{01}, a_{02}, a_{20}, a_{21} \text{ et } a_{22}, \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} P_{\perp}(r) &= \frac{1}{2} m (M_{20} - M_{22}) = \frac{1}{2} m \left(\frac{4\pi}{3} \frac{2kT_0}{m} \int_0^\infty f'_0(r, y) y^4 \exp(-y^2) dy - M_{22} \right) \\ &= \text{combinaison linéaire de } a_{00}, a_{01}, a_{02}, a_{20}, a_{21} \text{ et } a_{22}, \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \epsilon(r) &= \frac{1}{2} m M_{31} = \frac{2\pi}{3} \left(\frac{2kT_0}{m} \right)^{3/2} \int_0^\infty f'_1(r, y) y^5 \exp(-y^2) dy \\ &= \text{combinaison linéaire de } a_{10}, a_{11}, a_{12} \text{ et } a_{13}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Les termes des combinaisons linéaires sont déterminés par les coefficients des polynômes de Legendre et des polynômes des vitesses. On peut ainsi établir d'autres combinaisons linéaires pour chacun des moments de la FDV.

Notez que les moments d'ordres impairs impliquant un mouvement parallèle à la direction du champ magnétique (flux parallèle, flux d'énergie,...) ne font intervenir que les polynômes de Legendre d'ordres impairs. De même, les moments d'ordre pair (densité, température parallèle et perpendiculaire,...) ne font intervenir que des polynômes de Legendre d'ordre pairs.

Nous avons donc déterminé l'équation de transport régissant la fonction de distribution des vitesses des protons qui s'échappent dans le vent polaire. Nous avons ensuite expliqué la méthode utilisée afin de résoudre cette équation numériquement et déterminer les profils de densité, de vitesse d'expansion, de température et de flux d'énergie des ions H^+ dans la région de transition. Dans le chapitre suivant, nous utilisons cette méthode pour résoudre l'équation de Fokker-Planck.

Chapitre 4

Evaporation de l'ionosphère: solutions cinétiques collisionnelles

Dans ce chapitre, nous appliquons la méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck décrite au Chapitre 3 pour étudier le vent polaire dans la région de transition. Le modèle tient compte des collisions coulombiennes, contrairement au modèle cinétique Kappa développé dans la première partie de ce travail. Nous montrons comment se transforme la fonction de distribution des vitesses des protons polaires en passant du régime fortement collisionnel au régime faiblement collisionnel et établissons les conditions qu'elle doit respecter.

4.1 La fonction de distribution des vitesses localement maxwellienne

La fonction localement maxwellienne de même température $T_{H^+} = T_{O^+}$ et de même vitesse d'expansion $u_{H^+} = u_{O^+} = 0$ que celles des ions majoritaires du plasma annule à la fois le membre de gauche de l'équation (3.29) $\mathcal{D}f = 0$ et le membre de droite de cette équation $(df/dt)_c$. La FDV maxwellienne isotrope est donc aussi une solution stationnaire de l'équation de Fokker-Planck.

Si l'on impose comme condition aux frontières au niveau de référence que la FDV est une fonction maxwellienne isotrope:

$$f(0, y, \mu) = n_{H^+} \left(\frac{m_{H^+}}{2\pi k T_{H^+}} \right)^{3/2} \exp(-y^2), \quad (4.1)$$

la solution est connue analytiquement à chaque altitude:

$$f(Z, y, \mu) = n_{H^+} \left(\frac{m_{H^+}}{2\pi k T_{H^+}} \right)^{3/2} \exp(-y^2 - q(Z)) \quad (4.2)$$

où $q(r)$ était défini à l'équation (1.18).

Nous avons vérifié que le code de résolution basé sur les méthodes numériques exposées au Chapitre 3 donne bien cette solution localement maxwellienne à toutes les altitudes lorsque la condition aux frontières imposée au niveau de référence est donnée par (4.1). La solution maxwellienne nous a permis de tester la validité du code.

C'est la seule FDV isotrope (c'est-à-dire indépendante de θ ou de μ) qui soit solution de l'équation collisionnelle de Fokker-Planck: dans ce cas, tous les coefficients $a_{lm}(r)$ sont nuls sauf $a_{00}(r)$. Cette fonction de distribution ne donne lieu à aucun flux de particules: en effet, a_{10} et a_{11} sont nuls. Elle correspond à la distribution de densité barométrique en équilibre hydrostatique (cf Chapitre 2).

Nous illustrons en trait plein les distributions de densités et de températures dans la Figure 4.2 lorsque $T = T_{H^+} = T_{O^+} = 1000$ K et $n_{O^+} = 10^4$ cm⁻³ au niveau de référence à 1000 km d'altitude. Ces profils sont similaires à ceux illustrés dans les Figures 2.5 et 2.6 dans le cas barométrique maxwellien. Comme le potentiel dans lequel se trouvent les particules H⁺ est répulsif ($q(r) < 0$ et décroissant avec l'altitude), leur densité augmente exponentiellement avec r : $n(r) = n_0 \exp(-q(r))$, comme nous le montrons au Chapitre 2. La température est constante et le flux d'échappement est nul dans le cas maxwellien isotrope.

Cette solution particulière connue analytiquement va nous servir de référence et sera comparée aux solutions obtenues dans les cas où l'on introduit une FDV donnant lieu à un flux vertical de particules non nul. Ces solutions sont représentées par les autres courbes de la Figure 4.2.

4.2 Conditions aux limites au niveau de référence

Dans les modèles exosphériques où les collisions étaient négligées, la FDV pouvait être déterminée analytiquement. Partant d'une fonction de distribution des vitesses imposée à une altitude de référence $z_0 = 0$, l'équation de Vlasov nous avait permis de calculer la fonction de distribution des vitesses à n'importe quelle altitude de l'exosphère $z = Z$.

Lorsque les collisions sont prises en compte, un problème aux valeurs initiales en z peut également être adopté [Griffel and Davis, 1969], à condition de choisir correctement la FDV à l'altitude initiale.

En général, on impose au niveau de référence r_0 des conditions aux limites arbitraires. Par exemple, Shizgal et al. [1986] proposait d'utiliser $f(0, y, \mu) = f^M(1 + \mu y)$ où f^M est la fonction de distribution maxwellienne des vitesses. Lie-Svendson and Rees [1996] ont pour leur part développé un modèle cinétique à deux conditions aux frontières. A basse altitude, ils imposent que les particules qui ont une vitesse paral-

lèle positive aient une FDV maxwellienne avec une faible vitesse de déplacement u : $f(0, y, \mu) = (n/\pi^{3/2}w^3) \exp(-(\mathbf{y} - \mathbf{u})^2)$ pour $y\mu > 0$. A haute altitude, ils imposent qu'aucune particule n'ait de vitesse parallèle négative du fait que l'on se trouve dans le vent polaire: $f(Z, y, \mu) \simeq 0$ pour $y\mu < 0$. Nous avons trouvé que ces FDV ne satisfont pas à l'équation de Fokker-Planck au niveau de référence. En effet, la FDV imposée comme condition initiale à l'altitude de référence doit respecter l'équation de Fokker-Planck donnée en (3.29) dans les cas particuliers où $y \rightarrow 0$ et $\mu \rightarrow 0$. L'équation (3.29) impose qu'en tout point, et donc aussi au niveau de référence r_0 , les conditions suivantes soient respectées:

$$\frac{1}{y^3} \frac{\partial g}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f(0, y, \mu)}{\partial \mu} \right] \rightarrow 0 \text{ lorsque } y \rightarrow 0 \text{ et lorsque } \mu \rightarrow 0 \quad (4.3)$$

et

$$\frac{1}{y^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\frac{\partial f(0, y, \mu)}{\partial y} + \frac{T_{H^+}}{T_{O^+}} 2yf(0, y, \mu) \right) \mathcal{F} \right) \right] \rightarrow 0 \text{ lorsque } y \rightarrow 0$$

et lorsque $\mu \rightarrow 0$. (4.4)

Si ces conditions de régularité ne sont pas satisfaites, l'intégration en altitude diverge en $y \rightarrow 0$ ou en $\mu \rightarrow 0$ du fait que y et μ apparaissent au dénominateur¹ dans les équations (3.42). Ces conditions sont liées aux conditions frontières mises en évidence par *Park and Petrosian* [1995; 1996] pour un traitement correct de l'équation de Fokker-Planck.

Physiquement, ces conditions signifient que l'effet des collisions coulombiennes est important par rapport aux autres termes de l'équation (3.29) lorsque la vitesse des particules est faible et dans la direction perpendiculaire aux lignes de champ. A la limite, lorsque $y \rightarrow 0$, le terme de collision domine entièrement la forme de la FDV. Ceci est dû au fait que la section efficace de collision coulombienne σ devient infiniment grande lorsque $v \rightarrow 0$. Comme σ diminue lorsque v augmente, les effets des collisions coulombiennes perdent leur importance par rapport aux effets des forces extérieures. Les conditions (4.3) et (4.4) imposent que les solutions stationnaires de l'équation de Fokker-Planck soient isotropes et maxwelliennes aux limites $y \rightarrow 0$ et $\mu \rightarrow 0$. Ceci justifie que le terme d'ordre zéro que nous utilisons dans l'expansion polynomiale de la solution soit une fonction maxwellienne.

Les contraintes sur la FDV aux faibles vitesses résultent du fait que les particules de faible énergie ont des fréquences de collisions très grandes avec les particules O^+ ,

¹Les singularités mathématiques apparaissant dans les domaines asymptotiques $y \rightarrow 0$ et $\mu \rightarrow 0$ pourraient être éliminées en considérant que la section efficace de collisions coulombiennes n'est pas infinie pour les particules de vitesses nulles. Néanmoins, la signification physique des conditions que nous pouvons tirer de cette étude asymptotique nous donne des indications sur la forme des solutions stationnaires de l'équation de Fokker-Planck.

dont la FDV est supposée maxwellienne et isotrope sans vitesse moyenne verticale. Etant donné les hypothèses faites sur la distribution des ions majoritaires du plasma et la méthode de résolution que nous utilisons, une fonction maxwellienne avec une vitesse de déplacement \mathbf{u} ne peut pas être adoptée comme condition initiale en r_0 pour les ions H^+ car $f = (n/\pi^{3/2}w^3) \exp(-(\mathbf{y} - \mathbf{u})^2)$ ne respecte les conditions (4.3) et (4.4) que si $\mathbf{u} = 0$. Cette fonction qui donne lieu à un flux est souvent utilisée comme FDV initiale dans les modèles hydrodynamiques du vent polaire [Grad, 1958; Banks and Holzer, 1969; Schunk, 1975, Ganguli et al., 1988; Demars and Schunk, 1994], dans les modèles cinétiques [Lie-Svendson and Rees, 1996] ainsi que dans les modèles de Monte Carlo [Barakat et al., 1995]. Cependant, lorsque la FDV des ions O^+ avec lesquelles ces particules entrent en collision est une maxwellienne sans vitesse de déplacement, cette distribution ne constitue pas une FDV valable à l'altitude de référence pour les ions H^+ . Notez que les conditions (4.3) à (4.4) dépendent de la FDV des ions O^+ .

Les conditions imposent qu'à basse altitude, la vitesse de déplacement des particules de faible énergie soit identique à celle des ions majoritaires du plasma. Les collisions coulombiennes agissent très fortement sur les particules de basse vitesse. Si les conditions ne sont pas respectées, l'expression du terme de collisions diverge lorsque la vitesse normalisée $y \rightarrow 0$ car la section efficace des collisions coulombiennes tend vers l'infini. Par contre, plus la vitesse est grande, plus le terme de collisions coulombiennes devient petit par rapport au terme des forces extérieures.

Ces conditions ont également des conséquences sur le flux qui doit tendre vers zéro lorsque y (c'est-à-dire v) tend vers zéro. En d'autres termes, la FDV doit être isotrope aux faibles vitesses et ne peut être asymétrique dans la direction verticale qu'aux grandes vitesses. Seules ces particules énergétiques contribuent au flux de particules ainsi qu'aux moments d'ordres impairs de la FDV (flux de chaleur, flux d'énergie).

La détermination de conditions à imposer à la FDV à chaque altitude permet de mieux comprendre l'effet des collisions coulombiennes. Elles montrent que les difficultés rencontrées par Shizgal et al. [1986] et Lie-Svendson [1996] en $y \rightarrow 0$ résultent d'un mauvais choix de la FDV en r_0 .

4.3 Fonction de distribution des vitesses suprathermique

Nous avons vu au Chapitre 1 que les fonctions de distribution des vitesses observées dans les plasmas collisionnels sont proches d'une distribution maxwellienne aux faibles énergies mais sont enrichies en particules suprathermiques. Ce fait peut être compris en analysant le terme de collisions dans l'équation de Fokker-Planck. En effet, compte tenu de la rapide décroissance de la section efficace de collisions

coulombiennes avec la vitesse ($\sigma \propto v^{-4}$), la fonction de distribution des vitesses dans un plasma collisionnel est proche d'une maxwellienne aux faibles énergies mais, par contre, peut être enrichie en particules suprathermiques, en particulier lorsque le flux de particules est non nul.

A une même altitude, les différentes populations d'ions interagissent différemment suivant leur énergie. Lorsque la vitesse des ions est faible ($y \rightarrow 0$), le terme de collision domine les termes dûs aux forces extérieures: la FDV doit donc être isotrope (à cause du terme de diffusion dans (3.29)) et proche d'une maxwellienne (à cause du terme de friction) aux petites vitesses.

Lorsque la vitesse est grande ($y \gg 1$), le terme de collision diminue en importance relative par rapport aux termes des forces extérieures. Aux énergies plus élevées, les collisions coulombiennes n'ont qu'une influence réduite et la FDV est peuplée d'un excédent de particules plus énergétiques qui s'échappent dans le vent polaire.

Notez que la fonction Kappa n'est pas solution de l'équation collisionnelle de Fokker-Planck. Cependant, l'étude des collisions coulombiennes permet de comprendre les observations de fonctions de distribution des vitesses suprathermiques dans la magnétosphère.

4.4 Etude perturbative de la solution maxwellienne

Nous savons que la distribution de Maxwell de même température et de même vitesse d'expansion que les particules majoritaires du plasma est solution de l'équation de Fokker Planck dans le cas où il n'y a pas de flux d'échappement. Mais dans le vent polaire, le flux d'échappement n'est pas nul. Voyons donc ce qui se produit lorsqu'on introduit un flux positif ou encore lorsqu'on modifie la température parallèle des ions H^+ .

4.4.1 Modification du flux

Choisissons de situer l'altitude de référence à 1000 km. Imposant à cette altitude une fonction de distribution des vitesses possédant un flux d'échappement non nul, nous pouvons obtenir la fonction de distribution des vitesses à l'altitude plus élevée de 2000 km par exemple en résolvant l'équation de Fokker-Planck.

Supposons que la densité et la température du plasma sont $n_{O^+} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ et $T_{O^+} = 1000 \text{ K}$ à 1000 km d'altitude. A cette altitude, le nombre de Knudsen des protons dans le plasma vaut environ $Kn = 0.1$, ce qui correspond à une région où les collisions H^+O^+ sont relativement importantes. Nous supposons également que le flux de particules est $F_{H^+} = 10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. On suppose de plus $n_{H^+} \ll n_{O^+}$ afin que les collisions H^+H^+ puissent être négligées en première approximation. Nous intégrons

sur une portion de l'atmosphère comprise entre 1000 et 2000 km, correspondant à la région de transition. Il n'est pas utile d'intégrer jusqu'à des altitudes trop élevées car la densité des ions O^+ cesse d'y être dominante. A 2000 km, $n_{O^+} = 200 \text{ cm}^{-3}$ et $Kn = 5$.

La distribution maxwellienne isotrope $f_{H^+}^M$ qui correspond à un flux nul et des températures $T_{\parallel} = T_{\perp} = 1000 \text{ K}$ est une solution de l'équation (3.29) connue analytiquement. Nous comparons cette solution de l'équation de Fokker-Planck aux solutions obtenues lorsqu'on introduit à l'altitude de référence une FDV qui possède un flux parallèle aux lignes de champ non nul.

Nous imposons que la FDV des particules soit une fonction positive, qu'elle respecte les conditions provenant de l'étude asymptotique de la FDV en $y \rightarrow 0$ et $\mu \rightarrow 0$ et que le développement de la solution en terme de polynômes de Legendre et en terme de polynômes des vitesses converge. Ce développement (3.47) peut s'exprimer en termes des puissances de μ et de y :

$$f(r, y, \mu) = \exp(-y^2) \left(\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{N-1} b_{ij}(r) \mu^i y^j \right) \quad (4.5)$$

où les coefficients b_{ij} sont obtenus numériquement à chaque altitude. Les conditions (4.3) à (4.4) sont respectées en imposant que les coefficients $b_{ij} = 0$ si $j < 3$ ou $i < 3$ sauf si $i = 0$ et $j = 0$. Seules les particules de vitesses élevées contribuent au flux de particules. L'expansion en polynômes de Legendre lorsqu'un flux est présent doit au moins être de l'ordre de $n = 4$. Pour que le développement polynomial soit d'un ordre acceptable dans la résolution numérique en altitude (cf paragraphe 4.4.5), nous choisissons $N = 10$ pour les polynômes des vitesses et $n = 10$ pour les polynômes de Legendre.

4.4.2 Analyse des résultats

La Figure 4.1 illustre les lignes d'isocontours de la fonction de distribution f_{H^+} dans le plan des vitesses normalisées y_{\parallel}, y_{\perp} lorsque le flux de particules est $F_{H^+} = 10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ au niveau de référence de 1000 km. Dans cette représentation, la solution maxwellienne correspondrait à des cercles parfaits à chaque altitude. Du fait de la présence d'un flux de particules parallèle aux lignes de champ, la FDV n'est pas parfaitement isotrope. Les particules possédant une vitesse parallèle positive sont plus nombreuses que les particules possédant une vitesse parallèle négative. Cette anisotropie est surtout remarquable pour les particules de haute énergie, les particules de faible énergie étant plus proches d'une distribution maxwellienne isotrope du fait des collisions coulombiennes. Lorsque le flux de particules est grand, la déformation par rapport à une maxwellienne isotrope est d'autant plus importante. Le cercle en pointillé correspond à la vitesse thermique normalisée $y = \sqrt{3/2}$. A

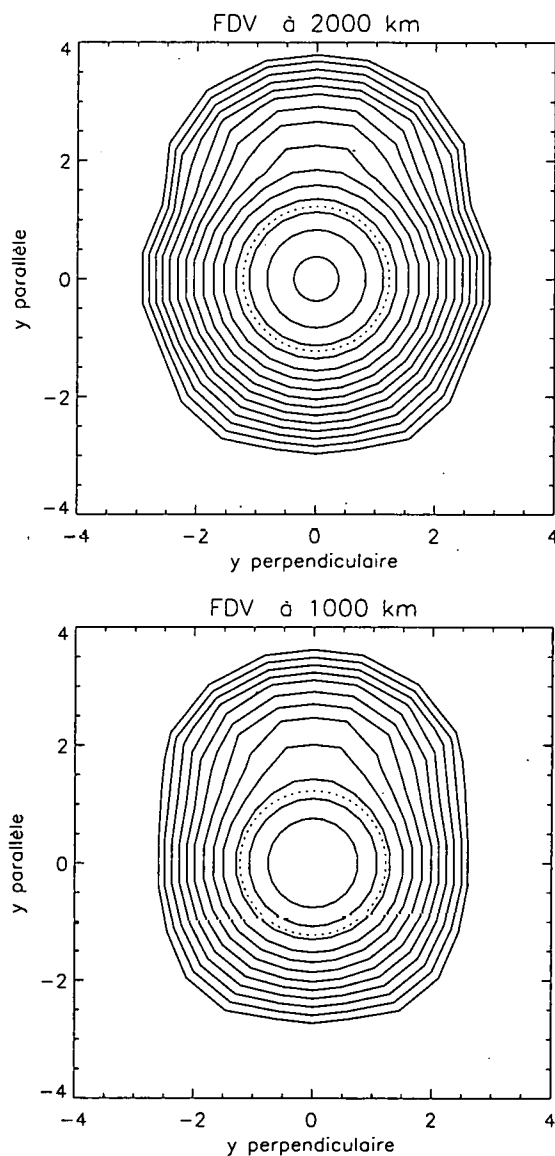


Figure 4.1. Fonction de distribution des vitesses f_{H+} représentée par des lignes d'isocontours dans le plan des vitesses normalisées $y_{||}, y_{\perp}$ lorsque le flux de particules est $F_{H+} = 10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. En bas: FDV choisie à l'altitude de référence de 1000 km où $n_{O+} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ et $T_{H+} = T_{O+} = 1000 \text{ K}$. En haut: FDV obtenue à l'altitude plus élevée de 2000 km. Le cercle en pointillés correspond à la vitesse thermique normalisée $y = \sqrt{3/2}$. L'anisotropie est surtout importante pour les particules de grande vitesse. Les collisions rétablissent une fonction maxwellienne isotrope pour $v < w_{H+}$. Les lignes d'isocontours décroissent d'un facteur $e^{1/2}$.

haute altitude, les collisions ont rétabli une distribution isotrope autour du cercle pointillé. Par contre, l'asymétrie s'est développée pour les particules de hautes énergies.

La Figure 4.2 montre les profils en altitude de la densité, de la température parallèle et de la température perpendiculaire de la FDV. La valeur du flux au travers d'une section droite d'un tube de force est indépendante de l'altitude, ce qui est un test de validité du code et de ses résultats. Les moments de la FDV sont peu affectés lorsque la forme de la distribution ne se différencie de la fonction maxwellienne qu'aux très hautes énergies. La densité, qui augmentait exponentiellement dans le cas d'une maxwellienne isotrope, augmente plus rapidement avec l'altitude lorsque le flux de particules est non nul. Lorsqu'on impose que la température des ions H^+ soit de 1000 K à l'altitude de référence, la température parallèle diminue avec l'altitude alors que la température perpendiculaire augmente.

4.4.3 Modification de la température

Choisissons à présent comme FDV à l'altitude de référence de 1000 km une fonction qui est symétrique par rapport à $y_{\parallel} = 0$. Dans ce cas, le flux de particules ainsi que le flux de chaleur sont nuls ($b_{(i+1)j} = 0$ où i est pair) comme dans le cas d'une maxwellienne isotrope, mais la température parallèle a été modifiée.

4.4.4 Analyse des résultats

La Figure 4.3 montre les isocontours de la fonction de distribution f_{H^+} dans le plan des vitesses normalisées y_{\parallel}, y_{\perp} lorsque la température parallèle des particules est $T_{\parallel} = 1400 \text{ K} > T_{\perp} = 1000 \text{ K}$ au niveau de référence de 1000 km. Le flux de particules est nul $F_{H^+} = 0 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. On peut constater que dans ce cas également, la forme de la FDV devient plus isotrope aux basses énergies lorsque l'altitude augmente. Ceci est dû aux effets des collisions. Lorsque l'altitude augmente encore et que les collisions n'ont plus d'effets très importants, la FDV ne reste isotrope qu'aux très basses énergies.

La Figure 4.4 correspond au cas où $T_{\parallel} = 800 \text{ K} < T_{\perp} = 1000 \text{ K}$ à la base. On retrouve encore la même tendance: les contours proches du cercle pointillé deviennent plus isotropes.

La Figure 4.5 montre différents moments de la FDV en fonction de l'altitude. On notera que la densité diminue lorsque la température parallèle est plus grande que celle d'une maxwellienne. Par contre elle augmente lorsque la température parallèle est plus petite que celle d'une maxwellienne.

Le flux reste nul aux altitudes plus élevées. La température parallèle a tendance à augmenter avec l'altitude alors que la température perpendiculaire aurait plutôt tendance à diminuer pour une température parallèle initiale élevée. La tendance est

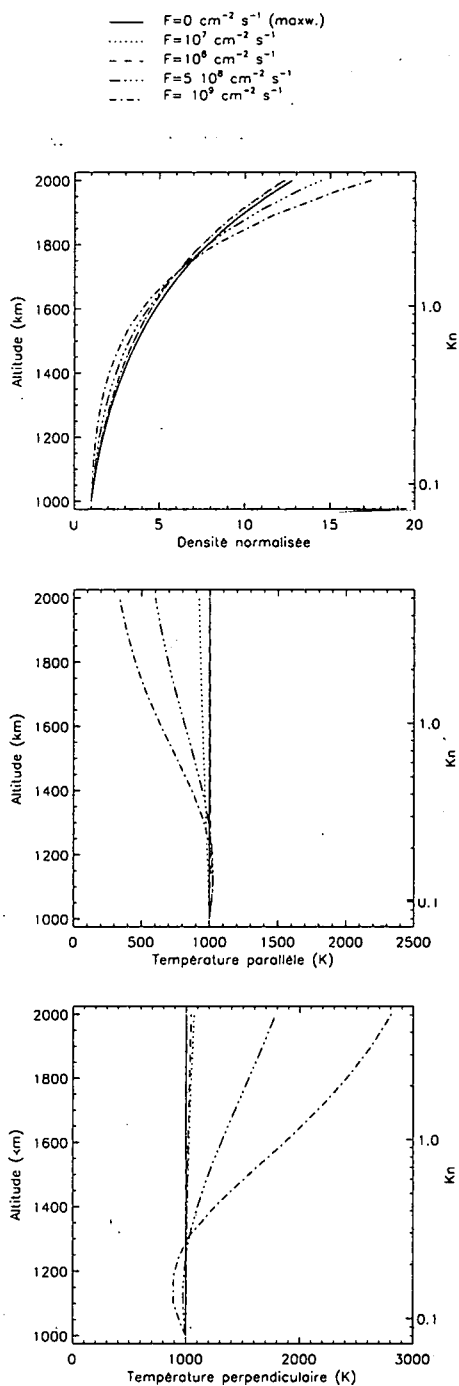


Figure 4.2. Densité, température parallèle et perpendiculaire des ions H^+ en fonction de l'altitude, pour différentes valeurs de flux de particules.

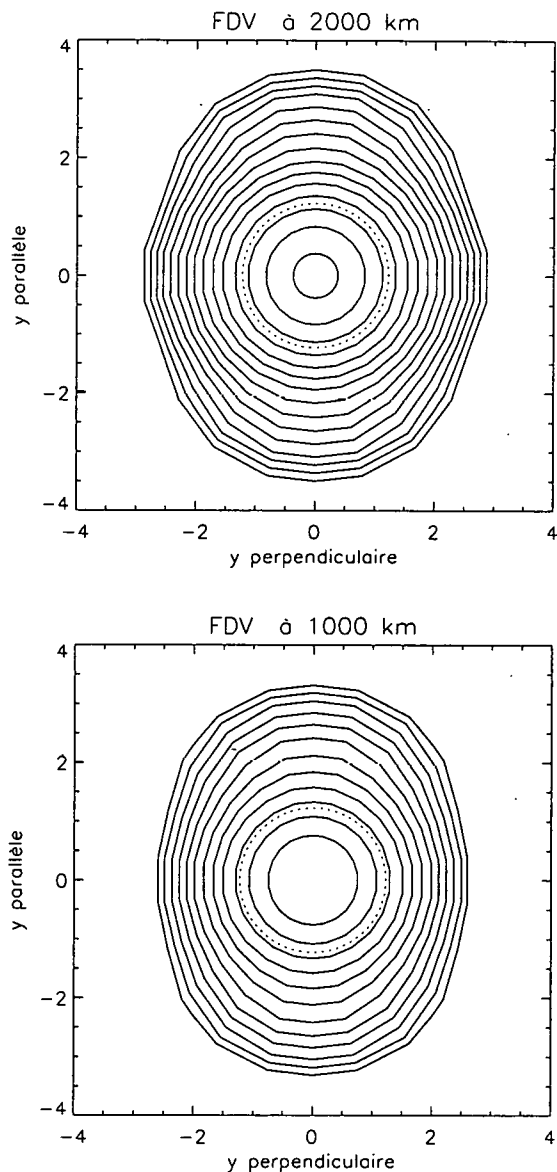


Figure 4.3. Fonction de distribution des vitesses f_{H^+} représentée par des lignes d'isocontours dans le plan des vitesses normalisées $y_{||}, y_{\perp}$ lorsque $T_{||} > T_{\perp}$. En bas: FDV choisie à l'altitude de référence de 1000 km où $F_{H^+} = 0 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, $T_{\perp} = 1000 \text{ K}$ et $T_{||} = 1400 \text{ K}$. En haut: FDV obtenue à l'altitude plus élevée de 2000 km. Comme dans la Figure 4.1, le cercle en pointillés correspond à la vitesse thermique normalisée $y = \sqrt{3/2}$. Les collisions ont tendance à rétablir l'isotropie autour du cercle pointillé. Les lignes d'isocontours décroissent d'un facteur $e^{1/2}$.

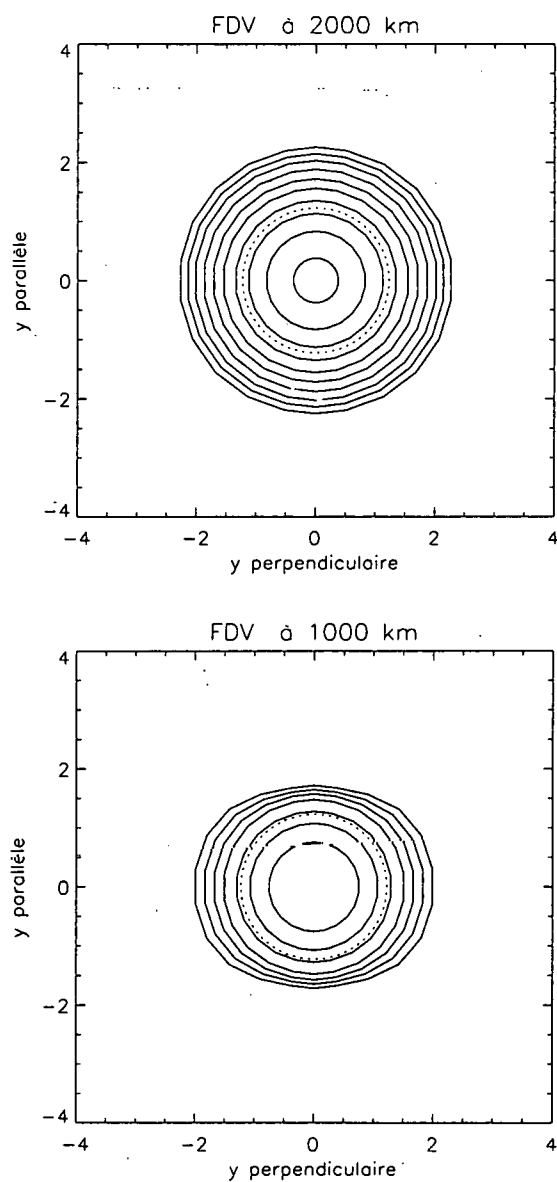


Figure 4.4. Fonction de distribution des vitesses f_{H+} représentée par des lignes d'isocontours dans le plan des vitesses normalisées $y_{||}, y_{\perp}$ lorsque $T_{||} < T_{\perp}$. En bas: FDV choisie à l'altitude de référence de 1000 km où $F_{H+} = 0 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, $T_{\perp} = 1000 \text{ K}$ et $T_{||} = 800 \text{ K}$. En haut: FDV obtenue à l'altitude plus élevée de 2000 km.

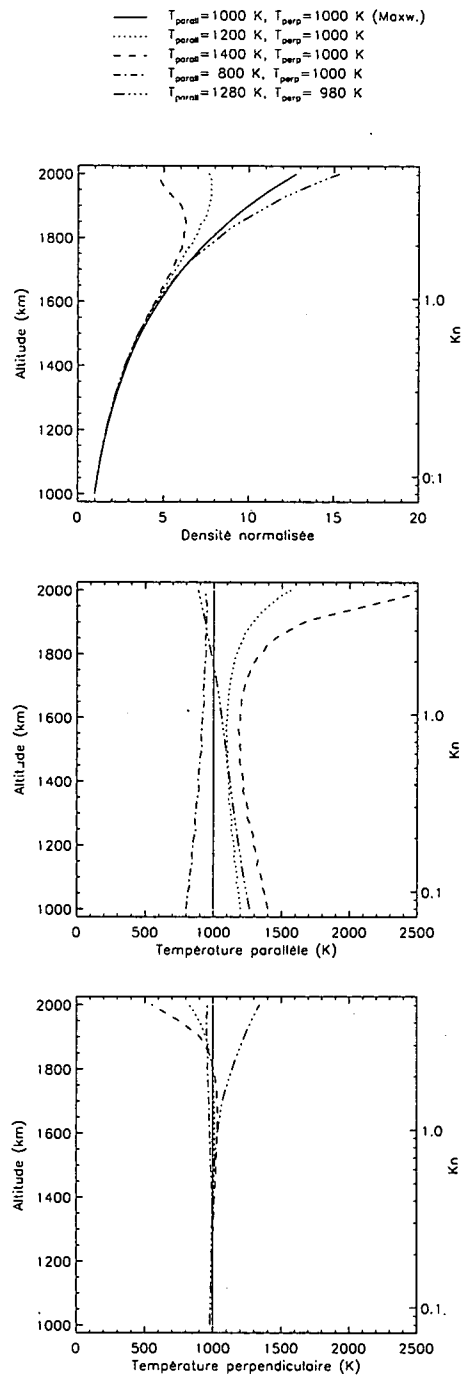


Figure 4.5. Densité, température parallèle et perpendiculaire des ions H^+ en fonction de l'altitude, pour différentes valeurs de la température à l'altitude de référence de 1000 km.

Table 4.1. Variations de la valeur des moments de la FDV au sommet de la région de transition (2000 km) lorsque le flux d'ions H^+ à la base est de $10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ en fonction du nombre de polynômes présents dans l'expansion polynomiale.

Nbre de polynômes	Densité norm.	Flux ($10^7 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$)	Temp. parall. (K)	Temp. perp. (K)
$n = 10$ et $N = 10$	12.369	9.901	921.52	1069.42
$n = 10$ et $N = 16$	12.355	9.907	921.32	1068.91
$n = 10$ et $N = 20$	12.355	9.904	921.33	1068.93
$n = 16$ et $N = 10$	12.355	9.904	922.64	1068.89
$n = 20$ et $N = 10$	12.336	9.904	921.33	1069.84
$n = 20$ et $N = 20$	12.354	9.907	921.37	1068.91

Nbre de polynômes	Flux de chal. parall. norm.	Flux de chal. perp. norm.
$n = 10$ et $N = 10$	6.898	0.3271
$n = 10$ et $N = 16$	6.910	0.3245
$n = 10$ et $N = 20$	6.909	0.3248
$n = 16$ et $N = 10$	6.910	0.3245
$n = 20$ et $N = 10$	6.903	0.3235
$n = 20$ et $N = 20$	6.909	0.3243

inversée pour une température parallèle petite. Les profils des différents moments dépendent fortement des conditions aux frontières imposées au niveau de référence.

4.4.5 Analyse de la convergence du développement en polynômes

Pour ces calculs, nous avons utilisé un développement de la solution contenant 10 polynômes de Legendre et 10 polynômes des vitesses. Afin d'analyser la convergence des solutions, nous avons vérifié que les résultats obtenus sont indépendants du nombre de polynômes utilisés dans l'expansion (3.47).

La Table 4.1 donne les valeurs des moments obtenues à l'altitude de 2000 km lorsqu'on augmente le nombre de polynômes des vitesses N d'une part et le nombre de polynômes de Legendre n d'autre part, pour le cas où l'on a introduit un flux de particules de $10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

On peut constater que l'expansion converge car les variations sont faibles. Les variations des différents moments sont toujours inférieures à 1 pourcent de leur

valeur.

4.5 Application au vent polaire

Après avoir testé notre code numérique et étudié les déformations de la FDV lorsqu'on change le flux et l'anisotropie de température au niveau de référence, nous étudions le cas du vent polaire à l'aide de notre modèle collisionnel. Dans le cadre d'une étude du vent polaire, il ne suffit pas d'imposer que la FDV donne lieu à un flux de particules non nul. A cause de l'absence de flux de particules en provenance de l'espace extérieur dans la gamme des faibles énergies, il faut également supposer que pratiquement aucune particule n'a de vitesse dirigée vers la Terre à haute altitude (cf Chapitre 2). La plupart des particules s'échappent de l'ionosphère et la FDV doit donc être assez différente d'une fonction maxwellienne isotrope.

Pour étudier le vent polaire dans la région de transition, nous devons choisir un niveau de référence à haute altitude (au niveau de l'exobase) et imposer qu'à cette altitude, les particules ayant des vitesses parallèles négatives sont absentes. On obtient la FDV des particules aux autres altitudes en résolvant l'équation de Fokker-Planck avec cette condition aux limites. En particulier, on peut obtenir la FDV dans les régions de basses altitudes où la densité des particules du plasma est plus abondante et ainsi étudier comment se transforme la FDV des ions H^+ dans la région de transition de l'atmosphère ionique de la Terre.

Nous considérons que le niveau de référence est situé à 2000 km et qu'à cette altitude, la densité de l'oxygène est $n_{O^+} = 2 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$ et $T_{O^+} = 1000 \text{ K}$. Ces conditions correspondent à $Kn = 5$ pour les protons. Nous intégrons jusqu'à 1000 km d'altitude, où la densité des ions d'oxygène est plus importante: $n_{O^+} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$. La température des ions oxygènes et des électrons est indépendante de l'altitude par hypothèse. A 1000 km, le nombre de Knudsen correspond environ à $Kn = 0.1$.

La FDV imposée comme condition aux frontières n'est pas explicitement connue. Nous savons seulement que la FDV doit posséder les caractéristiques du vent polaire à haute altitude et répondre à toutes les conditions que nous avons établies précédemment pour être solution de l'équation de Fokker-Planck. Nous allons également imposer que ces fonctions aient une forme similaire à celles des FDV obtenues à haute altitude avec d'autres types de modèles de vent polaire [Barghouthi et al., 1993; Barakat et al., 1995; Lie-Svendson and Rees, 1996]. Ces modèles qui sont basés sur des méthodes de résolution différentes de celle que nous avons utilisée sont décrits plus en détail dans le Chapitre 5. La comparaison des résultats des différents modèles permet également de tester la validité du code.

Dans notre développement de la solution, le premier terme de l'expansion de la FDV en polynômes (3.47) correspond à une fonction maxwellienne isotrope. Ce terme impose que certaines particules possèdent une vitesse parallèle négative. Les termes d'ordres plus élevés du développement permettent d'introduire le flux de

particules. Nous imposons que toutes les particules s'échappent de l'ionosphère polaire, excepté celles dues au premier terme. La forme des FDV ainsi obtenues à 2000 km est illustrée sur les Figures 4.6 à 4.9. La FDV est proche d'une fonction maxwellienne isotrope aux très faibles vitesses mais un grand nombre de particules s'échappent avec des vitesses positives.

Nous imposons que la FDV choisie à l'altitude de référence:

- respecte les conditions de régularité (4.3) et (4.4) imposées par l'équation de Fokker-Planck dans les limites $y \rightarrow 0$ et $\mu \rightarrow 0$.
- possède un flux parallèle aux lignes de champ non nul.
- ne possède que très peu de particules ayant des vitesses négatives, excepté aux faibles vitesses où les collisions coulombiennes ont une grande importance.
- soit positive.
- soit développée en une série convergente de polynômes c'est-à-dire que les termes d'ordres élevés contribuent de moins en moins.
- ressemble aux FDV obtenues à haute altitude avec d'autres types de modèles et en particulier avec les modèles de Monte Carlo.

Ce type de FDV présente un premier maximum centré autour de la vitesse nulle résultant des collisions coulombiennes aux faibles vitesses. Un second maximum est obtenu aux vitesses supérieures à la vitesse d'agitation thermique. La vitesse thermique est indiquée par le cercle pointillé sur la Figure 4.6. Le second maximum est proportionnel au flux de particules introduit au niveau de référence à haute altitude.

Nous choisissons d'illustrer quatre cas correspondant à des valeurs différentes du flux de particules, de la vitesse d'expansion et des températures à l'altitude de référence et donc caractérisés par des largeurs et hauteurs différentes du second maximum. Les valeurs imposées au niveau de référence r_0 sont données sur chacune des Figures 4.6 à 4.9. L'influence des conditions imposées à l'altitude de référence sur la forme de la FDV et les profils des moments aux différentes altitudes est ainsi mise en évidence. Pour chacun des exemples, la forme de la FDV devient plus proche d'une maxwellienne isotrope centrée sur la vitesse nulle à basse altitude. Ceci montre la généralité de ce résultat aux endroits où les collisions sont abondantes.

Nous effectuons nos calculs avec une expansion d'ordre plus élevé que dans l'étude perturbative précédente ($n = 20$, $N = 20$). Le nombre de pas en altitude varie en fonction de la précision requise.

Les Figures 4.6 à 4.9 illustrent la fonction de distribution des vitesses en fonction de $y_{\parallel} = y\mu$ et $y_{\perp} = y\sqrt{1 - \mu^2}$ pour trois altitudes différentes. La FDV parallèle à la ligne de champ magnétique est également représentée à une dimension en fonction de

y_{\parallel} dans les cas [2], [3] et [4] afin de mettre en évidence la structure en double maxima de la FDV. Le cas [1] met en évidence comment la FDV passe d'une structure quasi-isotrope à basse altitude à une structure où les particules de vitesses négatives sont pratiquement absentes à haute altitude.

Aux altitudes élevées, les collisions sont peu importantes et la plupart des particules s'échappent. Aux basses altitudes, les collisions coulombiennes H^+O^+ ont un effet plus important du fait de l'abondance des ions O^+ . Le nombre de particules de faible énergie possédant des vitesses négatives (c'est-à-dire dirigées vers la Terre) augmente. Le maximum centré en $y = 0$ est important à basse altitude du fait que les collisions agissent aux basses énergies, alors que la force extérieure totale tend à accélérer les particules de haute énergie vers le haut. Le flux de particules qui est présent aux basses altitudes est principalement dû aux particules de grande vitesse.

La Figure 4.10 illustre les profils des moments de la FDV des ions H^+ en fonction de l'altitude. Les ions H^+ étant supposés rester partout un constituant mineur par rapport à O^+ , les solutions obtenues ne dépendent pas de la valeur de $n_{H^+}(r_0)$ au niveau de référence. Tous les moments sont définis à ce facteur de normalisation près. Il n'en serait évidemment plus de même si nous avions inclu les collisions H^+H^+ . Ce problème étant beaucoup plus complexe, nous nous limitons ici au cas où $n_{H^+} \ll n_{O^+}$.

Comme dans les modèles cinétiques d'ordre zéro et comme le confirment les observations, la densité de H^+ décroît plus lentement avec l'altitude que celle des ions O^+ . Par conséquent, à haute altitude, les ions H^+ deviendront majoritaires. En outre, nous avons vérifié que le flux de particules est constant à l'intérieur d'un tube de flux. Pour chacun des 4 cas présentés, la vitesse d'expansion augmente et peut passer d'un régime subsonique à un régime supersonique. On peut également remarquer que les collisions font diminuer l'anisotropie des températures lorsque celle-ci est grande à haute altitude ($T_{\parallel} > T_{\perp}$). La température parallèle varie plus rapidement avec l'altitude que la température perpendiculaire. Celle-ci reste approximativement constante en fonction de l'altitude. Il en va de même pour les flux de chaleur dont les valeurs sont négatives à haute altitude, du fait de cette structure en double maxima, mais sont généralement positives à basse altitude. Ceci était déjà mis en évidence par d'autres auteurs [Barghouthi et al., 1993; Barakat et al., 1995].

L'ensemble de ces résultats est en bon accord avec les observations et certains résultats de modèles antérieurs, comme nous le montrons dans le chapitre suivant.

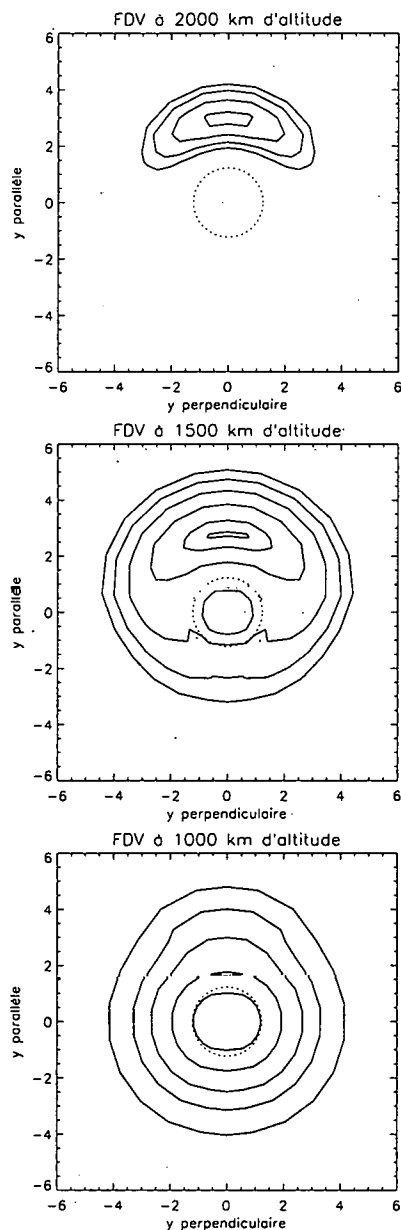
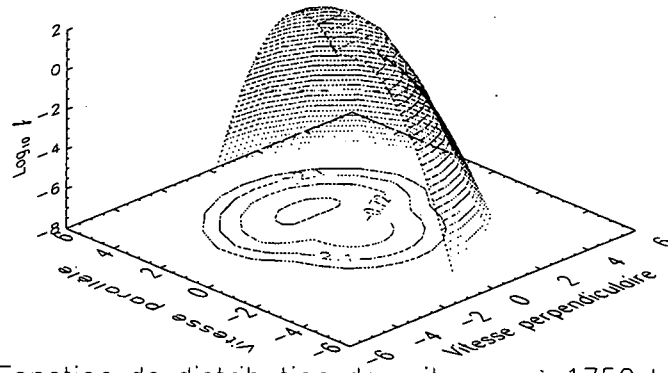
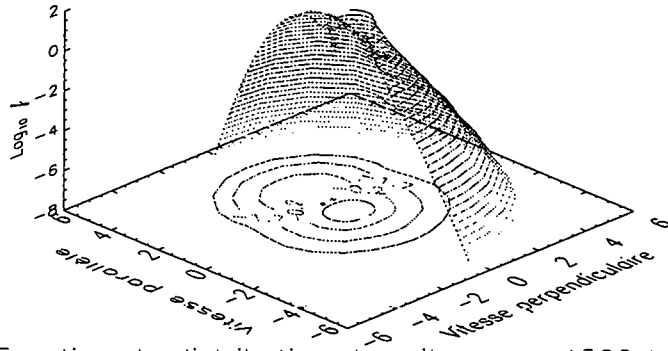


Figure 4.6. Premier exemple de fonction de distribution des vitesses des ions H^+ du vent polaire représentée par des isocontours dans le plan des vitesses normalisées $(y_{\parallel}, y_{\perp})$. Nous considérons trois altitudes: (en haut) dans la région faiblement collisionnelle de l'exosphère, la FDV est imposée de telle façon qu'elle présente les caractéristiques physiques du vent polaire à haute altitude; (au milieu) FDV obtenue dans la région de transition, (en bas) FDV obtenue dans la région dominée par les collisions (la barosphère). A l'altitude de référence de 2000 km, la densité des ions H^+ est $n_{H^+}(r_0) = 100 \text{ cm}^{-3}$, le flux de particules est $F(r_0) = 10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, la température parallèle est $T_{\parallel}(r_0) = 915 \text{ K}$ et la température perpendiculaire $T_{\perp}(r_0) = 3490 \text{ K}$. L'écart entre les isocontours vaut e .

Fonction de distribution des vitesses à 2000 km



Fonction de distribution des vitesses à 1750 km



Fonction de distribution des vitesses à 1500 km

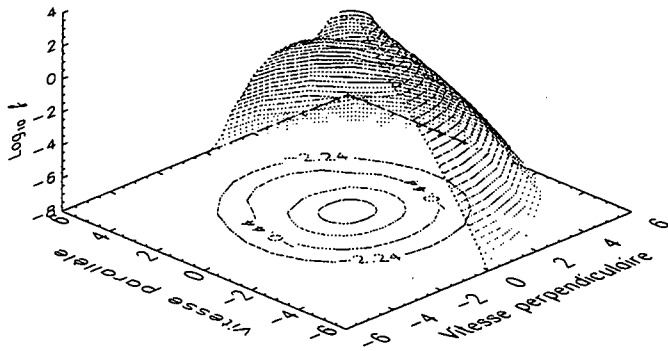
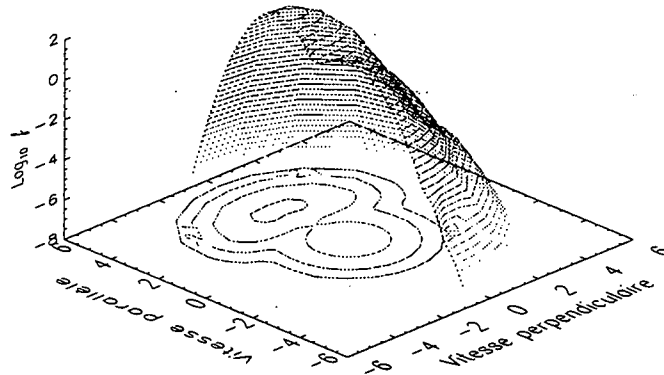
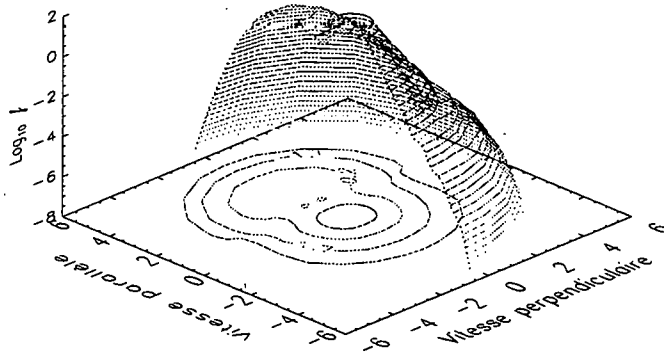


Figure 4.7. Second exemple de FDV dans les trois régions collisionnelles pour d'autres valeurs de températures et de flux à l'altitude de référence de 2000 km. A cette altitude, la densité des ions H^+ est $n_{H^+}(r_0) = 100 \text{ cm}^{-3}$, le flux de particules est $F(r_0) = 7 \times 10^7 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, la température parallèle est $T_{\parallel}(r_0) = 1030 \text{ K}$ et la température perpendiculaire $T_{\perp}(r_0) = 1780 \text{ K}$. La FDV est également projetée sur le plan $y_{\parallel}y_{\perp}$ de manière à mettre en évidence la structure en double maxima.

Fonction de distribution des vitesses à 2000 km



Fonction de distribution des vitesses à 1250 km



Fonction de distribution des vitesses à 1000 km

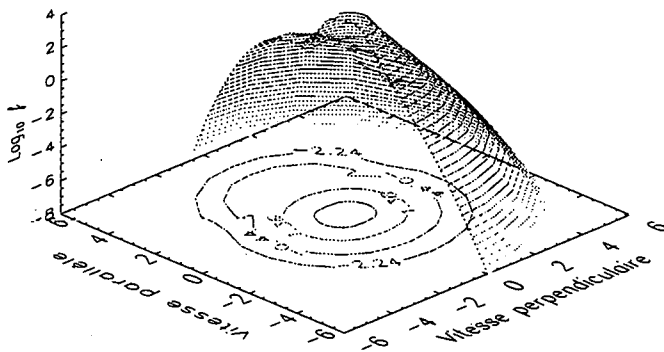
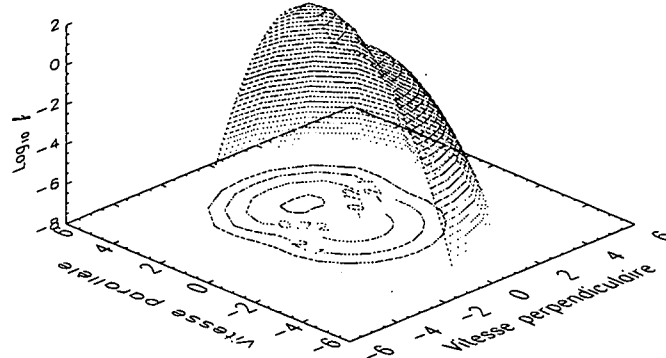
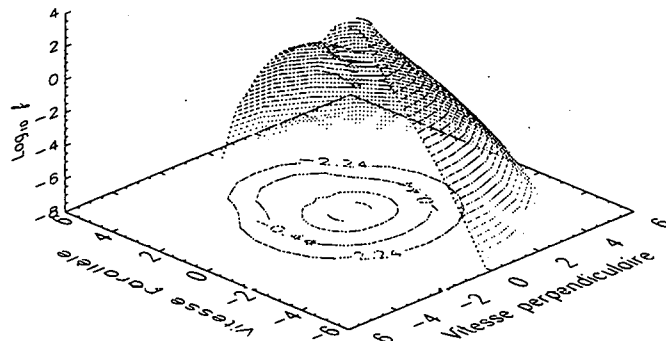


Figure 4.8. Troisième exemple de FDV dans les trois régions collisionnelles, caractérisée par des valeurs différentes de températures et de flux à l'altitude de référence de 2000 km. A cette altitude, la densité des ions H^+ est $n_{H^+}(r_0) = 100 \text{ cm}^{-3}$, le flux de particules est $F(r_0) = 1.2 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, la température parallèle est $T_{\parallel}(r_0) = 690 \text{ K}$ et la température perpendiculaire $T_{\perp}(r_0) = 1745 \text{ K}$.

Fonction de distribution des vitesses à 2000 km



Fonction de distribution des vitesses à 1500 km



Fonction de distribution des vitesses à 1250 km

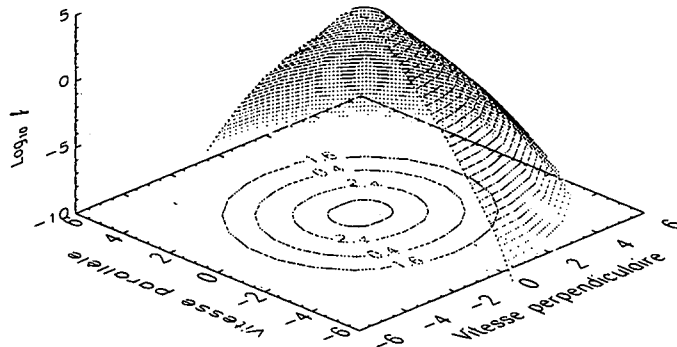


Figure 4.9. Quatrième exemple de FDV dans les trois régions collisionnelles, caractérisée par des valeurs différentes de températures et de flux à l'altitude de référence de 2000 km. A cette altitude, la densité des ions H^+ est $n_{H^+}(r_0) = 100 \text{ cm}^{-3}$, le flux de particules est $F(r_0) = 7.2 \times 10^7 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, la température parallèle est $T_{\parallel}(r_0) = 1630 \text{ K}$ et la température perpendiculaire $T_{\perp}(r_0) = 930 \text{ K}$.

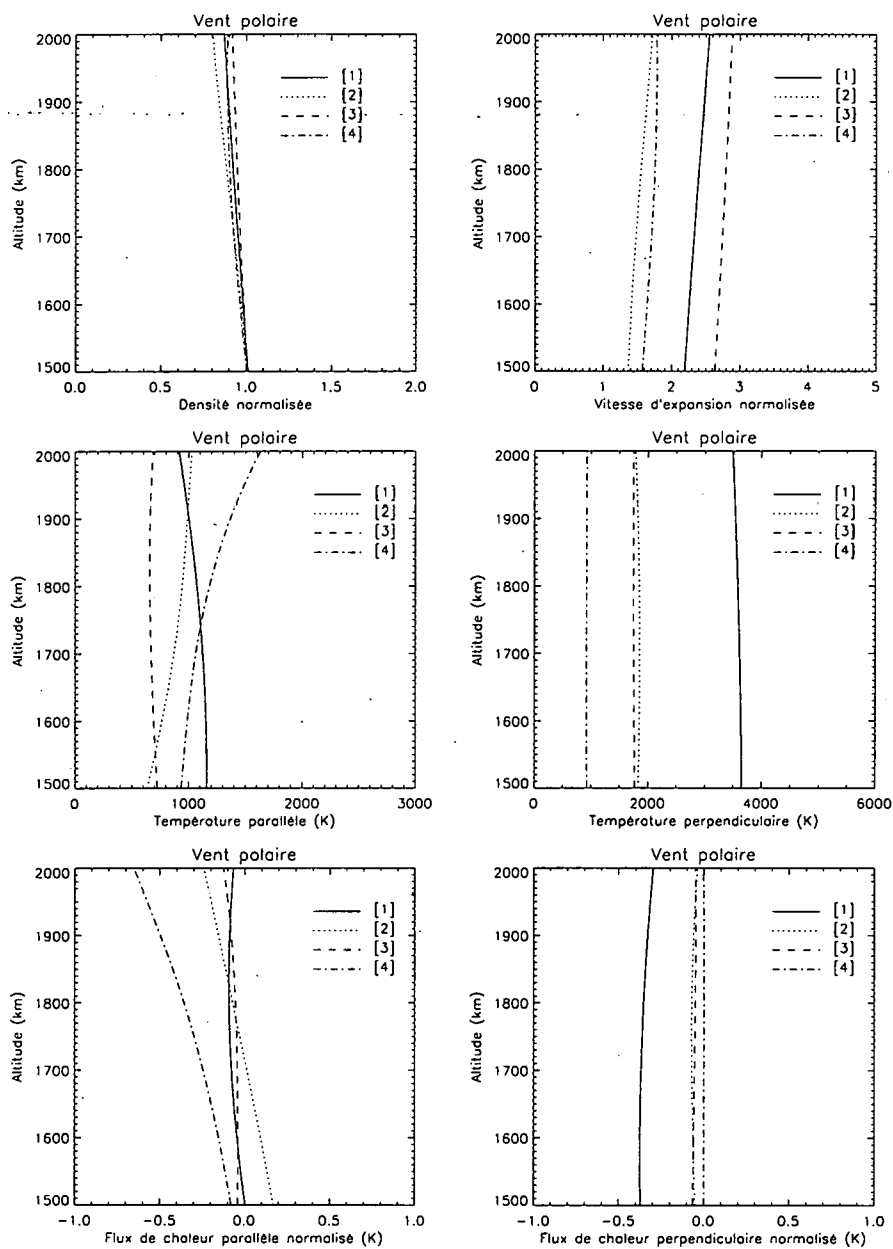


Figure 4.10. Profils en altitude de différents moments de la FDV des ions H^+ . Les moments considérés sont la densité normalisée, la vitesse d'expansion normalisée, les températures parallèles et perpendiculaires, les flux de chaleur parallèles et perpendiculaires normalisés dans les 4 cas illustrés dans les Figures précédentes.

Chapitre 5

Comparaison avec les précédents modèles de vent polaire

Plusieurs types de modèles ont été développés pour décrire le vent polaire, parmi lesquels les modèles hydrodynamiques, les modèles hydromagnétiques, les modèles cinétiques et semi-cinétiques, les modèles de Monte Carlo et les modèles PIC (*Particle In Cell*). Tous ces modèles sont complémentaires et utiles non seulement pour représenter les caractéristiques générales des fonctions de distribution des vitesses des particules qui composent le vent polaire, mais aussi pour obtenir une description quantitative des moments de la FDV des ions H^+ en fonction de l'altitude.

Dans ce chapitre, les résultats obtenus avec notre nouveau modèle collisionnel ainsi que ceux obtenus dans le Chapitre 2 avec le modèle exosphérique du vent polaire seront comparés aux résultats obtenus antérieurement par d'autres chercheurs et basés sur la résolution des équations hydrodynamiques, cinétiques ou des méthodes Monte Carlo. Les avantages et inconvénients des différentes méthodes seront mis en évidence.

5.1 Les modèles hydrodynamiques

Décrivons brièvement les fondements des modèles hydrodynamiques, ainsi que leurs avantages et inconvénients par rapport à notre nouveau modèle.

5.1.1 Hypothèses de base

Les équations hydrodynamiques peuvent être obtenues en multipliant les deux membres de l'équation de Fokker-Planck (3.1) respectivement par m , $m\mathbf{v}$ et $m\mathbf{v}^2/2$ et en les intégrant sur l'espace des vitesses. On obtient ainsi l'équation de conservation

de la masse:

$$\frac{\partial mn}{\partial t} + \nabla \cdot (m\mathbf{nu}) = 0, \quad (5.1)$$

l'équation de conservation du moment:

$$mn \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) + \nabla \cdot \mathbf{P} - n\mathbf{F} = \frac{\delta M}{\delta t}, \quad (5.2)$$

et l'équation de conservation de l'énergie donnée par:

$$\frac{3}{2}nk \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right) + \mathbf{P} : \nabla \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q} = \frac{\delta E}{\delta t} \quad (5.3)$$

où m est la masse des particules, n leur densité, T leur température, \mathbf{u} leur vitesse d'expansion, t le temps, $\mathbf{P} = m \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)(\mathbf{v} - \mathbf{u})(\mathbf{v} - \mathbf{u})d\mathbf{v}$ est le tenseur de pression, \mathbf{F} représente la somme des forces extérieures, $\mathbf{q} = m \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)(\mathbf{v} - \mathbf{u})(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 d\mathbf{v}$ est le flux de chaleur et où l'opération $\mathbf{P} : \nabla \mathbf{u}$ correspond au double produit des deux tenseurs \mathbf{P} et $\nabla \mathbf{u}$ [Chapman and Cowling, 1970; Schunk, 1975].

Il existe un nombre indéfini d'équations de transport des moments d'ordres plus élevés. Cependant, l'équation de transport du moment d'ordre n fait intervenir un moment d'ordre $n + 1$. En vue de limiter le nombre d'équations et de fermer le système, on fait généralement appel à des relations dites "constitutives" déduites de l'expérience.

Lorsque le système est dominé par les collisions, on utilise l'approximation de Navier-Stokes qui consiste à considérer que le tenseur de pression est relié au gradient de vitesse par

$$\mathbf{P} = -2\eta_a \mathbf{S} - \eta_b (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \quad (5.4)$$

où $\mathbf{S} = (\nabla \mathbf{u})_s$ représente un tenseur symétrique et sans trace, η_a est la viscosité dynamique et η_b est la viscosité moyenne. Cette approximation suppose également que le fluide est incompressible $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ et que la loi de Fourier du flux de chaleur est respectée, c'est-à-dire que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de température:

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (5.5)$$

où λ est la conductivité thermique. Ces conditions sont réalisées lorsque la fonction de distribution des vitesses est une maxwellienne isotrope et lorsque les collisions sont abondantes. Par contre, dans l'exosphère, ces conditions ne sont pas obligatoirement remplies. Ainsi, la fonction de distribution \mathbf{K} ne respecte pas la loi de Fourier du flux de chaleur. En effet, nous avons établi au Chapitre 2 que lorsque la fonction de distribution de particules est une fonction \mathbf{K} isotrope, le gradient de température est positif dans un potentiel attractif alors que le flux de particules et le flux de chaleur sont nuls. Les fonctions de distribution des vitesses obtenues

à haute altitude dans la région de transition ne respectent pas non plus la loi de Fourier du flux de chaleur (5.5).

L'approximation d'Euler consiste à supposer que le tenseur de pression est diagonal et isotrope: $\mathbf{P} = p\mathbf{I}$ où $p = nkT$ et \mathbf{I} est la matrice unité. C'est notamment le cas lorsque la fonction de distribution est une maxwellienne isotrope. *Banks and Holzer* [1968, 1969] ont été les premiers à décrire le vent polaire au moyen des équations hydrodynamiques dans l'approximation d'Euler. Parmi les diverses familles de solutions, ces auteurs ont choisi la solution supersonique pour laquelle la pression de plasma tend vers zéro à grande distance radiale. Cette solution passe par un point critique où la vitesse d'expansion qui était subsonique à basse altitude devient supersonique.

Le système d'équations peut également être fermé en imposant la forme de la fonction de distribution des vitesses [*Chapman and Cowling*, 1970]. Une fonction couramment utilisée est par exemple l'approximation à 13 moments de *Grad* [1949, 1958]:

$$f = f^M \left[1 + \frac{m}{2kT_p} \tau : (\mathbf{v} - \mathbf{u})(\mathbf{v} - \mathbf{u}) - \left(1 - \frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{5kT} \right) \frac{m}{kT_p} \mathbf{q}(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \right] \quad (5.6)$$

où

$$f^M = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2kT} \right) \quad (5.7)$$

et $\tau = \mathbf{P} - p\mathbf{I}$ est le tenseurs des tensions. Comme le tenseur des tensions a une trace nulle et est symétrique, chaque espèce de particules dans le plasma peut être décrite au moyen de 13 moments dans le cadre de cette approximation.

Des modèles de transport généralisé [*Raitt et al.*, 1975, *Schunk and Watkins*, 1982; *Singh and Schunk* 1985; *Gombosi et al.*, 1985; *Ganguli et al.*, 1987; *Demars and Schunk*, 1994] basés sur des systèmes d'équations à 13, 16 ou 20 moments ont été utilisés pour décrire le flux de particules et les distributions de densité et de températures en fonction de l'altitude dans le vent polaire. La fonction de distribution des vitesses est représentée comme le produit d'une maxwellienne déplacée (5.7) ou d'une bi-maxwellienne (avec des températures parallèles et perpendiculaires différentes) et d'une série tronquée de polynômes orthogonaux de la vitesse.

Un exemple de profil des moments de la fonction de distribution des vitesses des ions H^+ obtenu à l'aide du modèle de vent polaire de *Ganguli et al.* [1987] est illustré Figure 5.1.

Ces auteurs étudient l'état stationnaire du vent polaire dans un plasma constitué de H^+ , O^+ et e^- pour des conditions aux frontières à 1500 km de $n_{H^+} = 80 \text{ cm}^{-3}$, $n_{O^+} = 5000 \text{ cm}^{-3}$, $T_{H^+} = 3500 \text{ K}$, $T_{O^+} = 1200 \text{ K}$, $T_{e^-} = 1000 \text{ K}$ et $u_{H^+} = 16 \text{ km/s}$ (cette vitesse d'expansion correspond à une vitesse d'expansion normalisée de 2.1). La densité des ions H^+ décroît rapidement avec l'altitude. Les ions O^+ deviennent minoritaires aux environs de 3500 km d'altitude. La vitesse d'expansion

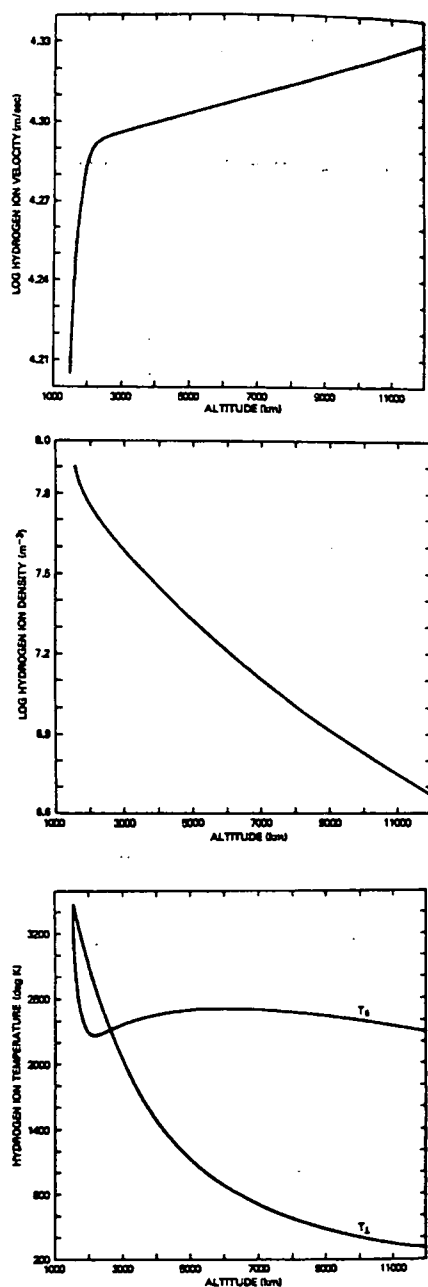


Figure 5.1. Profils de densité, de vitesse d'expansion et de températures parallèle et perpendiculaire des ions H^+ obtenus avec le modèle hydrodynamique de vent polaire développé par *Ganguli et al.* en 1987. Ce cas est réalisé pour des conditions aux frontières à 1500 km de $n_{H^+} = 80 \text{ cm}^{-3}$, $n_{O^+} = 5000 \text{ cm}^{-3}$, $T_{H^+} = 3500 \text{ K}$, $T_{O^+} = 1200 \text{ K}$, $T_{e^-} = 1000 \text{ K}$ et $u_{H^+} = 16 \text{ km/s}$.

considérée est supersonique et augmente avec la distance radiale. D'autre part, le plasma ionique se refroidit en se répandant au travers du tube de flux magnétique. La température parallèle et la température perpendiculaire des ions H^+ diminuent par refroidissement adiabatique. Une anisotropie de température, dont l'importance dépend des conditions aux frontières utilisées, se développe à haute altitude. Les profils de densité et de vitesse d'expansion sont qualitativement en bon accord avec les observations et les résultats de nos modèles. Les profils de température sont par contre relativement différents.

Il est important de constater que la fonction de distribution des vitesses donnée en (5.6) ne satisfait pas aux conditions de régularité (4.3) et (4.4) si $u \neq 0$. Elle ne constitue pas une fonction de distribution de H^+ adéquate pour la résolution de l'équation de Fokker-Planck lorsqu'on a considéré que la fonction de distribution des vitesses des ions O^+ est une maxwellienne isotrope. Autrement dit, les expressions de la FDV prises comme hypothèses dans les modèles hydrodynamiques ne respectent pas les conditions imposées par l'équation de Fokker-Planck. Les modèles hydrodynamiques ne tiennent pas compte du fait que la FDV des ions H^+ doit être proche de la distribution des ions dominants du plasma aux basses énergies et que seules les particules de haute énergie contribuent au flux de particules.

5.1.2 Avantages et inconvénients des modèles hydrodynamiques

L'approche hydrodynamique fut critiquée sous plusieurs aspects, en particulier sur l'applicabilité des approximations utilisées en vue de fermer le système [Marubashi, 1970].

En effet, la région de transition peut difficilement être traitée dans le cadre de l'approximation hydrodynamique d'Euler ou dans celle de Navier-Stokes. Nous avons vu au Chapitre 4 que la FDV y subit une transformation radicale en passant du régime dominé par les collisions au régime sans collisions et dès lors, les hypothèses utilisées pour fermer le système des équations hydrodynamiques ne sont pas satisfaites. Les hypothèses simplificatrices sur lesquelles sont basées les différentes approximations hydrodynamiques sont applicables dans la barosphère où les écarts de la FDV à la fonction maxwellienne isotrope restent faibles en raison de l'effet dominant des collisions entre les particules. Ces hypothèses simplificatrices cessent toutefois d'être applicables à haute altitude dans la région de transition et dans l'exosphère.

Lorsque le système des équations hydrodynamiques est fermé en imposant la forme de la FDV dans tout le domaine d'altitude (comme par exemple une maxwellienne déplacée dans l'approximation de Grad), le modèle peut en principe être utilisé aussi bien dans les régions dominées par les collisions que dans les régions exosphériques [Schunk, 1975]. Néanmoins, la fonction maxwellienne déplacée (cf

Figure 5.2), ainsi que les autres fonctions de distribution des vitesses généralement utilisées dans les modèles hydrodynamiques, présentent des formes assez différentes des solutions de l'équation de Fokker-Planck que nous avons obtenues à l'aide de notre modèle cinétique collisionnel de vent polaire. Elles sont également assez dissemblables des solutions obtenues à l'aide des autres modèles de vent polaire tels que les modèles cinétiques (cf Figure 5.2) ou les modèles de Monte Carlo (cf Figure 5.3). Les expressions des fonctions de distribution des vitesses utilisées dans le cadre des modèles hydrodynamiques ne satisfont pas non plus les conditions de régularité de l'équation de Fokker-Planck.

Donc, dans les régions où la distribution devient fortement anisotrope, les approximations hydrodynamiques sont insatisfaisantes. De plus, les équations hydrodynamiques ne permettent de déterminer qu'un nombre limité de moments (densité, flux de particules et d'énergie, pressions...) alors que tous les moments de la FDV peuvent en principe être calculés dans le cadre d'un modèle cinétique (du moins s'ils existent), puisque la fonction de distribution des vitesses est alors directement déterminée.

Les équations de transport des moments sont surtout utiles dans la région dominée par les collisions, car elles y donnent une description satisfaisante et relativement simple du plasma. Les modèles hydrodynamiques permettent aussi de tenir compte directement des collisions avec les particules neutres de l'atmosphère qui ne peuvent pas être négligées en dessous de 500 km d'altitude dans l'ionosphère.

5.2 Les modèles cinétiques collisionnels

Les premiers modèles cinétiques collisionnels d'exosphère ionique ont été introduits pour l'étude du vent solaire. En ajoutant l'effet des collisions, les auteurs pouvaient réduire l'anisotropie de température irréaliste prédite par les modèles non collisionnels [*Livi and Marsch, 1987*]. En effet, en raison de l'absence totale de collisions coulombiennes des premiers modèles exosphériques de vent solaire, la dispersion des vitesses dans la direction parallèle restait beaucoup plus grande que dans la direction perpendiculaire. Divers modèles cinétiques collisionnels ont également été développés afin d'étudier l'échappement des gaz neutres au sommet de l'atmosphère [*Fahr and Shizgal, 1983; Shizgal and Blackmore, 1985*]. Des modèles cinétiques collisionnels de vent polaire n'ont été développés que très récemment. Dans cette section, nous allons principalement décrire le modèle développé par *Lie-Svendson and Rees [1996]* qui est, à notre connaissance, un des seuls autres modèles de vent polaire basé sur la résolution de l'équation de Fokker-Planck décrivant la transformation de la FDV dans la région de transition.

5.2.1 Résolution à deux conditions aux limites

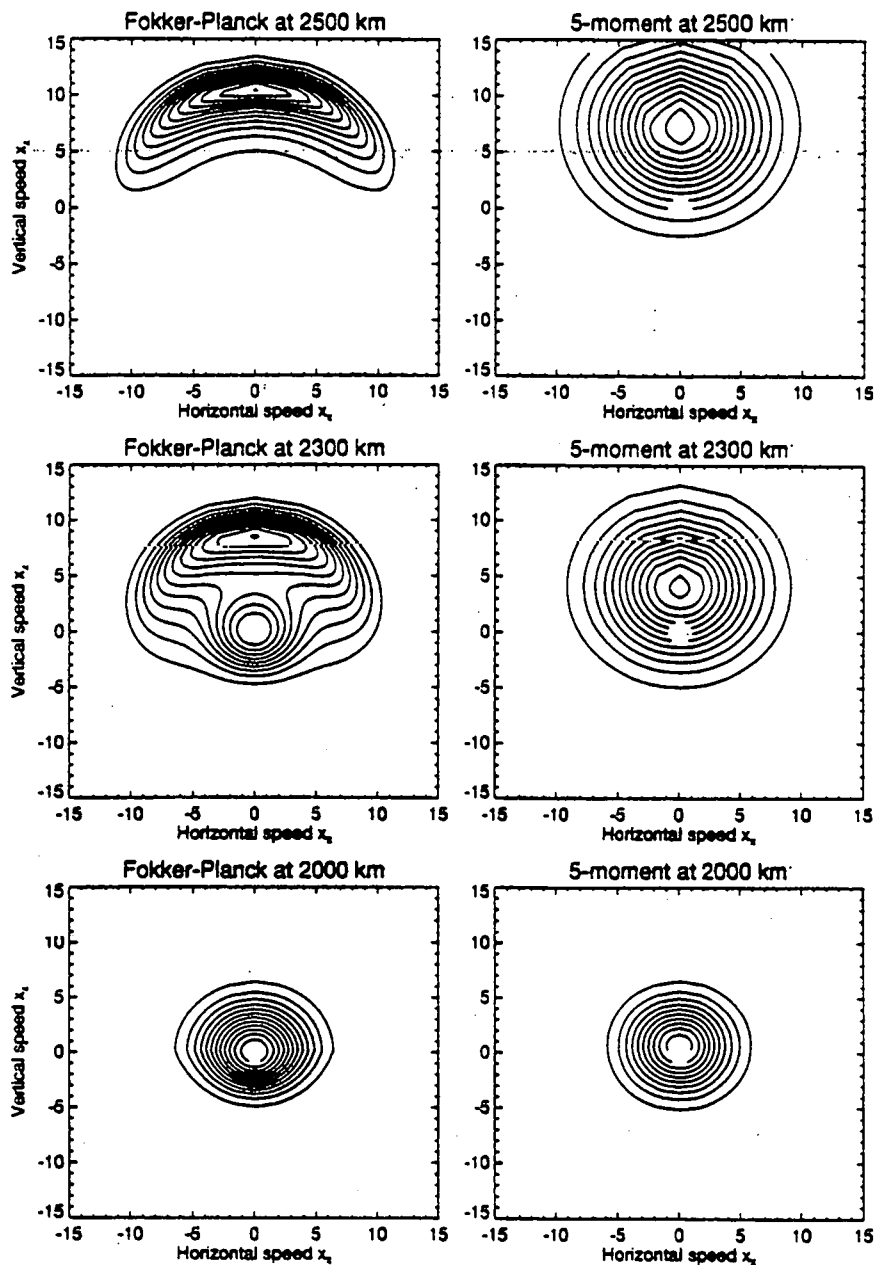


Figure 5.2. Fonction de distribution des vitesses f de H^+ à 2000 km, 2300 km et 2500 km obtenue avec le modèle de *Lie-Svendsen and Rees* [1996] à 2 conditions limites (à gauche) et avec l'approximation à 5 moments d'une maxwellienne déplacée pour la même vitesse d'expansion et la même densité que f (à droite). Ce cas est réalisé en considérant $n_{O^+} = 1.58 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$ à 2000 km d'altitude, $n_{O^+} = 5 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$ à 2500 km d'altitude et $T_{O^+} = T_{H^+} = 1000 \text{ K}$. Les contours sont équidistants.

Le modèle de vent polaire de Lie-Svendsen and Rees est, tout comme le nôtre, basé sur la résolution de l'équation de Fokker-Planck. La FDV des ions O^+ est également supposée être une maxwellienne isotrope. Néanmoins, l'équation est résolue de manière totalement différente puisque ces auteurs utilisent une méthode standard aux différences finies. De plus, les conditions aux limites sont imposées à deux altitudes différentes. La condition posée à haute altitude est $f_{H^+}(Z, y, \mu < 0) = 0$. Aux basses altitudes, le modèle impose que la fonction de distribution des vitesses des ions H^+ $f_{H^+}(0, y, \mu > 0)$ soit une maxwellienne déplacée où $u \neq 0$. Le problème est résolu en tenant compte du champ gravitationnel et d'un champ électrique constant. L'effet du champ magnétique est négligé dans l'exemple présenté Figure 5.2, illustrant les résultats du modèle de Lie-Svendsen and Rees (à gauche) dans la région de transition. La FDV des ions H^+ est représentée à 3 altitudes différentes.

A haute altitude, la modélisation donne une FDV fortement anisotrope, dont la forme est semblable à celle que nous avons utilisée à haute altitude dans notre modèle. La densité et la vitesse d'ensemble des ions H^+ présentent également des dépendances en altitude similaires à celles de notre modèle. La température des ions H^+ augmente avec la distance radiale dans la région de transition.

Par comparaison, Lie-Svendsen and Rees ont considéré un modèle hydrodynamique à 5 moments et représenté les FDV utilisées dans ce type de modèle i.e. des maxwelliennes déplacées possédant la même vitesse de déplacement et la même densité que celles obtenues dans leur modèle (Figure 5.2 à droite).

Nous pouvons constater que la fonction maxwellienne déplacée prise comme hypothèse dans le modèle hydrodynamique n'est pas une très bonne approximation de la solution à haute altitude. Même en considérant une approximation à 8 moments (c'est-à-dire en incluant une correction due au flux de chaleur), l'accord entre les deux modèles n'est pas amélioré [Lie-Svendsen and Rees, 1996].

Notons que la déformation de la FDV dans le modèle de vent polaire est due au fait que l'on impose la condition $f_{H^+}(Z, y, \mu < 0) = 0$. C'est cette condition frontière impliquant qu'aucune particule n'est réfléchiée à haute altitude qui oblige la FDV à se transformer de façon aussi radicale.

Il faut noter également que le fait d'imposer deux conditions limites, une pour les particules de vitesses positives à basse altitude et une autre pour les particules de vitesses négatives à haute altitude, introduit une discontinuité dans la FDV en $v_{||} = 0$. Cette discontinuité est visible sur la Figure 5.2 aux basses altitudes et implique que cette FDV ne remplit pas non plus les conditions imposées par l'équation de Fokker-Planck.

Bien que la méthode de Lie-Svendsen and Rees présente certains avantages, il est arbitraire et même incorrect d'imposer que $f_{H^+}(0, y, \mu > 0)$ est une maxwellienne déplacée à basse altitude. En effet, nous avons montré que cette FDV ne satisfait pas aux conditions de régularité de l'équation de Fokker-Planck, en particulier lorsque $y \rightarrow 0$. Ces conditions imposent que les particules de faible énergie ne contribuent

pas au flux de particules, alors que ce n'est pas le cas avec ces conditions aux limites. Il faut d'ailleurs remarquer que leur méthode ne converge que lorsque $u \ll w_{H^+}$, c'est-à-dire lorsque la vitesse d'expansion de la maxwellienne déplacée est faible. Mais physiquement, cette fonction de distribution des vitesses ne se justifie pas et il est préférable d'imposer que les particules soient proches d'une maxwellienne isotrope aux basses énergies et fort différentes aux hautes énergies.

Il est intéressant de constater que, même sans imposer ces conditions, (par exemple en prenant une maxwellienne déplacée à basse altitude comme Lie-Svendson), on retrouve que les particules de faible énergie sont couplées avec les particules majoritaires du plasma. Ce sont les particules de haute énergie qui contribuent au flux d'échappement. Autrement dit, alors qu'à basse altitude, on suppose que le maximum de la FDV n'est pas parfaitement centré en $y_{\parallel} = 0$, un maximum centré en $y_{\parallel} = 0$ apparaît à plus haute altitude sous l'effet des collisions coulombiennes, en résolvant l'équation de Fokker-Planck. Un second maximum apparaît également à haute altitude, dû à l'accélération des particules dans les champs de forces extérieures.

5.2.2 Avantages et inconvénients des modèles cinétiques

Les modèles cinétiques présentent l'avantage par rapport aux modèles hydrodynamiques que tous les moments sont implicitement calculables à partir de la solution. Dans les modèles hydrodynamiques, on ne peut obtenir qu'un nombre limité de moments de la FDV. Contrairement aux modèles hydrodynamiques, la forme de la FDV n'est pas imposée à chaque altitude de la région de transition. En outre, les modèles cinétiques ne posent pas de problème particulier au point où la vitesse d'ensemble devient supersonique, contrairement aux modèles hydrodynamiques stationnaires où la solution doit obligatoirement passer par un point critique.

Par contre, le terme de collision est relativement compliqué dans les modèles cinétiques. L'étude des collisions entre particules de même espèce est particulièrement difficile. Dans le cas d'un plasma composé d'une seule espèce d'ions, ces collisions ne sont pas négligeables. Mais dans le cas du vent polaire, on peut négliger les collisions entre particules de même espèce du fait que l'on étudie la FDV des ions H^+ qui sont minoritaires dans le plasma. En vue d'étudier les collisions avec les autres espèces d'ions présentes dans le vent polaire, on suppose que la FDV des ions O^+ majoritaires est connue. On est donc amené à faire des hypothèses sur la fonction de distribution des vitesses des particules qui forment le milieu ambiant du plasma. Ces hypothèses réduisent en partie le domaine d'application des modèles cinétiques par rapport aux modèles hydrodynamiques. Notre modèle cinétique collisionnel (ainsi que celui de *Lie-Svendson and Rees*) cesse d'être applicable dans les régions où les ions H^+ deviennent majoritaires. En effet, les collisions H^+H^+ deviennent alors plus importantes que les collisions H^+O^+ considérées dans notre modèle collisionnel.

Dans ces régions situées à haute altitude, les collisions entre les particules deviennent néanmoins négligeables et la FDV des ions à chaque altitude peut être déterminée à l'aide d'un modèle exosphérique.

5.3 Les simulations Monte Carlo

Les méthodes de Monte Carlo et de particules en cellules (PIC) [Barakat and Lemaire, 1990; Wilson et al., 1993; Miller et al., 1993; Barghouthi et al., 1990, 1993; Barakat et al., 1995] sont certainement des techniques qui bénéficient actuellement de beaucoup d'intérêt dans l'étude de la région de transition. Décrivons brièvement les hypothèses sur lesquelles sont basées ces simulations.

5.3.1 Hypothèses de base

Les techniques de Monte Carlo et PIC consistent à introduire à la base d'une région délimitée un échantillon d'ions tests H^+ pour en étudier le comportement. Chaque ion H^+ est injecté dans le système avec une vitesse initiale générée aléatoirement de manière à être en bon accord avec une distribution maxwellienne sans vitesse d'expansion. La particule se déplace alors dans la région de simulation sous l'influence des forces gravitationnelles et électromagnétiques, en subissant des collisions coulombiennes avec les ions du milieu ambiant. On considère qu'elle quitte le système quand elle atteint le bord supérieur ou le bord inférieur de la région considérée. Ces modèles permettent d'étudier l'évolution temporelle et les états stationnaires des plasmas. Les résultats sont relativement sensibles aux paramètres de résolution spatiale et temporelle choisis.

Ces modèles donnent des distributions proches de maxwelliennes à basses altitudes. Au bord supérieur, seules des particules de vitesse positive peuvent s'échapper et la FDV prend une forme allongée. Les profils des moments et l'allure de la FDV dépendent du champ magnétique et des forces extérieures considérées. Ils dépendent également du type de modèle collisionnel adopté (Maxwell molécule, sphère solide, coulombienne, ...). L'algorithme utilisé pour la simulation Monte Carlo des collisions coulombiennes est généralement basé sur l'approximation introduite par Takizuka and Abe [1977]. L'idée de base consiste à remplacer les particules réelles par un certain nombre de particules simulées. La section efficace de collision est ajustée de telle façon que le terme de collision se réduit au terme de Fokker-Planck lorsque le nombre de particules simulées tend vers l'infini. Néanmoins, les auteurs s'accordent à dire que des recherches supplémentaires sont nécessaires pour évaluer l'erreur résultant du nombre relativement bas de particules simulées utilisé dans les modèles Monte Carlo [Barghouthi et al., 1993].

Une comparaison entre notre modèle cinétique et ce type de simulation est assez significative car les hypothèses faites à propos du vent polaire sont similaires. Ainsi,

la Figure 5.3 illustre un exemple de simulation Monte Carlo tenant compte des effets du champ électrique de polarisation, du champ gravitationnel, d'un champ magnétique radial divergent et des collisions H^+O^+ . Cette simulation suppose également que les particules H^+ sont minoritaires dans le plasma.

On peut voir que la FDV devient fortement anisotrope et prend une forme allongée dans la direction transversale en atteignant l'exosphère. L'allure de la FDV dans la barosphère et dans l'exosphère sont en bon accord avec les résultats de notre modèle cinétique.

Les profils des moments sont également donnés à la Figure 5.4. Toutes les caractéristiques connues du vent polaire, concernant les densités et les vitesses d'expansion, sont bien reproduites.

Dans les simulations Monte Carlo, la température des ions hydrogènes commence par augmenter à cause des collisions avec les particules O^+ . Puis elle diminue par effet de refroidissement adiabatique. Le flux d'énergie devient négatif à haute altitude, ce qui est également le cas dans notre modèle. Le plasma peut alors devenir turbulent aux hautes altitudes par création de fluctuations thermiques.

Un second cas de simulation de Monte Carlo est illustré dans la Figure 5.5. Le comportement différent des particules de faible énergie, qui restent couplées aux particules du plasma sous l'effet des collisions coulombiennes, et des particules de haute énergie qui sont accélérées vers l'extérieur par le champ électrique, y est bien marqué. La projection de la FDV à une dimension montre également la présence des deux maxima.

5.3.2 Avantages et inconvénients des simulations Monte Carlo

De telles méthodes de simulation présentent des atouts majeurs. Les particules peuvent être suivies individuellement dans la barosphère aussi bien que dans l'exosphère. De plus, les collisions entre particules de même espèce peuvent aisément être prises en compte dans les méthodes PIC.

L'avantage des méthodes cinétiques basées sur la résolution directe de l'équation de Fokker-Planck est de ne pas être entâchées de l'incertitude statistique inhérente aux procédures de Monte Carlo et PIC. Dans une simulation Monte Carlo, les particules de haute énergie correspondent à une large incertitude relative, car peu de particules peuvent être simulées. Les moments d'ordres élevés sont moins précis que les moments d'ordres inférieurs. Le fait que la simulation est restreinte à un nombre fini de particules (10^5 dans l'exemple 5.3) implique que cette technique est soumise à un niveau de bruit considérable dans la queue de la distribution et pour les moments d'ordres élevés. La résolution de l'équation de Fokker-Planck est plus directe et demande moins de temps de calcul que ce type de simulation.

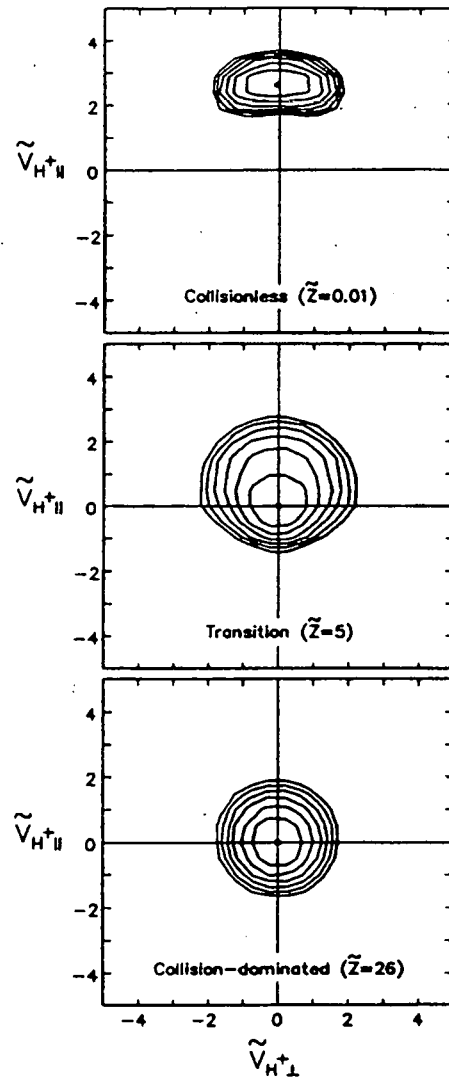


Figure 5.3. Fonction de distribution des vitesses des ions H^+ représentée par des isocontours dans le plan des vitesses normalisées $(y_{\parallel}, y_{\perp})$ pour le modèle Monte Carlo développé par *Barghouthi et al.* [1993]. Dans ce modèle, les particules H^+ subissent des collisions coulombiennes avec les ions O^+ et sont soumises aux effets d'un champ magnétique radial, du champ électrique de polarisation et du champ gravitationnel. Ce cas est réalisé en considérant un profil de densité des ions O^+ repris de *Banks and Kockarts* [1973] et $T_{O^+} = 2500$ K. Les contours diminuent d'un facteur $e^{1/2}$ et \tilde{Z} est une distance normalisée en terme du libre parcours moyen.

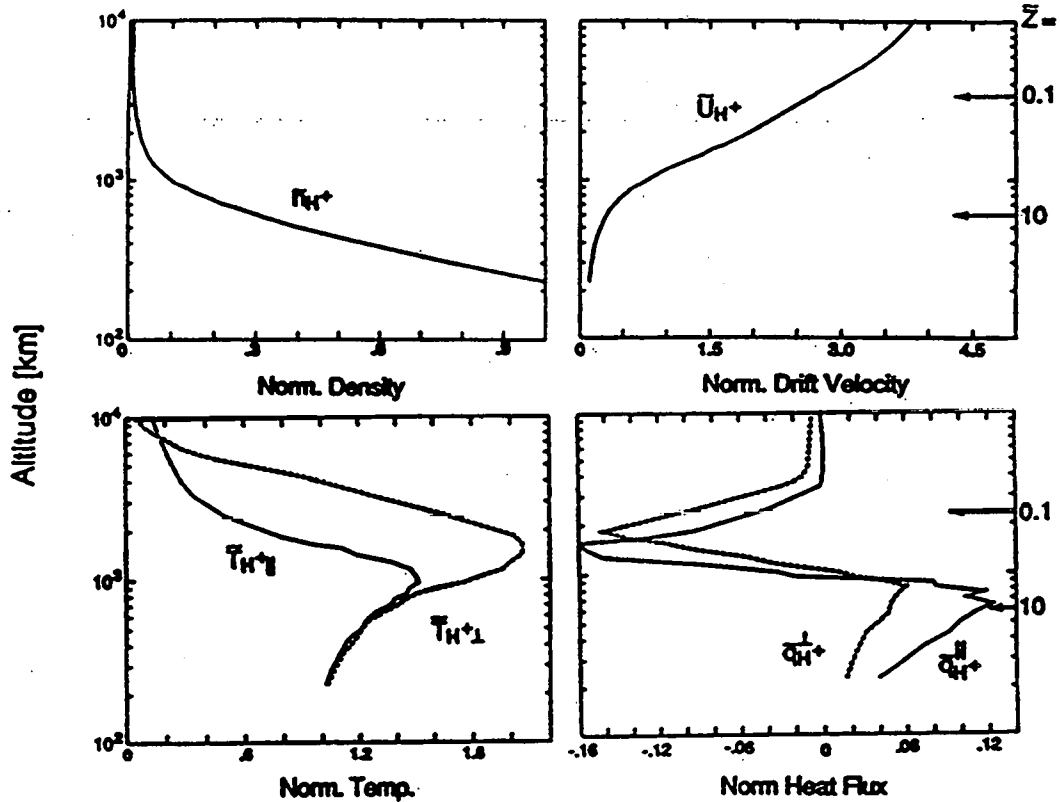


Figure 5.4. Profils en altitude des différents moments de H^+ dans la simulation Monte Carlo de *Barghouthi et al.* [1993]. Les moments considérés sont (en haut à gauche) la densité normalisée, (en haut à droite) la vitesse d'expansion normalisée, (en bas à gauche) la température parallèle et la température perpendiculaire, (en bas à droite) le flux de chaleur composante parallèle et composante perpendiculaire.

5.4 Autres modèles de vent polaire

Enfin, il existe un certain nombre de modèles qui peuvent être liés à l'étude du vent polaire et qui ne relèvent pas des trois formalismes présentés dans les sections précédentes.

Ainsi, un plasma non collisionnel fortement magnétisé peut aussi être décrit par les équations hydromagnétiques [*Chew et al.*, 1956]. Ce type de formulation ne peut décrire correctement que le plasma exosphérique.

Des modèles semi-cinétiques ont également été considérés pour l'étude du vent polaire [*Holzer et al.*, 1971; *Lin et al.*, 1992]. Dans ce type de modèle, seuls les protons sont supposés libres de collisions. Le gaz des électrons est supposé se comporter

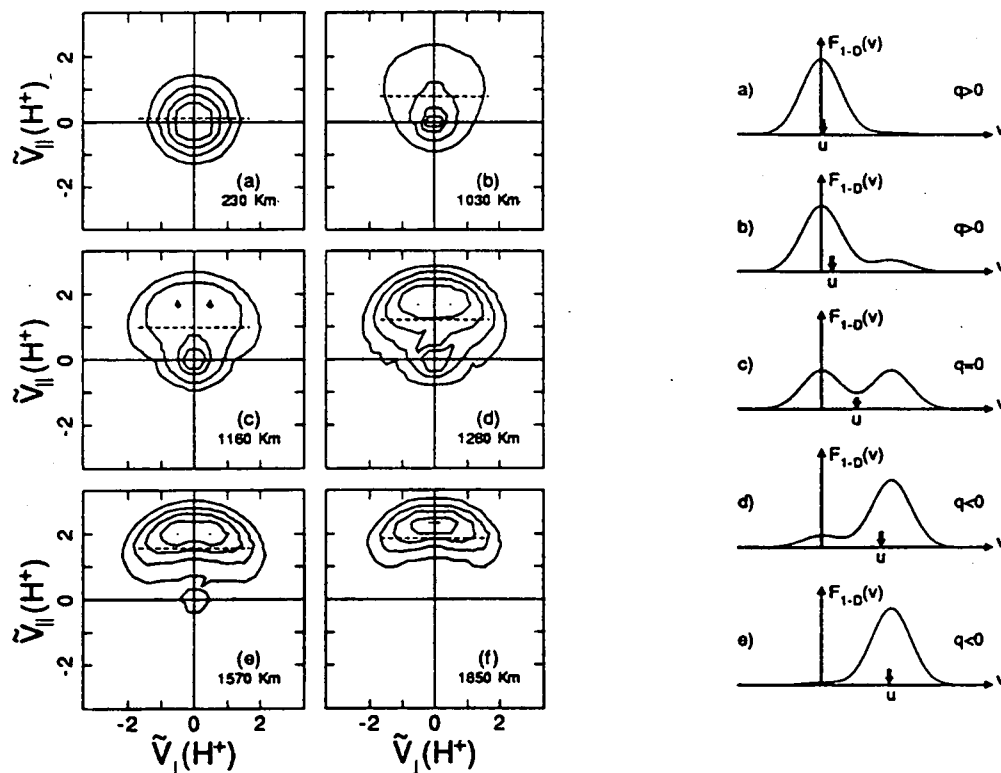


Figure 5.5. Fonction de distribution des vitesses des ions H^+ représentée par des isocontours dans le plan des vitesses normalisées (y_{\parallel}, y_{\perp}) pour le modèle Monte Carlo développé par *Barakat et al.* [1995] (à gauche). Les conditions du modèle sont identiques à celles utilisées dans le modèle de *Barghouthi et al.* [1993]. La ligne pointillée représente la vitesse d'expansion u_{H^+} . A droite: représentation schématique de la transformation de la FDV à une dimension dans la région de transition.

comme un fluide isotherme. Les densités et flux calculés avec ces modèles sont en bon accord avec les résultats obtenus à l'aide des modèles hydromagnétiques pour les mêmes conditions initiales.

Enfin, plusieurs auteurs ont noté les similitudes existant entre la modélisation du vent polaire et l'expansion d'un gaz dans le vide, en particulier avec le problème de Milne [*Barrett et al.*, 1992]. Différentes méthodes de résolution de l'équation de Fokker-Planck et certains résultats sont également décrits dans *Chang and Cooper* [1970], *Larsen et al.* [1985], *Killeen et al.* [1986] et *Epperlein* [1994].

Les articles de revue de *Ganguli* [1996] et *Shizgal and Arkos* [1996] décrivent différents modèles de vent polaire développés à ce jour.

5.5 Discussion

Les nouveautés du modèle

Le nouveau modèle cinétique collisionnel de vent polaire que nous avons développé est basé sur une méthode d'expansion de la FDV en polynômes. Des modèles basés sur des méthodes similaires ont été développés pour décrire l'échappement des particules neutres de l'atmosphère [Merryfield and Shizgal, 1994] et nous ont inspiré pour la présente application. Le cas des particules neutres est cependant fort différent du fait de l'expression différente du terme de collision et de l'absence d'influence du champ magnétique et du champ électrique.

Nous avons étudié la forme de la distribution aux différentes altitudes dans la région de transition et nous avons constaté qu'elle est soumise à certaines conditions. Ces conditions sont liées au fait que les collisions coulombiennes ont un effet important sur les ions de faible vitesse et qu'elles couplent la FDV de ces particules à celle des ions majoritaires du plasma. La méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck utilisée dans notre modèle tient compte de ces effets. Le terme d'ordre zéro de l'expansion de la solution est une fonction maxwellienne de même vitesse d'expansion et de même température que celles de la distribution maxwellienne utilisée pour les ions majoritaires du plasma. Les termes d'ordres plus élevés contribuent au flux de particules. D'autre part, les moments de la FDV sont directement liés aux coefficients de l'expansion polynomiale de la solution.

Nous avons pu obtenir les profils de densité, de vitesse d'expansion, de température et de flux de chaleur des ions H^+ du vent polaire en résolvant l'équation de transport de Fokker-Planck. Les profils en altitude des moments de la FDV dépendent des conditions aux frontières qui sont imposées. En comparant nos résultats aux résultats de modèles basés sur des méthodes différentes, nous avons pu mettre en évidence les avantages et les inconvénients de la méthode que nous avons utilisée. Nous avons constaté que la forme des FDV obtenues dans le vent polaire à l'aide de la résolution de l'équation de Fokker-Planck est différente de la distribution maxwellienne déplacée généralement utilisée dans les modèles de transport généralisé.

Concordances des modèles avec les observations

L'existence du vent polaire fut pour la première fois confirmée expérimentalement par Hoffman [1970] utilisant les données du satellite Explorer 31. Ces données montraient l'existence d'un flux d'ions H^+ de l'ordre de $10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ et dont la vitesse d'expansion parallèlement aux lignes de champ était environ de 10 km s^{-1} . Depuis lors, les satellites ISIS2, OGO 2, DE-1 et Akebono ont permis d'obtenir d'autres mesures de densités ioniques, de vitesse et de flux des ions du vent polaire. La Figure 5.6 illustre les profils de densité des ions O^+ , H^+ et He^+ ainsi que la vitesse

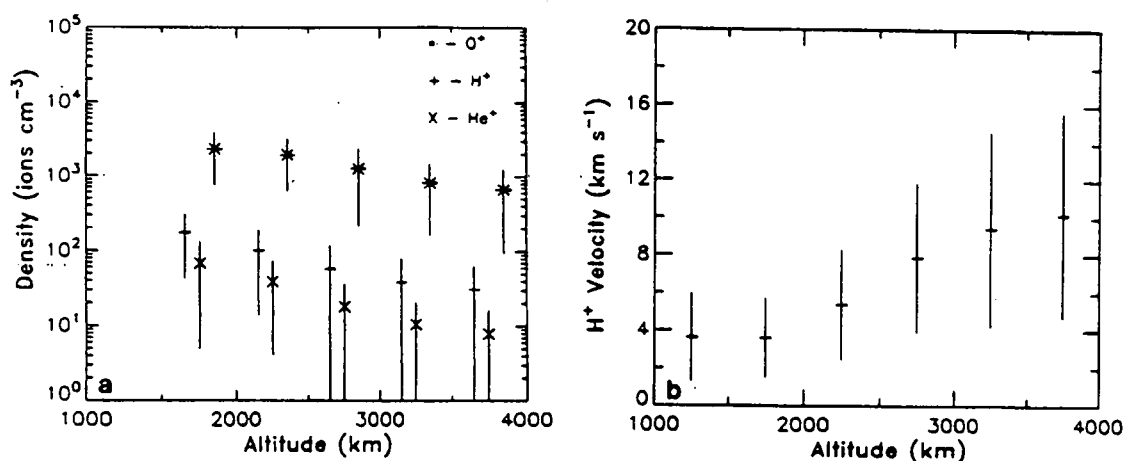


Figure 5.6. (a) Densité moyenne de chaque espèce d'ion en fonction de l'altitude pour l'ensemble des données mesurées par le satellite DE-1. (b) Vitesse moyenne d'expansion des ions H^+ en fonction de l'altitude pour ces mêmes mesures [Chandler et al., 1991].

d'expansion des ions H^+ en fonction de l'altitude, mesurés par le satellite DE-1 aux latitudes supérieures à 70° . Le flux du vent polaire varie avec les saisons, le cycle solaire et l'activité magnétique. Des mesures de l'anisotropie des températures électroniques n'ont été obtenues que récemment grâce au satellite Akebono [Abe et al., 1993]. Les températures parallèles et perpendiculaires semblent dépendre des conditions géophysiques.

L'observation des distributions d'ions de basse énergie est rendue difficile par l'effet de charge des satellites. Néanmoins, des observations ont pu être effectuées [Persoon et al., 1983; Biddle et al., 1985] et confirment que les distributions des ions sont proches de maxwelliennes isotropes à basse altitude mais développent de larges anisotropies à plus haute altitude. En général, la comparaison entre les valeurs des moments prédites par l'ensemble des modèles et les valeurs mesurées est favorable, bien que la plupart des comparaisons sont confinées à des altitudes inférieures à 2000 km.

Comme l'indiquaient les valeurs données dans la Table 1.1, les observations montrent que la densité de H^+ diminue moins rapidement avec l'altitude que la densité des ions O^+ . Les ions H^+ deviennent majoritaires à très haute altitude (5000-6000 km) dans les régions polaires. Les observations montrent également clairement la nature supersonique du flux d'échappement des ions hydrogènes du vent polaire [Nagai et al., 1984].

La structure en double maxima obtenue dans la région de transition avec les modèles statistiques et cinétiques n'est pas observable directement dans le cadre des technologies actuelles. Tout d'abord, parce qu'elle apparaît sur une portion relativement étroite d'atmosphère. Ensuite, parce que les ions H^+ de basse énergie

sont difficiles à détecter, notamment à cause de l'effet de charge des sondes. Cependant, ce phénomène peut être observé indirectement, par exemple via les ondes d'instabilité qu'une telle structure génère [Barakat and Schunk, 1984; Chen and Ashour-Abdalla, 1990; Ganguli et al., 1988]. Les observations indiquent effectivement que des turbulences électromagnétiques apparaissent dans les régions polaires [Gurnett and Inan, 1988], confirmant ainsi les résultats théoriques. Notons que ces ondes peuvent altérer les caractéristiques du plasma du vent polaire et qu'il faudrait pouvoir les inclure dans le modèle.

Barakat and Schunk, [1984] et Li et al., [1988] ont pu montrer que la présence d'ions et d'électrons de haute température (10000 K) réduisait la barrière de potentiel et pouvait expliquer les observations d'échappement des ions lourds O^+ . L'effet des interactions ondes-particules jouerait également un rôle significatif dans ce phénomène [Barghouthi et al., 1993; Barakat and Barghouthi, 1994ab].

Les limites du modèle

En vue de simplifier la résolution de l'équation de Fokker-Planck, nous avons été amenés à émettre un certain nombre d'hypothèses réalistes dans la région de transition. L'ensemble de ces hypothèses limite la validité du modèle pour son extension à d'autres régions.

En effet, notre modèle permet de tenir compte des effets de la force gravitationnelle, du champ électrique de polarisation, du champ magnétique divergent et des collisions H^+O^+ . Par contre, nous négligeons les effets des collisions avec les autres particules chargées et étudions uniquement la FDV des ions H^+ qui sont minoritaires dans le plasma. De plus, nous avons supposé que la FDV des ions O^+ est une maxwellienne isotrope, ce qui constitue une bonne approximation à basse altitude. Mais ces hypothèses ne sont plus valables à très haute altitude, car les ions H^+ deviennent majoritaires et la hauteur d'échelle des densités augmente. Le champ électrique de polarisation ne correspond alors plus au champ de Pannekoek-Rosseland donné en (3.15): il est réduit ce qui fait augmenter la vitesse d'expansion moins rapidement que dans la région de transition. A haute altitude, on doit utiliser des modèles exosphériques non collisionnels pour déterminer la FDV des ions H^+ .

En vue de réaliser un modèle complet de l'échappement des particules ionisées de l'ionosphère polaire dans les trois régions (barosphère, transition, exosphère), il faudrait encore tenir compte des interactions ondes-particules, des collisions avec les particules neutres de l'atmosphère (qui ne peuvent être négligées en dessous de 500 km) et des processus de source et de perte. Mais ceci sort du cadre du travail que nous avons entrepris.

Notre but était surtout de montrer les effets des collisions coulombiennes sur la fonction de distribution des vitesses et d'étudier leurs effets dans le cadre du vent polaire.

Conclusions et perspective

Conclusions générales

L'objectif de cette thèse était de développer de nouveaux modèles cinétiques décrivant l'échappement des particules hors de l'ionosphère terrestre en étudiant les caractéristiques des fonctions de distribution des vitesses de ces particules.

Dans la première partie de notre travail, nous avons développé un modèle cinétique d'exosphère ionique basé sur la fonction Kappa. En effet, les fonctions de distribution des vitesses des particules présentes dans la magnétosphère (et dans la plupart des plasmas spatiaux) sont généralement enrichies en particules suprathermiques, tout en étant proches de distributions maxwelliennes aux basses énergies. La fonction Kappa possède ces propriétés. De plus, elle est solution de l'équation de Boltzmann sans collisions qui est l'équation d'évolution de la fonction de distribution des vitesses des particules dans un plasma non collisionnel. Le modèle Kappa permet donc d'étudier les effets d'un enrichissement en particules énergétiques des fonctions de distribution des vitesses, par comparaison avec les résultats des modèles antérieurs basés sur des fonctions de distribution maxwelliennes. La distribution maxwellienne correspond au cas limite d'une distribution Kappa d'indice $\kappa = \infty$.

Le modèle Kappa appliqué aux cas de l'exosphère ionique de la Terre et du Soleil apporte un certain nombre de résultats nouveaux.

Dans notre modèle cinétique Kappa appliqué au cas de la plasmasphère, la température des particules n'est pas indépendante de l'altitude comme dans les modèles maxwelliens mais elle augmente avec la distance radiale. Ce chauffage correspond en fait à une augmentation de la dispersion des vitesses des particules. Les gradients de température positifs observés entre l'ionosphère et la plasmasphère peuvent ainsi être expliqués par la présence de distributions enrichies en particules suprathermiques. L'introduction de processus de chauffage supplémentaires ad hoc n'est pas nécessaire pour expliquer l'augmentation de température observée avec la distance radiale lorsque les fonctions de distribution des vitesses des particules sont des fonctions Kappa et non plus des fonctions maxwelliennes.

Le modèle permet en outre de reproduire qualitativement les caractéristiques physiques du plasma ionosphérique, aussi bien aux basses latitudes où le plasma

est confiné au voisinage de la Terre qu'aux hautes latitudes où les ions s'échappent vers la queue magnétosphérique en suivant les lignes du champ magnétique. En particulier, le modèle Kappa appliqué au vent polaire permet d'obtenir des vitesses d'expansion d'autant plus élevées que le paramètre Kappa est grand. Les flux de particules et les flux de chaleur qui sont dirigés vers le haut donnent lieu à des gradients de température positifs, contrairement à ce que donnerait la loi de Fourier de transport du flux de chaleur dans un plasma collisionnel.

Nous avons également appliqué notre modèle aux régions aurorales. Dans ces régions, des électrons chauds du feuillet de plasma sont précipités dans l'ionosphère, en transportant un courant positif. D'autre part, des électrons froids s'échappent de l'ionosphère, donnant lieu à un courant négatif. Le courant total est positif ou négatif selon la valeur de la différence de potentiel qui s'établit entre l'ionosphère et la magnétosphère. Il existe une valeur de la différence de potentiel pour laquelle le courant total est nul, ce qui correspond au cas du vent polaire. Nous avons montré que cette valeur limite de la différence de potentiel, qui est de l'ordre de 2 Volts dans le cas maxwellien, est déplacée vers des valeurs beaucoup plus élevées lorsque la fonction de distribution des vitesses des différentes particules est une fonction Kappa. Elle peut même être supérieure à 100 V lorsque $\kappa < 3$. De plus, nous avons insisté sur le fait que la valeur limite de la différence de potentiel donnant lieu à un courant nul est positive. Contrairement à ce qui est souvent supposé, elle ne peut pas être obtenue en prolongeant la relation quasi-linéaire qui existe entre la densité de courant des électrons précipités dans l'ionosphère et la différence de potentiel électrique parallèle au champ entre l'ionosphère et la magnétosphère.

Enfin, le Dr. M. Maksimovic de l'Observatoire de Meudon a utilisé les relations de notre modèle Kappa pour étudier le cas du vent solaire. En effet, les fonctions de distribution des vitesses des électrons observés dans le vent solaire sont également généralement enrichies en particules suprathermiques. Le modèle Kappa permet d'expliquer les vitesses d'expansion rapide des particules du vent solaire. Les vitesses supérieures à 600 km/s n'avaient jamais pu être expliquées par les modèles antérieurs de vent solaire qu'en imposant des températures beaucoup trop élevées à l'exobase ou en invoquant des sources d'énergie supplémentaires ad hoc susceptibles d'accélérer les particules. Le modèle Kappa permet de reproduire l'ensemble des caractéristiques du vent solaire lent et rapide sans invoquer de telles sources d'énergie ad hoc.

Dans la seconde partie de ce travail, nous avons développé un modèle permettant de tenir compte des collisions coulombiennes qui sont importantes aux basses altitudes, en particulier pour les particules de faible vitesse. Nous avons utilisé une méthode spectrale d'expansion de la solution en polynômes afin de résoudre l'équation de Fokker-Planck, qui est l'équation de transport des particules dans un plasma collisionnel. L'équation de Fokker-Planck permet de déterminer la fonction de distribution des vitesses des particules chargées aussi bien dans les régions où les

collisions sont négligeables que dans les régions où elles sont importantes.

Nous étudions la fonction de distribution des vitesses stationnaire des ions d'hydrogène qui sont accélérés jusqu'à des vitesses supersoniques dans le vent polaire. Ces ions sont minoritaires dans la région de transition, le milieu ambiant étant constitué principalement d'électrons et d'ions d'oxygène dont la fonction de distribution est supposée être une maxwellienne isotrope sans vitesse de déplacement.

Les collisions coulombiennes ont tendance à coupler les particules de faible vitesse aux particules majoritaires du plasma qui forment le milieu ambiant. De ce fait, la forme de la fonction de distribution des vitesses des ions H^+ est soumise à certaines conditions. En particulier, la fonction de distribution des vitesses doit être isotrope et maxwellienne autour de la vitesse nulle lorsque la fonction de distribution des vitesses des ions constituant le milieu ambiant est une fonction maxwellienne isotrope. La méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck tient compte de ce couplage entre les particules de faible vitesse des ions du plasma. Nous utilisons une méthode spectrale basée sur les polynômes des vitesses. Le développement des solutions se fait autour de la fonction maxwellienne de même vitesse d'expansion et de même température que celle des ions du milieu ambiant. Le développement de la solution converge rapidement grâce à l'utilisation des polynômes des vitesses dont le poids apparaît dans le calcul des moments de la fonction de distribution des vitesses.

Les résultats de notre modèle mettent en évidence que le flux d'échappement est principalement dû aux particules de haute énergie. Les particules de faible vitesse ne contribuent pas beaucoup au flux d'échappement du fait des collisions coulombiennes qu'elles subissent avec les particules du milieu ambiant. Le modèle permet de visualiser la forme de la fonction de distribution des vitesses à différentes altitudes. En particulier, dans les régions dominées par les collisions, la distribution est approximativement une maxwellienne isotrope possédant un excédent de particules qui s'échappent. Ce type de distribution est effectivement observé dans la magnétosphère. A haute altitude, dans les régions où les collisions sont peu abondantes, la fonction de distribution des vitesses devient fortement anisotrope car la plupart des particules s'échappent c'est-à-dire qu'elles ont pour la plupart une vitesse positive dans la direction parallèle aux lignes de champ.

La forme de la fonction de distribution des vitesses des ions H^+ obtenue à l'aide de notre modèle aux différentes altitudes est fort différente de la fonction maxwellienne déplacée généralement utilisée dans les modèles hydrodynamiques. Par contre, la forme de la fonction de distribution des vitesses que nous obtenons est en bon accord avec celle d'autres types de modèles. Ainsi, les résultats de notre modèle collisionnel dans la région de transition corroborent ceux des simulations de Monte Carlo. Les simulations de type Monte Carlo permettent également de déterminer la fonction de distribution des vitesses des particules dans les différentes régions collisionnelles mais elles demandent des puissances de calcul importantes. De plus, les particules de

haute énergie sont soumises à une incertitude statistique importante du fait du petit nombre de particules simulées dans les hautes énergies. Or, la première partie de ce travail montre que les particules de haute énergie peuvent avoir une importance considérable dans le calcul des moments de la fonction de distribution des vitesses.

Les résultats de notre modèle sont également en bon accord avec les résultats du modèle cinétique de *Lie-Svendson and Rees* [1996]. Néanmoins, ces auteurs ne tiennent pas compte du fait que la fonction de distribution des vitesses imposée à une altitude de référence doit respecter certaines conditions.

Perspective

Bien que les caractéristiques générales des plasmas étudiés ont pu être reproduites par les modèles présentés dans ce travail, plusieurs améliorations sont envisageables.

Les principales améliorations à apporter concernent le modèle collisionnel. L'objectif de la première partie de cette thèse consistait plutôt à étudier analytiquement les conséquences de fonctions de distribution des vitesses enrichies en particules suprathermiques telles qu'on les observe fréquemment dans les plasmas spatiaux et à comparer les résultats à ceux des modèles cinétiques maxwelliens antérieurs.

Ainsi, il serait utile d'envisager des applications globales tenant compte des divers mécanismes intervenant dans l'ionosphère.

Tout d'abord, il faudrait essayer de tenir compte des collisions entre particules de même nature. Ce type de collisions complique énormément le problème, car la fonction de distribution des vitesses des particules est inconnue et l'expression du terme de collision ne peut pas être calculée analytiquement. Un processus itératif pourrait néanmoins être envisagé pour obtenir la fonction de distribution des vitesses de particules entrant en collisions avec des particules de même espèce.

Pour un modèle plus global et valable à basse altitude, les processus chimiques de source de H^+ tels que l'échange de charge ou la photoionisation devraient être introduits dans l'équation. En dessous de 500 km, il faudrait également tenir compte des collisions avec les particules neutres. A haute altitude, les interactions ondes-particules semblent prendre une importance comparable à celle des forces extérieures et pourraient également être incluses dans la simulation si les spectres des ondes étaient bien connus.

L'effet individuel de chacun de ces processus sur les caractéristiques de la fonction de distribution des vitesses des ions H^+ du vent polaire pourraient ainsi être mis en évidence. Certaines études individuelles ont déjà été réalisées dans ce sens avec des simulations Monte Carlo.

Il est important de noter que notre méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck peut être appliquée à d'autres situations physiques rencontrées en géophysique externe et en astrophysique. Il s'agit de situations où les gaz s'échappent

du champ gravifique au sommet de l'atmosphère d'une planète ou d'une étoile en traversant une région de transition où la fréquence des collisions entre les particules diminue progressivement avec l'altitude. Le modèle que nous avons développé pour le vent polaire peut notamment être adapté pour étudier l'échappement des ions et des électrons du vent solaire. L'échappement des protons et des électrons du vent solaire hors de la couronne solaire présente en effet de nombreuses similitudes avec l'échappement des ions légers dans le vent polaire de la Terre. Le problème de la région de transition présente également certaines analogies avec le problème du transfert radiatif dans une atmosphère stellaire de profondeur optique proche de un.

Annexes

Annexe A

Libre parcours moyen d'une particule dans un plasma

Le libre parcours moyen d'une particule test de masse m et de charge Ze généralement utilisé en physique des plasmas a été calculé en supposant que la FDV $f_\beta(\mathbf{v}')$ des particules cibles est maxwellienne et isotrope (cf équation (1.16)). Dans ce cas, le libre parcours moyen parallèle et perpendiculaire à la direction de la vitesse de la particule test est donné par les expressions [Spitzer, 1956; Miyamoto, 1987]:

$$\lambda_{\parallel} = \frac{4\pi\epsilon_0^2 9k^2 T^2}{(Ze)^2 \sum_{\beta} \ln \Lambda n_{\beta} (Z_{\beta} e)^2 \frac{m+m_{\beta}}{m_{\beta}} \Phi_1(x)} \quad (\text{A.1})$$

$$\lambda_{\perp} = \frac{2\pi\epsilon_0^2 9k^2 T^2}{(Ze)^2 \sum_{\beta} \ln \Lambda n_{\beta} (Z_{\beta} e)^2 \Phi(x)} \quad (\text{A.2})$$

où Φ_1 et Φ sont :

$$\Phi_1(x) = \text{erf}(x) - \frac{2x}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \quad (\text{A.3})$$

$$\Phi(x) = \text{erf}(x). \quad (\text{A.4})$$

et

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi \quad (\text{A.5})$$

est la fonction d'erreur. Dans ces formules, T représente la température du plasma, n_{β} la densité des particules d'espèce β , m_{β} leur masse, $Z_{\beta} e$ leur charge, ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide, k est la constante de Boltzmann et $\ln \Lambda$ est le logarithme coulombien.

Les expressions du libre parcours moyen peuvent être calculées pour d'autres FDV et en particulier pour la fonction Kappa isotrope. Dans cette Annexe, nous

établissons les expressions du libre parcours moyen lorsque la FDV des particules du plasma est donnée par une fonction Kappa (cf équation (1.19)):

$$f_{\beta}^{\kappa}(\mathbf{x}') = \frac{n_{0\beta}}{2\pi(\kappa w_{\beta}^2)^{3/2}} A_{\kappa} \left(1 + \frac{x'^2}{\kappa}\right)^{-(\kappa+1)}, \quad (\text{A.6})$$

où

$$x' = \sqrt{\frac{m_{\beta}}{2kT_{\beta}}} v' = \frac{v'}{w_{\beta}}. \quad (\text{A.7})$$

Nous comparons ensuite ces expressions avec celles du libre parcours moyen d'une particule dans un plasma dont la fonction de distribution des vitesses est une fonction maxwellienne isotrope.

Nous considérons que le plasma est constitué de particules de masses m_{β} et de charges $Z_{\beta}e$.

Nous commençons par déterminer les temps de relaxation entre deux collisions ainsi que les taux moyens de variation d'énergie et de moment de la particule test dus aux collisions coulombiennes. Ces derniers sont définis par [Miyamoto, 1987] :

$$\left\langle \frac{d\epsilon}{dt} \right\rangle = - \sum_{\beta} \ln \Lambda \left(\frac{m + m_{\beta}}{mm_{\beta}} \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{v}} - \frac{\varphi_{\mathbf{v}}}{m} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\left\langle \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right\rangle = - \sum_{\beta} \ln \Lambda \frac{m + m_{\beta}}{mm_{\beta}} \mathbf{E}_{\mathbf{v}} \quad (\text{A.9})$$

où

$$\mathbf{E}_{\mathbf{v}} = \frac{Z^2 Z_{\beta}^2 e^4}{4\pi \epsilon_0^2} \int \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}'}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|^3} f_{\beta}(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' \quad (\text{A.10})$$

$$\varphi_{\mathbf{v}} = \frac{Z^2 Z_{\beta}^2 e^4}{4\pi \epsilon_0^2} \int \frac{1}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|} f_{\beta}(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' \quad (\text{A.11})$$

et où $\ln \Lambda$ caractérise le plasma en fonction de sa température et de sa densité et est généralement de l'ordre de 15 à 20 dans les plasmas cinétiques classiques comme ceux de la magnétosphère.

Comme nous considérons que la fonction de distribution du plasma est isotrope, $\mathbf{E}_{\mathbf{v}}$ et $\varphi_{\mathbf{v}}$ peuvent être obtenus comme le champ électrique et le potentiel électrostatique d'une densité de charge symétrique. On peut réécrire:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{v}} = \frac{Z^2 Z_{\beta}^2 e^4}{4\pi \epsilon_0^2} \frac{\mathbf{v}}{v^3} \int_{v' < v} f_{\beta}(v') d\mathbf{v}' \quad (\text{A.12})$$

$$\varphi_{\mathbf{v}} = \frac{Z^2 Z_{\beta}^2 e^4}{4\pi \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{v} \int_{v' < v} f_{\beta}(v') d\mathbf{v}' + \int_{v' > v} \frac{f_{\beta}(v')}{v'} d\mathbf{v}' \right). \quad (\text{A.13})$$

Pour une distribution **Kappa** nous calculons:

$$\mathbf{E}_v = \frac{Z^2 Z_\beta^2 e^4 n_\beta v}{4\pi\epsilon_0^2 v^3} \Phi_1(x) \quad (\text{A.14})$$

$$\varphi_v = \frac{Z^2 Z_\beta^2 e^4}{4\pi\epsilon_0^2 v} n_\beta \Phi(x) \quad (\text{A.15})$$

où

$$\Phi_1(x) = 1 - \beta_2(b_2) \quad (\text{A.16})$$

$$\Phi(x) = \Phi_1(x) + \frac{A_\kappa}{\kappa^{3/2}} x b_2^\kappa. \quad (\text{A.17})$$

La fonction $\beta_2(x)$ est la fonction Beta tabulée dans *Abramowitz and Stegun* [1968]:

$$\begin{aligned} \beta_2(b_2) &= \int_0^{b_2} A_\kappa t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt \\ &= 1 - \int_{b_2}^1 A_\kappa t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

et

$$b_2 = \left(1 + \frac{x^2}{\kappa}\right)^{-1}. \quad (\text{A.19})$$

On vérifie que les expressions (A.16) et (A.17) tendent bien vers (A.3) et (A.4) lorsque $\kappa \rightarrow \infty$.

Les temps de relaxation du moment sont définis par [Miyamoto, 1987]:

$$\left\langle \frac{dp_{\parallel}}{dt} \right\rangle = -\frac{p}{\tau_{\parallel}} \quad (\text{A.20})$$

$$\left\langle \frac{dp_{\perp}^2}{dt} \right\rangle = -\frac{p^2}{\tau_{\perp}}. \quad (\text{A.21})$$

On tire de ces expressions les temps de relaxation du moment parallèle et perpendiculaire:

$$\tau_{\parallel} = \frac{4\pi\epsilon_0^2 m v^3}{(Ze)^2 \sum_{\beta} \ln \Lambda n_{\beta} (Z_{\beta} e)^2 \frac{(m+m_{\beta})}{m_{\beta} m} \Phi_1(x)} \quad (\text{A.22})$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2\pi\epsilon_0^2 m^2 v^3}{(Ze)^2 \sum_{\beta} \ln \Lambda n_{\beta} (Z_{\beta} e)^2 \Phi(x)}. \quad (\text{A.23})$$

On peut également définir le temps de relaxation d'échange d'énergie $\tau_E = -\int_0^E d\epsilon / (d\epsilon/dt)$ qui est généralement plus long que le temps de relaxation du moment.

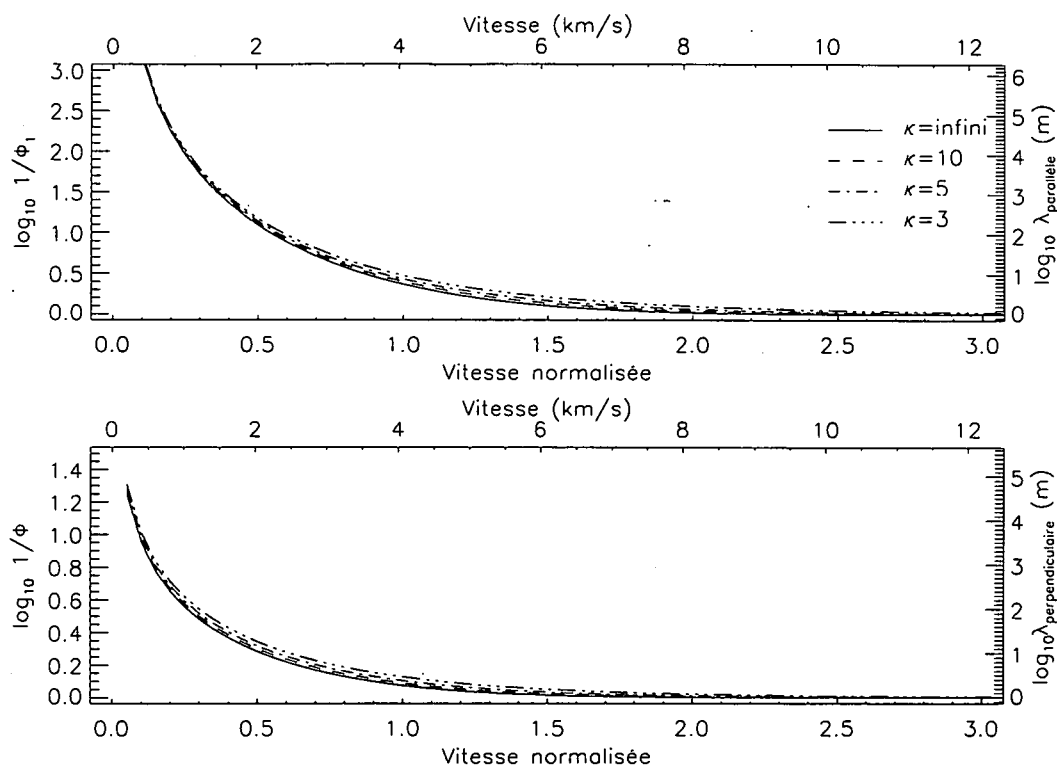


Figure A.1. Libre parcours moyen en fonction de la vitesse des particules pour différentes valeurs du paramètre κ .

Le libre parcours moyen des particules est donné par $\lambda = \tau v$.

Pour la vitesse thermique $mv^2/2 = 3kT/2$, le libre parcours moyen d'une particule de vitesse réduite x' dans un plasma dont la distribution est une fonction Kappa est donné par les expressions (A.1) et (A.2), comme pour une maxwellienne isotrope. Seules les expressions de $\Phi(x)$ et $\Phi_1(x)$ sont différentes.

Les libres parcours moyens des particules donnés par les équations (A.1) et (A.2) en fonction de leur vitesse normalisée x sont illustrés dans la Figure A.1 pour différentes valeurs du paramètre κ . Nous avons considéré que les particules tests sont des ions H^+ dans un plasma constitué d'électrons et d'ions O^+ dont les FDV sont des fonctions Kappa isotropes. La dépendance en κ du libre parcours moyen est peu marquée.

Annexe B

Coefficients de diffusion et de friction

Les coefficients de diffusion et de friction utilisés dans le Chapitre 3 (cf équations (3.3) et (3.4)) et généralement utilisés en physique des plasmas ont été calculés en supposant que la FDV des particules cibles est maxwellienne et isotrope. Les expressions des coefficients de diffusion des vitesses **A** et de friction dynamique **D** sont alors données par les formules [Hinton, 1983]:

$$\mathbf{A} = 2 \frac{c_0}{m_\alpha^2} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \frac{m_\beta}{2kT_\beta} n_\beta \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{D} = 2 \frac{c_0}{m_\alpha^2} \sqrt{\frac{m_\beta}{2kT_\beta}} n_\beta \frac{\partial^2 g}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \quad (\text{B.2})$$

où

$$h = \frac{\text{erf}(x)}{x} \quad (\text{B.3})$$

$$g = \text{erf}(x) \left\{ x + \frac{1}{2x} \right\} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2). \quad (\text{B.4})$$

Dans ces formules, m_α est la masse des particules tests, m_β est la masse des particules cibles, n_β leur densité, T_β leur température, k est la constante de Boltzmann, $\text{erf}(x)$ est la fonction d'erreur définie en (A.5) et $c_0 = 2\pi Z_\alpha^2 Z_\beta^2 e^4 \ln \Lambda$ où e représente la charge de l'électron et $\ln \Lambda$ est le logarithme coulombien. Les expressions (B.1) et (B.2) ont également été utilisées par *Lie-Svendson and Rees* [1996]. Elles peuvent être généralisées pour d'autres FDV et en particulier pour la fonction Kappa isotrope. Dans cette Annexe, nous établissons les expressions de **A** et **D** lorsque la FDV est donnée par la fonction Kappa (cf équation (1.19)):

$$f_\beta^\kappa(\mathbf{x}') = \frac{n_{0\beta}}{2\pi(\kappa w_\beta^2)^{3/2}} A_\kappa \left(1 + \frac{x'^2}{\kappa} \right)^{-(\kappa+1)}, \quad (\text{B.5})$$

où

$$x' = \sqrt{\frac{m_\beta}{2kT_\beta}} v' = \frac{v'}{w_\beta} \quad (\text{B.6})$$

$$A_\kappa = \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\Gamma(3/2)}. \quad (\text{B.7})$$

Le coefficient de diffusion \mathbf{D} est déterminé par:

$$\mathbf{D} = 2 \frac{c_0}{m_\alpha^2} \frac{2kT_\beta}{m_\beta} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \int dx' f_\beta(x') |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|. \quad (\text{B.8})$$

En coordonnées polaires (x', μ, ϕ) , cette intégrale s'écrit:

$$\mathbf{D} = 4\pi \frac{c_0}{m_\alpha^2} \frac{2kT_\beta}{m_\beta} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \int_0^\infty dx' x'^2 f_\beta(x') \int_{-1}^1 d\mu \sqrt{x^2 + x'^2 - 2xx'\mu} \quad (\text{B.9})$$

$$= 4\pi \frac{c_0}{m_\alpha^2} \frac{2kT_\beta}{m_\beta} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \int_0^\infty dx' \frac{x'^2}{3xx'} f_\beta(x') \left((x+x')^3 - |x-x'|^3 \right) \quad (\text{B.10})$$

$$= \frac{4\pi}{3} \frac{c_0}{m_\alpha^2} \frac{2kT_\beta}{m_\beta} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \left[\int_0^x dx' \left(6xx'^2 + 2\frac{x'^4}{x} \right) f_\beta(x') \right. \\ \left. + \int_x^\infty dx' (6x'^3 + 2x^2x') f_\beta(x') \right]. \quad (\text{B.11})$$

Le terme de friction \mathbf{A} est donné par:

$$\mathbf{A} = 2 \frac{c_0}{m_\alpha^2} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \sqrt{\frac{2kT_\beta}{m_\beta}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \int dx' \frac{f_\beta(x')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \quad (\text{B.12})$$

$$= 4\pi \frac{c_0}{m_\alpha^2} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \sqrt{\frac{2kT_\beta}{m_\beta}} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[\int_0^x dx' f_\beta(x') \frac{2x'^2}{x} + \int_x^\infty dx' f_\beta(x') 2x' \right]. \quad (\text{B.13})$$

Lorsque la FDV est une fonction Kappa définie en (B.5), ces intégrales deviennent:

$$\mathbf{A}_\kappa = 2 \frac{c_0}{m_\alpha^2} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \frac{m_\beta}{2kT_\beta} n_\beta \frac{\partial h_\kappa}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{D}_\kappa = 2 \frac{c_0}{m_\alpha^2} \sqrt{\frac{m_\beta}{2kT_\beta}} n_\beta \frac{\partial^2 g_\kappa}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}} \quad (\text{B.15})$$

où

$$h_\kappa = \frac{1}{x}[1 - \beta_2(b_2)] + \frac{A_\kappa}{\kappa^{3/2}} b_2^\kappa \quad (\text{B.16})$$

$$g_\kappa = x[1 - \beta_2(b_2)] + \frac{\kappa}{3x} \frac{A_\kappa}{A'_\kappa} [1 - \beta_4(b_2)] \\ + A_\kappa \kappa^{1/2} \left\{ \frac{b_2^{(\kappa-1)}}{\kappa-1} - \frac{b_2^\kappa}{\kappa} \right\} + \frac{A_\kappa}{3\kappa^{3/2}} x^2 b_2^\kappa \quad (\text{B.17})$$

et où les notations sont identiques à celles des Annexes A et F:

$$\beta_2(b_2) = \int_0^{b_2} A_\kappa t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt \quad (\text{B.18}) \\ = 1 - \int_{b_2}^1 A_\kappa t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt$$

$$\beta_4(b_2) = \int_0^{b_2} A_\kappa t^{\kappa-5/2} (1-t)^{3/2} dt \quad (\text{B.19}) \\ = 1 - \int_{b_2}^1 A_\kappa t^{\kappa-5/2} (1-t)^{3/2} dt$$

et

$$b_2 = \left(1 + \frac{x^2}{\kappa} \right)^{-1} \quad (\text{B.20})$$

Lorsque $\kappa \rightarrow \infty$, on vérifie que ces expressions tendent bien vers celles obtenues en (B.1) et (B.2) en considérant que la FDV des ions majoritaires du plasma est une maxwellienne isotrope. Les potentiels de Rosenbluth g_κ et h_κ , qui interviennent dans le calcul des coefficients de diffusion et de friction sont illustrés dans la Figure B.1 en fonction de la vitesse des particules pour différentes valeurs du paramètre κ . Les différences sont surtout marquées aux faibles valeurs de la vitesse.

Dans la thèse, nous avons utilisé les expressions des coefficients de diffusion et de friction calculés pour une distribution maxwellienne isotrope. En effet, le flux d'échappement des ions cibles O^+ est très faible comparé à celui des ions H^+ et He^+ dans le vent polaire. De plus, on sait que la fonction de distribution des vitesses des particules dans un plasma fortement collisionnel tend vers une fonction maxwellienne et que la fonction Kappa n'est en fait pas solution de l'opérateur de collision.

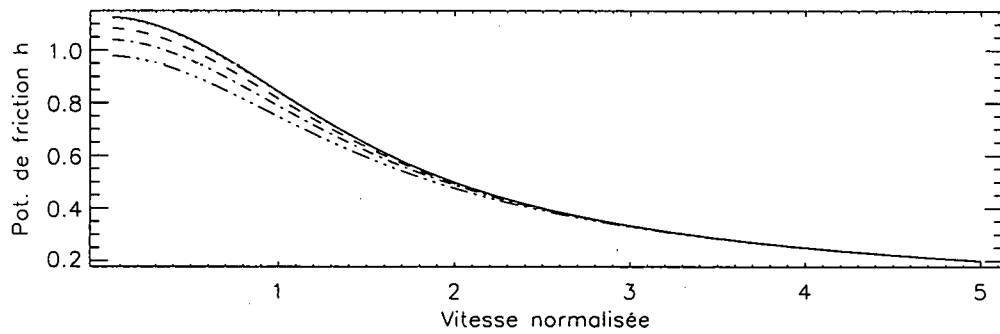
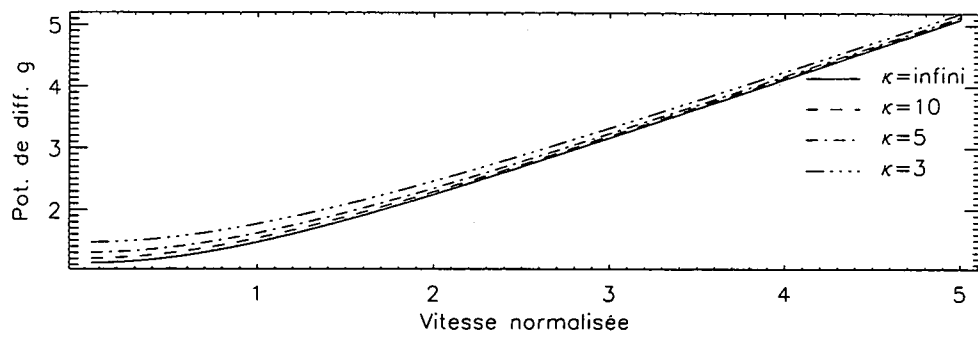


Figure B.1. Potentiel de Rosenbluth g_κ et h_κ en fonction de la vitesse des particules pour différentes valeurs du paramètre κ .

Annexe C

Les polynômes de Legendre

Dans le Chapitre 3, la partie angulaire de la FDV est développée en polynômes de Legendre. Quelques propriétés fondamentales des polynômes de Legendre sont rappelées ici [Abramowitz and Stegun, 1968].

Les polynômes de Legendre sont définis sur l'intervalle $[-1,1]$ par rapport à la fonction 1.

Les 5 premiers polynômes de Legendre sont:

$$P_0(\mu) = 1 \quad (\text{C.1})$$

$$P_1(\mu) = \mu \quad (\text{C.2})$$

$$P_2(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1) \quad (\text{C.3})$$

$$P_3(\mu) = \frac{1}{2}(5\mu^3 - 3\mu) \quad (\text{C.4})$$

$$P_4(\mu) = \frac{1}{8}(35\mu^4 - 30\mu^2 + 3) \quad (\text{C.5})$$

Ils peuvent être générés grâce à la relation de récurrence:

$$\mu P_l(\mu) = \frac{l+1}{2l+1} P_{l+1}(\mu) + \frac{l}{2l+1} P_{l-1}(\mu) \quad (\text{C.6})$$

avec $P_0(\mu) = 1$ et $P_1(\mu) = \mu$.

Les polynômes de Legendre sont orthogonaux entre eux:

$$\int_{-1}^1 P_l(\mu) P_{l'}(\mu) d\mu = \frac{2}{(2l+1)} \delta_{l,l'}. \quad (\text{C.7})$$

De plus, ils satisfont à l'équation différentielle:

$$(1 - \mu^2) \frac{\partial P_l(\mu)}{\partial \mu} = -\frac{l(l+1)}{2l+1} (P_{l+1}(\mu) - P_{l-1}(\mu)). \quad (\text{C.8})$$

Grâce aux relations (C.6), (C.7) et (C.8), on peut calculer:

$$\int_{-1}^1 P_l(\mu) \mu P_{l'}(\mu) d\mu = \frac{2}{(2l'+1)} \left(\frac{l+1}{2l+1} \delta_{l',l+1} + \frac{l}{2l+1} \delta_{l',l-1} \right) \quad (\text{C.9})$$

$$= \beta_1(l') + \beta_2(l') \quad (\text{C.10})$$

$$\int_{-1}^1 P_{l'}(\mu) (1-\mu^2) \frac{\partial P_l(\mu)}{\partial \mu} d\mu = \frac{l(l+1)}{2l+1} \frac{2}{2l'+1} (-\delta_{l',l+1} + \delta_{l',l-1}) \quad (\text{C.11})$$

$$= \beta_3(l') + \beta_4(l') \quad (\text{C.12})$$

$$\int_{-1}^1 P_{l'}(\mu) \frac{\partial}{\partial \mu} (1-\mu^2) \frac{\partial P_l(\mu)}{\partial \mu} d\mu = -\frac{2l(l+1)}{2l+1} \delta_{l',l}. \quad (\text{C.13})$$

Ces relations permettent d'établir les coefficients $\beta(l')$ définis en (3.34) à (3.37):

$$\beta_1(l') = \frac{2l'}{(2l'+1)(2l'-1)} \quad (\text{C.14})$$

$$\beta_2(l') = \frac{2(l'+1)}{(2l'+1)(2l'+3)} \quad (\text{C.15})$$

$$\beta_3(l') = \frac{-2(l'-1)l}{(2l'+1)(2l'-1)} \quad (\text{C.16})$$

$$\beta_4(l') = \frac{2(l'+1)(l'+2)}{(2l'+1)(2l'+3)} \quad (\text{C.17})$$

Annexe D

Utilité des polynômes orthogonaux

Rappel de quelques concepts concernant les polynômes orthogonaux

Rappelons quelques concepts de base concernant les polynômes orthogonaux qui nous ont servi dans l'utilisation de la méthode spectrale du Chapitre 3 [Shizgal and Blackmore, 1984; Gautschi, 1994].

Les intégrales définies d'une fonction continue $G(y)$ sur $[a, b]$ peuvent être calculées par la formule de Gauss:

$$\int_a^b W(y)G(y)dy \simeq \sum_{i=1}^N w_i G(y_i). \quad (\text{D.1})$$

Les w_i sont des poids et les y_i sont les racines du polynôme $Q_N(y)$ d'ordre N défini par rapport à la fonction de poids $W(y)$ sur l'intervalle $[a, b]$. Si $G(y) \in \mathcal{S}^{2N-1}$ où \mathcal{S}^{2N-1} est l'ensemble de tous les polynômes de degré inférieur ou égal à $2N - 1$, la formule de Gauss donne la valeur exacte de l'intégrale. Depuis les travaux de Gauss, il est bien connu que la méthode de Gauss est plus précise que la méthode de Simpson pour calculer une intégrale définie avec le même degré de discrétisation.

L'ensemble de polynômes $Q_i(y)$, orthonormaux par rapport à la fonction de poids $W(y)$ sur l'intervalle $[a, b]$, forme une base complète de l'espace de Hilbert $L^2[a, b]$. Les N premiers polynômes forment un sous-espace de Hilbert qui est isomorphe à l'espace Euclidien R^N . Les éléments de cette base polynomiale, appelée base e , sont définis par:

$$e_i^j = \int_a^b W(y)Q_i(y)Q_j(y)dy = \delta_{ij} \quad (\text{D.2})$$

où e_i^j est le i^{eme} élément du j^{eme} vecteur de base.

Connaissant y_j et w_j et appliquant la formule de Gauss, on peut calculer

$$T_{ij} = Q_i(y_j) \sqrt{w_j}. \quad (\text{D.3})$$

La matrice T , dont les éléments sont T_{ij} , est unitaire:

$$(TT^+)_{ij} = \sum_{k=0}^{N-1} Q_i(y_k) Q_j(y_k) w_k = \delta_{ij}. \quad (\text{D.4})$$

Les éléments de la matrice $(T^+)_{nm} = T_{mn}$ définissent une nouvelle base appelée base discrète ou d base. Une transformation unitaire permet de passer de la base polynomiale à la base discrète.

Dans la base polynomiale, une fonction quelconque $G(y) \in \mathcal{S}^{N-1}$ peut être représentée exactement par un vecteur dont les éléments sont:

$$G_i^{(e)} = \int_a^b W(y) Q_i(y) G(y) dy \quad (\text{D.5})$$

et dans la base discrète par:

$$G_k^{(d)} = \sum_{i=0}^{N-1} T_{ki}^+ G_i^{(e)} = \sqrt{w_k} G(y_k). \quad (\text{D.6})$$

On appelle méthodes spectrales les méthodes où la solution d'un problème est représentée par une série tronquée de fonctions connues de variables indépendantes. L'intérêt des méthodes spectrales ne se limite pas au calcul d'intégrales. Elles permettent aussi le calcul de dérivées.

Les éléments de la matrice de l'opérateur de dérivation dans la base polynomiale sont donnés par

$$D_{ij}(e) = \int_a^b W(y) Q_i(y) Q_j'(y) dy. \quad (\text{D.7})$$

Cette matrice de dérivation est triangulaire car pour $i \geq j$, $Q_i(y)$ est orthogonal à $Q_j'(y)$.

La représentation de cet opérateur dans la base discrète est donnée par:

$$D^{(d)} = T^+ D^{(e)} T. \quad (\text{D.8})$$

Si $G(y) \in \mathcal{S}^{N-1}$, l'opérateur de différentiation dans la base discrète est simplement:

$$G'^{(d)} = D^{(d)} G^{(d)} \quad (\text{D.9})$$

et dans la base polynomiale:

$$G'^{(e)} = D^{(e)} G^{(e)}. \quad (\text{D.10})$$

La représentation discrète de l'opérateur de différentiation est équivalente à la représentation polynomiale tronquée du même ordre.

On peut donc travailler dans la base polynomiale ou dans la base discrète et passer de l'une à l'autre à l'aide des matrices de transformation.

Génération de polynômes orthogonaux

Les fonctions de l'espace de Hilbert peuvent être approchées par un développement polynomial

$$G(y) = \sum_i G_i^{(e)} Q_i(y) \quad (\text{D.11})$$

où les polynômes moniques $Q_i(y)$ sont orthogonaux par rapport à une fonction de poids $W(y)$ sur l'intervalle $[a, b]$. Les polynômes moniques peuvent être générés à l'aide d'une relation de récurrence générale:

$$Q_{i+1}(y) = (y - \alpha_i)Q_i(y) - \beta_i Q_{i-1}(y) \quad (\text{D.12})$$

où α_i et β_i sont définis par:

$$\alpha_i = \frac{\int_a^b y Q_i^2(y) W(y) dy}{\int_a^b Q_i^2(y) W(y) dy} \quad (\text{D.13})$$

$$\beta_i = \frac{\int_a^b Q_i^2(y) W(y) dy}{\int_a^b Q_{i-1}^2(y) W(y) dy} \quad (\text{D.14})$$

Avec $Q_0 = 1$, on peut trouver tous les polynômes moniques Q_i . Les polynômes orthonormés sont définis par:

$$Q_i(y) = \frac{Q_i(y)}{\sqrt{\int_a^b Q_i^2(y) W(y) dy}} \quad (\text{D.15})$$

Les polynômes de Legendre dont les propriétés principales sont rappelées dans l'Annexe C ont une fonction de poids $W(y) = 1$ et sont définis sur l'intervalle $[0, 1]$.

Les polynômes des vitesses introduits par *Shizgal and Blackmore* [1984] ont une fonction de poids $W(y) = y^2 \exp(-y^2)$ et sont définis sur l'intervalle $[0, \infty]$. Les deux premiers polynômes des vitesses sont:

$$S_0(y) = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \quad (\text{D.16})$$

$$S_1(y) = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{\pi} \left(\frac{3\pi}{8} - 1\right)}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} y - 1\right) \quad (\text{D.17})$$

L'intérêt de ces polynômes réside dans le fait que la fonction de poids $W(y) = y^2 \exp(-y^2)$ apparaît toujours dans le calcul des moments de la FDV maxwellienne utilisée dans la théorie cinétique des gaz. Ces polynômes permettent une convergence rapide de la solution lorsque la FDV est approximativement maxwellienne.

Par ailleurs, nous avons généré des polynômes orthogonaux dont la fonction de poids est donnée par $W(y) = y^2(1 + y^2/\kappa)^{-\kappa-1}$ sur l'intervalle $[0, c]$. L'intérêt de ces nouveaux polynômes réside dans le fait que cette fonction de poids $W(y)$ apparaît dans le calcul des moments de la FDV lorsque celle-ci est une fonction Kappa utilisée dans le Chapitre 1 pour le modèle exosphérique.

En nous basant sur le code développé par *Gautschi* [1994] et communiquée par le Dr. A. Magnus de l'UCL, nous avons développé un programme permettant d'obtenir les coefficients α_i et β_i pour une quelconque valeur réelle de l'indice κ et pour une valeur quelconque de la limite de l'intervalle c . Sur l'intervalle $[0, \infty]$, les polynômes dont la fonction de poids est $W(y) = y^2(1 + y^2/\kappa)^{-\kappa-1}$ ne peuvent pas être calculés au-delà du degré $N > \kappa$. En effet, le calcul des intégrales $\int_0^\infty y^{2N} y^2 y^{-2(\kappa+1)} dy$ qui intervient dans le calcul des coefficients α_i diverge si $2N + 2 > 2\kappa + 2$. La Table D.1 permet de comparer les coefficients α_i et β_i qui génèrent les polynômes des vitesses calculés initialement par *Shizgal and Blackmore* [1984] et ceux qui génèrent les polynômes dont la fonction de poids est liée à une fonction Kappa d'indice $\kappa = 6$ et définie sur l'intervalle $[0, 100]$.

A partir des définitions (D.13) et (D.14), on peut montrer analytiquement que les valeurs des coefficients α_i tendent généralement vers $c/2$ et β_i vers $c^2/16$ pour des polynômes orthogonaux sur un intervalle borné $[0, c]$ [*Szego*, 1939]. Dans la Table D.1, on vérifie que c'est bien le cas pour les polynômes Kappa. La convergence vers ces valeurs est d'autant plus rapide que le paramètre κ est petit. Notez que les valeurs de α_i et β_i sont croissantes lorsque $i < \kappa$ et commence à lentement diminuer pour $i > \kappa$. Le programme qui génère les valeurs α_i et β_i sur $[0, c]$ retrouve les valeurs des polynômes des vitesses sur le même intervalle lorsque $\kappa \rightarrow \infty$ et $c \rightarrow \infty$. Lorsque κ est petit, les valeurs sont par contre fort différentes comme le montre la Table D.1.

Calcul des w_j et y_j

Les racines y_i du polynôme d'ordre N sont obtenues en calculant

$$\det J = 0 \quad (\text{D.18})$$

où

$$J = \begin{pmatrix} \alpha_0 - y & \sqrt{\beta_1} & 0 & \dots & 0 \\ \sqrt{\beta_1} & \alpha_1 - y & \sqrt{\beta_2} & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\beta_2} & \alpha_2 - y & \sqrt{\beta_3} & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\beta_{N-1}} & \alpha_{N-1} - y \end{pmatrix} \quad (\text{D.19})$$

Table D.1. Valeurs des 20 premiers coefficients α_i et β_i à utiliser dans la relation de récurrence (D.12) pour générer les polynômes des vitesses et pour générer des polynômes de poids Kappa sur $[0, 100]$ pour une valeur de $\kappa = 6$.

i	Polyn. vitesses		Polyn. Kappa ($\kappa = 6$)	
	α_i	β_i	α_i	β_i
0	1.1283791662	0.0000000000	1.2673167055	0.0000000000
1	1.3596630398	0.2267604553	1.9499713964	0.3939083680
2	1.5705068597	0.4245559630	3.1231047730	1.2543668855
3	1.7618965662	0.6089522407	5.7475854002	3.8895172006
4	1.9370615697	0.7867682492	14.9333129880	17.5864074968
5	2.0990006812	0.9610242261	43.3986786702	168.9442554139
6	2.2500781129	1.1331719141	52.8958737469	690.6590652234
7	2.3921011491	1.3039765714	50.7028552314	655.8468815929
8	2.5264577581	1.4738755212	50.3417804674	634.8290357987
9	2.6542297407	1.6431356753	50.2113835012	629.7092758058
10	2.7762746355	1.8119288082	50.1485712186	627.5955343836
11	2.8932834329	1.9803703401	50.1130449997	626.5242343835
12	3.0058213537	2.1485406371	50.0907255829	625.9135155742
13	3.1143570349	2.3164973524	50.0756116679	625.5377198756
14	3.2192837547	2.4842829067	50.0647828597	625.2939465599
15	3.3209351276	2.6519291999	50.0566751096	625.1297543900
16	3.4195968963	2.8194606782	50.0503872367	625.0161397111
17	3.5155159256	2.9868963883	50.0453690119	624.9360201779
18	3.6089071574	3.1542513887	50.0412682214	624.8788202050
19	3.6999590593	3.3215377409	50.0378503385	624.8377221310
20	3.7888379424	3.4887652189	50.0349538824	624.8081815458

Les poids sont calculés par

$$w_i = \frac{\int_a^b Q_{N-1}^2(y) dy}{Q_{N-1}(y_i) Q'(y_i)} \quad (\text{D.20})$$

où $Q'(y)$ est la dérivée du polynôme. Les points y_i et les poids w_i sont utilisés dans les quadratures de Gauss.

Annexe E

La méthode de Runge-Kutta

La méthode de Runge-Kutta permet l'intégration numérique d'équations différentielles ordinaires. Le problème général consiste à résoudre un ensemble de n équations différentielles du premier ordre:

$$\frac{dy_i(x)}{dx} = f(x, y_1, \dots, y_n) \quad (\text{E.1})$$

où $i = 1, \dots, n$ et où les f_i sont des fonctions connues et les y_i sont les inconnues [Press et al., 1992]. La méthode de Runge-Kutta permet de résoudre ce type de problème lorsque tous les y_i sont donnés à une certaine valeur de départ x_0 et que l'on souhaite trouver les y_i en un ensemble de points discrets x_j .

L'idée générale de la résolution numérique de (E.1) est de décomposer les dx et dy en un nombre fini de pas Δx et Δy , et de multiplier les équations par Δx . La base de cette méthode de résolution est la méthode d'Euler, qui consiste à évaluer successivement

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) + o(h^2) \quad (\text{E.2})$$

où h est le pas d'intégration et y_n désigne l'approximation de $y(x_n)$.

Une version améliorée de la méthode d'Euler est la méthode de Runge-Kutta. Celle-ci consiste à propager une solution sur un intervalle en combinant l'information obtenue en différents points de cet intervalle. Par exemple, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 s'écrit:

$$k_1 = hf(x_n, y_n) \quad (\text{E.3})$$

$$k_2 = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1) \quad (\text{E.4})$$

$$y_{n+1} = y_n + k_2 + o(h^3) \quad (\text{E.5})$$

c'est-à-dire que l'on prend comme direction la fonction f calculée à mi-chemin du segment qui irait de (x_n, y_n) à (x_{n+1}, y_{n+1}) en suivant la direction donnée par $f(x_n, y_n)$.

La précision de la méthode peut encore être améliorée en augmentant le nombre de points utilisés dans l'intervalle h . D'une manière générale, la méthode de Runge-Kutta consiste à calculer y_{n+1} au départ de y_n par

$$y_{n+1} = y_n + hf(a_0f'_0 + a_1f'_1 + \dots + a_mf'_m) \quad (\text{E.6})$$

où

$$f'_0 = f(x_n, y_n) \quad (\text{E.7})$$

$$f'_1 = f(x_n + \alpha_1h, y_n + \beta_1hf_0) \quad (\text{E.8})$$

$$\dots \quad (\text{E.9})$$

$$f'_m = f(x_n + \alpha_mh, y_n + \beta_{m,0}hf'_0 + \dots + y_n + \beta_{m,m-1}hf'_{m-1}). \quad (\text{E.10})$$

L'ordre p de la méthode correspond à la puissance de h dans le développement de Taylor

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{k=1}^p f'^{k-1}(x_n, y_n) \frac{h^k}{k!}. \quad (\text{E.11})$$

Les coefficients α_i , a_j et β_{ij} sont déterminés par l'égalité entre (E.11) et (E.6). L'ordre de la méthode utilisée pour la résolution numérique des systèmes d'équations présentés dans la seconde partie de la thèse est déterminé à chaque pas de l'intégration numérique par une optimisation en fonction du paramètre $dx = x_{n+1} - x_n$ [Brankin et al., 1991].

Annexe F

Article 1: Lorentzian ion exosphere model

Pierrard V., and J. Lemaire, Lorentzian ion exosphere model, *Journal of Geophysical Research*, 101, 7923–7934, 1996.

Lorentzian ion exosphere model

V. Pierrard and J. Lemaire

Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique, Brussels, Belgium

Abstract. Since observed velocity distributions of particles in the magnetosphere generally have a suprathermal tail instead of an exponential one, we propose to recalculate the density and temperature distributions in a nonrotating ion exosphere with a Lorentzian velocity distribution function (VDF) instead of a Maxwellian. The number density, the flux of particles, parallel and perpendicular pressures, and energy flux of the different classes of particles in the exosphere have been determined for any value of the index κ characterizing the Lorentzian VDF. The barometric density and temperature distributions for a Maxwellian VDF and for a Lorentzian VDF are compared. It is shown that for particles in an attractive potential, the barometric density decreases more slowly with altitude for the Lorentzian VDF. Furthermore, the temperature increases with altitude in this case, while for a Maxwellian VDF, it is independent of altitude. It is suggested that positive gradients of the ion and electron temperatures observed between the topside ionosphere and the outer plasmasphere can be explained by this effect, that is, a non-Maxwellian VDF with an enhanced suprathermal tail.

Introduction

The velocity distribution function $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ of charged particles in an ion exosphere is a solution of the Boltzmann equation which, for steady state conditions, is equal to

$$(\mathbf{v}_i \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) f_i + (\mathbf{a}_i \cdot \nabla_{\mathbf{v}}) f_i = \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_c \quad (1)$$

where \mathbf{v}_i is the velocity of the particles and \mathbf{a}_i is their acceleration in the gravitational potential (ϕ_g) and electrostatic potential (V): $\mathbf{a}_i = -\nabla(\phi_g + Z_i eV/m_i)$. The right-hand side (RHS) of (1) represents the rate of change of the velocity distribution function (VDF) due to collisions. At high altitude in the atmosphere and ionosphere, the collision frequency becomes so small that the RHS can be neglected in a first approximation. In the collisionless case, (1) is sometimes called the Vlasov equation.

As a consequence of Liouville's theorem, any function $f(c_1, c_2, \dots)$, where c_1, c_2, \dots are the constants of the motion of the particles in the gravitational field, electric field and magnetic field is a solution of the collisionless Boltzmann or Vlasov equation. In the absence of collisions, the total energy of the particles is conserved: $c_1 = (m_i v^2)/2 + m_i \phi_g + Z_i eV$. In the presence of a magnetic field, the magnetic moment of the particles is an adiabatic invariant, provided the Alfvén conditions are satisfied: $c_2 = (m_i v_{\perp}^2)/2B$.

The Maxwellian VDF is defined by

$$f_i^M(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{n_{0i}}{(\pi w_i^2)^{3/2}} \exp\left(\frac{-v^2}{w_i^2}\right) \cdot \exp\left\{-\frac{m_i \phi_g(\mathbf{r}) + Z_i eV(\mathbf{r})}{kT_{0i}} - \frac{-m_i \phi_g(\mathbf{r}_0) - Z_i eV(\mathbf{r}_0)}{kT_{0i}}\right\} \quad (2)$$

where m_i is the mass of the particles, n_{0i} is the number density, T_{0i} the temperature of the particles at a reference level r_0 , and $w_i = \sqrt{2kT_{0i}/m_i}$ the thermal speed. The ϕ_g symbol represents the gravitational potential, and V is the electrostatic potential which is induced by the slight charge separation of electrons and ions in the gravitational field. The resulting polarization electric field maintains the plasma quasi-neutral. It is convenient to introduce $q_i(\mathbf{r})$, the dimensionless potential energy of a particle by

$$q_i(\mathbf{r}) = \frac{R(\mathbf{r})}{w_i^2} = \frac{m_i \phi_g(\mathbf{r}) + Z_i eV(\mathbf{r}) - m_i \phi_g(\mathbf{r}_0) - Z_i eV(\mathbf{r}_0)}{kT_{0i}} \quad (3)$$

At r_0 , $q_i = 0$. When the total potential energy of a particle is increasing with altitude, $q_i(\mathbf{r})$ is a positive and increasing function of r for $r > r_0$. In this case, the total force is attractive, that is, directed toward the planet. On the contrary, when the total potential is a repulsive one, $q_i(\mathbf{r})$ is a negative and decreasing function of r for $r > r_0$.

Copyright 1996 by the American Geophysical Union.

Paper number 95JA03802.
0148-0227/96/95JA-03802\$05.00

Since $f_i^M(r, v)$ is a function of the total energy $E_i = (m_i v^2)/2 + q_i(r)kT_{0i}$, which is a constant of the motion, this VDF is necessarily a solution of the collisionless Boltzmann equation. Note that in the case of a collision dominated gas, $f_i^M(r, v)$ is also a solution of (1) when the system is at equilibrium.

Although generally adopted in exospheric models like those of *Lemaire and Scherer* [1970, 1973, 1974, 1983], *Knight* [1973], *Chiu and Schulz* [1978], *Chiu et al.* [1981], *Fridman and Lemaire* [1980], *Lyons* [1980, 1981], and *Stern* [1981], the Maxwellian VDF is not the only solution of the Vlasov equation: there are an infinite number of collisionless solutions. The Lorentzian function $f_i^L(r, v)$ is one of them. Indeed, it depends only on the total energy of the particles which is a constant of motion.

The Lorentzian or kappa function is defined by

$$f_i^L(r, v) = \frac{n_{0i}}{2\pi(\kappa w_i^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\Gamma(3/2)} \cdot \left(1 + \frac{v^2 + R(r)}{\kappa w_i^2}\right)^{-(\kappa+1)} \quad (4)$$

where $\Gamma(x)$ is the gamma function and $R(r)$ is given by (3).

For velocities v smaller or comparable to w_i , the Lorentzian VDF is rather close to the Maxwellian having the same thermal speed for any value of $\kappa > 2$. The value of the index κ determines the slope of the energy spectrum of the suprathermal particles forming the tail of the VDF. For $v \gg w_i$, the Lorentzian VDF decreases with v as a power law ($f \sim v^{-2(\kappa+1)}$) [*Christon et al.*, 1988]. The smaller the value of κ , the harder is the energy spectrum. It can be verified that the integral of f_i^L over the whole velocity space is equal to the particle density n_{0i} . Furthermore, w_i is determined by the second-order moment of $f_i^L(r, v)$, that is, $p_i = m_i \int f_i^L(r, v) v^2 d^3v = n_{0i} kT_{0i} \kappa / (\kappa - 3/2) = m_i w_i^2 \kappa / (2\kappa - 3)$.

In the limit $\kappa \rightarrow \infty$, the kappa function degenerates into a Maxwellian f_i^M with the density n_{0i} and temperature T_{0i} . Therefore the kappa functions form a wider class of VDF than the Maxwellian which is generally used in theoretical models or to fit observed velocity distributions. The VDFs of space plasmas, and in particular of the Earth's magnetosphere, usually have non-Maxwellian suprathermal tails [*Gloeckler and Hamilton*, 1987; *Lui and Krimigis*, 1981, 1983; *Williams et al.*, 1988] where $f(r, v)$ decreases as a power law of the velocity [*Bame et al.*, 1967]. The origin of these non-Maxwellian distributions is not yet clear. Nevertheless, Lorentzian distributions are very useful fit functions both for small particle velocities as well as for suprathermal ones.

Figure 1 illustrates the distributions of field aligned velocities $f(r, v_{\parallel})$ as a function of v_{\parallel}/w in the case of a Maxwellian VDF (curve 1) and of a kappa VDF corre-

sponding to $\kappa = 5$ (curve 2). The density n_0 and the temperature T_0 are the same for both VDFs. The curves 1 and 2 refer to the VDF at the reference level r_0 , where $q_i(r_0) = 0$. The curves 3 and 4 correspond respectively to the Maxwellian VDF and kappa VDF for $\kappa = 5$ but at a higher altitude $r > r_0$ where $q(r) > 0$, that is, when the total potential increases with altitude. On Figure 1b, all VDFs are normalized to unity at $v_{\parallel} = 0$. Note that the normalized curves 1 and 3 corresponding to the Maxwellian VDF respectively at r_0 and $r > r_0$ are identical; this implies that the dispersion of velocities is the same at all altitudes in the exosphere where the VDF is Maxwellian. The temperature $T(r)$ is then independent of the altitude and equal to T_0 . The exosphere is isothermal if the VDF is a Maxwellian at the reference level. The reason for this property is that for the Maxwellian VDF given by (2), the velocity variables (v_x, v_y, v_z) and spatial coordinates (x, y, z) are separable. However, this is not the case for the kappa VDF given by (4): the dispersion of the velocities depends then on the value of $q_i(r)$ which is a function of the spatial variable r .

It will be shown below that the temperature $T_i(r)$ characterizing a kappa VDF is an increasing function of altitude when $q_i(r)$ is also an increasing function of r . This is illustrated on Figure 1 where the wings of the curve 4 have a smaller slope (at $r > r_0$) than those of curve 2 (at $r = r_0$). Note that the positive temperature gradient is a consequence of the suprathermal tails of the distributions. Any distribution which simulates a suprathermal particle population would also lead to a temperature increasing with altitude.

This effect has been called the "velocity filtration effect" by *Scudder* [1992a, b] who applied it to explain the high temperature observed in the solar corona. Assuming that the VDF in the chromosphere is non-Maxwellian for example, a kappa function with $\kappa = 2.5 - 7$, he found that the dispersion of the VDF and plasma temperature increases from 10,000 K at the altitude of the chromosphere up to $1 - 2 \times 10^6$ K in the solar corona without the need of any ad hoc or extra heat deposition at high altitude. The high coronal temperature is then, according to *Scudder*, a straightforward consequence of the velocity filtration effect.

The purpose of this paper is to point out that the velocity filtration effect can be applied to the topside ionosphere and can equally well explain the increase of the plasma temperature as a function of altitude in the outer plasmasphere and plasmathrough. Assuming that the tail of the VDF formed by the suprathermal particles in the topside ionosphere is approximately a power law with an index $\kappa = 3 - 4$, we will show in the following paragraphs that the temperature characterizing the spread of the VDF increases in the outer plasmasphere region up to values of $10 - 20 \times 10^3$ K which are comparable to those measured with satellites at high altitudes [*Gringauz and Bezrukikh*, 1976; *Norris et al.*,

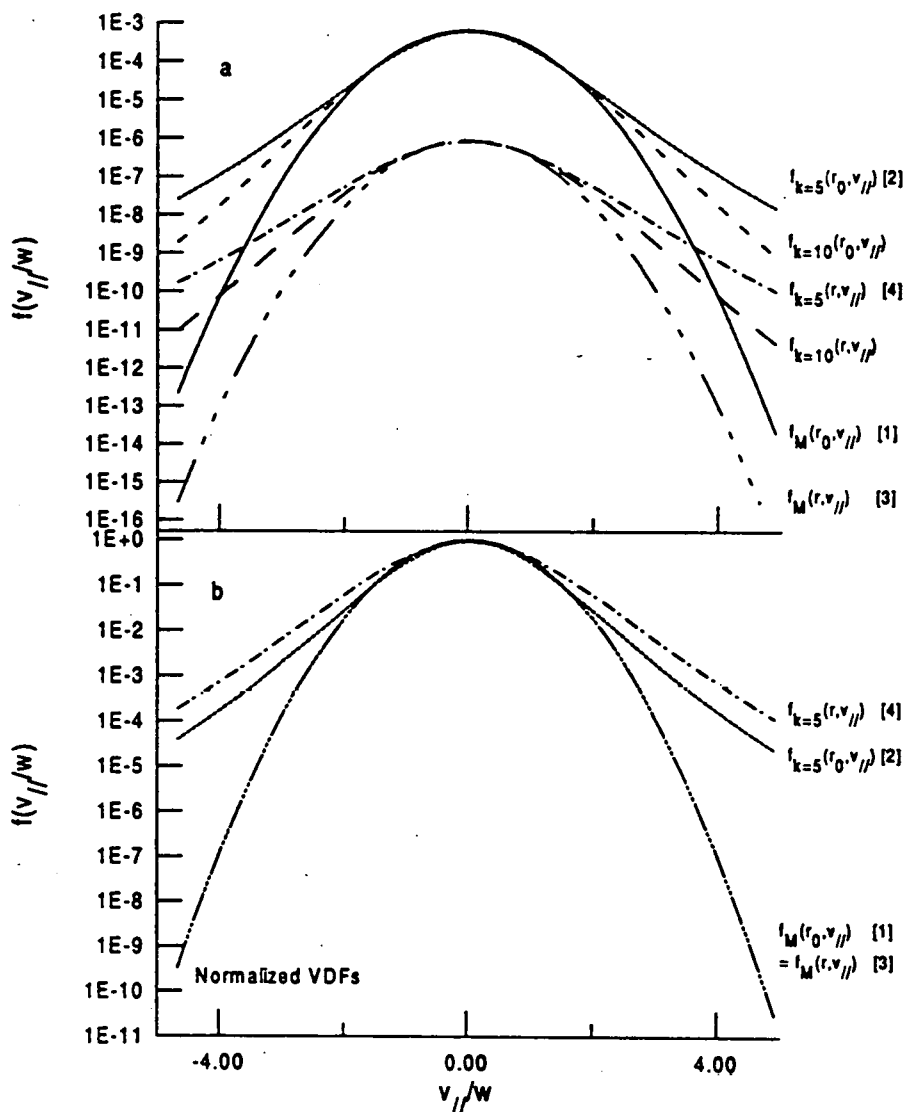


Figure 1. (a) Curves 1 and 2 represent respectively a Maxwellian VDF and a Lorentzian VDF ($\kappa = 5$) with the same temperature and density at $r_0 = 3000$ km. Curves 3 and 4 represent respectively the Maxwellian VDF and the Lorentzian VDF ($\kappa = 5$) for $r > r_0$, in an attractive potential. Comparison is also shown with a Lorentzian VDF for $\kappa = 10$. (b) Normalized velocity distributions (curves 1 to 4). In the case of the Maxwellian VDF (curves 1 and 3), the temperature is independent of altitude and equal to T_0 . For the kappa VDF (curves 2 and 4), the dispersion of velocities increases when r increases; the temperature characterizing the spread of velocity increases with altitude. This is not the case for a Maxwellian VDF. Indeed, when the VDF is Maxwellian at the exobase, the exosphere is isothermal: $T(r) = T_0$.

1983; Gringauz, 1985; Comfort *et al.*, 1985; Farrugia *et al.*, 1989].

In order to calculate the temperature distribution in an ion exosphere when the VDF is a kappa function, analytic expressions for the moments of this VDF must be determined. The derivation of the mathematical expressions for the particle density $n(r) = \int f(r, v) d^3v$, the particle flux parallel to the field lines $F(r) = \int v_{\parallel} f(r, v) d^3v$, the parallel and perpendicular momentum flux $P_{\parallel}(r) = m \int v_{\parallel}^2 f(r, v) d^3v$ and $P_{\perp}(r) = \frac{1}{2} m \int v_{\perp}^2 f(r, v) d^3v$, the energy flux parallel

to the magnetic field $E(r) = \frac{1}{2} m \int v^2 v_{\parallel} f(r, v) d^3v$ is given in the next section. Those who are interested in the physical results and application of these formulae to the ionosphere-plasmasphere system more than in their derivation may skip to section 3.

Moments of a Lorentzian Velocity Distribution Function

The kinetic model of the ion exosphere developed by Lemaire and Scherer [1970, 1971] for geomagnetic field

lines open to the magnetospheric tail rest on the assumption that the ion and electron VDFs are Maxwellian. Since in the magnetospheric plasma, the velocity distribution functions have generally a non-Maxwellian suprathermal tail, we propose to develop in this section a model of ion exosphere similar to the models of *Lemaire and Scherer* [1970, 1971], but with a kappa distribution function instead of a Maxwellian one. We determine the analytic expressions for the moments of the kappa VDF and compare them with those of the Maxwellian model.

We consider a collision-dominated barosphere, separated from the exosphere by a transition region where the Coulomb collisions cannot be neglected but are not sufficient to keep a Maxwellian distribution. The parameter κ is expected to be determined by the energy-dependent collision rate in the transition region. The upper frontier of this transition region is called exobase or baropause. Above this surface (i.e. in the exosphere), the collisions are assumed to be unimportant. *Spitzer* [1949] argued that this transition altitude can be chosen as the height at which the mean free path of the particles equals the density scale height. For charged particles, this exobase level where $r = r_0$ is rather high, and we will assume its altitude to be 3000 km.

The particles are moving along dipolar magnetic field lines. Their trajectories can be divided in four different classes depending on their velocity and pitch angle. According to the terminology of *Lemaire and Scherer* [1974], there are trapped, incoming, escaping, and ballistic particles (cf. Tables 1 and 2). The ballistic particles emerge from the barosphere but do not have enough kinetic energy or are reflected magnetically before reaching the equator. These particles spiral up in the exosphere and fall back in the same hemisphere. The escaping particles leave one hemisphere and reenter in the barosphere in the other hemisphere. The incoming particles are particles coming from the other hemisphere. Finally, the trapped particles bounce up and down between two mirror points in the ion exosphere. Each of these classes of particles will contribute to the exospheric density, flux of particles, pressure tensors and energy flux [*Fälthammar*, 1983]. These contributions will be determined separately.

We use the spherical polar coordinates (v, θ, ϕ) with the polar axis tangent to the magnetic field. In each

Table 1. Classes of Particles According to Their Velocity $v(r)$ and Pitch Angle $\theta(r)$ at the Radial Distance r in Case a When the Velocity of an Upward Moving Particle Decreases Monotonically With Altitude, i.e. When $q(r)$ Is Increasing With r

$v(r)$	$\theta(r)$	Class
$[v_\infty, \infty]$	$[0, \theta_m(r)]$	Escaping
$[v_b(r), v_\infty(r)]$	$[0, \theta_m(r)], [\pi - \theta_m(r), \pi]$	Ballistic
$[0, v_b(r)]$	$[0, \pi]$	Ballistic
$[v_\infty, \infty]$	$[\theta_m(r), \pi]$	Incoming
$[v_b(r), v_\infty(r)]$	$[\theta_m(r), \pi - \theta_m(r)]$	Trapped

Table 2. Classes of Particles According to Their Velocity $v(r)$ and Pitch Angle $\theta(r)$ at the Radial Distance r in Case b When the Velocity of an Upward Moving Particle Increases Monotonically With Altitude, i.e. When $q(r)$ Is Decreasing With r

$v(r)$	$\theta(r)$	Class
$[v_\psi(r), \infty]$	$[0, \theta_m(r)]$	Escaping
$[v_\psi(r), \infty]$	$[\theta_m(r), \pi]$	Incoming
$[0, v_\psi(r)]$	$[0, \pi]$	Incoming

class of particle orbits, ϕ varies from 0 to 2π . The velocities v and pitch angles θ whose determine each class of particles are summarized in Tables 1 and 2.

We assume that the trapped and incoming particles which reach the baropause have the same velocity distribution as the barospheric particles but multiplied respectively by weight factors ξ and ζ . If these factors are equal to 1, the exospheric particles are in thermal equilibrium with those emerging from the barosphere. The pitch angle distribution is then isotropic. Putting respectively $\xi = 0$ or $\zeta = 0$ means that the trapped or incoming particles are missing in the VDF.

The density, flux, pressure, and energy flux correspond respectively to the moments of zero, first, second, and third order of the Kappa VDF. When the potential energy of the particles $q_i(r)$ is an increasing function of r , the moments of the VDF up to the third order are given by

Ballistic Particles

$$n(r) = n_0 \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{3/2}(1 - \beta_2(b)) - \alpha c^{3/2}(1 - \beta_2(f))] \quad (5)$$

$$F(r) = 0 \quad (6)$$

$$P_{\parallel}(r) = \frac{1}{3} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2}(1 - \beta_4(b)) - \alpha c^{5/2} p(1 - \beta_4(f))] \quad (7)$$

$$P_{\perp}(r) = \frac{1}{3} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2}(1 - \beta_4(b)) - \alpha c^{5/2} (1 + \frac{\eta}{2})(1 - \beta_4(f)) - \frac{3}{2} \frac{\eta R}{p \kappa w^2} \alpha c^{3/2} (1 - \beta_2(f)) \frac{A'_k}{A_k}] \quad (8)$$

$$E(r) = 0 \quad (9)$$

$$\text{with } \frac{R(r)}{w^2} = q(r) > 0 \quad (10)$$

$$= \frac{-m\Phi_g(r_0) - ZeV(r_0) + m\Phi_g(r) + ZeV(r)}{kT_0}$$

$$\alpha = p^{1/2} \left(1 + \frac{\eta R}{p(\kappa w^2 + R)}\right)^{-(\kappa+1)} \quad (11)$$

$$c = 1 + \frac{R}{p \kappa w^2} \quad (12)$$

$$b = \left(1 + \frac{V_\infty^2}{\kappa + R/w^2}\right)^{-1} \quad (13) \quad \left. + \frac{R}{w^2} \left[\frac{1 + U_0}{\kappa(\kappa - 1)} \right] \right\} \quad (29)$$

$$d = \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right) \quad (14) \quad \text{Trapped Particles}$$

$$f = \left(1 + \frac{X^2}{p\kappa + R/w^2}\right)^{-1} \quad (15)$$

$$V_\infty^2(r) = \left(-\frac{m\Phi_g(r)}{kT_0} - \frac{ZeV(r)}{kT_0}\right) > 0 \quad (16)$$

$$X^2 = pV_\infty^2 - \eta R/w^2 \quad (17)$$

$$U_0 = \left(-\frac{m\Phi_g(r_0)}{kT_0} - \frac{ZeV(r_0)}{kT_0}\right) > 0 \quad (18)$$

$$\eta = \frac{r_0^3}{r^3} \quad (19)$$

$$p = 1 - \eta \quad (20)$$

$$A_k = \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\Gamma(3/2)} \quad (21)$$

$$A'_k = \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 3/2)\Gamma(5/2)} \quad (22)$$

$$\beta_2(x) = \int_0^x A_k t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt \quad (23)$$

$$= 1 - \int_x^1 A_k t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt$$

$$\beta_4(x) = \int_0^x A'_k t^{\kappa-5/2} (1-t)^{3/2} dt \quad (24)$$

$$= 1 - \int_x^1 A'_k t^{\kappa-5/2} (1-t)^{3/2} dt$$

Escaping Particles

$$n(r) = \frac{1}{2} n_0 \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{3/2} \beta_2(b) - \alpha c^{3/2} \beta_2(f)] \quad (25)$$

$$F(r) = \frac{\eta}{4} n_0 \frac{w}{\kappa^{1/2}} \frac{A_k}{\kappa - 1} (1 + U_0) \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right)^{-\kappa} \quad (26)$$

$$P_{\parallel}(r) = \frac{1}{6} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2} \beta_4(b) - \alpha c^{5/2} p \beta_4(f)] \quad (27)$$

$$P_{\perp}(r) = \frac{1}{6} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2} \beta_4(b) - \alpha c^{5/2} \left(1 + \frac{\eta}{2}\right) \beta_4(f) - \frac{3}{2} \frac{\eta R}{p \kappa w^2} \alpha c^{3/2} \beta_2(f) \frac{A'_k}{A_k}] \quad (28)$$

$$E(r) = \frac{\eta m}{8} n_0 A_k \kappa^{1/2} w \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right)^{-\kappa} \cdot \left\{ (\kappa w^2) \left[\frac{1}{\kappa - 2} \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right)^2 - \frac{2}{\kappa - 1} \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right) + \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{R}{w^2} \left[\frac{1 + U_0}{\kappa(\kappa - 1)} \right] \right\} \quad (29)$$

$$n(r) = \xi n_0 \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [\alpha c^{3/2} (1 - \beta_2(f))] \quad (30)$$

$$F(r) = 0 \quad (31)$$

$$P_{\parallel}(r) = \frac{\xi}{3} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [\alpha c^{5/2} p (1 - \beta_4(f))] \quad (32)$$

$$P_{\perp}(r) = \frac{\xi}{3} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [\alpha c^{5/2} \left(1 + \frac{\eta}{2}\right) (1 - \beta_4(f)) + \frac{3}{2} \frac{\eta R}{p \kappa w^2} \alpha c^{3/2} (1 - \beta_2(f)) \frac{A'_k}{A_k}] \quad (33)$$

$$E(r) = 0 \quad (34)$$

Incoming Particles

$$n(r) = \zeta \frac{1}{2} n_0 \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{3/2} \beta_2(b) + \alpha c^{3/2} \beta_2(f)] \quad (35)$$

$$F(r) = -\zeta \frac{\eta}{4} n_0 \frac{w}{\kappa^{1/2}} \frac{A_k}{\kappa - 1} (1 + U_0) \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right)^{-\kappa} \quad (36)$$

$$P_{\parallel}(r) = \frac{1}{6} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2} \beta_4(b) + \alpha c^{5/2} p \beta_4(f)] \quad (37)$$

$$P_{\perp}(r) = \zeta \frac{1}{6} n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2} \beta_4(b) + \alpha c^{5/2} \left(1 + \frac{\eta}{2}\right) \beta_4(f) + \frac{3}{2} \frac{\eta R}{p \kappa w^2} \alpha c^{3/2} \beta_2(f) \frac{A'_k}{A_k}] \quad (38)$$

$$E(r) = -\zeta \frac{\eta m}{8} n_0 A_k \kappa^{1/2} w \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right)^{-\kappa} \cdot \left\{ \kappa w^2 \left[\frac{1}{\kappa - 2} \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right)^2 - \frac{2}{\kappa - 1} \left(1 + \frac{U_0}{\kappa}\right) + \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{R}{w^2} \left[\frac{1 + U_0}{\kappa(\kappa - 1)} \right] \right\} \quad (39)$$

Similar expressions are obtained when the potential energy of the particles $q_i(\mathbf{r})$ is a decreasing function of r i.e. in a repulsive potential.

Escaping Particles

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}n_0 \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{3/2}\beta_2(b') - \alpha c^{3/2}\beta_2(f')] \quad (40)$$

$$F(\mathbf{r}) = \frac{\eta}{4}n_0 \frac{w}{\kappa^{1/2}} \frac{A_k}{\kappa - 1} \quad (41)$$

$$P_{\parallel}(\mathbf{r}) = \frac{1}{6}n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2}\beta_4(b') - \alpha c^{5/2}p\beta_4(f')] \quad (42)$$

$$P_{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{1}{6}n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2}\beta_4(b') - \alpha c^{5/2}(1 + \frac{\eta}{2})\beta_4(f') - \frac{3}{2} \frac{\eta R}{p\kappa w^2} \alpha c^{3/2}\beta_2(f') \frac{A'_k}{A_k}] \quad (43)$$

$$E(\mathbf{r}) = \frac{\eta m}{8}n_0 A_k \kappa^{1/2} w \left(\left(\frac{1}{\kappa} - \frac{2}{\kappa - 1} + \frac{1}{\kappa - 2} \right) \cdot (\kappa w^2) + \frac{R}{w^2 \kappa (\kappa - 1)} \right) \quad (44)$$

Incoming Particles

$$n(\mathbf{r}) = \zeta \frac{1}{2}n_0 \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{3/2}(2 - \beta_2(b') + \alpha c^{3/2}\beta_2(f'))] \quad (45)$$

$$F(\mathbf{r}) = -\zeta \frac{\eta}{4}n_0 \frac{w}{\kappa^{1/2}} \frac{A_k}{\kappa - 1} \quad (46)$$

$$P_{\parallel}(\mathbf{r}) = \frac{\zeta}{6}n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2}(2 - \beta_4(b')) + \alpha c^{5/2}p\beta_4(f')] \quad (47)$$

$$P_{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{\zeta}{6}n_0 m w^2 \frac{A_k}{A'_k} \kappa \left(1 + \frac{R}{\kappa w^2}\right)^{-(\kappa+1)} \cdot [d^{5/2}(2 - \beta_4(b')) + \alpha c^{5/2}(1 + \frac{\eta}{2})\beta_4(f') + \frac{3}{2} \frac{\eta R}{p\kappa w^2} \alpha c^{3/2}\beta_2(f') \frac{A'_k}{A_k}] \quad (48)$$

$$E(\mathbf{r}) = -\zeta \frac{\eta m}{8}n_0 A_k \kappa^{1/2} w \left(\left(\frac{1}{\kappa} - \frac{2}{\kappa - 1} + \frac{1}{\kappa - 2} \right) \cdot \kappa w^2 + \frac{R}{\kappa w^2 (\kappa - 1)} \right) \quad (49)$$

with

$$\frac{R}{w^2} = \left(\frac{-mv_{\psi}^2}{2kT_0} \right) < 0 \quad (50)$$

$$= \frac{-m\Phi_g(r_0) - ZeV(r_0) + m\Phi_g(r) + ZeV(r)}{kT_0}$$

$$b' = \left(1 - \frac{R}{w^2(\kappa + R/w^2)}\right)^{-1} \quad (51)$$

$$f' = \left(1 - \frac{R}{w^2(p\kappa + R/w^2)}\right)^{-1} \quad (52)$$

It can be verified that when $\kappa \rightarrow \infty$, these expressions tend to expressions of the Maxwellian model developed by *Lemaire and Scherer* [1970]. Indeed,

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} (1 + q(r)/\kappa)^{-\kappa} = \exp(-q(r)), \quad (53)$$

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \beta_2(b) = 2 \left(\frac{1}{2} - K_2(V_{\infty}) \right) \quad (54)$$

where $K_2(x) = \int_0^x \frac{2}{\pi^{1/2}} t^2 \exp(-t^2) dt$.

Density Distribution

The expressions (5) to (49) are quite general. They give the moments for a wide range of truncated Lorentzian VDF when ξ and ζ are arbitrary constant. The barometric case is always recovered when $\xi = \zeta = 1$. In this case, the expressions of the moments have much simpler forms since many terms in (5) to (49) cancel out.

Let us first examine the simplest ion exosphere (protonosphere) in barometric equilibrium for which the electrons and H^+ ions have the same density and the same temperature at the reference level of 3000 km.

The mean free path of a test ion with a velocity equal to the average thermal ion velocity in a plasma consisting of electrons and one ion species can be evaluated by the formula of *Hinton* [1983]:

$$\lambda = \frac{3\sqrt{3}(4\pi\epsilon_0)^2(kT)^2}{4(2\pi)^{1/2}nZ^4e^4 \ln \Lambda} \quad (55)$$

where T is the temperature of the field particles, n is their density, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$ is the dielectric constant of vacuum, $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ is the Boltzmann constant, Zie is electric charge and $\ln \Lambda$ is the Coulomb logarithm.

The scale height can be estimated by

$$H = \frac{kT}{mg} \quad (56)$$

where m is the mean molecular mass ($=m_{H^+}/2$ in a protonosphere) and g is the gravitational acceleration.

It can be verified that for $T = 4000 \text{ K}$ and $n(r_0) = 300 \text{ cm}^{-3}$, $\lambda_i \sim H \sim 6631 \text{ km}$. These density and temperature conditions were chosen so that the mean free path is equal to the density scale height at the exobase.

This condition implies that the collision rate is small in the ion exosphere above the exobase [Spitzer, 1956]. For larger plasma densities or smaller plasma temperatures, the plasma would be collision dominated. However, this does not imply that its velocity distribution should be necessarily purely Maxwellian in the transition region where the Knudsen number is of the order of 1.

When the VDF is Maxwellian and the pitch angle distribution is isotropic (i.e. $\xi = \zeta = 1$), the total density distribution is given by

$$n(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}_0) \exp(-R(\mathbf{r})/w^2), \quad (57)$$

which corresponds to the barometric model.

Similarly, when the VDF corresponds to the Lorentzian or kappa model and when the pitch angle distribution is isotropic, the total density distribution is obtained by summing the RHS of (5), (25), (30), and (35):

$$n(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}_0) \left(1 + \frac{R(\mathbf{r})}{\kappa w^2}\right)^{-\kappa+1/2} \quad (58)$$

Note that these formula are applicable to neutral exosphere in which case the total potential $q_i k T_{0i}$ is determined only by the gravitational potential. In an ion exosphere, the distributions of electrons and ions are also dependent of the electrostatic potential. Note also that this density distribution corresponds to the state of hydrostatic equilibrium when the VDF is a kappa function instead of a Maxwellian. Therefore (58) generalizes the usual exponential barometric density distribution generally employed in the theory of planetary atmosphere. However, while in the later case (Maxwellian) the temperature is independent of the altitude, in the former case (kappa function), we will see that the temperature increases with the altitude.

Electric Potential Distribution

The expressions giving the densities in an ion exosphere depend on the electrostatic potential $V(\mathbf{r})$. In order to maintain charge neutrality in the plasma, $V(\mathbf{r})$ must be solution of the Poisson's equation:

$$\Delta V = - \sum_j Z_j n_j e / \epsilon_0. \quad (59)$$

This solution is very close to that corresponding to quasi-neutrality [see Lemaire and Scherer 1970]:

$$\sum_j Z_j n_j = 0. \quad (60)$$

This is why we solve the algebraic non linear equation (58) instead of the second-order differential equation (57) to determine the electrostatic potential $V(\mathbf{r})$ for the range of altitudes considered in Figures 2 to 4.

The solution of the quasi-neutrality condition (58) is straightforward when only electrons and one ion species

are forming the ion exosphere. Indeed, in this case, quasi-neutrality $n_e(\mathbf{r}) = n_i(\mathbf{r})$ implies that $q_e(\mathbf{r}) = q_i(\mathbf{r})$ when the densities are given by (53) for both electrons and ions, provided the quasi-neutrality is satisfied at the reference level: $n_{0e} = n_{0i}$. It can be verified from the definition of $q_e(\mathbf{r})$ and $q_i(\mathbf{r})$ given by Eq. (3) that, when $T_{0e} = T_{0i}$, the electrostatic potential distribution maintaining quasi-neutrality of the exospheric plasma corresponds to the Pannekoek-Rosseland (P-R) potential [Pannekoek, 1922; Rosseland, 1924]. This polarization potential is given by

$$V(\mathbf{r}) = - \frac{m_i - m_e}{2e} \phi_g(\mathbf{r}). \quad (61)$$

The electric field $E = -\nabla V$ is directed upward in the opposite direction to the gravitational field.

When more than one ion species (O^+ , H^+ , He^+ , ...) and several different populations of electrons (thermal ionospheric electrons, photoelectrons, magnetospheric electrons) constitute the ion-exospheric plasma in barometric equilibrium, the Pannekoek-Rosseland electric field is given by

$$eE = - \frac{\sum_j Z_j m_j n_j / k T_j}{\sum_j Z_j^2 n_j / k T_j} g, \quad (62)$$

provided the pitch angle distributions (PAD) of all charged particle species are isotropic, that is, in barometric equilibrium. Note that this formula is applicable even when the temperature of the electrons and ion species are not the same.

The electric charge density which produces this non-uniform electrostatic potential distribution is extremely small: $(n_{H^+} - n_e)/n_e = 4 \times 10^{-37}$ when no other ions than H^+ ions are present [Lemaire and Scherer, 1970]. In the case of a multi-ion exosphere, it can be verified that the space charge density is larger but still negligibly small: $\sum_i Z_i n_i / n_e = 10^{-15}$ in the regions where the densities of the two different ion species (e.g. O^+ and H^+) are comparable.

The P-R electric potential (59) and electric field (60) have been determined above for a Maxwellian VDF with isotropic pitch angle distribution. It is also valid when the VDF of the electrons and ions have the same PAD anisotropy or are truncated in the same range of pitch angles. The P-R potential is also applicable when the VDFs of the charged particles are given by a Lorentzian VDF provided all particles have the same index κ , that is, $\kappa_e = \kappa_i$. Indeed, in this case, the electron and ion densities are everywhere equal to each other, provided $q_e(\mathbf{r}) = q_i(\mathbf{r})$ and $n_{0e} = n_{0i}$. The former equation leads again to the P-R potential (59). Note however that when the VDF is Lorentzian and $\kappa_e \neq \kappa_i$, simple relations between the electric and gravitational potentials and fields like (59) or (60) do not exist. An iterative Newton numerical method must be used to determine $V(\mathbf{r})$ for each altitude as it is done by Lemaire and Scherer [1970] and others.

Total Potential Energy Distribution

Figure 2 shows the values of the normalized gravitational (dashed lines), electrostatic (dotted lines) and total potential (solid lines) for protons (top panel) and for electrons (bottom panel) versus altitude, in a barometric model where $T_{0e} = T_{0i}$ and $V(r)$ is given by the P-R formula (59). As indicated above, the quasi-neutrality condition is satisfied by this potential distribution for a Lorentzian VDF provided the electrons VDF and ions VDF have exactly the same index: $\kappa_e = \kappa_i$. Note that the upper solid line giving $q_i(r)$ is exactly the same as the lower solid line giving $q_e(r)$. Both q_i and q_e are increasing functions of r . Therefore the set of formulae corresponding to case (a) must be used to determine the densities, fluxes, pressure tensor components, energy fluxes of the different classes of particles considered in Table 1 (i.e. ballistic, trapped, escaping, incoming).

Figure 3 illustrates the relative abundance of ballistic, trapped, escaping and incoming electrons or protons versus altitude in a protonosphere in barometric equilibrium. The dashed lines correspond to the Maxwellian VDF with densities normalized to the reference level density $n_{0e} = n_{0i} = 300 \text{ cm}^{-3}$. The temperatures of the electrons and H^+ ions are the same: $T_{0e} = T_{0i} = 4000 \text{ K}$. These density distributions are identical to those calculated by Lemaire [1976] for a

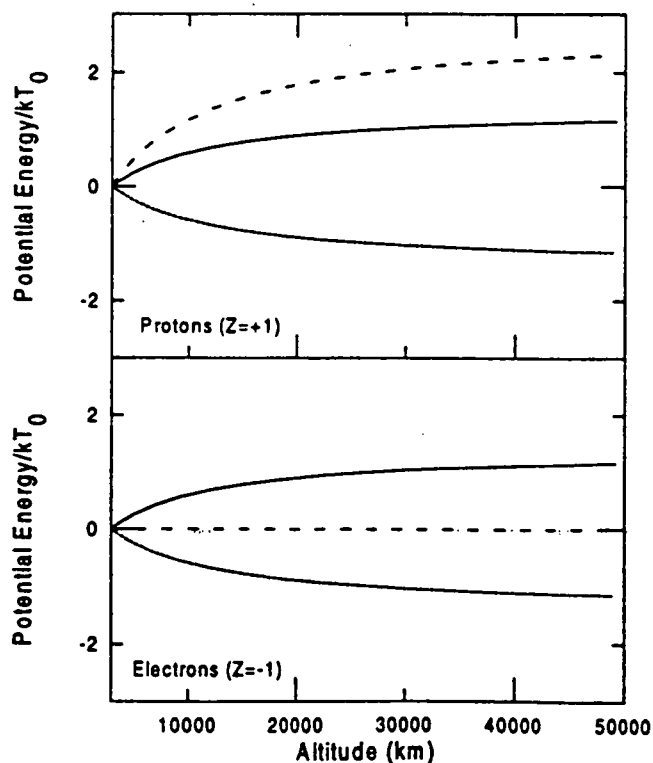


Figure 2. Gravitational (dashed line), electric (dotted line), and total potential energy (solid line) divided by kT_0 as a function of the altitude for (top) protons and (bottom) electrons in the quasi-neutral ion exosphere.

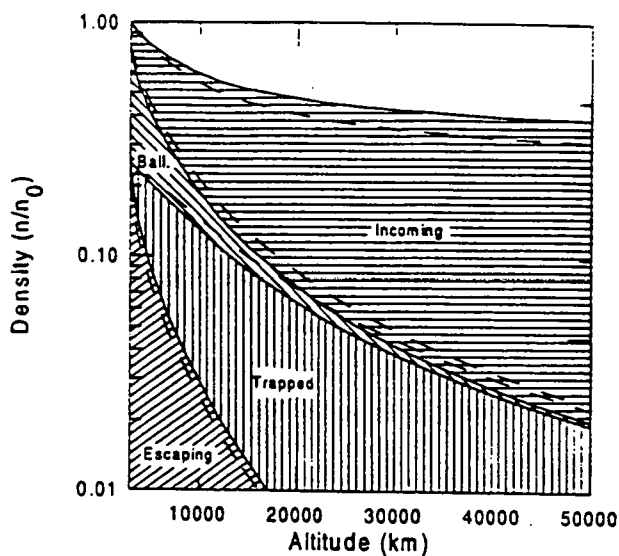


Figure 3. Normalized number density of escaping, trapped, ballistic and incoming electrons as a function of the altitude in the Maxwellian (dashed lines) and in the kappa ($\kappa = 5$, solid lines) models.

nonrotating ion exosphere. The solid lines correspond to the Lorentzian VDF with the same thermal velocity w and the same density n_0 at the reference level.

The two upper lines represent the total densities given respectively by (55) and (56). It can be seen that when the VDF has an enhanced tail of suprathermal particles approximated by a kappa or Lorentzian function, the total density in the exosphere is larger (upper solid line) than in the classical case of a Maxwellian VDF (upper dashed lines).

Temperature Distribution

We have already shown in Figure 1 how the slope of the Kappa VDF decreases with altitude in an attractive potential distribution. As a consequence, the temperature characterizing the dispersion of velocities increases as a function of altitude.

One can always define parallel and perpendicular kinetic temperatures which are related respectively to the parallel and perpendicular kinetic pressures P_{\parallel} and P_{\perp} by

$$kT_{\parallel}(r) = P_{\parallel}(r)/n(r), \quad kT_{\perp}(r) = P_{\perp}(r)/n(r). \quad (63)$$

When the PAD is isotropic (i.e. $\xi = \zeta = 1$), the parallel and perpendicular temperatures are equal: $T_{\parallel}(r) = T_{\perp}(r) = T(r)$. In this case, there is no temperature anisotropy.

In the Lemaire and Scherer's model with the Maxwellian VDF, the temperature does not depend on the altitude; that is, the temperature distribution is uniform:

$$T(r) = T_0. \quad (64)$$

This is a consequence of the separability of the spatial (r) and velocity (v) variables in the Maxwellian VDF.

On the other hand, when the VDF is Lorentzian and the PAD isotropic, the density profile is given by (56) and the isotropic pressure becomes simply

$$P(r) = n_0 k T_0 \frac{\kappa}{\kappa - 3/2} \left(1 + \frac{R(r)}{\kappa w^2} \right)^{-\kappa+3/2} \quad (65)$$

It results from (63) and (56) that the temperature distribution versus altitude is given by

$$T(r) = \frac{P(r)}{n(r)k} = T_0 \frac{\kappa}{\kappa - 3/2} \left(1 + \frac{R(r)}{\kappa w^2} \right). \quad (66)$$

Since $q(r) = R(r)/w^2$ increases with the altitude, $T(r)$ will also increase with the altitude.

It can be seen that when $\kappa \rightarrow \infty$ (i.e. in the limit of a Maxwellian VDF), (64) becomes identical to (62) and the ion exosphere is isothermal. When $q(r)$ is positive and increasing function of r (i.e. when $dq/dr > 0$), the temperature gradient is also positive: $dT/dr = T_0(dq/dr)/(\kappa - 3/2)$. The smaller κ , the larger the temperature gradient.

The three solid curves in Figure 4 show the increasing temperature $T(r)$ as a function of the altitude for three different values of κ in the barometric model when the

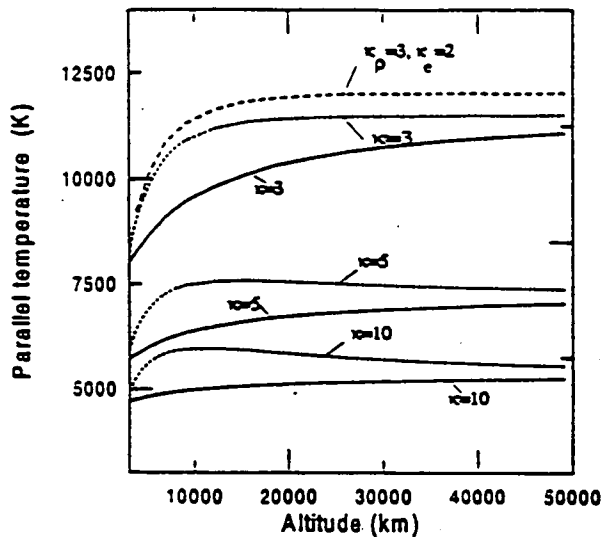


Figure 4. Temperature of electrons and protons as a function of the altitude in the Lorentzian model for different values of κ . The solid curves correspond to barometric models ($\xi = \zeta = 1$) when the pitch angle distribution is isotropic: $T_{\parallel}(r) = T_{\perp}(r)$. The dotted lines give the parallel temperature $T_{\parallel}(r)$ in an ion exosphere when $\kappa_e = \kappa_i$ and when trapped particles are missing in the VDF ($\xi = 0, \zeta = 1$). The dashed line corresponds to the parallel temperature of H^+ ions when $\xi = 0$ and $\zeta = 1$ (i.e. trapped particles missing in PAD) and when the kappa index is smaller for the electrons ($\kappa = 2$) than for H^+ ions ($\kappa = 3$).

PAD is isotropic: $T_{0e} = T_{0i} = 4000$ K. When the temperatures T_{0e} and T_{0H^+} and the indexes $\kappa_e = \kappa_{H^+}$ are identical, the electron and ion temperatures are equal to each other at all altitudes: $T_e(r) = T_{H^+}(r)$.

The three dashed curves give the distribution of parallel temperatures $T_{\parallel}(r)$ for three values of the index κ when the trapped particles are missing in the Lorentzian VDF ($\xi = 0, \zeta = 1$). The lower dashed curve ($\kappa = 10, \xi = 0$) is almost identical to that shown in Figure 5 of Lemaire [1976] for a truncated Maxwellian VDF when trapped particles are missing in his nonrotating ion exosphere model.

It can be seen that the dispersion of velocities along magnetic field lines is considerably enhanced in such an anisotropic exospheric model where the PAD is "cigarlike." Cigarlike PAD have been observed during the early refilling phase of a plasmaspheric flux tube which had been emptied during a peeling off event of the plasmasphere [Sojka and Wrenn, 1985]. It can be seen that during this early refilling phase when the population of trapped particles is depleted or underpopulated (i.e. when only ballistic, escaping and incoming particles are populating the flux tube), the parallel temperature in the ion exosphere is much larger than at later on when the PAD becomes isotropic due to Coulomb collisions [Lemaire, 1989]. The time evolution of the parallel temperature in a refilling flux tube has been simulated numerically by Lin et al. [1992, 1994] and Wilson et al. [1992, 1993]. Before reaching the Maxwellian equilibrium state in these simulations, positive temperature gradients are also obtained as a result of the upward ionization flow. However, since a Maxwellian VDF is assumed at the reference level in these semikinetic simulations, the temperature profile evolves toward a state of isothermal equilibrium. If a kappa VDF would have been used instead of a Maxwellian, we suspect that their final equilibrium temperature profile would have been similar to those obtained in this paper and shown in Figure 4.

Satellite observations have indicated that the ion temperature increases with altitude along magnetic field lines in the outermost flux tubes of the plasmasphere and plasmathrough where the plasma density is low and the collision frequency small [Gringauz, 1985; Comfort et al., 1985]. The collisionless formalism is available in these regions due to their low densities. In the inner plasmasphere, the collisions cannot be neglected. Nevertheless, the collisionless formalism with a kappa can be used to provide zero-order approximations for $n(r)$ and $T(r)$ which we expect to be not drastically different from the more rigorous solutions of the Fokker-Planck equation. Indeed, high-energy particles are much less affected by Coulomb collisions than the core of thermal particles. These exospheric (or zero-order kinetic) solutions are analytic and therefore useful reference models to be compared with the more rigorous but also much more complex solutions of the Fokker-Planck equation.

On the Origin of non-Maxwellian VDF

It has been reemphasized by *Fahr and Shizgal* [1983] and *Shizgal et al.* [1986] that the VDF should be non-Maxwellian in the transition region between the collisionless and collision-dominated region due to the Jeans escape of particles with velocities larger than the critical escape velocity. In partially depleted flux tubes, a VDF with suprathermal tails and significant departures from an isotropic Maxwellian VDF is easier to maintain than deeper inside the plasmasphere and ionosphere where the Coulomb collision frequency is much higher. Therefore it is possible that along field line close to and beyond the plasmopause, increasing temperature gradients are the consequence of the departure of the ion VDF from an isotropic Maxwellian one. Indeed, in a collision dominated plasma, the suprathermal ions have a smaller Coulomb collision cross section than the thermal particles. They tend to develop VDFs with a suprathermal tail. This is also supported by *Livi and Marsch* [1987] for solar wind ion VDF. Suprathermal tails can be simulated by reducing the value of the index κ . Since the "velocity filtration effect" favors the escape of suprathermal ions out of the topside ionosphere, one expects the plasmaspheric temperatures to be higher than those in the underlying ionosphere.

The polar wind proton distributions in the topside transition region have first been modelled by *Barghouthi et al.* [1993]. In their Monte Carlo simulations, these authors have used a Maxwellian VDF at the reference level in the collision-dominated region. They obtained a bean type distribution at high altitude in the collisionless region. It would be interesting to use the same simulation with a VDF having a suprathermal tail (e.g. a kappa function) and compare the new simulation with our analytical results, as well as with their earlier Monte Carlo simulation for a Maxwellian VDF.

Note that alternative theories exist to explain positive temperature gradients in the terrestrial plasmasphere. The most popular is to assume that the upper layers of the plasmasphere are heated by wave-particle interactions whose energy supplied by the ring current and that heat conducted downward [*Olsen*, 1987]. Recently, computer simulations have shown that the electromagnetic proton cyclotron instability driven by the hot magnetospheric proton anisotropy heats cold protons to form anisotropic warm distributions in both the plasmasphere and the outer magnetosphere [*Gary et al.*, 1995]. On the other hand, *Kozyra et al.* [1987] use the ring current through Coulomb collisions to heat the near-equatorial plasmasphere. Photoelectrons have also been used to explain some aspects of the measured inner-middle plasmasphere-ionosphere temperature and ion density distributions [*Horwitz et al.*, 1990; *Comfort*, 1996].

Without rejecting these alternative theories, we propose here that if not all, at least part of the observed positive temperature gradient in the topside ionosphere

and in the plasmathrough, can be accounted for by the departure of the VDF from the usual Maxwellian VDF, that is, by the relative enrichment of suprathermal ions in the VDF. The enrichment of the population of particles with larger velocity may be explained qualitatively as the consequence of the filtering effect of Coulomb collisions whose cross section is strongly dependent of the relative speed of the colliding charged particles.

Scudder [1992a] argued that the high coronal temperature can be explained by a similar way, without the need of additional heat deposition or dissipation of wave energy in the solar corona. Instead of the 3-D Lorentzian VDF (equation (4) used in this paper), *Scudder* [1992a, b] has considered a 1-D Lorentzian VDF along the vertical direction. Under these circumstances, the density profile is $n(r) = n(r_0)(1 + R/\kappa w^2)^{-\kappa-1/2}$ and the pressure $P(r) = P(r_0)(1 + R/\kappa w^2)^{-\kappa+1/2}$. Note that for a 3-D Kappa VDF, the exponents of $(1 + R/\kappa w^2)$ in Eqs. (56) and (64) are respectively $-\kappa + 1/2$ and $-\kappa + 3/2$. But the temperature distributions varies as $(1 + R/\kappa w^2)$ in both the 1-D and 3-D case.

Fluxes of Escaping Particles

Since the incoming and escaping fluxes are equal and opposed in barometric models ($\xi = \zeta = 1$), the total flux is then equal to zero for the Maxwellian VDF and the Kappa VDF. But the flux of escaping (and incoming) electrons and H^+ ions are larger in absolute values in the latter model (see Table 3). The larger flux when $\kappa \neq \infty$ is due to the presence of suprathermal particles in the tail of the Lorentzian VDF.

Conclusions

The observed VDFs in the magnetosphere, outer plasmasphere and plasmathrough usually display an enriched population of suprathermal ions which has a power law energy spectrum. It can therefore be simulated by a Lorentzian VDF with an index κ of the order of 3-5, instead of a Maxwellian one which leads to an exponential energy spectrum at suprathermal velocities. This departure of the VDF from a Maxwellian develops most easily in the exobase region where the

Table 3. Escaping Electrons and Hydrogen Ions for a Maxwellian and for Lorentzian VDFs With Different Values of κ and a Pannekoek-Rosseland Electric Potential Distribution

Particle	Flux of Electrons, $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	Flux of Protons, $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
Maxwellian	1.75×10^5	4.08×10^3
$\kappa = 100$	1.78×10^5	4.17×10^3
$\kappa = 10$	2.04×10^5	4.77×10^3
$\kappa = 5$	2.38×10^5	5.58×10^3
$\kappa = 3$	2.93×10^5	6.84×10^3

mean free path of particles with an average thermal velocity becomes equal to the local density scale height, that is, in the transition region between the collision dominated ionosphere and the collisionless ionosphere.

We have established the expression of the density distribution in an ion exosphere in the case when the velocity distribution function is a Lorentzian function instead of a 3-D Maxwellian one. We have generalized the ion exosphere models developed by Lemaire and Scherer [1970, 1971, 1973] for truncated Maxwellian VDFs which correspond to the special case $\kappa = \infty$.

We have calculated separately the contributions of the different categories of escaping, ballistic, trapped and incoming ions and electrons to the total barometric density, flux, parallel and perpendicular pressures and energy flux. The density gradient along magnetic field lines in a barometric model decreases when the index κ is reduced from its limiting value $\kappa = \infty$ to $\kappa = 3 - 5$ which fit approximately the observed VDF in the magnetospheric plasmas. When the VDF is a Kappa function, the equatorial plasmaspheric density is enhanced with respect to the Maxwellian case. This means that the field-aligned density distribution in a saturated flux tube is higher for a Lorentzian barometric model than in the case of the Maxwellian barometric model.

Furthermore we have determined the temperature distribution in a barometric Lorentzian ion exosphere formed by H^+ ions and electrons of the same temperature at a reference level of 3000 km altitude. We have shown that the temperature increases with altitude along the field lines from 8000 K at 3000 km to more than 12000 K at 40000 km when $\kappa = \kappa_e = \kappa_i$ is reduced to a value of 3. Larger field-aligned temperature gradients can be obtained when the index κ is smaller than 3.

One obtains higher parallel temperatures when the trapped particles are removed. The positive temperature gradients are a consequence of the non Maxwellian character of the VDF. It is not produced by additional energy dissipation due to some wave-particle interaction mechanism. When the value of κ_e is smaller than κ_i , an additional temperature is obtained both for the H^+ ions and electrons.

Acknowledgments. The authors wish to thank the Director of IASB and the Science Policy Office for their support. J. D. Scudder is acknowledged for some enlightenments concerning the "velocity filtration effect". His pioneer work has inspired the present application of the velocity filtration mechanism to the terrestrial plasmasphere.

The Editor thanks Bernie Shizgal and James L. Horwitz for their assistance in evaluating this paper.

References

- Bame, S. J., J. R. Asbridge, H. E. Felthaus, E. W. Hones Jr., and I. B. Strong, Characteristics of the plasma sheet in the Earth's magnetotail, *J. Geophys. Res.*, **72**, 113, 1967.
- Barghouthi, I. A., A. R. Barakat, and R. W. Schunk, Monte Carlo study of the transition region in the polar wind: An improved collision model, *J. Geophys. Res.*, **98**, 17583, 1993.
- Chiu, Y. T., and M. Schulz, Self-consistent particle and parallel electrostatic field distributions in the magnetospheric-ionospheric auroral region, *J. Geophys. Res.*, **83**, 629, 1978.
- Chiu, Y. T., A. L. Newman, and J. M. Cornwall, On the structures and mapping of auroral electrostatic potentials, *J. Geophys. Res.*, **86**, 10029, 1981.
- Christon, S. P., D. G. Mitchell, D. J. Williams, L. A. Frank, C. Y. Huang, and T. E. Eastman, Energy spectra of plasma sheet ions and electrons from ~ 50 eV/e to ~ 1 MeV during plasma temperature transitions, *J. Geophys. Res.*, **93**, 2562, 1988.
- Comfort, R. H., Thermal structure of the plasmasphere, *Adv. Space Res.*, **10**(10), 175, 1996.
- Comfort, R. H., J. H. Waite, and C. R. Chappell, Thermal ion temperatures from the retarding ion mass spectrometer on DE 1, *J. Geophys. Res.*, **90**, 3475, 1985.
- Fahr, H. J., and B. Shizgal, Modern exospheric theories and their observational relevance, *Rev. Geophys.*, **21**, 75, 1983.
- Fälthammar, C.-G., Magnetic-field-aligned electric fields, *Eur. Space Agency J.*, **7**, 385, 1983.
- Farrugia, C. J., D. T. Young, J. Geiss, and H. Balsiger, The composition, temperature and density structure of cold ions in the quiet terrestrial plasmasphere: GEOS 1 results, *J. Geophys. Res.*, **94**, 11865, 1989.
- Fridman, M., and J. Lemaire, Relationship between auroral electrons fluxes and field-aligned electric potential difference, *J. Geophys. Res.*, **85**, 664, 1980.
- Gary, S. P., M. F. Thomsen, L. Yin, and D. Winske, Electromagnetic proton cyclotron instability: Interactions with magnetospheric protons, *J. Geophys. Res.*, **100**, 21,961, 1995.
- Gloeckler, G., and D. C. Hamilton, AMPTE ion composition results, *Phys. Scr.*, **T18**, 73, 1987.
- Gringauz, K. I., Structures and properties of the Earth's plasmasphere, *Adv. Space Res.*, **5**(4), 391, 1985.
- Gringauz, K. I., and V. V. Bezrukikh, Asymmetry of the Earth's plasmasphere in the direction noon-midnight from PROGNOZ and PROGNOZ-2 data, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **38**, 1071, 1976.
- Hinton, F. L., Collisional transport in plasma, in *Handbook of Plasma Physics*, Edited by M. N. Rosenbluth and R. Z. Sagdeev, pp. 147, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1983.
- Horwitz, J. L., R. H. Comfort, P. G. Richards, M. O. Chandler, C. R. Chappell, P. Anderson, W. B. Hanson, and L. H. Brace, Plasmasphere-ionosphere coupling, II, Ion composition measurements at plasmaspheric and ionospheric altitudes and comparison with modeling results, *J. Geophys. Res.*, **95**, 7949, 1990.
- Knight, L., Parallel electric fields, *Planet. Space Sci.*, **21**, 741, 1973.
- Kozyra, J. U., E. G. Shelley, R. H. Comfort, L. H. Brace, T. E. Cravens, and A. F. Nagy, The role of ring current O^+ in the formation of stable auroral red arcs, *J. Geophys. Res.*, **92**, 7487, 1987.
- Lemaire, J., Rotating ion exospheres, *Planet. Space Sci.*, **24**, 975, 1976.
- Lemaire, J., Plasma distribution models in a rotating mag-

- netic dipole and refilling of plasmaspheric flux tubes, *Phys. Fluids B*, *1*, 1519, 1989.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Model of the polar ion exosphere, *Planet. Space Sci.*, *18*, 103, 1970.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Simple model for an ion exosphere in an open magnetic field, *Phys. Fluids*, *14*,(8), 1683, 1971.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Plasma sheet particle precipitation: A kinetic model, *Planet. Space Sci.*, *21*, 281, 1973.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Exospheric models of the top-side ionosphere, *Space Sc. Rev.*, *15*, 591, 1974.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Field-aligned current density versus electric potential characteristics for magnetospheric flux tubes, *Ann. Geophys.*, *1*, 91, 1983.
- Lin, J., J. L. Horwitz, G. R. Wilson, C. W. Ho, and D. G. Brown, A semikinetic model for early stage plasmaspheric refilling, II, Effects of wave-particle interactions, *J. Geophys. Res.*, *97*, 1121, 1992.
- Lin, J., J. L. Horwitz, G. R. Wilson, and D. G. Brown, Equatorial heating and hemispheric decoupling effects on inner magnetospheric core plasma evolution, *J. Geophys. Res.*, *99*, 5727, 1994.
- Livi, S., and E. Marsch, Generation of solar wind proton tails and double beams by Coulomb collisions, *J. Geophys. Res.*, *92*, 7255, 1987.
- Lui, T. Y., and S. M. Krimigis, Earthward transport of energetic protons in the Earth's plasma sheet, *Geophys. Res. Lett.*, *8*, 527, 1981.
- Lui, T. Y., and S. M. Krimigis, Energetic ion beam in the Earth's magnetotail lobe, *Geophys. Res. Lett.*, *10*, 13, 1983.
- Lyons, L. R., Generation of large-scale regions of auroral currents, electric potentials, and precipitation by the divergence of the convection electric field, *J. Geophys. Res.*, *85*, 17, 1980.
- Lyons, L. R., Discrete aurora as a direct result of an inferred high-altitude generating potential distribution, *J. Geophys. Res.*, *86*, 1, 1981.
- Miyamoto K., *Plasma Physics for Nuclear Fusion*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1987.
- Norris, A. J., J. J. Sojka, G. L. Wrenn, J. F. Johnson, N. Cornilleau, S. Perraut, and A. Roux, Experimental evidence for the acceleration of thermal electrons by ion cyclotron waves in the magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, *88*, 889, 1983.
- Olsen, R. C., S. D. Shawhan, D. L. Gallagher, J. L. Green, C. R. Chappell, and R. R. Anderson, Plasma observations at the Earth's magnetic equator, *J. Geophys. Res.*, *92*, 2385, 1987.
- Pannekoek, A., Ionization in stellar atmospheres, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, *1*, 107, 1922.
- Rosseland, S., Electric state of a star, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, *84*, 720, 1924.
- Scudder, J. D., On the causes of temperature change in inhomogeneous low-density astrophysical plasmas, *Astrophys. J.*, *398*, 299, 1992a.
- Scudder, J. D., Why all stars possess circumstellar temperature inversions, *Astrophys. J.*, *398*, 319, 1992b.
- Shizgal, B., U. Weinert, and J. Lemaire, Collisional kinetic theory of the escape of light ions from the polar wind, *Rarefied Gas Dyn.*, *2*, 374, 1986.
- Sojka, J. J., and G. L. Wrenn, Refilling of geosynchronous flux tubes as observed at the equator by GEOS 2, *J. Geophys. Res.*, *90*, 6379, 1985.
- Spitzer, L., Jr., *The Atmospheres of the Earth and Planets*, edited by G. P. Kuiper, pp. 213-249, Univ. Chicago Press, Chicago, Ill., 1949.
- Spitzer, L., Jr., *Physics of Fully Ionized Gases*, 105 pp., Interscience, New York, 1956.
- Stern, D. P., One-dimensional models of quasi-neutral parallel electric fields, *J. Geophys. Res.*, *86*, 5839, 1981.
- Williams, D. J., D. G. Mitchell, and S. P. Christon, Implications of large flow velocity signatures in nearly isoand tropic ion distributions, *Geophys. Res. Lett.*, *15*, 303, 1988.
- Wilson, G. R., J. L. Horwitz, and J. Lin, A semikinetic model for early stage plasmaspheric refilling: Effects of Coulomb collisions, *J. Geophys. Res.*, *97*, 1109, 1992.
- Wilson, G. R., J. L. Horwitz, and J. Lin, Semikinetic modeling of plasma flow on outer plasmaspheric field lines, *Adv. Space Res.*, *13*(4), 107, 1993.

V. Pierrard and J. Lemaire, Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique, B-1180, Brussels, Belgium.

(Received March 27, 1995; revised November 23, 1995; accepted December 7, 1995.)

Annexe G

Article 2: New model of magnetospheric current-voltage relationship

Pierrard V., New model of magnetospheric current-voltage relationship, *Journal of Geophysical Research*, 101, A2, 2669–2675, 1996.

New model of magnetospheric current-voltage relationship

V. Pierrard

Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique, Brussels

Abstract. A new model based on the generalized Lorentzian velocity distribution function (VDF) is used to estimate the total current density J_{tot} along the magnetic field lines as a function of the field-aligned electric potential difference V between the ionosphere and the magnetosphere. As in the earlier kinetic models based on the Maxwellian VDF, J_{tot} is a nonlinear function of V , except for values of V between 0.1 and 10 kV, where the current-voltage relationship becomes linear. The effect of an enhanced population of suprathermal particles in the tail of the VDF is to increase the value of the applied potential for which the linear relationship is a valid approximation. The application of this current-voltage relationship to the auroral precipitation region and return current region is discussed.

Introduction

In the auroral regions, kilovolt magnetospheric particles are injected into the Earth's ionosphere, because of the field-aligned potential difference created by electrostatic interactions between the relatively cold ionospheric plasma and the hot plasma sheet particles [Evans, 1974; Chiu *et al.*, 1981]. Knight [1973] has been first to determine a current-voltage relationship between the field-aligned electric potential difference V and the field-aligned current density J_{tot} . The expressions used by Knight are similar to those published by Lemaire and Scherer [1970, 1971, 1973] in their kinetic models of the polar wind and of plasma sheet particle precipitation. According to these kinetic models, cold electrons and ions evaporate out of the topside ionosphere into the collisionless ion-exosphere, while hot plasma sheet electrons and ions spiral down the magnetic field lines and precipitate into the atmosphere. The partial currents J_i contributed by the escaping cold ionospheric electrons and ions and by the precipitated hot electrons and protons, are functions of V . However, in Knight's [1973] model, the current carried by the ions was neglected. Lemaire and Scherer [1974] have shown that such an omission underestimates J_{tot} and leads to erroneous results for $V < 100$ V.

The total field-aligned current density, $J_{\text{tot}} = \sum_i J_i$, is in general a nonlinear function of V [Knight, 1973; Lemaire and Scherer, 1974, 1983]. Nevertheless, there exists a range of potential ($100 \text{ V} < V < 10 \text{ kV}$) where the current-voltage relationship is linear. The extrapolation of this linear relationship is not a valid approximation in the return current region where $J_{\text{tot}} < 0$.

The kinetic models of Knight [1973] and Lemaire and Scherer [1974] rest on the assumption that the velocity distribution functions (VDF) are truncated Maxwellians. Most of the time, however, the VDF of space plasmas has a non-Maxwellian superthermal tail: this VDF, $f(\vec{v})$, decreases generally as a power law of the velocity v instead of exponentially [Bame *et al.*, 1967]. A useful function to model such plasmas VDFs is the generalized Lorentzian (or kappa) distribution [Summers and Thorne, 1991].

Kappa distributions have been used to analyze spacecraft data collected in the Earth's magnetospheric plasma sheet [Vasyliunas, 1968; Lui and Krimigis, 1981; Christon *et al.*, 1988] and in the solar wind [Scudder, 1992a, b]. Since many space plasmas VDFs can be better fitted by Kappa distributions than by Maxwellians or exponential functions, we developed a new kinetic model for the current-voltage relationship based on the kappa VDF.

First, we determine the expressions of the partial current density using the Kappa VDF and then compare them with those of the earlier model based on the Maxwellian VDF. We calculate the partial and total current densities in an auroral magnetic flux tube for typical temperature and number densities of the ionospheric and magnetospheric particles. We compare the results obtained for different values of the parameter κ , including values of κ deduced from observed auroral energy spectra. Finally, we discuss the current-voltage relationship in the limit of very low values of V which is relevant in the return current region.

Model Description

The current density parallel to magnetic field lines is defined by

$$J_{\parallel}(\vec{r}) = Ze \int v_{\parallel} f(\vec{r}, \vec{v}) d^3\vec{v}, \quad (1)$$

where \vec{r} and \vec{v} are, respectively, the position and the velocity of the particle, Ze is the electric charge of the particles, v_{\parallel} is the velocity component parallel to the magnetic field direction, and $f(\vec{r}, \vec{v})$ is the velocity distribution function, normalized so that $\int f(\vec{r}, \vec{v}) d^3\vec{v} = n(\vec{r})$ is the number density. The domain of the integration corresponds to the velocity space where $f(\vec{r}, \vec{v})$ is not equal to zero.

In the models of *Lemaire and Scherer* [1970, 1971, 1973], the VDF is assumed to be a truncated Maxwellian at the reference level r_0 ,

$$f(\vec{r}_0, \vec{v}) = N_0 \left(\frac{m}{2\pi kT_0} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT_0}\right) \quad (2)$$

where m is the mass of the particle. For ionospheric particles, the VDF is given by (2) outside the downward loss cone and is equal to zero inside the downward loss cone (i.e. for $\pi - \theta_m < \alpha < \pi$, where α is the pitch angle of the particles and θ_m is the loss cone angle). For the plasma sheet particles, the VDF is given by (2) outside the upward loss cone and is equal to zero inside the upward loss cone (i.e., for $0 < \alpha < \theta_m$). This means that we neglect the contribution of the ionospheric particles from the conjugate auroral region and consider that the precipitated plasma sheet particles with mirror points below the baropause are not reflected but are all scattered and lost by inelastic collisions. N_0 and T_0 are constants determined by the number density and the temperature at the altitude of the reference level r_0 . The Boltzmann constant is k .

Lemaire and Scherer [1971] obtained analytical expressions of the integral equation (1), $J_i = J_i(V)$, for two extreme cases. When the total potential energy $U(r) = Z_i eV(r) + m_i \phi_g(r)$ (where m_i is the particle mass and ϕ_g is the gravitational potential) is positive and is a uniformly decreasing function of altitude, the current density is found to be

$$J_i(r_0) = Z_i e N_{0i} \left(\frac{kT_{0i}}{2\pi m_i} \right)^{1/2} \quad (3)$$

For ions and electrons whose total potential energy $U(r) = Z_i eV + m_i \phi_g$ is negative and is a uniformly increasing function of altitude, the current density is given by

$$J_i(r_0) = Z_i e N_{0i} \left(\frac{kT_{0i}}{2\pi m_i} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{U(r_0)}{kT_{0i}} \right) \exp\left(\frac{U(r_0)}{kT_{0i}}\right) \quad (4)$$

In these equations, the parameters N_{0i} are determined by the actual number densities $n_i(r_0)$ at the reference level r_0 . For equation (3) (when $U(r) > 0$), the normalization factor is given by

$$N_{0i} = 2n_i(r_0) \quad (5)$$

For equation (4) (when $U(r) < 0$), the normalization factor is given by

$$N_{0i} = \frac{n_i(r_0)}{\frac{1}{2}(\psi_i + \zeta_i) + (\psi_i - \zeta_i) K_2 \left(\sqrt{\frac{-U(r_0)}{kT_{0i}}} \right)}, \quad (6)$$

where $\psi_i = 0$ and $\zeta_i = 1$ for the incoming magnetospheric particles which are confined in the downward loss cone; $\psi_i = 1$ and $\zeta_i = 0$ for the ionospheric particles which escape into the magnetotail or into the opposite hemisphere, and $K_2(x) = (2/\pi^{1/2}) \int_0^x dt \exp(-t^2)t^2 = \text{erf}(x)/2 - \pi^{-1/2}x \exp(-x^2)$.

In this model, the magnetic field at the high-altitude region B_M is assumed equal to zero. In a more general magnetic model like that considered by *Lemaire and Scherer* [1973], the altitude of the large-scale monotonic potential distribution is limited. The magnetic field intensity is a nonzero constant B_M at this high altitude and B_I at the ionosphere's reference level. In this case, the relation between the current density and the potential becomes

$$J_i(r_0) = Z_i e N_{0i} \left(\frac{kT_{0i}}{2\pi m_i} \right)^{1/2} a^{-1} \exp\left(\frac{U(r_0)}{kT_{0i}}\right) \cdot \left[1 + (a-1) \exp\left(\frac{a}{1-a} \frac{U(r_0)}{kT_{0i}}\right) \right], \quad (7)$$

where $a = B_M/B_I$. The normalization factor is slightly different from (6). It is easy to show that (7) tends to (4) when $a \rightarrow 0$. For the magnetosphere-ionosphere system, the value of a turns out to be of the order of 0.02 [Lu et al., 1991] or smaller (0.001 in articles of *Lemaire and Scherer* [1971, 1983]), and (7) gives results very similar to (4) for potential lower than 10 kV. For higher potential, the current given by (7) tends to an asymptotic value depending on a (cf. Figure 3 for $a = 0.02$).

We determine here the corresponding expressions in the case of a Kappa VDF defined by

$$f_{\kappa}(\vec{r}_0, \vec{v}) = \frac{N_0}{2\pi(\kappa w^2)^{3/2}} A_{\kappa} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa w^2} \right)^{-(\kappa+1)} \quad (8)$$

with $A_{\kappa} = \Gamma(\kappa+1)/[\Gamma(\kappa-1/2)\Gamma(3/2)]$, where κ is the spectral index, w is the characteristic thermal speed of the distribution ($\vec{v} = w$), and $\Gamma(x)$ is the gamma function. At high velocities, the distribution obeys an inverse power law: $f_{\kappa} \sim (mv^2/2)^{-(\kappa+1)}$.

A comparison between the Maxwellian distribution and the generalized Lorentzian (kappa) is shown on Figure 1 for different values of the κ parameter. There are more suprathermal particles in the high-energy tail of the kappa VDF, but the difference becomes less significant as κ increases. When the spectral index $\kappa \rightarrow \infty$, the kappa distribution tends to a Maxwellian with a temperature T_0 related to w by $kT_0 = mw^2/2$.

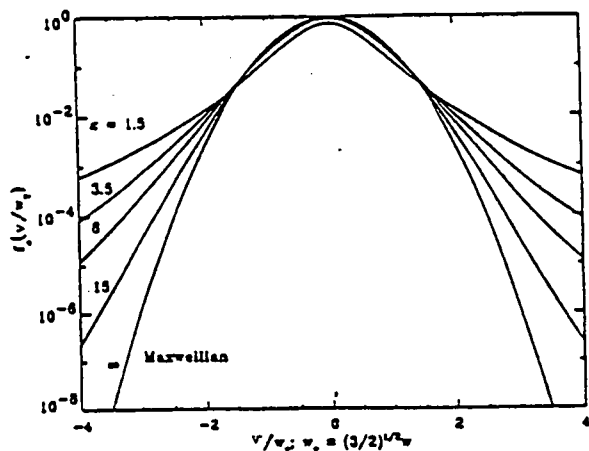


Figure 1. Comparison of generalized Lorentzian distributions for different spectral index κ with the corresponding Maxwellian distribution ($\kappa = \infty$) [Scudder, 1992a].

The current densities obtained for a kappa distribution function (integrating (1) with the same truncated pitch angle distributions) are

$$J_i(r_0) = \frac{1}{4} Z_i e N_{0i} \left(\frac{2kT_{0i}}{m_i} \right)^{1/2} \frac{A_\kappa \kappa^{-1/2}}{(\kappa - 1)}, \quad (9)$$

when the total potential energy $U(r) = Z_i e V(r) + m_i \phi_g(r)$ is positive and uniformly decreasing with altitude, and

$$J_i(r_0) = \frac{1}{4} Z_i e N_{0i} \left(\frac{2kT_{0i}}{m_i} \right)^{1/2} \frac{A_\kappa \kappa^{-1/2}}{(\kappa - 1)} \left(1 - \frac{U(r_0)}{kT_{0i}} \right) \left(1 - \frac{U(r_0)}{\kappa(kT_{0i})} \right)^{-\kappa}, \quad (10)$$

when $U(r)$ is negative and uniformly increasing with altitude. The current density given in (9) is independent on the parallel potential drop V while, according to (10), J_i is an increasing function of V .

Since $\lim_{\kappa \rightarrow \infty} (1 + x/\kappa)^{-\kappa} = \exp(-x)$ and $\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \kappa^{b-a} [\Gamma(\kappa + a)/\Gamma(\kappa + b)] = 1$ [Abramowitz and Stegun, 1968], one can verify that (9) and (10) tend, respectively, to (23) and (21) given by Lemaire and Scherer [1970] when $\kappa \rightarrow \infty$. The actual number density at the reference level $n_i(r_0) = \int f_\kappa(r_0, \vec{v}) d^3\vec{v}$ is related to N_{0i} by

$$N_{0i} = 2n_i(r_0) \quad (11)$$

in the former case, when $U(r) > 0$, and

$$N_{0i} = \frac{n_i(r_0)}{\psi_i + \frac{(\zeta_i - \psi_i)}{2} \beta \left(\left(1 - \frac{U(r_0)}{\kappa(kT_{0i})} \right)^{-1} \right)} \quad (12)$$

in the latter case, when $U(r) < 0$. The classical incomplete beta function given in most standard mathematical libraries is $\beta(x) = \int_0^x A_\kappa t^{\kappa-3/2} (1-t)^{1/2} dt$, ($0 \leq x \leq 1$).

Comparison of the Theoretical Results

Consider an auroral magnetic flux tube extending from the ionosphere up into the plasma sheet and containing both cold ionospheric plasma and hot magnetospheric electrons and protons. A quasi-stationary field-aligned electrostatic potential difference can develop between the low-altitude reference level, taken as 1000 km, where the magnetic field is B_I , and the high altitude equatorial region where the magnetic field intensity B_M is considered to be equal to zero. The temperature T_{0i} and number density $n_i(r_0)$ of the different particles species at the reference altitude 1000 km are given in Table 1.

Figure 2a shows the partial and total field-aligned current densities J_{he^-} , J_{p^+} , J_{ce^-} , J_{H^+} , and J_{tot} as a function of the applied potential difference V for a Maxwellian VDF. The results of Figure 2a are analogous to those of Figure 1 in the work of Lemaire and Scherer [1983] except that the latter give the current densities in a dayside cusp magnetic flux tube containing magnetosheathlike particles instead of in an auroral magnetic tube containing plasma sheet particles.

Figure 2b shows the same partial and total current densities as in Figure 2a but calculated for a kappa VDF with $\kappa = 5.5$ instead of a Maxwellian VDF; the same boundary conditions were used at the exobase altitude (1000 km) (see Table 1). From the comparison of Figures 2a and 2b, one sees that by enhancing the suprathermal tail population of particles (i.e., by decreasing the value of κ) all partial currents densities are also enhanced.

For $V < 10$ kV, the hot electron current density J_{he^-} , given by (10), can be approximated by a linear function of V :

$$J_{he^-} = \frac{e^2 N_{0he^-}}{(2\pi m_e k T_{0he^-})^{1/2}} V = K^{Maxw} V. \quad (13)$$

The approximate linearity of the current-voltage characteristic curves of the current density carried by the plasma sheet electrons has already been demonstrated earlier for a Maxwellian VDF [Lundin and Sandahl, 1978; Fridman and Lemaire, 1980; Lyons, 1981]. K^{Maxw} is a field-aligned conductance whose value can be determined from measurements of auroral electron spectra [Lyons et al., 1979; Weimer et al., 1985].

Table 1. Average Temperature (T_{0i}) and Number Densities (n_i) of Cold Ionospheric Electrons and Ions and of Warm Magnetospheric Electrons and Protons at 1000 km Altitude

i	ce^-	O^{+*}	H^+	he^-	p^+
T_{0i} , K	4500	1500	4000	10^7	5×10^7
n_i , cm^{-3}	2200	2000	200	0.1	0.1

The mobility of the ions O^{+} is considered too low to contribute significantly to the total current density.

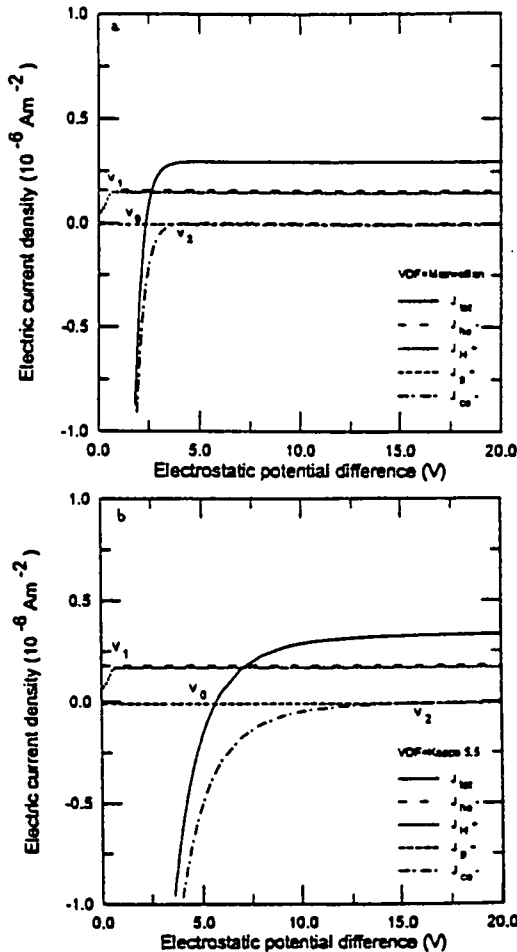


Figure 2. With (a) a Maxwellian VDF model and (b) a kappa VDF model with $\kappa = 5.5$ for each distribution, partial and total field-aligned currents in an auroral magnetic flux tube as a function of the applied field-aligned potential difference V between the ionosphere and the magnetosphere. Plasma densities and temperatures at 1000 km are summarized in Table 1.

We confirm here that this ohmiclike behavior remains true when kappa VDFs are used instead of Maxwellians. However, in this case, the conductance $K = J_{he-}/V$ is larger than K^{Maxw} :

$$K^{Kappa} = \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\kappa^{1/2}(\kappa - 1)} K^{Maxw}. \quad (14)$$

It can be verified that $K^{Kappa} \rightarrow K^{Maxw}$ when $\kappa \rightarrow \infty$.

The flux of the plasma sheet protons, injected downward, is negligibly small in both models since their thermal velocity is much smaller than that of the electrons, unless they have a field-aligned bulk velocity.

The contribution of the ionospheric hydrogen current density J_{H+} is constant (equation (3)) except for $V < V_1 = 0.65$ V. V_1 is independent on κ . The importance of the ionospheric ions in the total current depends on their density $n_{H+}(r_0)$ relative to the hot magnetospheric plasma density $n_{he-}(r_0)$ at the reference altitude.

Table 2. Variations of V_0 , the Potential for Which $J_{tot} = 0$, as a Function of κ

Values of κ	V_0 , V
Maxwellian ($\kappa = \infty$)	2.32
$\kappa = 100$	2.42
$\kappa = 10$	3.63
$\kappa = 5.5$	5.66
$\kappa = 3$	17.65
$\kappa = 2$	159.04

The partial current density J_{ce-} carried by the upward flowing cold electrons accounts for the nonlinearity of J_{tot} as a function of V . There always exists a positive value V_0 of the electrostatic potential for which $J_{tot} = 0$. When $V < V_0$, the downward current carried by the escaping ionospheric electrons J_{ce-} becomes dominant. A field-aligned potential V_0 of only a few volts can inhibit these cold ionospheric electrons from escaping to infinity. Table 2 shows how V_0 increases when κ decreases.

Current-Voltage Characteristics for Different Values of κ

Figure 3 shows J_{tot} as a function of V for different values of κ . Logarithmic scales are used for J_{tot} and for V ranging between 1 and 10^5 V. One can see that the

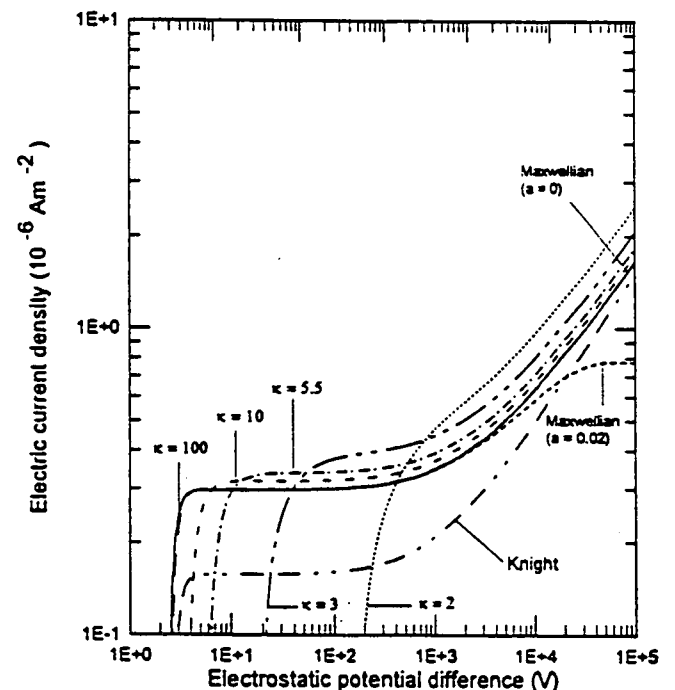


Figure 3. Influence of the κ parameter on the total current density (J_{tot}) in an auroral magnetic flux tube with characteristics summarized in Table 1. Note the nonlinear trend except in a limited range of the potential difference V . Note also the similarity between the results obtained with a Maxwellian VDF (earlier models) and those obtained with a Lorentzian VDF when the parameter κ is large. The curve called Knight takes into account the magnetospheric and ionospheric electrons but not the contributions of the ion currents.

curve marked Knight, neglecting the ions contributions (J_{p^+} and J_{H^+}), undervalues J_{tot} . When $\kappa = 100$, the current-voltage curve is almost identical to that obtained in the case of a Maxwellian VDF.

In the range from 0.04 to 10 kV, many authors [Yeh and Hill, 1981; Burch *et al.*, 1983; Marklund and Blomberg, 1991; Reiff *et al.*, 1988] verified that $J_{he^-} \sim J_{tot}$ is almost a linear function of V . This linearity is still applicable for kappa functions, but the range of V for which the near linearity of the current-voltage applies shrinks when κ decreases from $\kappa = \infty$ to $\kappa = 2$.

The linear relationship fails to be applicable in the range below 100 V, that is, in the plasmasphere, plasma through, polar wind, and return current regions. Indeed, below the critical value V_0 , J_{tot} drops rapidly and becomes negative. For a Maxwellian ($\kappa = \infty$), the negative return current can only subsist up to $V_0 = 2.32$ V. However, for $\kappa = 3$, it can subsist up to $V_0 = 17.6$ V and even up to $V_0 = 159$ V for $\kappa = 2$ (see Table 2). Negative values of J_{tot} are expected in the return current regions on both sides of the auroral region where the precipitated plasma sheet electrons produce a positive (upward) field-aligned current.

When κ decreases, $|J_{ce^-}|$ and $|J_{tot}|$ increase. Indeed, when κ is smaller, there are relatively more superthermal electrons in the tail of the kappa VDF, and the number of electrons which are able to escape is then larger.

Determination of Kappa Index From Observations

Christon *et al.* [1988] and Williams *et al.* [1988] have fitted measured plasma sheet ion and electron differential energy spectra with kappa functions. For the majority of cases studied, they found that a kappa VDF with values of κ between 4 and 7 provides a better overall description of the energy spectra than the Maxwellian VDF. The value of κ stays roughly constant, even when the temperature varies with time or with position in the plasma sheet transition regions. However, the value of κ differs from one species to the other.

In our model, we assumed for simplicity that all particle populations have the same kappa index. To be able to relax this assumption, it would be necessary to have reliable observations of the energy spectra for all ions species and electron populations considered in this study. The required observations should range from well below the peak of the spectrum to far up into the tail of the VDF (cf. Figure 1). This implies that detailed and high-resolution energy spectra are measured simultaneously, at the same location in space, and in the appropriate ranges of energies for each electron and ion population.

From such ideal spectral measurements, one would then be able to determine by standard parameter-fitting procedures the estimates of the temperature (T_{0i}), density (n_{0i}), and kappa index (κ) for each population of

particles (H^+ , ce^- , he^- , p^+ , ...). Usually, only the first two parameters are adjusted under the assumption that the VDF is a Maxwellian. However, there is now more experimental evidence that a Maxwellian VDF is not the best zero-order approximation in most collisionless space plasmas and that kappa functions should be preferred in future data analysis.

An interesting alternative model would be obtained by taking Maxwellians for the ionospheric distributions of particles and kappas for the magnetospheric distributions with a different index κ determined by satellite's observations. In this case, only hot electron and proton current densities would be enhanced. However, the value of V_0 would hardly change. The large increase of the crossover potential V_0 on Figure 3 is due to the cold electron kappa VDF.

Return Current Intensity

Figure 4 shows the negative current densities obtained for small values of V and for different values of κ . J_{tot} is very sensitive to small changes of V . When V increases from zero to more positive values, the total potential barrier ($-m_e\phi_g + eV$) that the ionospheric electrons must overcome in order to escape and contribute to the net field-aligned current increases. In other words, the escape speed of an electron is increasing from 11 km/s to much larger values given by $(-2\phi_g + 2eV/m_e)^{1/2}$.

The effect of a higher magnetospheric plasma density is to increase the hot electron current density. However, the field-aligned current density remains negative without a reversal sign of the field-aligned potential difference. To compensate for the cold electron downward current density (which is around $-100 \mu A/m^2$ for

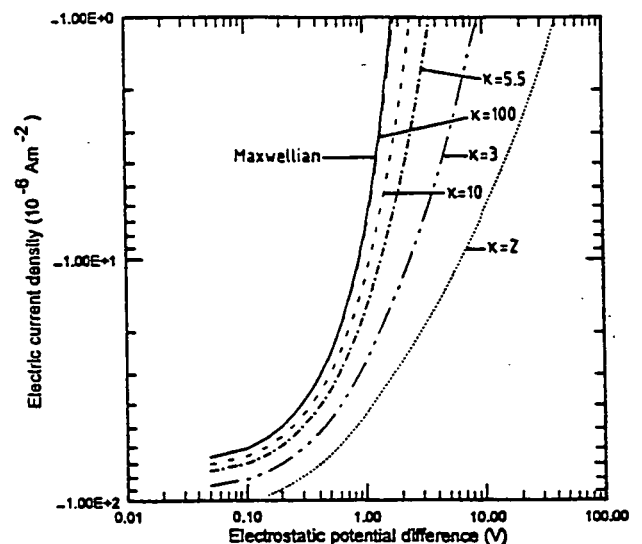


Figure 4. Negative current densities obtained for small but positive values of V and for different values of κ .

$V = 0$). it would be necessary to have very large density of magnetospheric particles lacking in consistency with the auroral particle data.

It should be emphasized that according the different kinetic models, negative currents are obtained without reversing the sign of V . In some applications and models of ionosphere-magnetosphere coupling [Blomberg and Marklund, 1991], the linear relationship (equation (13)) is extrapolated outside its range of validity. For instance, the same value of the conductance K is used in the return current region where $J_{\text{tot}} < 0$ as in the auroral precipitation region where $J_{\text{tot}} > 0$. This abusive extrapolation of the relationship $J_{\text{tot}} = KV$ would imply that $V < 0$ in the return current region. However, large-scale reversed field-aligned potential difference would lead to unreasonably large escape fluxes of the cold ionospheric electrons (cf. Figure 4). When $V = 0$, almost all cold electrons would blow out of the topside ionosphere because their thermal speed ($= 3500$ km/s for $T_0 = 3000$ K) is much larger than 11 km/s (i.e., the gravitational escape velocity for neutral particles). This would produce a downward field-aligned current density of more than $100 \mu\text{A}/\text{m}^2$ and unreasonably large transverse magnetic field perturbations.

A large-scale reversed potential difference would also lead to downward parallel electric field E_{\parallel} which would be opposite to the ambipolar electric field required to maintain the quasi-neutrality of the ionospheric and magnetospheric plasma. A downward directed parallel electric field, $E_{\parallel} = -[dp_e/dr]/en_e$ (where e is the electron charge and n_e is the electron density), would necessarily imply an electron pressure p_e increasing with altitude. Since this is physically unrealistic, it can be concluded that negative field-aligned potential difference between the ionosphere and magnetosphere must be excluded in the return current region as well as elsewhere. In other words, to drive a negative current, it suffices to reduce the positive value of the field-aligned potential difference below the value of V_0 given in Table 2.

Note that we only consider here a large-scale potential distribution between the ionosphere and the magnetosphere, though localized structures with small-scale size may well be imbedded in the larger-scale regions. Small-scale downward electric fields have been observed at high altitudes [Burch et al., 1983]. Since they are confined well above the ionosphere, they do not lead to large runaway outflows of ionospheric electrons.

Conclusions

Field-aligned currents (FAC) can be driven upward or downward along magnetospheric field lines by a quasi-stationary (dc) potential created by the temperature difference between the cold ionospheric and the warmer magnetospheric plasma. In earlier kinetic models [Le-

maire and Scherer, 1970, 1971, 1973; Knight, 1973], truncated Maxwellian velocity distributions (VDF) have been assumed to determine the total FAC in an auroral magnetic flux tube. However, there is more and more evidence that the VDF of collisionless space plasma is closer to a kappa (or Lorentzian) function than to a Maxwellian [Christon et al., 1988]. The spectra of the superthermal particles decrease as power law of the energy E with a slope which can be related to the value of the kappa index.

Since the particles with largest velocity contribute most to the escape or precipitated flux, we determined the FAC for a kappa VDF. The comparison between the results obtained with Maxwellian and kappa VDFs shows the following:

1. In both cases, one obtains nonlinear current-voltage characteristic curves.

2. When the index κ increases, the total FAC intensities decrease (increase) at large (small) values of V .

3. To the limit $\kappa \rightarrow \infty$, the current-voltage relationship for Maxwellian VDF is recovered.

4. For values of V between 0.1 and 10 kV, corresponding to field-aligned potentials observed in auroral arcs or strong plasma sheet precipitation, the total current is positive (upward) and can be approximated by a linear current-voltage relationship.

5. The slope of the current-voltage linear relationship corresponds to a conductance K , whose value depends on the index κ of the kappa VDF. When κ increases indefinitely, the value of K^{Kappa} decreases toward the Maxwellian values K^{Maxw} .

6. The current carried upward by the ionospheric hydrogen ions J_{H^+} is constant but not always negligible, although it is ignored in some studies of ionosphere-magnetosphere coupling [Knight, 1973; Fridman and Lemaire, 1980].

7. For $V > 10$ kV, the current density mainly transported by the plasma sheet electrons increases exponentially with V for the Maxwellian VDF as well as for the kappa VDF, when the magnetic field intensity in the magnetosphere B_M is assumed to be equal to zero. In a more general magnetic model where B_M is a nonzero constant ($a \neq 0$), the current is limited.

8. For $V < 100$ V, the current-voltage curves cease to be well approximated by a linear relationship like (13). The total current drops rapidly due to the negative current transported downward by the escaping cold electrons of the ionosphere.

9. The value of the thermoelectric charge separation potential V_0 for which $J_{\text{tot}} = 0$, increases when κ decreases, in models where the kappa index is identical for each particle distribution.

10. To obtain a negative total FAC density in a return current region, it is not necessary to reverse the sign of V . Negative (downward) current can be arbitrarily large when $V < V_0$ (see Figure 1). For $V = 0$, all the ionospheric electrons would be blown out of the

gravitational potential due to their large thermal velocity.

11. To determine appropriate values of κ for each particle population contributing to the total FAC, high-resolution energy spectra must be measured over an energy range from below the peak flux to far up into the tail of the VDF. This should serve as a general recommendation for designing particle spectrometers to be flown in future missions in Earth's magnetosphere.

Acknowledgments. This study has greatly benefited from comments and numerous discussions with J. Lemaire. J. D. Scudder is acknowledged for some enlightenments concerning the kappa distribution. His pioneer work has inspired the present application to the field-aligned currents. I appreciated the constructive suggestions of D. Heynderickx and A. Beliaev. I wish also to thank M. Ackerman, Director of the Belgian Institute for Space Aeronomy, and the Belgian Science Policy Office for their support. Finally, I acknowledge the referees for their helpful suggestions.

The Editor thanks Larry R. Lyons and a second referee for their assistance in evaluating this paper.

References

- Abramowitz, M., and I. A. Stegun (Eds.), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, Mincola, N. Y., 1968.
- Bame, S. J., J. R. Asbridge, H. E. Felthaus, E. W. Hones Jr., and I. B. Strong, Characteristics of the plasma sheet in the Earth's magnetotail, *J. Geophys. Res.*, **72**, 113-119, 1967.
- Blomberg, L. G., and G. T. Marklund, A numerical model of ionospheric convection derived from field-aligned currents and the corresponding conductivity, *Rep. TRITA-EPP-91-03*, R. Inst. of Technol., Stockholm, 1991.
- Burch, J. L., P. H. Reiff, and M. Sugiura, Upward electron beams measured by DE-1: A primary source of dayside region-1 Birkeland currents, *Geophys. Res. Lett.*, **10**, 753-756, 1983.
- Chiu, Y. T., A. L. Newman, and J. M. Cornwall, On the structures and mapping of auroral electrostatic potentials, *J. Geophys. Res.*, **86**, 10029-10037, 1981.
- Christon, S. P., D. G. Mitchell, D. J. Williams, L. A. Frank, C. Y. Huang, and T. E. Eastman, Energy spectra of plasma sheet ions and electrons from ~ 50 eV/e to ~ 1 MeV during plasma temperature transitions, *J. Geophys. Res.*, **93**, 2562-2572, 1988.
- Evans, D. S., Precipitating electron fluxes formed by a magnetic field-aligned potential difference, *J. Geophys. Res.*, **79**, 19, 2853-2858, 1974.
- Fridman, M., and J. Lemaire, Relationship between auroral electrons fluxes and field-aligned electric potential difference, *J. Geophys. Res.*, **85**, 664-670, 1980.
- Knight, S., Parallel electric fields, *Planet. Space Sci.*, **21**, 741-750, 1973.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Model of the polar ion-exosphere, *Planet. Space Sci.*, **18**, 103-120, 1970.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Simple model for an ion-exosphere in an open magnetic field, *Phys. Fluids*, **14**(8), 1683-1694, 1971.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Plasma sheet particle precipitation: A kinetic model, *Planet. Space Sci.*, **21**, 281-289, 1973.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Ionosphere-plasmasheet field-aligned currents and parallel electric fields, *Planet. Space Sci.*, **22**, 1485-1490, 1974.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Field-aligned current density versus electric potential characteristics for magnetospheric flux tubes, *Ann. Geophys.*, **1**, 91-96, 1983.
- Lu, G., P. H. Reiff, J. L. Burch, and J. D. Winningham, On the auroral current-voltage relationship, *J. Geophys. Res.*, **96**, 3523-3531, 1991.
- Lui, T. Y., and S. M. Krimigis, Earthward transport of energetic protons in the Earth's plasma sheet, *Geophys. Res. Lett.*, **8**, 527-530, 1981.
- Lundin, R., and I. Sandahl, Some characteristics of the parallel electric field acceleration of electrons over discrete auroral arcs as observed from the rocket flights, *Eur. Space Agency Spec. Publ.*, *SP-135*, 125, 1978.
- Lyons, L. R., Discrete aurora as a direct result of an inferred high-altitude generating potential distribution, *J. Geophys. Res.*, **86**, 1-15, 1981.
- Lyons, L. R., D. S. Evans, and R. Lundin, An observed relation between magnetic field aligned electric fields and downward electron energy fluxes in the vicinity of auroral forms, *J. Geophys. Res.*, **84**, 457-461, 1979.
- Marklund, G. T., and L. G. Blomberg, Toward a better understanding of the global auroral electrodynamics through numerical modeling studies, in *Magnetospheric Substorms, Geophys. Monogr. Ser.*, vol. 64, edited by J. R. Kan, T. A. Potemra, S. Kokubun, and T. Ijima, pp. 305-319, AGU, Washington, D. C., 1991.
- Reiff, P. H., H. L. Collin, J. D. Craven, J. L. Burch, J. D. Winningham, E. G. Shelley, L. A. Frank, and M. A. Fridman, Determination of auroral electrostatic potential using high- and low-altitude particle distributions, *J. Geophys. Res.*, **93**, 7441-7465, 1988.
- Scudder, J. D., On the causes of temperature change in inhomogeneous low-density astrophysical plasmas, *Astrophys. J.*, **398**, 299-318, 1992a.
- Scudder, J. D., Why all stars possess circumstellar temperature inversions, *Astrophys. J.*, **398**, 319-349, 1992b.
- Summers, D., and R. M. Thorne, The modified plasma dispersion function, *Phys. Fluids B*, **8**(3), 2117-2123, 1991.
- Vasyliunas, V. M., A Survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with OGO 1 and OGO 3, *J. Geophys. Res.*, **73**, 2839-2883, 1968.
- Weimer, D. R., C. K. Goertz, D. A. Gurnett, N. C. Maynard, and J. L. Burch, Auroral zone electric fields from DE-1 and 2 at magnetic conjunctions, *J. Geophys. Res.*, **90**, 7479-7494, 1985.
- Williams, D. J., D. G. Mitchell, and S. P. Christon, Implications of large flow velocity signatures in nearly isotropic ion distributions, *Geophys. Res. Lett.*, **15**, 303-306, 1988.
- Yeh, H.-C., and T. W. Hill, Mechanism of parallel electric fields inferred from observations, *J. Geophys. Res.*, **86**, 6706-6712, 1981.

V. Pierrard, Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique, 3 Avenue Circulaire, B-1180 Brussels, Belgium. (e-mail: viviane@plasma.oma.be)

(Received July 4, 1994; revised January 13, 1995; accepted January 31, 1995.)

Annexe H

Article 3: A kinetic model of the solar wind with Kappa distributions in the corona

Maksimovic M., V. Pierrard, and J. Lemaire, A kinetic model of the solar wind with Kappa distributions in the corona, accepté pour publication dans *Astronomy and Astrophysics*, 1997.

A&A manuscript no.
(will be inserted by hand later)

Your thesaurus codes are:
06.(06.19.2; 06.03.2)02.(02.01.1; 02.16.1)

ASTRONOMY
AND
ASTROPHYSICS
7.11.1996

A kinetic model of the solar wind with Kappa distribution functions in the corona

M. Maksimovic¹, V. Pierrard², and J.F. Lemaire²

¹ Département de Recherche Spatiale et Unité de Recherche associée au CNRS 264, Observatoire de Paris, Section de Meudon, F-92195 Meudon Principal Cedex, France (internet:maksimovic@obspm.fr)

² Institut d'Aéronomie Spatiale, 3 Ave. Circulaire, B-1180, Bruxelles, Belgique

Received date; accepted date

M. Maksimovic
Département de Recherche Spatiale
Observatoire de Paris, Section de Meudon
F-92195 Meudon Principal Cedex
France .
Tel.: [+33] 1-45077675
Fax.: [+33] 1-45072806
E-mail: maksimovic@obspm.fr

Abstract. A kinetic model of the solar wind based on Kappa velocity distribution functions for the electrons and protons escaping out of the corona is presented. The high velocity particles forming the tail of these distribution functions have an enhanced phase space density compared to a Maxwellian. The existence of such velocity distribution functions have been introduced in the pioneering work of Scudder (1992a,b) to explain the high temperature of the coronal plasma. The first results obtained with this new kinetic model of the solar wind are very encouraging, indeed they fit better many major features observed in the solar wind than earlier models: e.g. the large bulk velocities observed in high speed streams emitted out of coronal regions where the plasma temperature is smaller, and the low speed solar wind originating in the hotter equatorial regions of the solar corona. This new kinetic model is also able to predict the high speed solar wind streams without unreasonably large coronal temperatures and without additional heating of the outer region of the corona, as it is needed in hydrodynamic models to achieve the same solar wind speed.

Key words: solar wind – Sun: corona – Acceleration of particles – Plasmas

1. Introduction

The velocity distribution functions of the solar wind electrons and protons have to be solutions of the Boltzmann equation, or more precisely of the Fokker-Planck equation in the case when binary collisions are less important than multiple small angle scattering. Based on this statement, two approaches may be used to model the solar wind global thermodynamics, each of them being built on equations derived from the Boltzmann or the Fokker-Planck equations. These approaches correspond to two extreme regimes of the Knudsen number K_n , which is defined as the ratio of the particle mean free path and the density scale height. The first one is the classical hydrodynamic approach. It is based on the Euler or Navier-Stokes approximations, which are applicable under the assumption that K_n is much smaller than unity, i.e., that the medium is collision-dominated. The second one is the exospheric (collisionless) approach, which is based on the Vlasov equation; it is then assumed that $K_n \rightarrow \infty$, i.e., that the medium is collisionless.

It is well known that the solar wind is neither a collision-dominated medium nor a collisionless one. Indeed, in the solar wind at the earth orbit, the values of the electron and the proton Knudsen numbers are roughly equal to unity (Montgomery *et al.* 1968; Hundhausen 1972). This means that, strictly speaking, neither the hydrodynamic approach and nor the exospheric or pure collisionless one are truly appropriate to model the global expansion and thermodynamics of the solar wind. Nevertheless, each of these two extreme approaches yielded models whose results can explain some, although not all, of the main observational features of the solar wind.

1.1. The hydrodynamic approach

Historically, the hydrodynamic approach of the solar wind has been introduced by Parker (1958). He described the steady state expansion of a thermally driven electron-proton plasma flow out of the hot solar corona. Following Parker's initial idea, many other authors have proposed more elaborated hydrodynamic or magnetohydrodynamic descriptions for the last forty years. The aims of these works was to take into account the effects of thermal conductivity and viscosity, or the particular topology of the interplanetary magnetic field, to describe better the general solar wind observations at the earth's orbit. Two-fluids models have also been used to take into account the different electron and ion temperatures and bulk velocities observed at 1 AU in the solar wind (Sturrock & Hartle 1966; Whang *et al.* 1966; Hartle & Sturrock 1968; Cuperman & Harten 1970, 1971; Hartle & Barnes 1970; Wolff *et al.* 1971).

One of the major shortcomings common to all these hydrodynamic models is that they never predict solar wind velocities of 600-800 km/s at 1 AU, without invoking ad-hoc deposition of momentum and/or additional dissipation of energy in the corona; in general this additional energy is assumed to be carried out of the photosphere into the corona by MHD waves (see Leer *et al.* 1982 for a review).

1.2. The exospheric approach

Among the kinetic approaches, the purely collisionless one is generally called the exospheric approach. Two classes of exospheric solar wind models have been developed during the last forty years. The first one is the solar breeze model. It was proposed by Chamberlain (1960) who suggested that the protons with a velocity exceeding the critical escape velocity evaporate like neutral particles escape out of a planetary atmosphere (Jeans 1923, Brandt & Chamberlain 1960). Thus Chamberlain suggested that the radial expansion of the solar corona results from the thermal evaporation of the hot coronal protons out of the gravitational field of the Sun. Following Chamberlain's work, many authors have investigated the kinetic evaporation of the corona (see Lemaire & Scherer, 1973 for a review). They all assumed that the interplanetary electric field is equal to the so-called Pannekoek-Rosseland field (Pannekoek 1922; Rosseland 1924), which is appropriate for an ionosphere or ion-exosphere in hydrostatic equilibrium, when the electrons and protons have the same temperature distributions and no upward or downward bulk motions. Using the Pannekoek-Rosseland electrostatic potential in these early exospheric models for the coronal evaporation yields, as in Chamberlain's solar breeze model, too small solar wind expansion speeds as compared to the observations. On the contrary, Parker's hydrodynamic model of the coronal expansion provided theoretical results supporting the existence of the observed supersonic wind speeds of 300 - 500 km/s at 1 AU. This point marked the beginning of the growing supremacy of the hydrodynamic approach and the demise of the kinetic one, for a period of almost 30 years.

However, an important step for the exospheric approach of the solar wind have been achieved by Lemaire & Scherer (1969, 1971b) and Jockers (1970) who demonstrated that, for an expanding atmosphere (i.e., not in hydrostatic equilibrium), the magnitude of the interplanetary electric potential is substantially greater than the Pannekoek-Rosseland value. Using this more realistic potential, Lemaire & Scherer (1971b) developed a new kinetic model for the solar ion-exosphere and obtained supersonic expansion velocities for the solar wind at 1 AU. Their collisionless kinetic model predicted also correctly the quiet solar wind density, bulk velocity and average temperatures observed at 1 AU, as well as correlations between these physical quantities and better than hydrodynamic models available at

that epoch (see Table 2 in Lemaire & Scherer 1971b). Only one major disagreement was pointed out in their paper. This was the ratio of the parallel and perpendicular pressures or temperatures of the electrons and protons predicted in their exospheric model, which was much too large compared to those observed. But, following the work of Griffel & Davis (1969), Lemaire & Scherer (1971b) concluded that this limitation of their zero order kinetic model was an inherent consequence of neglecting the cumulative effect of small pitch angle deflections due to Coulomb collisions which necessarily tends to reduce the anisotropy of the particle velocity distributions.

First order kinetic effects have been proposed by Hollweg (1976) using saturated fluxes instead of the classical Spitzer-Härm expressions for the heat conductivity coefficient. An even better description of the heat flow has been proposed by Olbert (1982). Both kinetic heat flux expressions were then used in various versions of the hydrodynamic energy transport equations, but not in any full fledged first order kinetic approach based on the collisional Fokker-Planck equation.

Recently, Scudder (1992a,b) proposed a new mechanism to explain the high temperature observed in the corona. This mechanism, called “the velocity filtration effect”, works under the assumption that the velocity distribution function (VDF) of the ions and the electrons in the chromosphere, and therefore in the corona, is a non-Maxwellian, e.g. a generalized Lorentzian or Kappa function. Following Scudder’s work, Pierrard & Lemaire (1996) developed a generalized Lorentzian ion-exosphere model, which accounts the observed ion and electron positive temperature gradients between the topside ionosphere and the plasmasphere. Scudder’s, and Pierrard & Lemaire’s works may confer new momentum to the long dismissed kinetic approaches of the solar wind: this is what we plan to show in the present paper. In section 2, we give the basics of the exospheric formulation used, which is built on the Lemaire & Scherer (1970; 1971a) and Pierrard & Lemaire (1996) kinetic models of an ion-exosphere. We describe below the implementation of this model for the solar wind under the assumption of Kappa velocity distribution functions in the corona. In section 3, we present our results, with emphasis on the fact that high speed solar wind streams may be explained by the present model without the need of an additional heating energy source for the corona, a conclusion which is supporting one of Scudder’s early contention. Finally, a summary is presented in section 4.

2. The basics of the model

As indicated above, the present work is based on the kinetic/exospheric model of the ion-exosphere originally developed by Lemaire & Scherer (1970; 1971a) for geomagnetic field lines open to the magnetospheric tail. This model, initially dedicated to the study of the polar wind, had subsequently been applied to model the solar wind (Lemaire & Scherer 1971b), with the assumption of Maxwellian VDF’s for the protons and electrons at the top of the collision-dominated part of the corona. In the present work, we depart from these earlier models by using new exospheric models based on generalized Lorentzian or Kappa VDF for the protons and for the electrons at an exobase altitude, as in the polar wind model recently proposed by Pierrard & Lemaire (1996).

2.1. The exobase location

In zero order kinetic approximations, or exospheric models, two separate regions are considered: first, the collision-dominated barosphere at low altitude, in which the particles are assumed to be in hydrostatic/hydrodynamic equilibrium, and secondly, an exosphere in which the collision rate between particles is assumed to be negligibly small. These two extreme Knudsen number regimes are separated by a surface which is called the exobase. The exobase location will be determined, as initially proposed by Jeans (1923) for neutral particles and by Spitzer (1949) for charged particles, by the altitude where the Knudsen number is equal to unity. So in the present solar wind model, the exobase distance from the Sun r_0 is defined as the distance where the Coulomb mean free path (m.f.p.) becomes equal to the local density scale height H defined by:

$$H = \left(-\frac{d \ln n}{dr} \right)^{-1} \quad (2.1)$$

where n is the electron density as determined from eclipse observations.

For the coronal temperatures and densities considered in this paper, the classical Spitzer’s (1962) proton deflection m.f.p. is given by:

$$\lambda_p \approx 7.2 \cdot 10^7 \frac{T_p^2}{n} \quad (2.2)$$

where λ_p is given in meters, the proton temperature T_p in Kelvins and the density n in m^{-3} . We consider the corona and the solar wind plasma composed only of protons and electrons, so that we have $n_e = n_p = n$ as implied by quasi-neutrality.

From the measurements of the intensity and polarization of the electron-scattered white light coronal radiation, it is possible to determine the radial distribution of the electron density in the corona. In Figure 1, three examples of such radial density profiles by Pottasch (1960), Newkirk (1967) and Withbroe (1988) are given. The differences between these three density profiles, corresponding all to quiet coronal regions, are relatively small. In order to obtain the radial distribution of the density scale height H in the corona, we have first determined by interpolation an average radial density profile from the three sets of observed densities. The result is given by the solid line in Figure 1.

Hence, for a given value of the proton temperature $T_p(r_{p0})$, the radial distance (r_{p0}) of the proton exobase where $\lambda_p = H$ can be determined by solving iteratively the equation

$$7.2 \cdot 10^7 T_p^2(r_{p0}) = n^2(r_{p0}) \left(-\frac{dn(r)}{dr} \right)_{r=r_{p0}}^{-1} \quad (2.3)$$

for the interpolated electron density profile $n(r)$

The exobase altitude for the electrons with a speed equal to the mean thermal velocity $(8kT_e/m_e\pi)^{1/2}$, can be determined by using the Coulomb deflection m.f.p. λ_e of thermal electrons in a hydrogen plasma which is defined by:

$$\lambda_e = 0.416(T_e/T_p)^2 \lambda_p \quad (2.4)$$

For equal electron and proton temperatures, λ_e is smaller than λ_p so that the electron exobase r_{e0} is located at slightly higher distances than r_{p0} . For convenience, we will assume here that the escaping electrons and protons come from the same exobase $r_0 = r_{p0} = r_{e0}$, and therefore that electron and proton Coulomb deflection m.f.p. are equal at r_0 . This implies from (2.4) that, at the exobase, the electron and proton temperatures are related by $T_{e0} = \gamma \times T_{p0}$, where $\gamma = 1.55$. This latter condition can be relaxed in future applications of our model, but is not unreasonable in view of the electron and ion temperatures deduced from various coronal observations. If $\gamma > 1.55$, the electron m.f.p. would be larger than the proton m.f.p., and the electron exobase at a higher altitude than the proton exobase.

In order to explore the effect of various coronal conditions, we have defined five different sets of exobase conditions. First we start with a given initial electron exobase temperature T_{e0} . Then T_{p0} is determined by $T_{e0}/1.55$, n_0 and r_0 are obtained by solving (2.3), using the density profile of Figure 1. The five sets of exobase conditions are given in Table 1. T_{e0} has been chosen in the temperature range from 1 to 3×10^6 K. We have also calculated the classical Coulomb electron collision time (Spitzer, 1962) $t_{ce} = 1.7 \cdot 10^4 T_e^{3/2}/n$ for the different exobase altitudes. The values of these characteristic collision times for momentum transfert between electrons in a plasma are also reported in Table 1, together with the values of the particle m.f.p. $\lambda = H$. Note also that if we use in (2.3) a typical density profile for coronal hole regions (Withbroe 1988) instead of that given in Figure 1, the exobase altitudes are lower than in Table 1 but the general results of the model presented in the following remain roughly the same.

Table 1. The five sets of exobases boundary conditions

	T_{e0} ($\times 10^6$ K)	T_{p0} ($\times 10^6$ K)	n_0 ($\times 10^{10} \text{ m}^{-3}$)	r_0 ($\times r_\odot$)	$t_{ce} \propto T_{e0}^{3/2}/n_{e0}$ ($\times \text{sec.}$)	$\lambda = H$ ($\times r_\odot$)
A	1.0	0.6	1.1	10.2	1520	3.4
B	1.5	1.0	5.2	5.6	590	2.0
C	2.0	1.3	14.7	4.0	320	1.2
D	2.5	1.6	31.4	3.2	210	0.8
E	3.0	1.9	55.4	2.8	160	0.7

2.2. The kinetic model description

In the exospheric models of the solar wind, the particles emitted at the exobase with a given velocity v_0 move freely in the exosphere under the influence of the solar gravitational field $\Phi_g(r) = -GM_\odot/r$, an interplanetary electric potential $\Phi_E(r)$ and the interplanetary magnetic field $B(r)$; r being the radial heliocentric distance and M_\odot the solar mass.

If the collisions are neglected in the exosphere, the Boltzmann or Fokker-Planck equations are reduced to Vlasov equation. As a consequence of Liouville's theorem, any function $f(\mathcal{E}, \mu, \dots)$, of the constants of the motion (\mathcal{E}, μ, \dots) of particles, is a solution of the Vlasov equation. In the absence of collisions, the total energy \mathcal{E} of the particles is conserved:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}mv^2 + m\phi_g(\tau) + Ze\phi_E(\tau) = \frac{1}{2}mv_0^2 + m\phi_g(\tau_0) + Ze\phi_E(\tau_0) \quad (2.5)$$

where v is the velocity of a particle at a location τ in the exosphere, v_0 its velocity at the exobase τ_0 and Ze its electric charge. In the presence of a magnetic field, the charged particles spiral along magnetic field lines. When their gyroradius is small compared to the length characterizing the inhomogeneities of the magnetic field distribution, the magnetic moment of the particles,

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B(\tau)} = \frac{mv_{\perp 0}^2}{2B(\tau_0)}, \quad (2.6)$$

where v_{\perp} and $v_{\perp 0}$ are the components of the velocities \mathbf{v} and \mathbf{v}_0 perpendicular to \mathbf{B} , is an adiabatic invariant. Although μ is not a true constant of the motion, one can assume that it is conserved to a good approximation for all electrons and ions in the solar wind, since their gyroradius is small compared to the magnetic field scale height. Note that for neutral particles the angular momentum is conserved and is in this case the second constant of motion (Brandt & Chamberlain 1960).

The trajectories of the particles moving along magnetic field lines depend on their velocity and pitch angle at the exobase. According to the Lemaire & Scherer's (1970; 1971a) terminology, four different classes of trajectories can be identified: trapped, incoming, escaping and ballistic particles (see Tables I and II in Lemaire & Scherer 1971a). In the present application to the solar wind, we consider only electrons on escaping, ballistic and trapped trajectories, and protons on escaping trajectories. Indeed, due to the postulated absence of collisions above the exobase, no particles, in principle, are backscattered in the downward loss cone.

Once a VDF f_0 is assumed at the exobase level τ_0 , the VDF f at any location τ in the exosphere is uniquely determined by Liouville's theorem. The VDFs $f_e(\phi_E(\tau))$ and $f_p(\phi_E(\tau))$ are functions of the electric potential at τ , $\phi_E(\tau)$, as well as all the moments of these VDFs, and in particular the electron and proton densities $n_e(\phi_E)$ and $n_p(\phi_E)$. The quasi-neutrality condition $n_e(\phi_E) = n_p(\phi_E)$ is then used to determine, by an iterative method, the value of ϕ_E at any altitude τ in the exosphere. The iterative process is stopped when the estimation of $\phi_E(\tau)$ is adequate to a required precision. Then, it is possible to determine the values of all the other moments of the VDFs, i.e., the flux of particles, their pressure, or their temperatures at any distance τ , by integrations of the VDF over the velocity space for both the electrons and the ions. On the contrary, if $n_e(\phi_E) \neq n_p(\phi_E)$, to the required precision, then a new iteration is needed to calculate $\phi_E(\tau)$.

Strictly speaking, one should solve Poisson's equation instead of imposing quasi-neutrality in the previous iteration process. But for scales much greater than the Debye length, which is the case here, the quasi-neutrality condition provides a very good first approximation for the electrostatic potential distribution in the solar wind (see Lemaire et al. 1991).

Finally, we have neglected Sun's rotation in the present work, by assuming a radial interplanetary magnetic field $B(\tau)$ varying as τ^{-2} . This assumption can be relaxed but at the expenses of tedious mathematical development. Based on earlier attempts by Chen et al. (1972), we have considered that such an effort is not essential in the framework of this first paper on this topic. It is probably not worth the effort, firstly, because $B(\tau)$ is roughly radial up to 1 AU, and secondly, because, as shown by Chen et al. (1972), the introduction of a spiral magnetic field distribution $B(\tau)$ modifies only the temperature anisotropies (by diminishing them) but not the other parameters, as the density, bulk velocity and the average temperature.

2.3. Why using a Kappa distribution ?

The Maxwellian VDF is not the only solution of the Vlasov equation: there are an infinite number of collisionless solutions. The generalized Lorentzian or Kappa function f_{κ} is one of them. It is defined by:

$$f^{\kappa}(v) = \frac{n}{2\pi(\kappa v_{\kappa}^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)\Gamma(3/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa v_{\kappa}^2}\right)^{-(\kappa+1)} \quad (2.7)$$

where $\Gamma(x)$ is the Gamma function and v_κ is an equivalent thermal speed, related to the equivalent temperature $T_\kappa = m\langle v^2 \rangle / 3k$ by:

$$v_\kappa = \left(\frac{(2\kappa - 3) k T_\kappa}{\kappa m} \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

Figure 2 illustrates different examples of Kappa functions. They are all normalized to the same value at $v = 0$: $f(0) = 1$. For velocities v smaller or comparable to v_κ , the Kappa VDF, for any value of $\kappa \geq 2$, is rather close to a Maxwellian having the same thermal speed. However, the equivalent Kappa temperature T_κ is related to the Maxwellian one T_M , by $T_\kappa = \frac{\kappa}{\kappa-3/2} T_M$. For $v \gg v_\kappa$, the Kappa VDF decreases with v as a power law ($f^\kappa \propto v^{-\kappa}$). From Figure 2 we can also see that in the limit $\kappa \rightarrow +\infty$, f^κ degenerates into a Maxwellian VDF and $T_{\kappa \rightarrow \infty} = T_M$.

Beyond the fact that the Kappa VDF is convenient to model space plasma VDFs, there is an interesting property, pointed out by Scudder (1992a), which justifies its use. Indeed, if the VDF at the exobase is a Kappa function f_0^κ , the VDF at any distance r in the exosphere becomes then

$$f(v^2, r) = f_0^\kappa \left(\frac{v^2}{1 + \mathcal{V}^2(r)/\kappa v_{\kappa 0}^2} \right) \times \left(1 + \frac{\mathcal{V}^2(r)}{\kappa v_{\kappa 0}^2} \right)^{-(\kappa+1)} \quad (2.9)$$

where $\mathcal{V}(r)$ is defined by

$$\mathcal{V}^2(r) = 2(\phi_g(r) - \phi_g(r_0)) + \frac{2Ze}{m}(\phi_E(r) - \phi_E(r_0)), \quad (2.10)$$

It can be seen that this function keeps the shape of a Kappa VDF with the same index κ .

An ion-exosphere model with Kappa VDFs has been applied to the plasmasphere by Pierrard & Lemaire (1996). In the appendix, we describe the application of this new exospheric model to describe the coronal evaporation and solar wind flow.

2.4. Are the VDFs in the solar wind well represented by Kappa functions ?

Often the VDFs in space plasmas are observed to be quasi-Maxwellian up to the mean thermal velocities, while they have non-Maxwellian suprathermal tails at higher velocities or energies. The Kappa function is very convenient to model these VDFs, since it fits both the thermal as well as the suprathermal parts of the observed energy spectrae (Kivelson & Russell 1995). Up to now, the solar wind electron VDFs have usually been fitted to the sum of two isotropic Maxwellian VDFs: a core and a halo (see for instance Feldman *et al.* 1975). But as shown on Figure 3 and previously pointed out by Vasyliunas (1968), a Kappa VDF is a more economic alternative to the core/halo model. On this Figure we present a typical electron VDF in the solar wind, reported by Feldman *et al.* (1975) (see Figure 16 in their paper). The diamonds represent the observed points of the VDF while the dashed lines represent the Feldman *et al.*'s double-Maxwellian core/halo fit. We have fitted the observed VDF with a Kappa model. The result is represented by the solid line on Figure 3; the best fit for the suprathermal halo is obtained for $\kappa_e = 4.0$. Furthermore, we have shown that the variance of the dispersions between the observations and the model is slightly lower with the Kappa model (0.164) than with the core/halo one (0.172). Note, however, that the latter variances have been computed in the velocity range from $\approx 2 \cdot 10^7$ m/s to $\approx 2 \cdot 10^7$ m/s and that, beyond $2 \cdot 10^7$ m/s, the Kappa model falls off more slowly than the observations. But at these higher energies and low flux values the reliability of the observations is also questionable.

The results obtained in this paper remain qualitatively valid when two Maxwellians (core/halo) VDFs are used to represent the velocity distribution of the electrons in the solar wind, instead of one single Kappa VDF. VDFs which have suprathermal tails can be considered to be produced by Scudder's (1992a) "velocity filtration" mechanism. Furthermore, it was shown graphically by Scudder (1992a) and analytically by Meyer-Vernet *et al.* (1995) that the "velocity filtration" mechanism leads also to positive temperature gradients when the total potential for the particles is an increasing function of the altitude, which is the case in the corona below the exobase, and when the VDF is a sum of two or more Maxwellians.

The choice of the parameter κ

When a large number of solar wind electron VDFs, observed with the electron spectrometer on Ulysses, are fitted with Kappa functions, one finds that the parameter κ_e globally ranges from 3 to 6 (Maksimovic *et al.*, 1997).

Since the total potential energy for the protons is a decreasing function of the altitude, they all tend to escape and their evaporation flux does not significantly depend on the index κ_p of their VDF. This is one of the reasons why our model results presented in the next section are relatively insensitive to the value of κ_p . Thus, all the following results have been obtained for κ_p set equal to 500, i.e., the proton's VDF is assumed to be almost Maxwellian.

3. The results of the Kappa exospheric model

In this section, we present the plasma densities, bulk speed and temperatures obtained at 1 AU with our new exospheric model. In order to explore the influence of a change of the index κ_e , we have used four different values for the electron κ index: $\kappa_e = 2$, which is the lowest permissible value; $\kappa_e = 3$ and $\kappa_e = 6$, which correspond to the range deduced from the observations by Maksimovic *et al.* (1997); and finally $\kappa_e = 500$, which coincides almost to a Maxwellian electron VDF.

3.1. The solar wind at 1 AU: model calculations

The electrical potential Φ_E (a), density n (b) and electron (c) and proton (d) average temperatures T_e and T_p obtained at 1 AU with our kinetic model are displayed in Figures 4 a,b,c,d, as a function of the electron temperature T_{e0} at the exobase. The average temperatures are defined by $\langle T \rangle = (T_{\parallel} + 2T_{\perp})/3$, T_{\parallel} and T_{\perp} derived from the pressure-tensor components parallel and perpendicular to the magnetic field direction. As indicated in Table 1, the choice of a value for T_{e0} determines uniquely the other boundary conditions (T_{p0} , n_{p0} , n_{e0}) at the exobase. The five successive points on the curves shown in Figure 4 correspond to the five sets of exobase condition given in Table 1. Each curve corresponds to a different value of κ_e .

3.2. Comparison with solar wind observations at 1 AU

The horizontal dotted lines in Figure 4 correspond to the ranges within which the four physical quantities are usually observed at 1 AU. The density and proton temperature are usually observed to range between 1.0 and 30 cm^{-3} and between 10^4 and $2 \cdot 10^5$ K respectively (see Feldman *et al.* 1978). Taking into account the ranges within which the core/halo electron densities and temperatures were observed by Feldman *et al.* (1975), the average total electron temperature T_e range roughly between $5 \cdot 10^4$ and $1.2 \cdot 10^6$ K at 1 AU. The interplanetary electrical potential difference between the exobase and 1 AU can be determined assuming that the core/halo parametrization reflects the existence of two electron populations predicted by some previous exospheric theories of the solar wind (Jockers 1970; Schuls & Eviatar 1972; Perkins 1973). With this assumption, the core/halo breakpoint energy could be associated to the difference of electrical potential energy (Feldman *et al.* 1975; McComas *et al.* 1992). These authors found that the electrical potential at 1 AU, deduced from the breakpoint energy, ranges between 20 and 130 Volts.

It can be seen in Figure 4 that the values of the density and temperatures observed at 1 AU and the electrical potential difference are well reproduced in our model with values of κ_e ranging between 2 and 6.

3.3. The high speed solar wind and its origins

The aim of this section is to compare the results on the solar wind expansion speed obtained with our kinetic approach to those of the classical hydrodynamic one.

The expansion speed at 1 AU

The expansion bulk speed at 1 AU obtained in our model is displayed in Figure 5 as a function of T_{e0} and for three values of the κ_e index: $\kappa_e = 2$, $\kappa_e = 3$ and $\kappa_e = 6$. Note first a general tendency for the bulk speed V to increase with the temperatures at the exobase, T_{e0} and T_{p0} . Indeed, the average velocity of the escaping particles, which is the solar wind bulk speed, is an increasing function of the temperature and the width of the VDFs at the exobase: like in planetary atmospheres, when the width of a VDF is enhanced at the exobase, the number of particles with a velocity greater than the escaping velocity v_i is equally enhanced, and thus the average velocity of those particles is also increased.

But, as shown in Figure 5, increasing the spread of the VDFs at the exobase is not the only way of increasing the solar wind bulk speed at 1 AU. The same result can be obtained for the electron VDF by decreasing κ_e . Indeed, we have shown that the average bulk velocity of the escaping particles increases when κ_e decreases; in other words:

$$\frac{\int_{v_i}^{+\infty} d^3v v \cdot f^\kappa(v)}{\int_{v_i}^{+\infty} d^3v f^\kappa(v)} \nearrow \text{ when } \kappa_e \searrow$$

This is the main result of the present study. It confirms a similar conclusion by Scudder (1992b), who analyzed the implication of his "velocity filtration" mechanism on the asymptotic form of Parker's (1963) isothermal solution for the bulk speed. Therefore, there is less need to refer to any additional (ad-hoc) heating mechanism in the outer corona, in order to increase the solar wind bulk speed, as it is often postulated in hydrodynamic model calculations.

In our model, the only physical input ingredients are the coronal density and temperatures at the exobase. Among the various hydrodynamic models of the solar wind, the one which is most comparable to our exospheric model, in terms of sophistication, is Parker's (1963) thermally driven solar wind model. This latter model does not include pressure anisotropies of the coronal fluid and no magnetic effects (which is equivalent to a radial magnetic field or a non rotating Sun); as our exospheric model, Parker's model is based on the assumption of a unique energy source: heat entering at the base of the corona which is converted into expansion bulk energy like in a de-Laval nozzle. Note also that Parker (1963) showed rather generally that the temperature achieved at the critical point determines the asymptotic wind speed in a way almost totally independent of the form of the energy equation. In Figure 5 the solar wind bulk speed at 1 AU obtained from Parker's solutions (heavy dashed line) compare our exospheric approach. Parker's solutions have been computed for a spherical coronal expansion and a heliospheric temperature distribution of $T \propto r^{-0.5}$, which corresponds to an average gradient obtained from spacecraft observations. It is interesting to point out that Parker's bulk speed at 1 AU is almost identical to that for the kinetic solutions with Maxwellian VDFs or for $\kappa_e = \kappa_p = 500$. On the other hand, one can see in Figure 5 that if one diminishes the value of κ_e below 6, then the Kappa exospheric model yields bulk speeds larger than the hydrodynamic one. Unlike the thermally driven hydrodynamic model, our exospheric model for the solar wind yields high bulk speed winds (600 - 800 km/s), provided the value of κ_e is small enough (2 - 3). Therefore our simple kinetic model of the solar wind leads to high velocities comparable to those obtained in hydrodynamic models when additional MHD wave energy deposition is artificially added in the outer corona. Similar conclusions are reached by Scudder (1992b). Our work is therefore reinforcing his pioneering work.

The expansion speed/coronal temperature anticorrelation

In the second half of the 70's, the Skylab observations indicated that the coronal holes are the sources of the fast solar wind streams (Neupert & Pizzo 1974; Nolte *et al.* 1976; Krieger *et al.* 1973). The coronal holes plasma has a lower temperature than the equatorial active regions of the corona: $\approx 10^6$ K for the coronal holes and $\approx 2 \cdot 10^6$ for the equatorial active regions (Withbroe & Noyes 1977). According to Parker's hydrodynamic model, the asymptotic solar wind bulk velocity decreases when the coronal temperature is lowered. The anticorrelation observed between the solar wind bulk speed and the coronal temperature seemingly has remained a puzzling feature for many years.

Our exospheric Kappa model offers an explanation for this anticorrelation. The three profiles of the bulk speed at 1 AU displayed in Figure 5 have been obtained for constant values of κ_e . But, of course, the index κ_e may change with the temperature at the exobase. Indeed, as it is shown Table 1, the Coulomb collision times are very different for the case A (≈ 1520 seconds) and for the case E (≈ 160 seconds), assuming the radial electron density distribution remains the same in both cases. The difference is also important regarding the m.f.p. of the particles in the case A ($3.4 r_\odot$) and in the case E ($0.7 r_\odot$). Considering that non-Maxwellian features develop preferentially in cold and less dense coronal hole region, where the Coulomb collision time is large, one may infer that the value of κ_e for the low temperature model (A) can be smaller than that of the hotter models (B, C, D & E). Therefore, it is likely that in the case A the tail of the VDF at the exobase is more populated than in the case E: the value of κ_e for the case A should therefore be smaller than for the case E. Based on this hypothesis, Figure 5 offers a possible explanation for the anticorrelation between the bulk speed observed at 1 AU and the coronal temperatures T_{e0} & T_{p0} . Indeed, from Figure 5 and Table 2 it can be seen that in case A, corresponding to a low coronal temperature ($T_{e0} = 10^6$ K) but with a highly non-Maxwellian electron VDF ($\kappa_e = 2$), one obtains a higher speed solar wind at 1 AU, than for instance in the case C corresponding to a higher coronal temperature ($T_{e0} = 2 \cdot 10^6$ K) and a nearly Maxwellian electron VDF ($\kappa_e = 500$). Fairfield & Scudder (1985) came to the same conclusion more than ten years ago. Our quantitative calculation reinforces their contention.

Table 2. The 1 AU bulk speed/coronal temperature anticorrelation

	Exobase	Parameters κ	Bulk Speed at 1 AU
Typical coronal hole conditions	A	$\kappa_p = 500, \kappa_e = 2$	547 km/s
Typical equatorial region conditions	C	$\kappa_p = 500, \kappa_e = 500$	333 km/s

Conclusion

The results presented in this paper indicate that high speed solar wind streams can be explained provided the electron VDFs in coronal holes have enhanced high velocity tails, in contrast to the VDFs in the equatorial regions, which would be closer to that of a Maxwellian VDF due to the larger collision frequency there. It is possible also that the coronal magnetic field topology, whose effects have been neglected in the first series of exospheric models, plays a role by modifying the electron density and consequently the frequency of Coulomb collisions. In coronal holes the lines are "open", while in equatorial active regions there are closed loops where the particles can accumulate and collide more frequently. The consequence is that in the equatorial regions the Coulomb collision time is indeed smaller compared to that in the polar regions where magnetic field lines are more stretched out into interplanetary space. Therefore, the plasma should be closer to the Maxwellian equilibrium near the equator than in coronal holes. If the overall dipolar magnetic field topology of the Sun is the cause of the latitudinal density distribution, with higher densities at the equator than over the polar regions or in coronal holes, our assumption about the variation of the index κ_e versus heliographic latitude is then fully justified.

4. Summary

The present paper describes the first exospheric model (or zero-order kinetic model) of the solar wind based on Kappa velocity distribution functions for the electrons and protons escaping out of the corona.

1. We have shown that such kinetic models account rather satisfactorily for the main features of the solar wind. The electrostatic potential differences between the corona and the interplanetary space, the solar wind densities and temperatures obtained with these models fall within the ranges observed for these parameters at 1 AU.

2. In contrast with Parker's hydrodynamic models of the solar wind, with similar boundary conditions in the corona, the present kinetic model is able to predict the high speed solar wind without unreasonably large coronal temperatures and without additional heating of the outer region of the corona, as it is needed in hydrodynamic models to achieve the same solar wind speed.

3. Finally, our kinetic model offers a possible clue for a key feature of the solar wind flow which remained puzzling up to now, i.e., that the fastest solar wind flows originate from the coolest temperature regions in the corona (i.e., the coronal holes). It reinforces a similar conclusion obtained earlier by Fairfield & Scudder (1985): the electron VDFs in the cold coronal holes, which are the source of the high speed streams, possess an enhanced high velocity tail, which is simulated here by a Kappa function with a small value of κ_e , while in hot equatorial regions; from where the slow solar wind originates, the electron VDFs are closer to the Maxwellian equilibrium corresponding to $\kappa_e = \infty$.

Appendix A: The application of the generalized Lorentzian ion-exosphere model to the coronal evaporation and the solar wind flow

In this appendix we describe the application of the generalized Lorentzian ion-exosphere model, originally developed by Pierrard & Lemaire (1996), to the solar wind case. As indicated in the introduction, our new kinetic models are generalization of the ion-exosphere models by Lemaire & Scherer (1970; 1971a; 1973) which are based on Maxwellian VDFs.

The classes of particles

When the VDF is given at an exobase reference level, the VDF is then uniquely determined in the exosphere at higher altitudes in the collisionless region. The velocity space is divided into various domains corresponding to different classes of orbits in the gravitational potential $\Phi_g(r)$, electrostatic potential $\Phi_E(r)$ and magnetic field distribution which is assumed to have radial field lines corresponding to a non-rotating Sun. In order to characterize these different orbits, it is convenient to introduce $q(r)$, the dimensionless total potential energy of a particle by:

$$q(r) = \frac{m\Phi_g(r) + Ze\Phi_E(r) - m\Phi_g(r_0) - Ze\Phi_E(r_0)}{kT_0}$$

At r_0 , $q = 0$. The radial distribution of q , for $r > r_0$, depends on the charge and mass of the particle. We consider a plasma containing electrons and protons only, i.e., without minor ionic constituents. In that case, it can be shown that the potential energy q_e for the electrons is a monotonically increasing function of the exospheric distance r , at least up to several AUs. This results from the fact that the electrical potential difference between the coronal exobase and infinity exceeds substantially the value Pannekoek-Rosseland potential (Lemaire & Scherer, 1969).

Thus, there are four possible classes for the electrons: trapped, incoming, escaping and ballistic electrons (see Tables I and II in Lemaire & Scherer, 1971a). In the present solar wind model, we consider only escaping, ballistic and trapped electrons: the incoming electrons are missing in the VDF. Since we assume that the trapped electrons are in thermal equilibrium with those which are escaping, the moments of the electron VDF up to the third order are given by the expressions (5) to (34) in Pierrard & Lemaire (1996).

For the protons, on the contrary, it can be shown that the potential energy q_p is a decreasing function of the exospheric distance r . As a consequence, there are no trapped nor ballistic protons: in our solar wind kinetic model all the protons are accelerated upwards and escaping out of the gravitational potential by the outward directed polarization electric field. In that case, the moments of the proton VDF are given by the expressions (40) to (44) and (50) to (52) in Pierrard & Lemaire (1996).

The electric potential

As already pointed out by Pikel'ner (1950), the use of the Pannekoek-Rosseland electric potential for the expanding corona is unrealistic because the escape flux of electrons exceeds the proton flux by a factor of $\sqrt{m_p/m_e}$, with the consequence that there would be a continuous positive charge deposition at the base of the corona. Thus a realistic electric potential $\Phi_E(r_0)$ at the exobase is that for which the flux of the accelerated protons is equal to the outward flux of escaping electrons. The flux of escaping electrons and the flux of protons are given respectively by equation (26) and equation (41) in Pierrard & Lemaire (1996). The value of $\Phi_E(r_0)$ for which they are exactly equal, depends on the plasma density and temperatures at the exobase altitude r_0 . The flux of protons is not very sensitive to the value of κ_p . On the contrary, the evaporation flux of the electrons is very sensitive to the value of the index κ_e . This explains why the solar wind density, bulk speed and temperatures at 1 AU, predicted by our new exospheric model, are most dependent on the value of κ_e , but are relatively insensitive to the existence of a suprathermal tail in the proton VDF, i.e., to the value of κ_p .

Once the electric potential is determined at the exobase from the zero electric current condition, the radial distribution of $\Phi_E(r)$ is determined to satisfy the electrical quasi-neutrality equation at all the radial distances r : $\Phi_E(r)$ is obtained by solving the equation $n_p = n_e$, where the electron (n_e) and proton (n_p) densities are given by equations (5), (25), (30) and (40) in Pierrard & Lemaire (1996). The solar wind exospheric density, particles fluxes and kinetic pressures can then be obtained by substituting $\Phi_E(r)$ in the expressions for the moments of the proton and electron VDFs.

References

- Boltzmann L., 1875, Wien. Ber. 72, p. 427
- Brandt J.C., Chamberlain J.W., 1960, Phys. Fluids 3, 485
- Burlaga L.F., Ogilvie K.W., 1973, J. Geophys. Res. 78, 2028
- Chamberlain J.W., 1960, ApJ 131, 47
- Chen W.M., Lai C.S., Lin H.E., Lin W.C., 1972, J. Geophys. Res. 77, 1
- Cuperman S., Harten A., 1970, ApJ 162, 315
- Cuperman S., Harten A., 1971, ApJ 163, 383
- Fairfield D.H., Scudder J.D., 1985, J. Geophys. Res. 90, 4055
- Feldman W.C., Asbridge J.R., Bame S.J., Montgomery M.D., Gary S.P., 1975, J. Geophys. Res. 80, 4181
- Feldman W.C., Asbridge J.R., Bame S.J., Gosling J.T., 1978, J. Geophys. Res. 83, 2177
- Griffel D.H., Davis L., 1969, Planet. Space Sci. 17, 1009
- Hartle R.E., Barnes A., 1970, J. Geophys. Res. 75, 6915
- Hartle R.E., Sturrock P.A., 1968, ApJ 151, 1155
- Hollweg J.V., 1976, J. Geophys. Res. 81, 1649
- Hundhausen A.J., 1972, Coronal expansion and Solar Wind, Springer-Verlag, Berlin
- Jeans J.H., 1923, The dynamical theory of gases, Cambridge Univ. Press, New York
- Jockers K., 1970, A&A 6, 219
- Kivelsom M.G., Russel C.T., 1995, Introduction to Space Physics, Cambridge Univ. Press, p. 37
- Krieger A.S., Timothy A.F., Roelof E.C., 1973, Sol. Phys. 23, 123
- Leer E., Holzer E., Fla T., 1982, Space Sci. Rev. 33, 161
- Lemaire J., Scherer M., 1969, Compt. Rend. Acad. Sci. Paris 269B, 666
- Lemaire J., Scherer M., 1970, Planet. Space Sci. 18, 103
- Lemaire J., Scherer M., 1971a, Phys. Fluids 14, 1683
- Lemaire J., Scherer M., 1971b, J. Geophys. Res. 76, 7479
- Lemaire J., Scherer M., 1973, Rev. Geophys. & Space Phys. 11, 427
- Lemaire J., Barakat A., Lesceux J.M., Shisgal B., 1991, in Rarefied Gas Dynamics, Ed. A.E. Beylich, VCH Verlags gesellschaft mbH, Aeronomica Acta A. 357, pp. 417
- Maksimovic M., Pierrard V., Riley P., 1997, *Ulysses electron distributions fitted with Kappa functions: towards a new kinetic model of the solar wind?*, submitted to Geophys. Res. Lett.
- Maxwell J.C., 1873, Nat 8, 537,
- McComas D.J., Bame S.J., Feldman W.C., Gosling J.T., Phillips J.L., 1992, Geophys. Res. Lett. 19, 1291
- Meyer-Vernet N., Moncuquet M., Hoang S., 1995, Icarus 116, 202
- Montgomery M.D., Bame S.J., Hundhausen A.J., 1968, J. Geophys. Res. 73, 4999
- Neupert W.M., Pizzo V., 1974, J. Geophys. Res. 79, 3701
- Newkirk G.J., 1967, ARA&A 5, 213
- Nolte J.T., et al, 1976, Sol. Phys. 46, 303
- Olbert S., 1982, in Solar Wind Five, ed. M. Neugebauer, NASA conference publication 2280, p. 149
- Pannekoek A., 1922, Bull. Astron. Inst. Neth. 1, p. 107.
- Parker E.N., 1958, ApJ 128, 664
- Parker E.N., 1963, Interplanetary dynamical processes, Interscience, New York
- Perkins R.W., 1973, ApJ 179, 637
- Pierrard V., Lemaire J., 1996, J. Geophys. Res. 101, 7923
- Pikel'ner, S.B., 1950, Isv. Krymskoj Astrofis. Obs. 5, 34
- Pottasch S.R., 1960, ApJ. 131, 68
- Rosseland S., 1924, MNRAS 84, 720
- Schuts M., Eviatar A., 1972, Cosmic Electrodynamics 2,402
- Scudder J.D., 1992a, ApJ 398, 299
- Scudder J.D., 1992b, ApJ, 398, 319
- Shisgal B., 1977, Planet. Space Sci. 25, 203
- Spitzer L. Jr., 1949, The Atmospheres of the Earth and Planets. In: Kuiper G.P. (ed.), Univ. Chicago Press III, p. 213
- Spitzer L.Jr., 1962, Physics of fully ionised gases, Interscience, New York
- Sturrock P.A., Hartle R.E., 1966, Phys. Rev. Lett. 16, 628
- Vasyliunas V.M., 1968, J. Geophys. Res. 73, 2839
- Whang Y.C., Liu C.K., Chang C.C., 1966, ApJ 145, 255
- Withbroe G.L., Noyes R.W., 1977, ARA&A 15, 363
- Withbroe G.L., 1988, ApJ 325, 442
- Wolff C.L., Brandt J.C., Southwick R.G., 1971, ApJ 165, 181

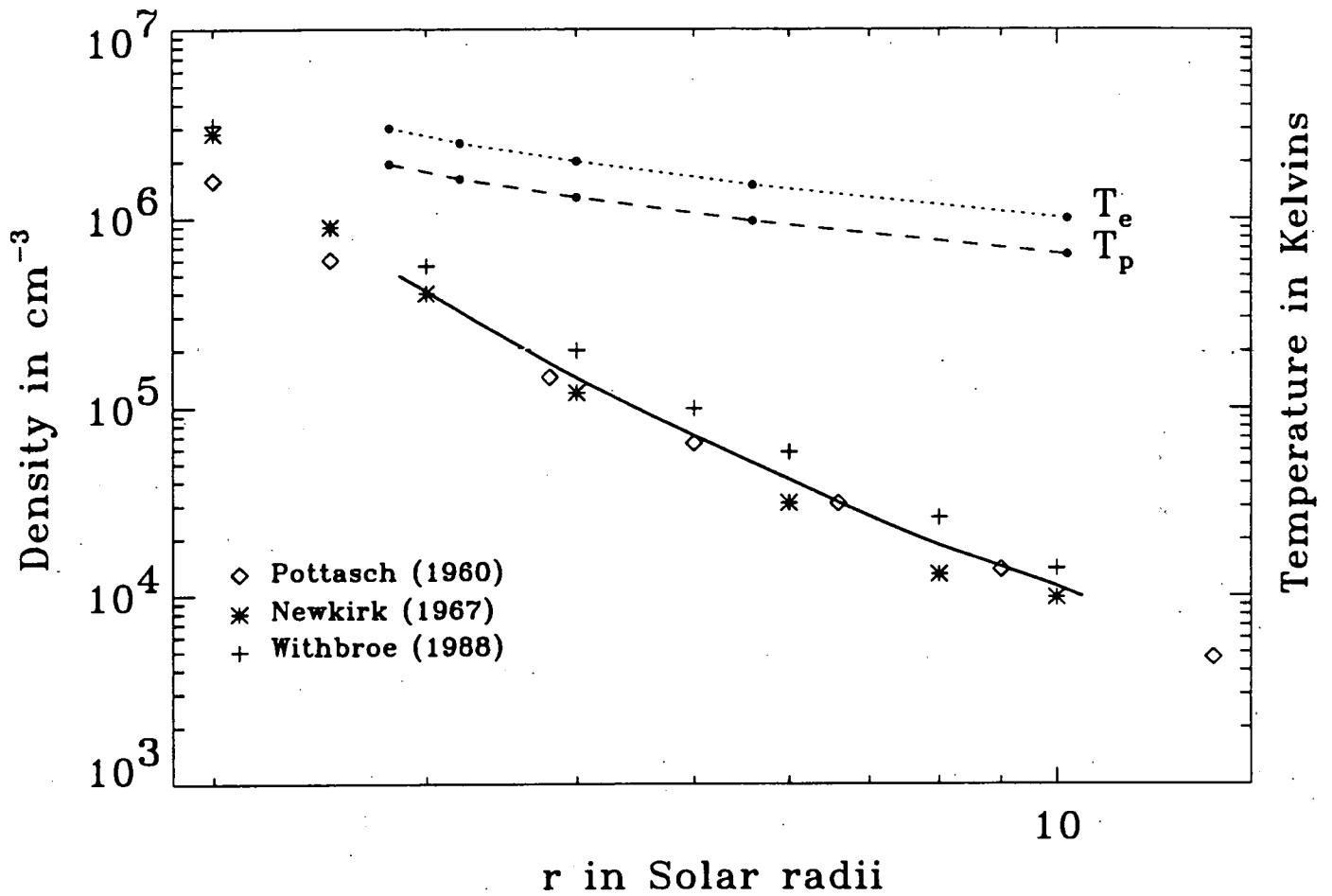


Fig. 1. Different radial density profiles in the corona as given by Pottasch (1960) (diamonds), Newkirk (1967) (stars) and Withbroe (1988) (crosses) and the average radial density profile (solid line) determined by interpolation from these three sets. The electron (dotted line) and proton (dashed line) radial temperature profiles are determined by equaling the density scale height and the particle mean free paths (see in the text). The points on the temperatures curves correspond to the set of exobase conditions given in Table 1.

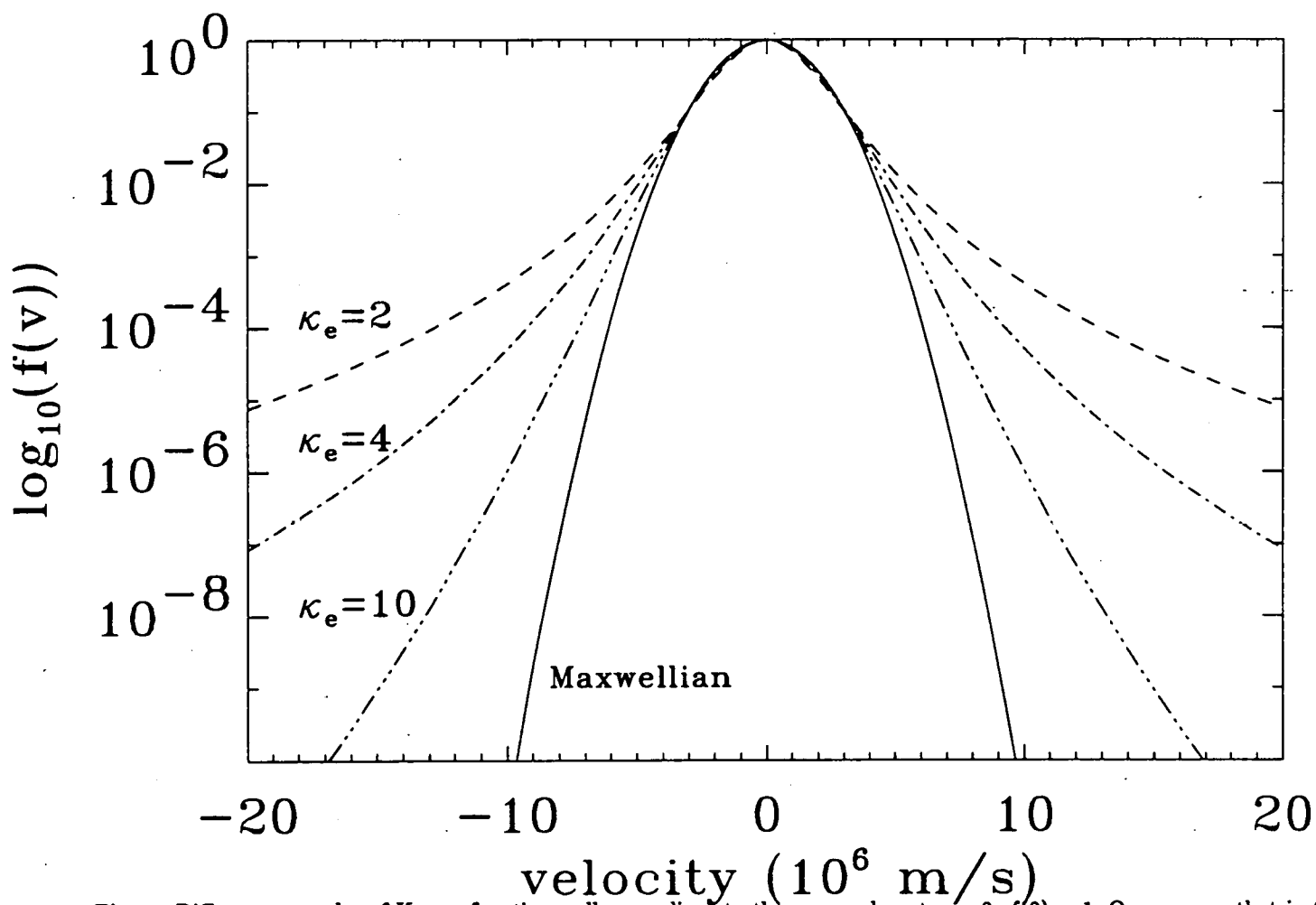


Fig. 2. Different examples of Kappa functions, all normalised to the same value at $v = 0$: $f(0) = 1$. One can see that in the limit $\kappa \rightarrow +\infty$, the functions degenerates to a Maxwellian or Gaussian function (solid line).

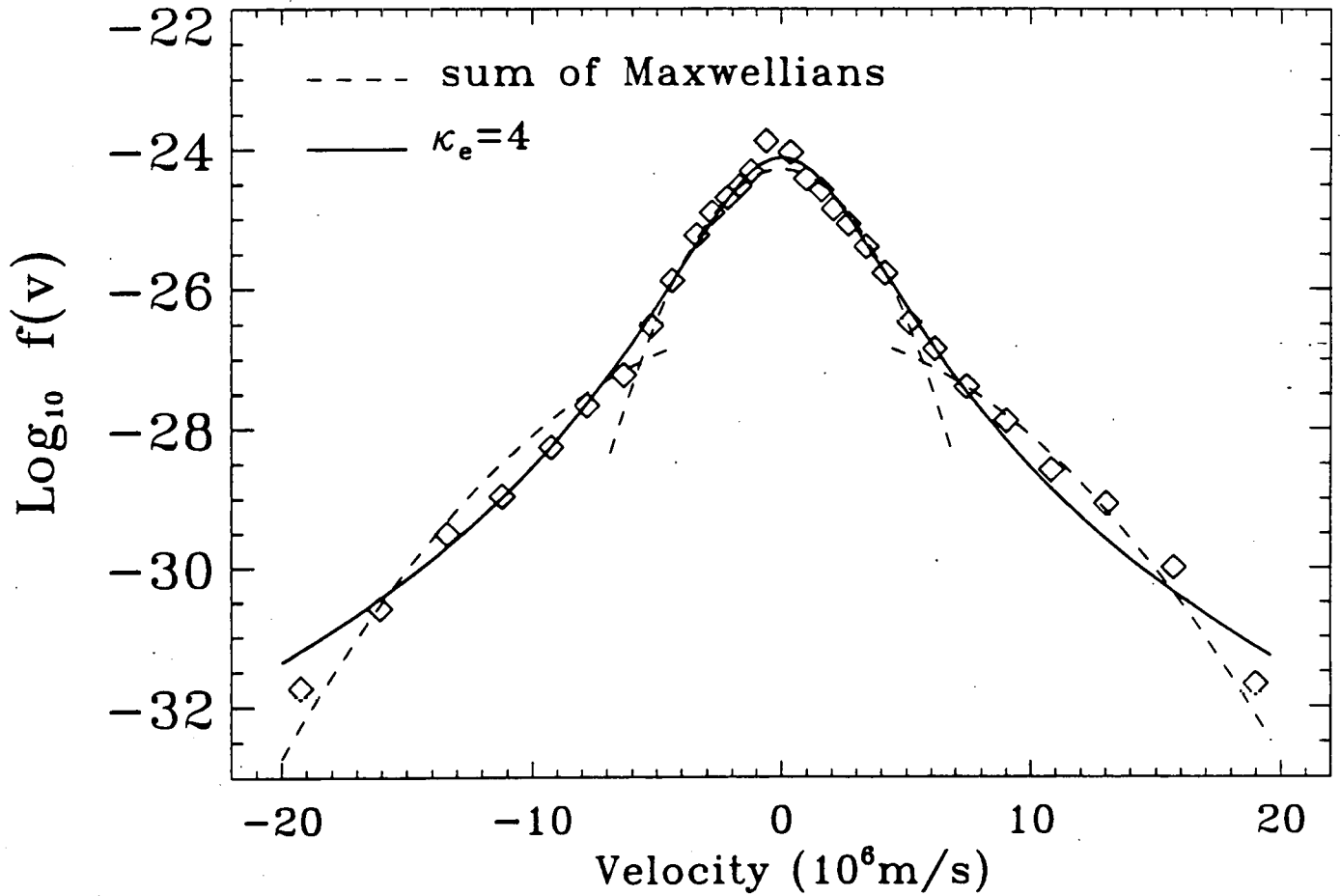


Fig. 3. Electron VDF in the solar wind (diamonds) as reported by Feldman *et al.* (1975). The dashed lines correspond to the classical model made of the sum of two Maxwellians: a core ($n_c = 30.8 \text{ cm}^{-3}$ and $T_c = 1.6 \cdot 10^5 \text{ K}$) and a halo ($n_h = 2.2 \text{ cm}^{-3}$ and $T_h = 8.9 \cdot 10^5 \text{ K}$). The full line represents our fit with a Kappa model ($n = 33.9 \text{ cm}^{-3}$, $T_\kappa = 1.9 \cdot 10^5 \text{ K}$ and $\kappa_e = 4$). Note that the Kappa model is a more economic alternative since it needs one parameter less to fit.

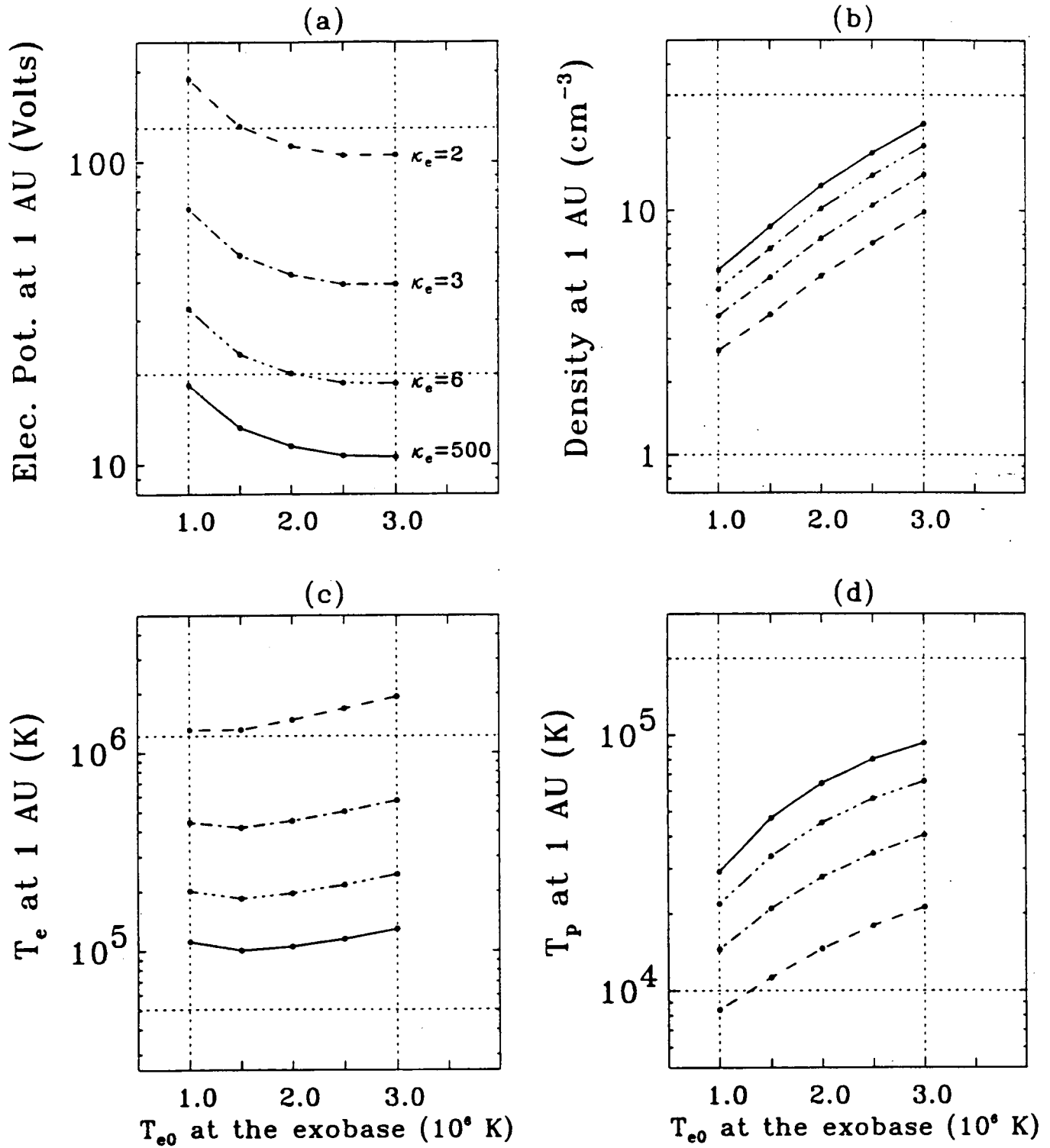


Fig. 4. The electrical potential Φ_E (a), density n (b) and electron (c) and proton (d) average temperatures T_e and T_p obtained at 1 AU with the present kinetic model, as functions of the electron temperature T_{e0} at the exobase and for the four values $\kappa_e = 2$, $\kappa_e = 3$, $\kappa_e = 6$ and $\kappa_e = +\infty$.

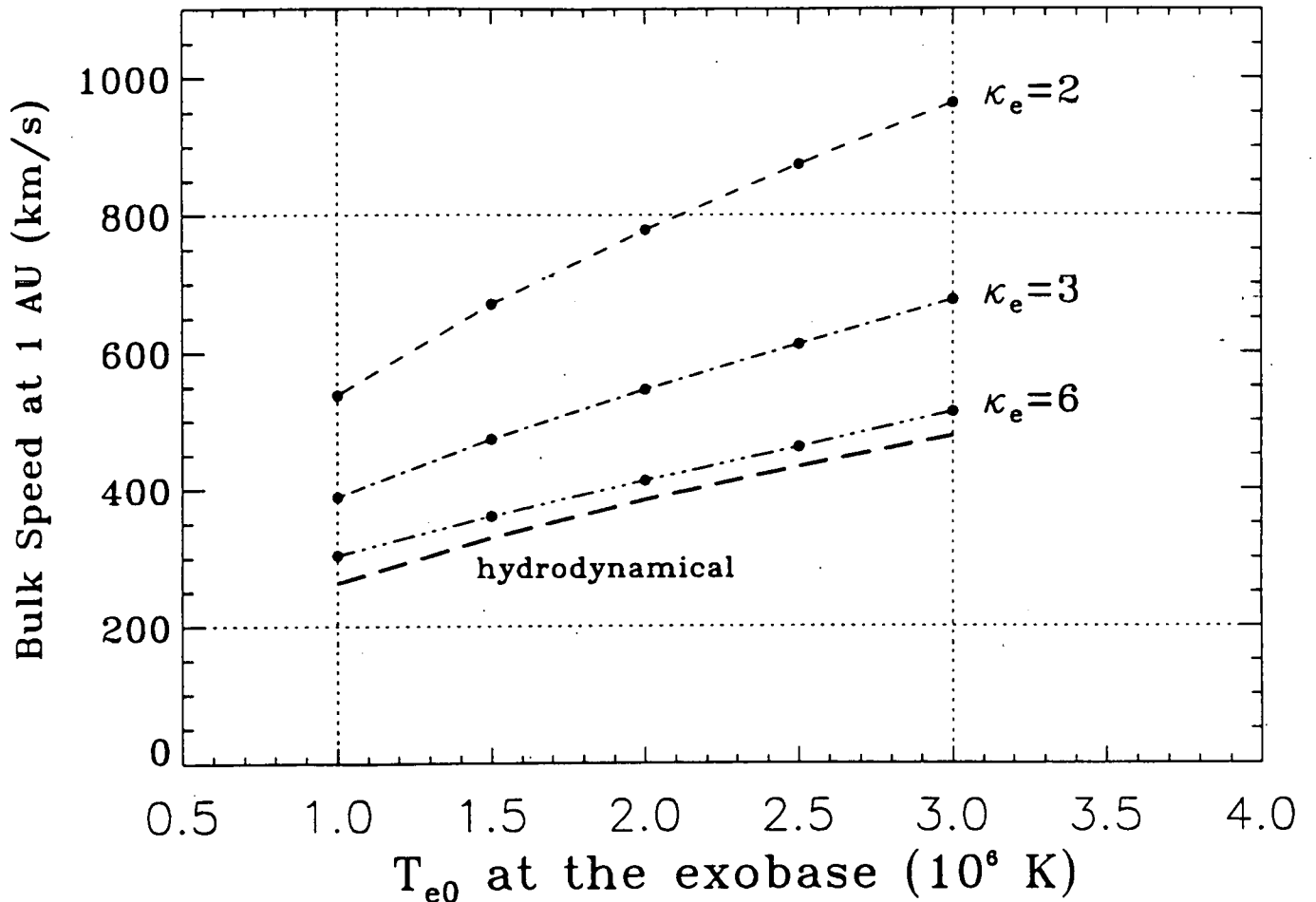


Fig. 5. The expansion bulk speed obtained at 1 AU with the present model, as a function of T_{e0} and for the three values $\kappa_e = 2$, $\kappa_e = 3$ and $\kappa_e = 6$: One can note that the high speed solar wind streams (600-800 km/s) can be explained if the electron VDFs in the corona have high velocity tails, i.e., small values of κ_e (2-3).

Références

- Abe, T., B. A. Whalen, A. W. Yau, S. Watanabe, E. Sagawa, and K. I. Oyama, Altitude profile of the polar wind velocity and its relationship to ionospheric conditions, *Geophys. Res. Lett.*, *20*, 2825, 1993.
- Abramowitz, M., and I. A. Stegun (Eds.), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, Mincola, N. Y., 1968.
- Axford, W. I., The polar wind and the terrestrial helium budget, *J. Geophys. Res.*, *73*, 6855, 1968.
- Balescu, R., Transport processes in plasmas, vol. 1 and 2, North Holland, Amsterdam, 1988.
- Banks, P. M., and T. E. Holzer, The polar wind, *J. Geophys. Res.*, *73*, 6846, 1968.
- Banks, P. M., and T. E. Holzer, High latitude plasma transport: The polar wind, *J. Geophys. Res.*, *74*, 6317, 1969.
- Banks, P.M., et G. Kockarts, *Aeronomy*, Academic Press, New-York, 785 p., 1973.
- Barakat, A. R., and J. Lemaire, Monte Carlo study of the escape of a minor species, *Phys. Rev. A*, *42*, 6, 3291, 1990.
- Barakat, A. R., and I. A. Barghouthi, The effect of wave-particle interactions on the polar wind: preliminary results, *Planet. Space Sci.*, *11*, 987, 1994a.
- Barakat, A. R., and I. A. Barghouthi, The effect of wave-particle interactions on the polar wind O^+ , *Geophys. Res. Lett.*, *21*, 2279, 1994b.
- Barakat, A. R., and R. W. Schunk, Effect of hot electrons on the polar wind, *J. Geophys. Res.*, *89*, 9771, 1984.
- Barakat, A. R., I. A. Barghouthi, and R. W. Schunk, Double-hump H^+ velocity distributions in the polar wind, *Geophys. Res. Lett.*, *22*, 1857, 1995.
- Barghouthi, I. A., A. R. Barakat, R. W. Schunk, and J. Lemaire, H^+ outflow in the polar wind: A Monte Carlo simulation, *EOS Trans. AGU*, *71*, A10, 1493, 1990.
- Barghouthi, I. A., A. R. Barakat, and R. W. Schunk, Monte Carlo study of the transition region in the polar wind: an improved collision model, *J. Geophys. Res.*, *98*, A10, 17583, 1993.
- Barrett, J., L. Demeio, and B. Shizgal, Coulomb Milne problem, *Phys. Rev. A*, *45*,

- 3687, 1992.
- Biddle, A. P., T. E. Moore, and C. R. Chappell, Evidence for ion heat flux in the light ion polar wind, *J. Geophys. Res.*, *90*, 8552, 1985.
- Bilitza, D., International Reference Ionosphere 1990, NSSDC/WDC-A-R&S 90-22, 155 p., 1990.
- Blackmore, R., et B. Shizgal, Discrete-ordinate method of solution of Fokker-Planck equations with nonlinear coefficients, *Phys. Rev.*, *A31*, 1, 1885, 1985.
- Brandt, J. C., and J. P. Cassinelli, Interplanetary gas, XI, An exospheric model of the solar wind, *Icarus*, *5*, 47, 1966.
- Brankin, R. W., I. Gladwell, and L. F. Shampine, RKSUITE: a suite of Runge-Kutta codes for the initial value problem for ODEs, softreport 91-1, Math. dept., Southern Methodist University, Dallas, Texas, USA, 1991.
- Canuto, C., M.Y. Hussaini, A. Quarteroni, et T. A. Zang, Spectral methods in fluid dynamics, New-York: Springer-Verlag, 1988.
- Chamberlain, J. W., Interplanetary gas, 2, Expansion of a model solar corona, *Astrophys. J.*, *131*, 47, 1960.
- Chamberlain, J. W., Planetary coronae and atmospheric evaporation, *Planet. Space Sci.*, *11*, 901, 1963.
- Chan, K. L., L. Colin, and J. O. Thomas, Electron densities and scale heights in the topside ionosphere: Alouette I observations over the American continents, Vols. 1 and 2, *Nasa Spec. Publ.*, *3027*, 1966.
- Chandler, M. O., J. H. Waite Jr., and T. E. Moore, Observations of polar ion outflows, *J. Geophys. Res.*, *96*, 1421, 1991.
- Chang, J. S., and G. Cooper, A practical difference scheme for Fokker-Planck equations, *J. Comput. Phys.*, *6*, 1, 1970.
- Chapman S., *The solar corona and the interplanetary gas: in Space Astrophys.*, ed. Liller W., McGraw-Hill, New York, 1961.
- Chapman S., and T. G. Cowling, *The mathematical theory of non-uniform gases*, Cambridge, University Press, 1970.
- Chen, M. W., and M. Ashour-Abdalla, Heating of the polar wind due to ion beam instabilities, *J. Geophys. Res.*, *95*, 18949, 1990.
- Chew, G. F., M. L. Goldberger, and F. E. Low, The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions, *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, *236*, 112, 1956.
- Chiu, Y. T., and M. Schulz, Self-consistent particle and parallel electrostatic field distributions in the magnetospheric-ionospheric auroral region, *Journ. Geophys. Res.*, *83*, 629, 1978.
- Chiu, Y. T., A. L. Newman, and J. M. Cornwall, On the Structures and Mapping of

- Auroral Electrostatic Potentials, *Journ. Geophys. Res.*, *86*, A12, 10029, 1981.
- Christon, S. P., D. G. Mitchell, D. J. Williams L. A. Frank, C. Y. Huang, and T. E. Eastman, Energy Spectra of Plasma Sheet Ions and Electrons from ~ 50 eV/e to ~ 1 MeV During Plasma Temperature Transitions, *J. Geophys. Res.*, *93*, 2562, 1988.
- Collier, M. R., On generating kappa-like distribution functions using velocity space Lévy flights, *Geophys. Res. Lett.*, *20*, 15, 1531, 1993.
- Collier, M. R., and D. C. Hamilton, The relationship between kappa and temperature in energetic ion spectra at Jupiter, *Geophys. Res. Lett.*, *22*, 3, 303, 1995.
- Comfort, R. H., Thermal structure of the plasmasphere, *Adv. Space Res.*, *10*(10), 175, 1996.
- Comfort R. H., J. H. Waite, and C. R. Chappell, Thermal Ion Temperatures from the Retarding Ion Mass Spectrometer on DE1, *J. Geophys. Res.*, *90*, 3475, 1985.
- Demars, H. G., and R. W. Schunk, A multi-ion generalized transport model of the polar wind, *J. Geophys. Res.*, *99*, 2215, 1994.
- Donley, J. L., Observations of the ionosphere in the altitude range 2000-3000 km by means of satellite borne electron traps, *Space Res. VIII*, p. 381, Amsterdam, 1968.
- Epperlein, E. M., Implicit and conservative difference scheme for the Fokker-Planck equation, *J. Comput. Phys.*, *112*, 291, 1994.
- Evans, D. S., Precipitating electron fluxes formed by a magnetic field-aligned potential difference, *J. Geophys. Res.*, *79*, 19, 2853, 1974.
- Fahr, H. J., and B. Shizgal, Modern exospheric theories and their observational relevance, *Rev. Geophys. Space Phys.*, *21*, 75, 1983.
- Fälthammar, C.-G., Magnetic-Field-Aligned Electric Fields, *ESA Journ.*, *7*, 385, 1983.
- Frank, L. A., D. M. Yeager, H. D. Owens, K. L. Ackerson, and M. R. English, Quadri-spherical LEPEDeAs for ISEE 1 and 2 plasma measurements, *IEEE Trans. Geosci. Electron.*, *GE-16*(3), 221, 1978.
- Fok, M.-C., T. E. Moore, J. Kozyra, G. C. Ho, and D. C. Hamilton, Three-dimensional ring current decay model, *J. Geophys. Res.*, *A6*, 9619, 1995.
- Fok, M.-C., T. E. Moore, and M. E. Greenspan, Ring current development during storm main phase, *J. Geophys. Res.*, *101*, 15311, 1996.
- Fridman, M., and J. Lemaire, Relationship Between Auroral Electrons Fluxes and field-aligned Electric Potential Difference, *J. Geophys. Res.*, *85*, A2, 664, 1980.
- Ganguli, S. B., The polar wind, *Rev. Geophys.*, *34*, 3, 311, 1996.
- Ganguli, S. B., H. G. Mitchell Jr., and P. J. Palmadesso, Behavior of ionized plasma in the high latitude topside ionosphere: the polar wind, *Planet. Space Sci.*, *35*,

- 6, 703, 1987.
- Ganguli, S. B., P. J. Palmadesso, and H. G. Mitchell, Effects of electron heating on the current driven electrostatic ion cyclotron instability and plasma transport processes along auroral field lines, *Geophys. Res. Lett.*, 15, 1291, 1988.
- Gary, S. P., M. F. Thomsen, L. Yin, and D. Winske, Electromagnetic proton cyclotron instability: Interactions with magnetospheric protons, *Journ. Geophys. Res.*, in Press, 1995.
- Gautschi, W., Algorithm 726: Orthpol - A package of routines for generating orthogonal polynomials and Gauss-type quadratures, *ACM Trans. Math. Soft.*, 20, 21-62, 1994.
- Gloeckler, G., and D. C. Hamilton, AMPTE ion composition results, *Phys. Scr.*, T18, 73, 1987.
- Gombosi, T. I., T. E. Cravens, and A. F. Nagy, A time-dependent theoretical model of the polar wind: preliminary results, *Geophys. Res. Lett.*, 12, 167, 1985.
- Gottlieb, D., et S. A. Orszag, Numerical analysis of spectral methods: Theory and applications, Philadelphia: S.I.A.M., 1977.
- Griffel, D. H., and L. Davis, The anisotropy of the solar wind, *Planet. Space Sci.*, 17, 1009, 1969.
- Grad, H., On the kinetic theory of rarefied gases, *Comm. Pure Appl. Math.*, 2, 331, 1949.
- Grad, H., Principles of the kinetic theory of gases, *Handbuch der Physik*, XII, 205, 1958.
- Gurnett, D. A., and U. S. Inan, Plasma wave observations with the Dynamics Explorer 1 spacecraft, *Rev. Geophys.*, 26, 285, 1988.
- Hartle, R. E., Ion-exosphere with variable conditions at the baropause, *Phys. Fluids*, 12, 455, 1969.
- Hasegawa, A., K. Mima, and M. Duong-van, Plasma distribution function in a superthermal radiation field, *Phys. Rev. Lett.*, 54, 2608, 1985.
- Hinton, F. L., Collisional transport in plasma, in Basic plasma physics I and II, Galeev, A. A., et R. N. Sudan Editors, 1983.
- Hoffman, J. H., Ion composition measurements in the polar region from the Explorer 31 satellite, *EOS Trans. AGU*, 49, 253, 1968.
- Hoffman, J. H., Studies of the composition of the ionosphere with a magnetic deflection mass spectrometer, *Int. Mass Spectrom. Ion Phys.*, 4, 315, 1970.
- Hoffman, J. H., Polar wind measurements, *EOS Trans. AGU*, 52, 301, 1971.
- Holzer, T. E., J. A. Feddar and P. M. Banks, A comparison of kinetic and hydrodynamic models of an expanding ion-exosphere, *J. Geophys. Res.*, 76, 2453, 1971.

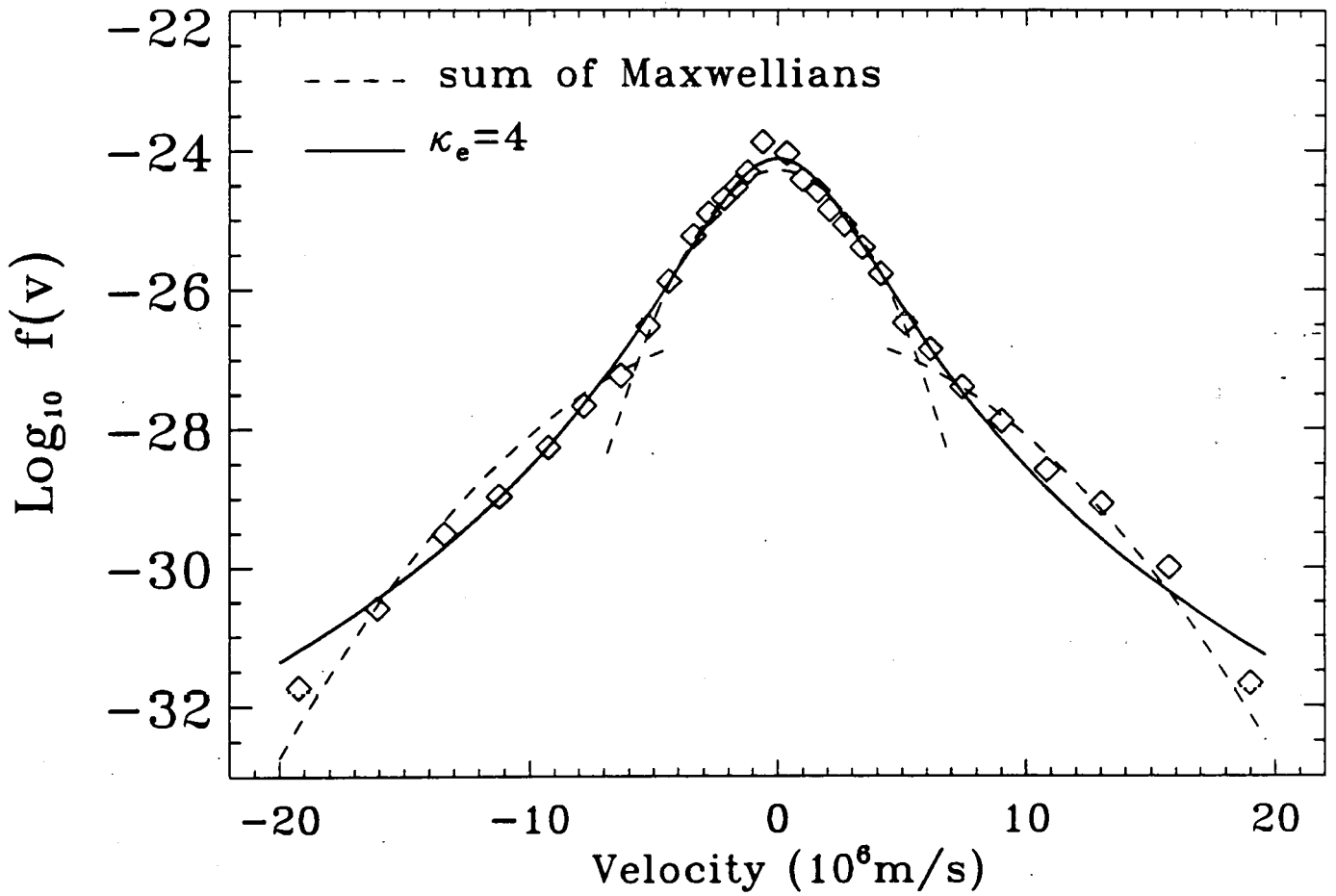


Fig. 3. Electron VDF in the solar wind (diamonds) as reported by Feldman *et al.* (1975). The dashed lines correspond to the classical model made of the sum of two Maxwellians: a core ($n_c = 30.8 \text{ cm}^{-3}$ and $T_c = 1.6 \cdot 10^5 \text{ K}$) and a halo ($n_h = 2.2 \text{ cm}^{-3}$ and $T_h = 8.9 \cdot 10^5 \text{ K}$). The full line represents our fit with a Kappa model ($n = 33.9 \text{ cm}^{-3}$, $T_\kappa = 1.9 \cdot 10^5 \text{ K}$ and $\kappa_e = 4$). Note that the Kappa model is a more economic alternative since it needs one parameter less to fit.

- Science Reviews*, 15, 591, 1974.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Field-aligned current density versus electric potential characteristics for magnetospheric flux tubes, *Annales Geophysicae*, 1, 91, 1983.
- Li, P., G. R. Wilson, J. L. Horwitz, and T. E. Moore, Effect of mid-altitude ion heating on ion outflow at polar latitudes, *J. Geophys. Res.*, 93, 9753, 1988.
- Lie-Svendsen, O., and M. H. Rees, An improved kinetic model for the polar outflow of a minor ion, *J. Geophys. Res.*, 101, A2, 2415, 1996.
- Lin, J., J. L. Horwitz, G. R. Wilson, C. W. Ho, and D. G. Brown, A semikinetic model for early stage plasmaspheric refilling. II - Effects of wave-particle interactions, *J. Geophys. Res.*, 97, 1121, 1992.
- Livi, S., and E. Marsch, Generation of solar wind proton tails and double beams by Coulomb collisions, *J. Geophys. Res.*, 92, A7, 7255, 1987.
- Lu, T. Y., P. H. Reiff, J. L. Burch, and J. D. Winningham, On the auroral current-voltage relationship, *J. Geophys. Res.*, 96, 3523, 1991.
- Lui, T. Y., and S. M. Krimigis, Earthward transport of energetic protons in the Earth's plasma sheet, *Geophys. Res. Lett.*, 8, 527, 1981.
- Lui, T. Y., and S. M. Krimigis, Energetic ion beam in the Earth's magnetotail lobe, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 13, 1983.
- Lundin, R., and I. Sandahl, Some characteristics of the parallel electric field acceleration of electrons over discrete auroral arcs as observed from the rocket flights, *Eur. Space Agency Spec. Publ.*, SP-135, 125, 1978.
- Lyons, L. R., Generation of Large-Scale Regions of Auroral Currents, Electric Potentials, and Precipitation by the Divergence of the Convection Electric Field, *J. Geophys. Res.*, 85, 17, 1980.
- Lyons, L. R., Discrete aurora as a direct result of an inferred high-altitude generating potential distribution, *J. Geophys. Res.*, 86, 1, 1981.
- Lyons, L. R., D. S. Evans, and R. Lundin, An observed relation between magnetic field aligned electric fields and downward electron energy fluxes in the vicinity of auroral forms, *J. Geophys. Res.*, 84, 457, 1979.
- Lyons, L. R., et D. J. Williams, Quantitative aspects of magnetospheric physics, Reidel Publishing Company, 1984.
- Maksimovic, M., V. Pierrard, and J. Lemaire, A kinetic model of the solar wind with Kappa distributions in the corona, submitted to *Astronomy and Astrophysics*, 1996a.
- Maksimovic, M., V. Pierrard, and P. Riley, Ulysses electron distributions fitted with Kappa functions: towards a new kinetic model of the solar wind, submitted to *Geophys. Res. Lett.*, 1996b.
- Marklund, G. T., and L. G. Blomberg, Toward a better understanding of the global

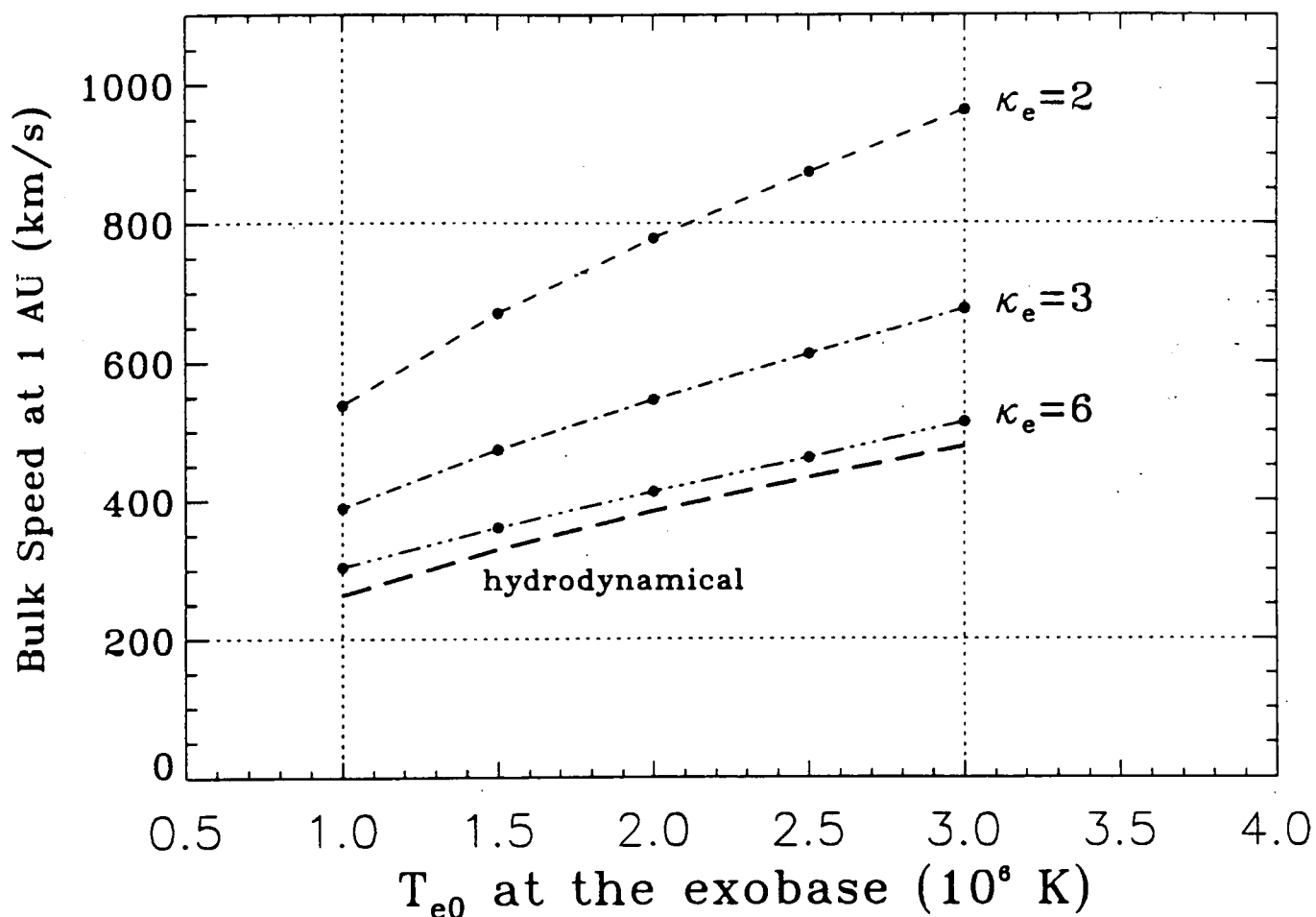


Fig. 5. The expansion bulk speed obtained at 1 AU with the present model, as a function of T_{e0} and for the three values $\kappa_e = 2$, $\kappa_e = 3$ and $\kappa_e = 6$: One can note that the high speed solar wind streams (600-800 km/s) can be explained if the electron VDFs in the corona have high velocity tails, i.e., small values of κ_e (2-3).

- Sci.*, 23, 1103, 1975.
- Rosenbluth, M. N., W. M. MacDonald, and D. L. Judd, *Phys. Rev.*, 107, 1, 1957.
- Rosseland, S., Electrical state of a star, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 84, 720-725, 1924.
- Russell, C. T., The magnetosphere, in *The solar wind and the Earth*, edited by Akasofu S.-I., and Y., Kamide, 1987.
- Schunk, R. W., Transport equations for aeronomy, *Planet. Space Sci.*, 23, 437, 1975.
- Schunk R. W. and D. S. Watkins, Proton temperature anisotropy in the polar wind, *J. Geophys. Res.*, 87, 171, 1982.
- Scudder, J. D., On the causes of temperature change in inhomogeneous low-density astrophysical plasmas, *Astrophys. J.*, 398, 299, 1992a.
- Scudder, J. D., Why all stars possess circumstellar temperature inversions, *Astrophys. J.*, 398, 319, 1992b.
- Scudder, J. D., Ion and electron suprathermal tail strengths in the transition region: support for the velocity filtration model of the corona, *The Astrophys. J.*, 427, 446, 1994.
- Shizgal, B., A Gaussian quadrature procedure for use in the solution of the Boltzmann equation and related problems, *J. Comput. Phys.*, 41, 2, pp. 309, 1981.
- Shizgal, B., Mathematical and numerical methods in gas dynamics and fluid dynamics, Institut d'astronomie et de géophysique Georges Lemaître, Contribution 73, 1993.
- Shizgal, B., and G. G. Arkos, Nonthermal escape of the atmospheres of Venus, Earth and Mars, *Rev. Geophys.*, 34, 4, 483, 1996.
- Shizgal, B., et R. Blackmore, A discrete ordinate method of solution of linear boundary value and eigenvalue problems, *J. Comput. Phys.*, 55, pp. 313, 1984.
- Shizgal, B., et R. Blackmore, A collisional kinetic theory of a plane parallel evaporating planetary atmosphere, *Planet. Space Sci.*, 34, 279, 1985.
- Shizgal, B., U. Weinert, and J. Lemaire, Collisional kinetic theory of the escape of light ions from the polar wind, *Rarefied Gas Dynamics*, 2, pp. 374, 1986.
- Singh, N., and R. W. Schunk, Temporal evolution of density perturbations in the polar wind, *J. Geophys. Res.*, 90, 6487, 1985.
- Spitzer, L., *Physics of fully ionized gases*, Interscience, New York, 1956.
- Stern, D. P., One-dimensional models of quasi-neutral parallel electric fields, *J. Geophys. Res.*, 86, 5839, 1981.
- Summers, D., and R. M. Thorne, The modified plasma dispersion function, *Phys. Fluids B*, 8(3), 2117, 1991.
- Szego, G., *Orthogonal polynomials*, American Math. Soc., Providence, 1939.

Références

- Abe, T., B. A. Whalen, A. W. Yau, S. Watanabe, E. Sagawa, and K. I. Oyama, Altitude profile of the polar wind velocity and its relationship to ionospheric conditions, *Geophys. Res. Lett.*, *20*, 2825, 1993.
- Abramowitz, M., and I. A. Stegun (Eds.), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, Mincola, N. Y., 1968.
- Axford, W. I., The polar wind and the terrestrial helium budget, *J. Geophys. Res.*, *73*, 6855, 1968.
- Balescu, R., Transport processes in plasmas, vol. 1 and 2, North Holland, Amsterdam, 1988.
- Banks, P. M., and T. E. Holzer, The polar wind, *J. Geophys. Res.*, *73*, 6846, 1968.
- Banks, P. M., and T. E. Holzer, High latitude plasma transport: The polar wind, *J. Geophys. Res.*, *74*, 6317, 1969.
- Banks, P.M., et G. Kockarts, *Aeronomy*, Academic Press, New-York, 785 p., 1973.
- Barakat, A. R., and J. Lemaire, Monte Carlo study of the escape of a minor species, *Phys. Rev. A*, *42*, 6, 3291, 1990.
- Barakat, A. R., and I. A. Barghouthi, The effect of wave-particle interactions on the polar wind: preliminary results, *Planet. Space Sci.*, *11*, 987, 1994a.
- Barakat, A. R., and I. A. Barghouthi, The effect of wave-particle interactions on the polar wind O⁺, *Geophys. Res. Lett.*, *21*, 2279, 1994b.
- Barakat, A. R., and R. W. Schunk, Effect of hot electrons on the polar wind, *J. Geophys. Res.*, *89*, 9771, 1984.
- Barakat, A. R., I. A. Barghouthi, and R. W. Schunk, Double-hump H⁺ velocity distributions in the polar wind, *Geophys. Res. Lett.*, *22*, 1857, 1995.
- Barghouthi, I. A., A. R. Barakat, R. W. Schunk, and J. Lemaire, H⁺ outflow in the polar wind: A Monte Carlo simulation, *EOS Trans. AGU*, *71*, A10, 1493, 1990.
- Barghouthi, I. A., A. R. Barakat, and R. W. Schunk, Monte Carlo study of the transition region in the polar wind: an improved collision model, *J. Geophys. Res.*, *98*, A10, 17583, 1993.
- Barrett, J., L. Demeio, and B. Shizgal, Coulomb Milne problem, *Phys. Rev. A*, *45*,

- Auroral Electrostatic Potentials, *Journ. Geophys. Res.*, *86*, A12, 10029, 1981.
- Christon, S. P., D. G. Mitchell, D. J. Williams L. A. Frank, C. Y. Huang, and T. E. Eastman, Energy Spectra of Plasma Sheet Ions and Electrons from ~ 50 eV/e to ~ 1 MeV During Plasma Temperature Transitions, *J. Geophys. Res.*, *93*, 2562, 1988.
- Collier, M. R., On generating kappa-like distribution functions using velocity space Lévy flights, *Geophys. Res. Lett.*, *20*, 15, 1531, 1993.
- Collier, M. R., and D. C. Hamilton, The relationship between kappa and temperature in energetic ion spectra at Jupiter, *Geophys. Res. Lett.*, *22*, 3, 303, 1995.
- Comfort, R. H., Thermal structure of the plasmasphere, *Adv. Space Res.*, *10*(10), 175, 1996.
- Comfort R. H., J. H. Waite, and C. R. Chappell, Thermal Ion Temperatures from the Retarding Ion Mass Spectrometer on DE1, *J. Geophys. Res.*, *90*, 3475, 1985.
- Demars, H. G., and R. W. Schunk, A multi-ion generalized transport model of the polar wind, *J. Geophys. Res.*, *99*, 2215, 1994.
- Donley, J. L., Observations of the ionosphere in the altitude range 2000-3000 km by means of satellite borne electron traps, *Space Res. VIII*, p. 381, Amsterdam, 1968.
- Epperlein, E. M., Implicit and conservative difference scheme for the Fokker-Planck equation, *J. Comput. Phys.*, *112*, 291, 1994.
- Evans, D. S., Precipitating electron fluxes formed by a magnetic field-aligned potential difference, *J. Geophys. Res.*, *79*, 19, 2853, 1974.
- Fahr, H. J., and B. Shizgal, Modern exospheric theories and their observational relevance, *Rev. Geophys. Space Phys.*, *21*, 75, 1983.
- Fälthammar, C.-G., Magnetic-Field-Aligned Electric Fields, *ESA Journ.*, *7*, 385, 1983.
- Frank, L. A., D. M. Yeager, H. D. Owens, K. L. Ackerson, and M. R. English, Quadri-spherical LEPEDeAs for ISEE 1 and 2 plasma measurements, *IEEE Trans. Geosci. Electron.*, *GE-16*(3), 221, 1978.
- Fok, M.-C., T. E. Moore, J. Kozyra, G. C. Ho, and D. C. Hamilton, Three-dimensional ring current decay model, *J. Geophys. Res.*, *A6*, 9619, 1995.
- Fok, M.-C., T. E. Moore, and M. E. Greenspan, Ring current development during storm main phase, *J. Geophys. Res.*, *101*, 15311, 1996.
- Fridman, M., and J. Lemaire, Relationship Between Auroral Electrons Fluxes and field-aligned Electric Potential Difference, *J. Geophys. Res.*, *85*, A2, 664, 1980.
- Ganguli, S. B., The polar wind, *Rev. Geophys.*, *34*, 3, 311, 1996.
- Ganguli, S. B., H. G. Mitchell Jr., and P. J. Palmadesso, Behavior of ionized plasma in the high latitude topside ionosphere: the polar wind, *Planet. Space Sci.*, *35*,

2.5	Profils de densité dans un modèle d'exosphère en équilibre barométrique, constituée de trois espèces de particules O^+ , H^+ et e^-	48
2.6	Profils de température dans un modèle d'exosphère en équilibre barométrique, constituée de trois espèces de particules O^+ , H^+ et e^-	50
2.7	Profils de densité et de vitesse d'expansion pour les particules H^+ , O^+ et e^- dans le vent polaire.	53
2.8	Profils de température des particules H^+ , O^+ et e^- dans le vent polaire.	54
2.9	Configuration des lignes de champ reliant les particules chaudes du feuillet de plasma aux régions ionosphériques plus froides.	55
2.10	Flux d'énergie $\epsilon = V J_{\parallel}$ des électrons précipités vers l'ionosphère et KV^2 mesuré pendant 265 s par la sonde Polar 3.	56
2.11	Courants alignés partiels et courant total en fonction de la différence de potentiel V parallèle aux lignes de champ magnétique entre l'ionosphère et la magnétosphère, dans un tube de flux magnétique auroral.	58
2.12	Densités de courant totales en fonction de la différence de potentiel entre l'ionosphère et la magnétosphère, pour des modèles Kappa d'indices κ différents. Pour des valeurs de V comprises entre 10 et 10^4 V, la relation entre la densité de courant électrique J_{\parallel} et la différence de potentiel V est quasi-linéaire.	59
4.1	Fonction de distribution des vitesses f_{H^+} représentée par des lignes d'isocontours dans le plan des vitesses normalisées y_{\parallel} , y_{\perp} lorsque le flux de particules est $F_{H^+} = 10^8 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	91
4.2	Densité, température parallèle et perpendiculaire des ions H^+ en fonction de l'altitude, pour différentes valeurs de flux de particules.	93
4.3	Fonction de distribution des vitesses f_{H^+} représentée par des lignes d'isocontours dans le plan des vitesses normalisées y_{\parallel} , y_{\perp} lorsque $T_{\parallel} > T_{\perp}$	94
4.4	Fonction de distribution des vitesses f_{H^+} représentée par des lignes d'isocontours dans le plan des vitesses normalisées y_{\parallel} , y_{\perp} lorsque $T_{\parallel} < T_{\perp}$	95
4.5	Densité, température parallèle et perpendiculaire des ions H^+ en fonction de l'altitude, pour différentes valeurs de la température à l'altitude de référence de 1000 km.	96
4.6	Premier exemple de fonction de distribution des vitesses des ions H^+ du vent polaire représentée par des isocontours dans le plan des vitesses normalisées $(y_{\parallel}, y_{\perp})$	101

- Horwitz, J. L., R. H. Comfort, P. G. Richards, M. O. Chandler, C. R. Chappell, P. Anderson, W. B. Hanson, and L. H. Brace, Plasmasphere-ionosphere coupling II - Ion composition measurements at plasmaspheric and ionospheric altitudes and comparison with modeling results, *Journ. Geophys. Res.*, *95*, 7949, 1990.
- Jeans, J. H., *The dynamical theory of gases*, 4th ed., Cambridge University Press, New York, 1923.
- Jockers, K., Solar wind models based on exospheric theory, *Astron. Astrophys.*, *6*, 219, 1970.
- Khazanov, G. V., M. W. Liemohn, and T. E. Moore, Photoelectron effects on the self-consistent potential in the collisionless polar wind, *J. Geophys. Res.*, in press, 1996.
- Killeen, J., G. D. Kerbel, M. G. McCoy, and A. A. Mirin, Computational methods for kinetic models of magnetically confined plasmas, Springer-Verlag, New-York, 1986.
- Knight, L., Parallel Electric Fields, *Planet. Space Sci.*, *21*, 741, 1973.
- Kozyra, J. U., E. G. Shelley, R. H. Comfort, L. H. Brace, T. E. Cravens, and A. F. Nagy, The role of ring current O^+ in the formation of stable auroral red arcs, *J. Geophys. Res.*, *92*, A7, 7487, 1987.
- Landau, L., *Phys. Z. Sowjetunion*, *10*, 154, 1936.
- Larsen, E. W., C. D. Levermore, G. C. Pomraning, and J. G. Sanderson, Discretization methods for one-dimensional Fokker-Planck operator, *J. Comput. Phys.*, *61*, 359, 1985.
- Lemaire, J., O^+ , H^+ and He^+ ion distributions in a new polar wind model, *J. Atmosf. Terr. Phys.*, *34*, 1647, 1972.
- Lemaire, J., Rotating ion-exospheres, *Planet. Space Sci.*, *24*, 975-985, 1976.
- Lemaire, J., Plasma distribution models in a rotating magnetic dipole and refilling of plasmaspheric flux tubes, *Phys. Fluids B*, *1*, 1519, 1989.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Le champ électrique de polarisation dans l'exosphère ionique polaire, *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, *58*, 502, 1969.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Model of the polar ion-exosphere, *Planet. Space Sci.*, *18*, 103, 1970.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Simple Model for an ion-Exosphere in an Open Magnetic Field, *Phys. Fluids*, *14*, 8, 1683, 1971.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Plasma sheet particle precipitation: a kinetic model, *Planet. Space Sci.*, *21*, 281, 1973a.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Kinetic models of the solar and polar winds, *Rev. Geophys. Space Phys.*, *11*, 2, 427, 1973b.
- Lemaire, J., and M. Scherer, Exospheric models of the topside ionosphere, *Space*

- auroral electrodynamics through numerical modeling studies, *Geophys. Monograph*, 64, 305, 1991.
- Marubashi, K., Structure of the topside ionosphere in high latitudes, *J. Radiat. Res.*, 17, 335, 1970.
- Merryfield, W. J., and B. D. Shizgal, Discrete velocity model for an escaping single-component atmosphere, *Planet. Space Sci.*, 42, 5, 409, 1994.
- Meyer-Vernet, N., M. Moncuquet, and S. Hoang, Temperature inversion in the Io plasma torus, *Icarus*, 116, 202, 1995.
- Miller, R. H., C. E. Rasmussen, T. I. Gombosi, G. V. Khazanov, and D. Winske, Kinetic simulation of plasma flows in the inner magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 98, 19301, 1993.
- Miyamoto, K., Plasma physics for nuclear fusion, Iwanami Shoten Publishers, Tokyo, 1987.
- Nagai, T., J. H. Jr. Waite, J. L. Green, C. R. Chappell, R. C. Olsen, and R. H. Comfort, First measurements of supersonic polar wind in the polar magnetosphere, *Geophys. Res. Letters*, 11, 669, 1984.
- Olsen, R. C., S. D. Shawhan, D. L. Gallagher, J. L. Green, C. R. Chappell, and R. R. Anderson, Plasma observations at the Earth's magnetic equator, *J. Geophys. Res.*, 92, A3, pp. 2385, 1987.
- Opik, E. J., and S. F. Singer, Distribution of density in a planetary exosphere, II, *Phys. Fluids*, 4, 221, 1961.
- Pannekoek, A., Ionization in stellar atmospheres, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, 1, 107, 1922.
- Park, B. T., and V. Petrosian, Fokker-Planck equations of stochastic acceleration: Green's functions and boundary conditions, *Astrophys. J.*, 446, 699, 1995.
- Park, B. T., and V. Petrosian, Fokker-Planck equations of stochastic acceleration: a study of numerical methods, *Astrophys. J., Suppl. Series*, 103, 255, 1996.
- Parker, E. N., *Interplanetary dynamical processes*, Interscience, New York, 1963.
- Persoon, A. M., D. A. Gurnett, and S. D. Shawhan, Polar cap electron densities from DE 1 plasma wave observations, *J. Geophys. Res.*, 88, 10123, 1983.
- Pierrard, V., New model of magnetospheric current-voltage relationship, *J. Geophys. Res.*, 101, 2669, 1996.
- Pierrard V., and J. Lemaire, Lorentzian ion exosphere model, *J. Geophys. Res.*, 101, 7923, 1996.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical recipes in FORTRAN, Cambridge University Press, 2d Edition, 1992.
- Raitt, W. J., R. W. Schunk, and P. M. Banks, A comparison of the temperature and density structure in high and low speed thermal proton flows, *Planet Space*