Académie royale de Belgique — Koninklijke Academie van België

BULLETIN DE LA CLASSE DES SCIENCES — MEDEDELINGEN VAN DE KLASSE DER WETENSCHAPPEN

5e Série. — Tome XLIX — 5de Reeks. — Boek XLIX

1963 — 10

EXTRAIT — UITTREKSEL

L'effet de la diffusion thermique sur la distribution de l'hélium dans l'hétérosphère,

par

G. KOCKARTS.

BRUXELLES
PALAIS DES ACADÉMIES
RUE DUCALE, 1

BRUSSEL
PALEIS DER ACADEMIËN
HERTOGSSTRAAT, 1

1963

Extrait du *Bulletin de l'Académie royale de Belgique* (Classe des Sciences)
Séance du samedi 9 novembre 1963.

AÉRONOMIE

L'effet de la diffusion thermique sur la distribution de l'hélium dans l'hétérosphère,

par G. KOCKARTS (*)

Abstract. — The effect of thermal diffusion on the vertical distribution of helium in the heterosphere is discussed. It is shown that an increase in the helium concentration of 1.4 to 2.4 at the thermopause level, due to thermal diffusion, leads to atmospheric densities explaining the observed drag of the satellite Echo 1.

1. — Introduction.

Dans une atmosphère planétaire, la diffusion d'un élément dépend à la fois des gradients de concentration, de pression, de température et éventuellement des forces extérieures résultant d'un champ électrique ou magnétique. Toutefois, la présence d'un gradient de température nécessite l'introduction du phénomène de diffusion thermique découvert indépendamment par Enskog [1] et Chapman [2]. Lorsque deux types de particules ont des masses différentes, les plus légères diffusent thermiquement vers les régions les plus chaudes ; si les masses sont pratiquement identiques, ce sont les particules les plus petites qui diffusent vers les régions les plus chaudes. Cet effet sera d'autant plus important que le gradient de température est élevé.

Au-dessus de 100 km d'altitude, l'atmosphère terrestre est soumise au chauffage ultraviolet solaire et au transport de la chaleur par conduction. Ainsi, la température, qui est de l'ordre de 200° K à 100 km atteint à 500 km des valeurs variant de

(*) Présenté par M. Nicolet.

700° K à plus de 2000° K suivant le degré d'activité solaire. Nicolet [3] a montré que les gradients de température correspondant à l'altitude de 150 km varient de 5° K/km à 20° K/km ; ces gradients sont dès lors suffisamment élevés pour donner lieu à un effet important de diffusion thermique. Mange [4] [5] a montré comment la diffusion thermique pouvait modifier la distribution verticale d'un élément en équilibre de diffusion. Ainsi, l'abondance de l'hélium, qui devient un constituant important au-dessus de 500 km [6], doit être fortement influencée par le processus de diffusion thermique.

2. — Équation de diffusion.

L'étude de la variation de la densité atmosphérique avec l'altitude est basée sur l'équation des gaz parfaits :

$$p = nk\mathrm{T} \tag{1}$$

et sur l'équation de l'hydrostatique :

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g. \tag{2}$$

Dans ces formules, p est la pression, n la concentration, T la température absolue, k la constante de Boltzmann et g l'accélération due à la pesanteur. La densité ρ est liée à la concentration par la relation $\rho = nm$, où m représente la masse moléculaire moyenne.

Afin de tenir compte de la diffusion thermique, on utilise l'équation générale donnée par Chapman et Cowling [7]. Comme l'hélium est un constituant secondaire à 100 km, sa vitesse de diffusion w_1 est donnée par l'équation :

$$w_1 = -\mathrm{D}_{12}\left\{\frac{1}{n_1}\frac{\partial n_1}{\partial z} + \frac{1}{\mathrm{H}_1}\left[1 + \left(\beta_1 - \frac{2\mathrm{H}_1}{a+z}\right)(1+\alpha_\mathrm{T})\right]\right\}, \tag{3}$$

dans laquelle D_{12} est le coefficient de diffusion, n_1 la concentration en hélium et $\mathrm{H}_1 = k\mathrm{T}/m_1 g$ la hauteur d'échelle de l'hélium ; a est un niveau de référence mesuré depuis le centre de la Terre et z l'altitude au-dessus de ce niveau.

Dans l'équation (3), $\beta_1 = dH_1/dz$ est le gradient de la hauteur d'échelle de l'hélium et α_T est le facteur de diffusion thermique. Pour l'hélium α_T est négatif et vaut — 0,38. Cette valeur a été calculée à partir de la formule générale de α_T donnée par Chapman et Cowling [7] et appliquée au modèle d'interaction des sphères rigides. Comme l'hélium est un constituant secondaire dans tout le domaine d'altitude où la diffusion thermique joue un rôle et comme sa masse est petite par rapport à celle des constituants atmosphériques principaux, les expressions de α_T établies pour un gaz de Lorentz peuvent également être utilisées. L'application de la première approximation de Kihara, discutée par Mason [8], donne $\alpha_T = -0{,}35$, c'est-à-dire une valeur très proche de celle résultant de l'application du modèle des sphères rigides.

En comparant le flux maximum qui peut être transporté par diffusion avec le flux réel d'atomes de l'hélium-4, on constate que, dans le cas d'un état permanent, l'hélium est pratiquement en équilibre de diffusion dans toute la thermosphère [9]. D'après l'équation (3), l'hélium suit dès lors une distribution donnée par l'expression :

$$\frac{1}{n_1}\frac{dn_1}{dz} = -\frac{1}{H_1}\left[1 + \left(\beta_1 - \frac{2H_1}{a+z}\right)(1+\alpha_T)\right]. \qquad (4)$$

En utilisant les relations $\beta_1 = dH_1/dz$ et $dg/g = -2dz/(a+z)$, l'équation (4) s'écrit sous la forme :

$$\frac{dn_1}{n_1} + (1+\alpha_T)\frac{dg}{g} = -\frac{1+\beta_1+\alpha_T\beta_1}{\beta_1}\frac{dH_1}{H_1}. \qquad (5)$$

Par intégration de l'équation (5), on obtient l'expression suivante pour la concentration :

$$n_1/n_{10} = (g_0/g)^{1+\alpha_T}\,(H_1/H_{10})^{-\frac{1+\beta_1+\alpha_T\beta_1}{\beta_1}}, \qquad (6)$$

où n_{10}, g_0 et H_{10} se rapportent à un niveau de référence. Dans l'expression (6), le gradient de hauteur d'échelle est supposé constant dans l'intervalle d'intégration considéré.

Pour faire apparaître explicitement la variation de n_1 avec

l'altitude, il suffit de développer log (H_1/H_{10}) en série et la relation (6) s'écrit :

$$n_1/n_{10} = (g_0/g)^{1+\alpha_T} \exp\left\{ - \frac{(1+\beta_1+\alpha_T\beta_1)z}{\frac{1}{2}(H_1+H_{10})} \left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{H_1-H_{10}}{H_1+H_{10}}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{H_1-H_{10}}{H_1+H_{10}}\right)^4 + \ldots \right] \right\}. \quad (7)$$

Lorsque l'on néglige la diffusion thermique, la distribution verticale en équilibre de diffusion est donnée par :

$$n_1/n_{10} = (g_0/g)\ (H_1/H_{10})^{-\frac{1+\beta_1}{\beta_1}}. \quad (8)$$

qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$n_1/n_{10} = (g_0/g) \exp\left\{ - \frac{(1+\beta_1)z}{\frac{1}{2}(H_1+H_{10})} \left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{H_1-H_{10}}{H_1+H_{10}}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{H_1-H_{10}}{H_1+H_{10}}\right)^4 + \ldots \right] \right\}. \quad (9)$$

En comparant les formules (7) et (9), on voit que l'effet de la diffusion thermique se manifeste dans une exponentielle et comme $\alpha_T = -0{,}38$, le terme $\alpha_T\beta_1$ ne peut pas être négligé devant $1 + \beta_1$ ainsi que l'a suggéré Byutner [10].

3. — Distribution verticale de l'hélium dans la thermosphère.

Comme le gradient de hauteur d'échelle β_1 est proportionnel au gradient de température, l'effet de la diffusion thermique est d'autant plus important que le gradient dT/dz est élevé. En utilisant les conditions aux limites données par Nicolet [3], on peut déterminer les gradients de température à 150 km qui conduisent à diverses températures de la thermopause comprises entre 2000° K et 750° K. Le tableau I nous donne ainsi les valeurs des expressions $(1 + \beta_1 + \alpha_T\beta_1)/\beta_1$ et $(1 + \beta_1)/\beta_1$ qui interviennent respectivement dans les formules (6) et (8).

TABLEAU I. — *Conditions physiques déterminant l'effet de la diffusion thermique sur l'hélium à 150 km d'altitude.*

T (thermopause)	2000°K	1750°K	1500°K	1250°K	1000°K	750°K
$T_{150\ km}$ (°K)	882	877	853	809	738	627
dT /dz(°K /km)	17	14	11	9	7	4
$(1 + \beta_1 + \alpha_T\beta_1)/\beta_1$	0,88	0,94	1,00	1,10	1,29	1,74
$(1 + \beta_1)/\beta_1$	1,26	1,32	1,38	1,48	1,67	2,12

A 150 km, l'exposant intervenant dans la formule (6) est toujours 40 % à 20 % plus petit que celui intervenant dans la formule (8) où l'on a négligé la diffusion thermique. Dès lors, quelle que soit la température de la thermopause, il existe toujours au-dessous de 200 km des gradients de température suffisamment élevés ne permettant pas l'exclusion de l'effet de la diffusion thermique. Harris et Priester [11] [12] ont établi des modèles atmosphériques dans lesquels l'hélium a été calculé sans tenir compte de la diffusion thermique. Nous avons reproduit à la figure 1 la concentration relative de l'hélium pour deux distributions de température données par Harris et Priester. Les courbes en trait plein représentent ces concentrations corrigées de l'effet de la diffusion thermique. A 400 km, on voit apparaître une différence d'environ un facteur 2 entre les courbes de Harris et Priester et les distributions corrigées. En réalité, la diffusion thermique agit tant qu'il y a un gradient de température et en négligeant son effet, on arrive à des concentrations de l'hélium systématiquement incorrectes au niveau de la thermopause. Pour déterminer l'importance de cet effet, il faut comparer la distribution sans diffusion thermique avec celle qui tient compte du terme en α_T. En désignant par l'indice D la distribution (8) et par l'indice $D + D_T$ la distribution (6), nous obtenons pour un intervalle $\Delta z = z_i - z_{i-1}$, dans lequel β_1 est constant, la relation :

$$(n_i/n_{i-1})_{D+D_T}/(n_i/n_{i-1})_D = (T_i/T_{i-1})^{-\alpha_T}. \qquad (10)$$

Pour un intervalle d'altitude quelconque $\Delta z = z_j - z_0$, la relation (10) nous permet d'écrire :

$$(n_j/n_0)_{D+D_T}/(n_j/n_0)_D = \prod_{i=1}^{j} (T_i/T_{i-1})^{-\alpha_T} = (T_j/T_0)^{-\alpha_T}. \qquad (11)$$

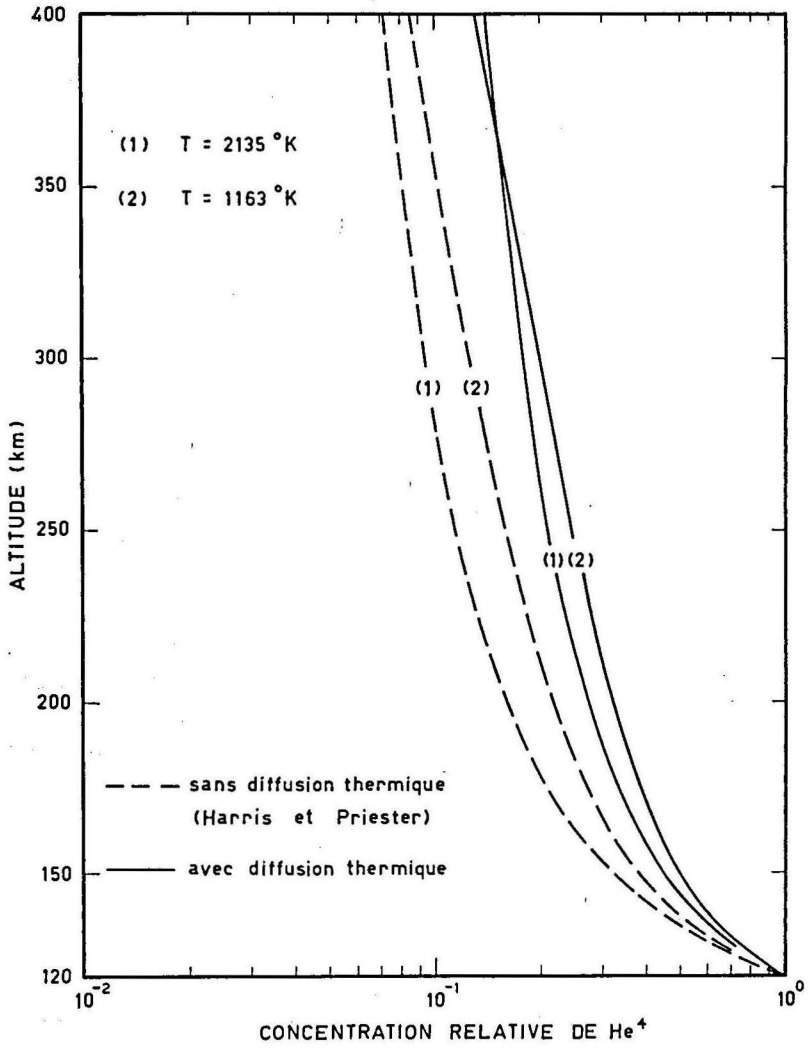

FIG. 1. — Effet de la diffusion thermique sur la concentration relative de l'hélium pour deux températures de la thermopause.

Dès lors, si on a calculé une distribution en équilibre de diffusion depuis le niveau o jusqu'au niveau j, il suffit de multiplier la valeur obtenue à ce niveau par $(T_j/T_0)^{-\alpha_T}$ pour effectuer la correction due à la diffusion thermique. D'autre part, la tempéra-

ture étant croissante avec l'altitude et α_T étant négatif pour l'hélium, la diffusion thermique fait augmenter la concentration d'un facteur $(T_j/T_0)^{-\alpha_T}$. Lorsque le niveau du début de l'équilibre de diffusion de l'hélium est pris à 105 km avec une température de 231°K [9], on obtient le facteur de correction $(T/231)^{0,38}$ donné à la figure 2. On voit ainsi que la correction varie entre 1,44 et 2,36 pour des températures de la thermopause comprises entre 600°K et 2200°K. D'autre part, une variation de $\pm$ 10 % de la température à 105 km entraîne seulement une variation de $\pm$ 4 % du facteur de correction. Ainsi, même au cours du minimum d'activité solaire où la température nocturne de la thermopause peut descendre jusque 650°K [13], il n'est pas permis de négliger la diffusion thermique si l'on veut obtenir des concentrations correctes de l'hélium.

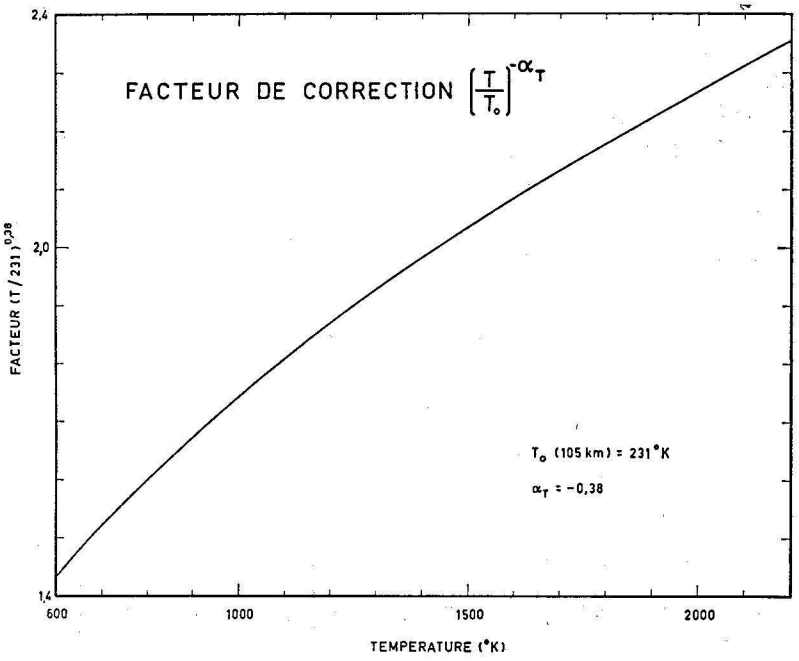

FIG. 2. — Facteur de correction à appliquer à une distribution de l'hélium calculée en négligeant la diffusion thermique.

4. — La diffusion thermique de He et la structure de l'atmosphère.

Comme l'hélium est un constituant secondaire dans toute la thermosphère, l'omission de l'effet de la diffusion thermique ne modifie pas la densité totale au-dessous de 400 km. Toutefois, au-dessus de 500 km, l'hélium devient un élément de plus en plus important et la densité totale, calculée en atmosphère isotherme, sera incorrecte si la distribution de He^4 dans la thermosphère a été établie en négligeant la diffusion thermique. Le Tableau II donne la concentration totale n et les concentrations de l'hélium calculées respectivement avec $\alpha_T = -0{,}38$ et $\alpha_T = 0$, pour diverses températures de la thermopause. Dans la concentration totale n, l'hélium a été introduit en tenant compte de l'effet de la diffusion thermique. Les concentrations des autres éléments (O, N_2, O_2) ont été calculées à partir des conditions initiales de Nicolet [3]. La distribution verticale de l'hydrogène atomique a également été déterminée par la méthode décrite par Kockarts et Nicolet [9] [14].

Tableau II. — *Concentrations totales (cm^{-3}) et concentrations de l'hélium (cm^{-3}) de 500 km à 1000 km pour diverses températures de la thermopause.*

Altitude (km)	2000°K	1750°K	1500°K	1250°K	1000°K	750°K
500 n	$1{,}89\times10^{8}$	$1{,}40\times10^{8}$	$9{,}39\times10^{7}$	$5{,}21\times10^{7}$	$2{,}06\times10^{7}$	$4{,}70\times10^{6}$
n(He)*	$2{,}12\times10^{6}$	$2{,}10\times10^{6}$	$2{,}03\times10^{6}$	$1{,}90\times10^{6}$	$1{,}73\times10^{6}$	$1{,}18\times10^{6}$
n(He)**	$9{,}34\times10^{5}$	$9{,}72\times10^{5}$	$9{,}96\times10^{5}$	$1{,}00\times10^{6}$	$9{,}37\times10^{5}$	$7{,}56\times10^{5}$
750 n	$2{,}32\times10^{7}$	$1{,}38\times10^{7}$	$7{,}12\times10^{6}$	$2{,}93\times10^{6}$	$1{,}02\times10^{6}$	$4{,}97\times10^{5}$
n(He)*	$1{,}33\times10^{6}$	$1{,}23\times10^{6}$	$1{,}09\times10^{6}$	$8{,}91\times10^{5}$	$6{,}31\times10^{5}$	$3{,}30\times10^{5}$
n(He)**	$5{,}86\times10^{5}$	$5{,}69\times10^{5}$	$5{,}35\times10^{5}$	$4{,}69\times10^{5}$	$3{,}63\times10^{5}$	$2{,}12\times10^{5}$
1000 n	$4{,}29\times10^{6}$	$2{,}30\times10^{6}$	$1{,}14\times10^{6}$	$5{,}56\times10^{5}$	$2{,}86\times10^{5}$	$2{,}10\times10^{5}$
n(He)*	$8{,}70\times10^{5}$	$7{,}52\times10^{5}$	$6{,}09\times10^{5}$	$4{,}41\times10^{5}$	$2{,}60\times10^{5}$	$1{,}00\times10^{5}$
n(He)**	$3{,}83\times10^{5}$	$3{,}48\times10^{5}$	$2{,}99\times10^{5}$	$2{,}32\times10^{5}$	$1{,}49\times10^{5}$	$6{,}41\times10^{4}$

*$\alpha_T = -0{,}38$

**$\alpha_T = 0$

Le tableau II montre comment la concentration totale serait modifiée si l'on négligeait le terme en α_T dans le calcul dé l'hélium. La densité totale, paramètre important dans l'analyse du freinage des satellites, est également affectée ainsi que le montre la figure 3. Pour une altitude de 750 km, l'erreur n'est pas très importante, mais aux altitudes supérieures l'erreur croît très rapidement. Ainsi à 1500 km d'altitude, on atteint une erreur d'un facteur 2 pour une température de 1500°K.

La figure 2 montre que la correction due à la diffusion thermique croît avec la température de la thermopause, alors que la figure 3 semble indiquer le contraire. En réalité, l'influence de la diffusion thermique de l'hélium sur la densité totale dépend aussi de l'importance de He par rapport aux autres éléments. La figure 4 donne l'altitude où le rapport entre la densité de l'hélium $\rho(He^4)$ et la densité totale $\rho = \Sigma\rho_i$ atteint des valeurs comprises entre 0,95 et 0,10. On voit nettement que la ceinture d'hélium se trouve à une altitude d'autant plus basse que la température est faible, ceci explique l'aspect des courbes de la figure 3.

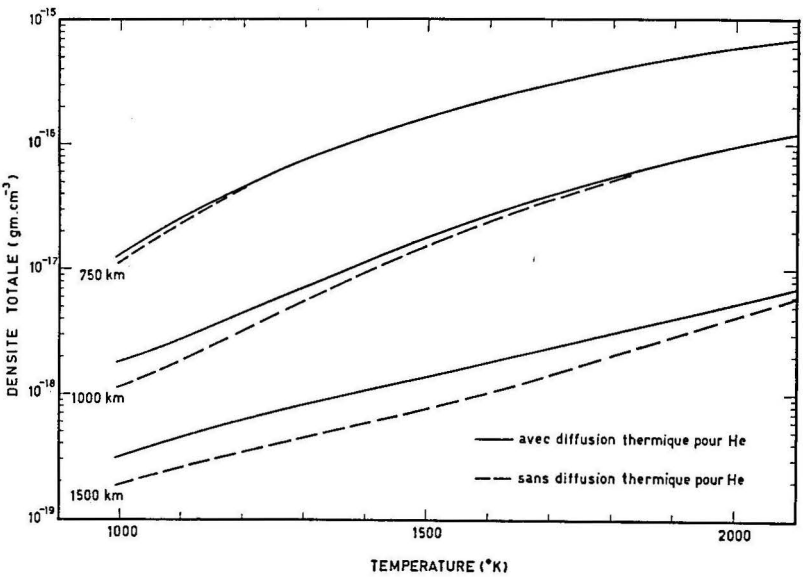

FIG. 3. — Effet de la diffusion thermique de l'hélium sur la densité totale aux altitudes de 750 km, 1000 km et 1500 km.

Lors du quatrième symposium de COSPAR à Varsovie (juin 1963), Roemer [15] a présenté une étude de la densité de l'exosphère au-dessus de 900 km d'après le freinage subi par le satellite artificiel Écho I, 1960 iota. Ce satellite permet d'étudier la ceinture d'hélium puisque son périgée est toujours situé entre 900 km et 1500 km d'altitude. Roemer, utilisant les modèles atmosphériques de Harris et Priester (loc. cit.) dans lesquels l'effet de la diffusion thermique n'est pas considéré, a dû conclure que la densité totale était environ un facteur 2 trop faible pour expliquer le freinage subi par Écho I. Ce facteur 2 est précisément de l'ordre de l'erreur introduite en négligeant le terme en α_T dans l'équation de diffusion.

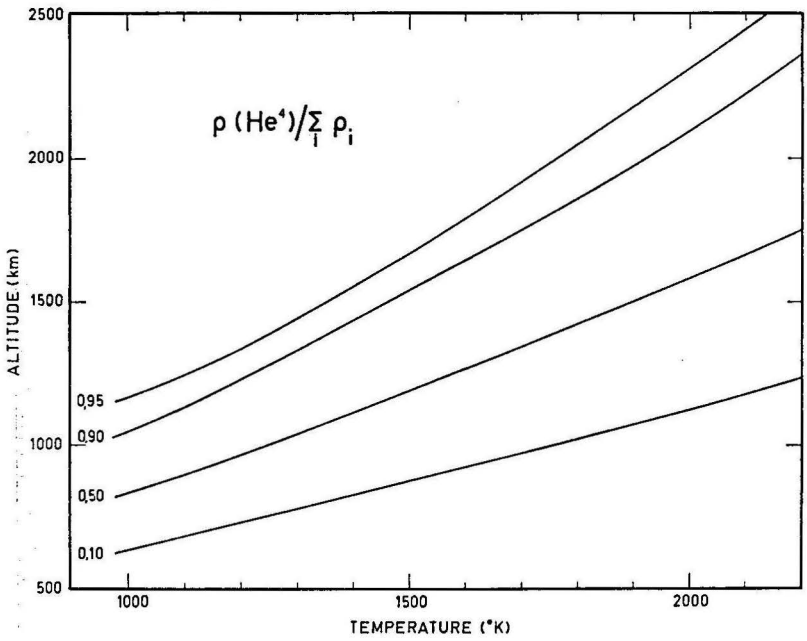

FIG. 4. — Altitude où le rapport $\rho(He^4)/\sum_i \rho_i$ atteint les valeurs 0,95, 0,90, 0,50 et 0,10 en fonction de la température de la thermopause.

En première approximation, la variation de la période de Écho I, corrigée de la pression de radiation, est proportionnelle à $\rho H^{1/2}$, ρ étant la densité totale et H la hauteur d'échelle atmosphérique au voisinage du périgée du satellite. Dès lors, en

connaissant l'altitude du périgée et la température atmosphérique, il est possible de calculer les valeurs journalières de $\rho H^{1/2}$. Jacchia et Slowey [16] ont effectué une analyse détaillée du freinage de huit satellites dont les périgées varient entre 350 km et 750 km. En utilisant les modèles atmosphériques de Nicolet [3], ils ont déterminé les températures diurnes et nocturnes durant une période allant de 1958 à 1961. La figure 5 montre la variation de la période de Écho I d'après Zadunaisky, Shapiro et Jones [17] et la courbe théorique qui suit avec une bonne précision les variations observées. L'écart entre les deux courbes apparaissant au cours de la période de décembre 1960 à janvier 1961 s'explique par l'imprécision dans la correction due à la pression de radiation.

5. — Conclusion.

L'effet de la diffusion thermique dans la thermosphère conduit à une augmentation de la concentration de l'hélium d'un facteur 1,4 à 2,4 au niveau de la thermopause suivant l'état de l'activité solaire. Il en résulte qu'il n'est pas possible de construire des modèles atmosphériques corrects au-dessus de 500 km lorsque la diffusion thermique est ignorée. Dès lors, si les modèles de Harris et Priester [11] [12] permettent d'expliquer le freinage subi par les satellites artificiels dont les périgées sont inférieurs à 500 km (altitudes où l'hélium est encore un élément secondaire) leur application aux altitudes plus élevées ne peut donner de résultats satisfaisants, ainsi que le montrent les difficultés rencontrées par Roemer [15] pour étudier le comportement de Écho 1.

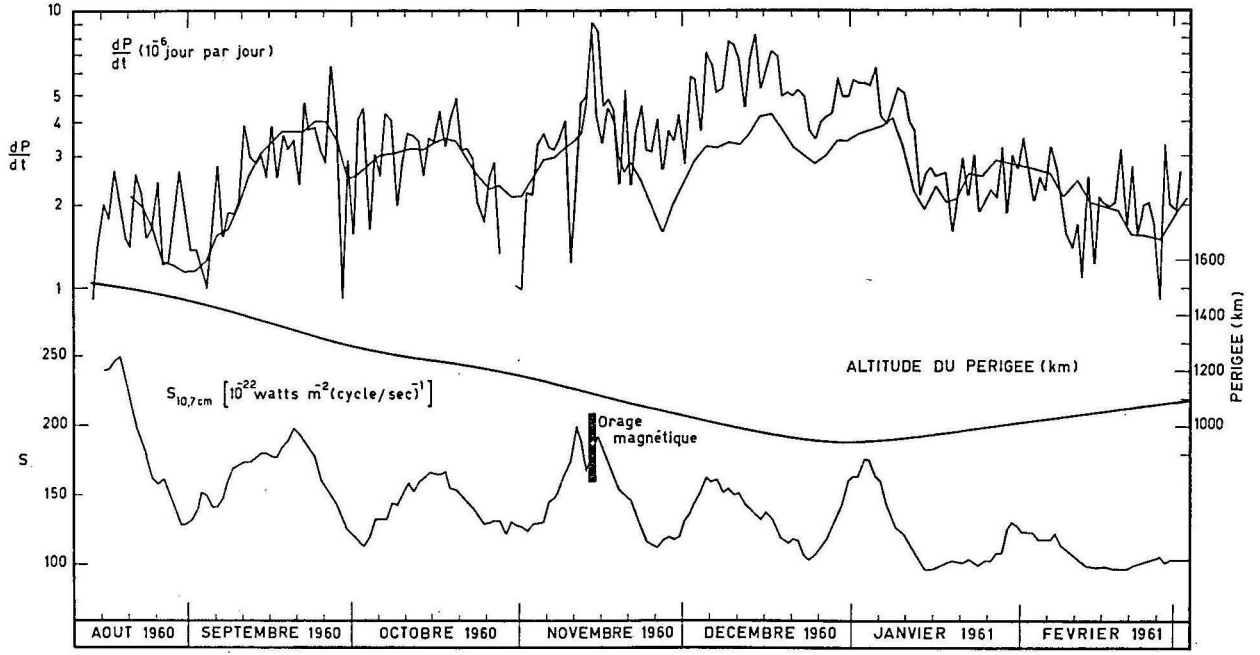

FIG. 5. — Variation de la période de Écho I entre août 1960 et février 1 6 déduite des observations (courbe avec fluctuations) et comparée à la variation déterminée théoriquement.

RÉFÉRENCES

[1] ENSKOG, D., Bemerkungen zu einer Fundamentalgleichung in der kinetische Gastheorie, *Phys. Zeit.*, **12**, 533-539, 1911.

[2] CHAPMAN, S., On the partial separation by thermal diffusion of gases of equal molecules weight, *Phil. Mag.*, 6th series, **34**, 146-151, 1917.

[3] NICOLET, M., Density of the heterosphere related to temperature. *Research in Space Science, Smith. Inst. Astrophys. Obs., Spec.Rep.*, **75**, 1-30, 1961.

[4] MANGE, P., Diffusion processes in the thermosphere, *Ann. Géophys.*, **11**, 153-168, 1955.

[5] MANGE, P., Diffusion in the thermosphere, *Ann. Géophys.*, **17**, 277-291, 1961.

[6] NICOLET, M., Helium, an important constituent in the lower exosphere, *J. Geophys. Res.*, **66**, 2263-2264, 1961.

[7] CHAPMAN, S. and COWLING, T. G., The mathematical theory of non-uniform gases, second ed., 431 p., Cambridge University Press, 1952.

[8] MASON, E. A., Higher approximations for the transport properties of binary gas mixtures. II Applications, *J. Chem. Phys.*, **27**, 782-790, 1957.

[9] KOCKARTS, G. et NICOLET, M., Le problème aéronomique de l'hélium et de l'hydrogène neutres, *Ann. Géophys.*, **18**, 269-290, 1962.

[10] BYUTNER, E. K., On the dissipation of hydrogen from planetary atmospheres, *Soviet Physics Doklady*, **4**, 3-7, 1959.

[11] HARRIS, I. and PRIESTER, W., Theoretical models for the solar-cycle variation of the upper atmosphere, *NASA Technical Note n° D* **1443**, 1962.

[12] HARRIS, I. and PRIESTER, W., Time dependent structure of the upper atmosphere, *J. Atm. Sci.*, **19**, 286-301, 1962.

[13] NICOLET, M., Solar radioflux and upper atmosphere temperature, *J. Geophys. Res.*, **68**, 6121-6144, 1963.

[14] KOCKARTS, G. et NICOLET, M., L'hélium et l'hydrogène atomique au cours d'un minimum d'activité solaire, présenté au 4me Symposium de COSPAR, Varsovie, juin 1963. *Ann. Géophys.*, **17**, 370-385, 1963.

[15] ROEMER, M., Exosphere densities deduced from satellite drag data, *Proc. Fourth Intern. Space Science Symp., Warsaw, June* 1963, North-Holland Pub. Cy, Amsterdam, to be published.

[16] JACCHIA, L. G. and SLOWEY, J., Accurate drag determination for eight artificial satellites, atmospheric densities and temperatures, *Research in Space Science, Smith. Inst. Astrophys. Obs., Spec. Rep.*, **100**, 1-117, 1962.

[17] ZADUNAISKY, P. E., SHAPIRO, I. I. and JONES, H. M., Experimental and theoretical results of the orbit of Echo I, *Research in Space Science, Smith. Inst. Astrophys. Obs., Spec. Rep.*, 61, 1-22, 1961.